



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Peminatan

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

KELAS
XII

DAFTAR ISI

Contents

DAFTAR ISI.....	2
Pendahuluan.....	3
Kompetensi Dasar	3
Deskripsi Singkat	3
Motivasi/Apersepsi	3
Peta Materi	3
Tujuan Pembelajaran	4
Petunjuk Penggunaan	4
Uraian Materi	5
Metode substitusi langsung	6
Menggunakan rumus dasar limit fungsi trigonometri	6
Metode Pemfaktoran	8
Menyederhanakan Fungsi Trigonometrinya	8
Rangkuman.....	10
latihan	10
Lembar Kerja Keterampilan	10
Penilaian Diri.....	11
Latihan lagi Yuk.....	11
Uji Kompetensi	13
Daftar Pustaka	15

Pendahuluan

Haloo... Ananda tercinta, salam jumpa kembali pada pembelajaran matematika. Kalian tentu tahu bahwa matematika merupakan ilmu yang dibutuhkan di semua bidang. Bahkan ada seloroh bahwa ketika kita berhenti bermatematik maka berhenti pulalah kehidupan ini. Nahh dalam kehidupan sehari-hari, berbagai permasalahan yang kita hadapi dapat melahirkan berbagai konsep matematika. Berdasarkan konsep umum matematika yang diperoleh dari permasalahan tersebut, kita mampu menyelesaikan kembali permasalahan yang serupa. Sebagai contoh, misalkan kita melakukan pengamatan terhadap respon tubuh yang sedang alergi terhadap suatu zat dengan tingkat dosis obat antibiotik. Dari data yang kita peroleh, kita dapat memodelkan batas dosis pemakaian antibiotik tersebut. Dengan demikian, masalah alergi yang serupa dapat diatasi bila kembali terjadi. Percobaan yang kita lakukan adalah sebuah konsep pendekatan terhadap solusi permasalahan tersebut. Jadi, konsep dapat kita peroleh dengan mengamati, menganalisis data dan menarik kesimpulan.

Kompetensi Dasar

3.1 Menjelaskan dan menentukan limit fungsi trigonometri

4.1 Menyelesaikan masalah berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Deskripsi Singkat

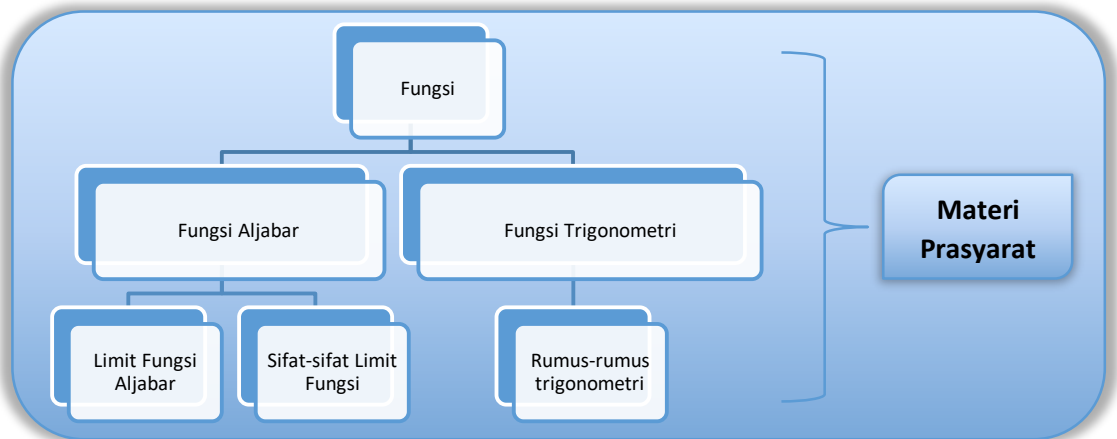
Pada pendahuluan, Ananda telah diajak untuk memahami suatu konsep pendekatan pada nilai tertentu. Konsep tersebut merupakan contoh konsep dasar sederhana dari materi limit fungsi dalam kehidupan sehari-hari. Pada pertemuan kali ini kita akan membahas tentang limit fungsi trigonometri.

Motivasi/Apersepsi

Di kelas XI Ananda telah belajar tentang limit fungsi aljabar, sedangkan materi yang akan kita bahas dalam modul ini yaitu tentang limit fungsi trigonometri. Ketika mendengar kata trigonometri pasti Ananda ingat bahasan tentang trigonometri di kelas X. Jadi benar apa yang Ananda pikirkan jika materi kali ini berkaitan dengan trigonometri di kelas X dan limit fungsi aljabar di kelas XI. Jika Ananda sedikit lupa tentang kedua hal tersebut, Ananda boleh membuka kembali buku matematika kelas X dan XI dan mengingat kedua konsep tersebut yang telah bapak/ibu guru matematika ajarkan di kelas X dan XI. Jika belum terlalu paham, jangan khawatir, dalam modul pembelajaran mengenai materi limit fungsi trigonometri kita akan belajar perlahan langkah demi langkah secara rinci agar Ananda dapat lebih mudah memahaminya.

Peta Materi

Ananda tercinta, berikut disajikan peta materi untuk konsep limit fungsi trigonometri. Konsep limit fungsi trigonometri tidak lepas dari materi limit fungsi aljabar dan rumus-rumus trigonometrinya. Oleh karena itu kedua materi tersebut merupakan materi prasyarat untuk Ananda dalam memahami, menentukan dan menyelesaikan masalah limit fungsi trigonometri.



Nahhh ... berikut ini merupakan peta materi bagaimana cara menentukan dan menyelesaikan limit fungsi trigonometri yang akan Anda pelajari dalam modul ini.



Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi pada pembelajaran pertama ini, Anda diharapkan dapat:

- ❖ Menjelaskan arti limit fungsi trigonometri di suatu titik
- ❖ Menghitung limit fungsi trigonometri di suatu titik
- ❖ Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri

Petunjuk Penggunaan

Sebelum Anda mempelajari e-modul ini, Anda harus memperhatikan petunjuk sebagai berikut:

Petunjuk Umum

- ❖ Bacalah modul ini secara berurutan dan pahami isinya.
- ❖ Pelajari contoh-contoh penyelesaian permasalahan dengan seksama dengan pemahaman bukan dihapalkan.

“@2020, Direktorat SMA, Direktorat Jenderal PAUD, DIKDAS dan DIKMEN”

- ❖ Kerjakan semua tugas-tugas yang ada dalam modul ini agar kompetensi Ananda berkembang sesuai dengan kompetensi yang diharapkan.
- ❖ Setiap mempelajari materi, Ananda harus mulai dari menguasai pengetahuan pendukung (uraian materi) melaksanakan tugas-tugas, mengerjakan lembar latihan.
- ❖ Dalam mengerjakan lembar latihan, Ananda jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu sebelum Ananda menyelesaikan lembar latihan.
- ❖ Kerjakan lembar kerja untuk pembentukan keterampilan sampai Ananda benar-benar terampil sesuai kompetensi.
- ❖ Sebelum konsultasi dengan guru ketika menghadapi kesulitan dalam memahami salah satu atau beberapa materi dalam modul ini, cobalah Ananda buka atau browsing literatur atau buka buku-buku referensi lain yang relevan dengan materi dalam modul ini.

Petunjuk Khusus

- ❖ Pada kegiatan pembelajaran kali ini Ananda akan mempelajari limit fungsi trigonometri dan rumus dasarnya, serta bagaimana cara mengerjakan limit fungsi trigonometri ini secara praktis dengan menggunakan konsep aljabar yang telah Ananda peroleh sebelumnya sejak SMP dan di kelas XI, serta menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri
- ❖ Perhatikan dengan seksama setiap konsep dan pahami contoh-contoh soal yang diberikan, dengan demikian Ananda dapat mengerjakan soal latihan pada lembar kerja secara sistematis.
- ❖ Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat agar Ananda dapat :
 - Menggunakan sifat-sifat limit fungsi dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan.
 - Menyelesaikan masalah limit fungsi trigonometri.

Uraian Materi

Pada pelajaran matematika wajib kelas XI, Ananda telah belajar mengenai definisi limit fungsi aljabar yaitu bahwa suatu limit fungsi $f(x)$ dikatakan mendekati a $\{f(x), a\}$ sebagai suatu limit. Bila x mendekati a , dinotasikan limit $F(x) = L$. Cara menyelesaikan limit fungsi aljabar, terdapat 3 cara untuk menyelesaikan limit fungsi aljabar yaitu dengan metode (1) substitusi langsung; (2) pemfaktoran; (3) merasionalkan penyebut. Nahhh semoga Ananda masih mengingat ini yaa...

Pada kegiatan pembelajaran ini Ananda akan belajar bagaimana menyelesaikan limit fungsi trigonometri. Cara menyelesaikan limit fungsi trigonometri dibagi menjadi 4 metode, yaitu (1) dengan metode substitusi langsung; (2) dengan menggunakan rumus dasar limit fungsi trigonometri; (3) dengan metode pemfaktoran; (4) dengan cara menyederhanakan fungsi trigonometrinya. Sebagai materi prasyarat pada bahasan limit fungsi trigonometri selain Ananda harus hapal nilai-nilai sudut istimewa untuk $\sin$, $\cos$, $\tan$ dan kebalikannya juga harus hapal rumus-rumus trigonometrinya ya. Jadi Ananda boleh sambil buka buku atau catatan kelas X tentang rumus-rumus trigonometri dan kelas XI tentang limit fungsi aljabar. Okay, sekarang kita lihat satu per satu cara menyelesaikan limit fungsi trigonometri..

Metode substitusi langsung

Penerapan metode substitusi langsung dalam menentukan atau menyelesaikan limit fungsi trigonometri sangat mudah, yakni dengan langsung mengganti x dengan angka yang tertera di soal atau

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Perhatikan contoh soal berikut:

Gunakan metode substitusi untuk menentukan nilai Limit fungsi trigonometri berikut ini:

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin 2x = \sin 2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{2\pi}{4} = \sin 90^\circ = 1$
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \tan 3x + 2 = \tan 3\left(\frac{3\pi}{4}\right) + 2 = \tan(45^\circ) + 2 = 1 + 2 = 3$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin 0}{\sin 0 + \cos 0} = \frac{0}{0+1} = 0$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1 - \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2 \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1 - \cos \pi}{2 \cos \pi} = \frac{1 - (-1)}{2(-1)} = \frac{1+1}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$

Berikut disajikan tabel sudut istimewa yaa biar Ananda gak ribet lagi nihhh.. tapi nanti harus dihapal lohh..

	0°	30°	45°	60°	90°
Sin α	$\frac{1}{2}\sqrt{0}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{4}$
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos α	$\frac{1}{2}\sqrt{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{0}$
	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tga	$\frac{0}{1}$	$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$	$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$	$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{0}$
	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tdk terdefinisi

Menggunakan rumus dasar limit fungsi trigonometri

rumus dasar dari limit fungsi trigonometri sederhana. Rumus dasar limit fungsi trigonometri tersebut adalah:

$$\begin{array}{ll}
 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b} & 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b} \\
 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}
 \end{array}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

Perhatikan dengan seksama dan teliti rumus dasar di atas, jika Ananda jeli Ananda akan menemukan pola jawaban rumus tersebut. Sebagai penguat kita simak contoh soal di bawah ini yaa...

Dengan menggunakan rumus limit fungsi trigonometri di atas, tentukan nilai limit fungsi trigonometri berikut:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 3x} = \frac{2}{3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{3x} = \frac{5}{3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan 6x} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\tan 5x} = \frac{2}{5}$$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x - \tan 3x}{3x} = \dots$ dengan menggunakan sifat dari limit fungsi aljabar yang telah Ananda pelajari di kelas XI, maka soal ini dapat kita pecah menjadi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{3x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{3x} = \frac{5}{3} - \frac{3}{3} = \frac{2}{3}$$

Dari keenam contoh soal yang diberikan, ternyata untuk menjawabnya Ananda tinggal menuliskan angka yang tertera di soal aja yaa... Gimana mudah bukan...? Yakin deh 100% Ananda dapat mengikutinya sehingga kita lanjut ke tingkatan berikutnya. Yukk kita simak lagi contoh soal berikutnya.

Tentukan nilai limit fungsi trigonometri berikut ini:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{3x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{3x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\tan 2x} = \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \right] = \frac{5}{6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x \cdot \sin 2x}{3 \cdot x \cdot x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \left[\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \right] = \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} \right] = \frac{8}{3}$$

Metode Pemfaktoran

Untuk metode pemfaktoran konsepnya sama persis dengan metode pemfaktoran dalam limit fungsi aljabar yang telah Ananda pelajari di kelas XI. Metode pemfaktoran dilakukan ketika Ananda menemukan jawaban dengan bentuk tak tentu atau $\frac{0}{0}$, nahh artinya di sini Ananda harus melakukan pemfaktoran. Trik metode pemfaktoran adalah Ananda harus membuang si pembuat nol dalam fungsi tersebut. Sebagai contoh, perhatikan soal di bawah ini.

Tentukan nilai limit berikut:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x(x+2)} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \right] \left[\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+2)} \right] = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{0+2} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

faktorkan

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)(2x+3)}{x^2+4x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)(2x+3)}{(x-1)(x+5)} = \left[\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{(x-1)} \right] \left[\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+3)}{(x+5)} \right] =$$
$$1 \cdot \frac{2(1)+3}{(1+5)} = \frac{5}{6}$$

Sifat sifat limit

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1) \sin(1-\sqrt{x})}{x^2-2x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1) \sin(1-\sqrt{x})}{(x-1)(x-1)} =$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1)}{(x-1)} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{(x-1)} = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} =$$
$$-1 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(1+\sqrt{x})} = -1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1+\sqrt{1}} = -1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Menyederhanakan Fungsi Trigonometrinya

Untuk dapat mengerjakan soal limit fungsi trigonometri seperti ini, mengharuskan Ananda buka kembali rumus-rumus trigonometrinya. Agar lebih efektif yuk simak contoh soalnya.

Tentukan nilai limit fungsi berikut ini:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{2x \sin x} =$$

Jika Ananda mensubstitusi x dengan 0 maka akan didapat bentuk tak tentu atau $\frac{0}{0}$. Dalam hal ini Ananda harus merubah $\cos x$ menjadi fungsi lain.

Ingat Kembali rumus:
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $\cos x = \cos^2 \frac{1}{2}x - \sin^2 \frac{1}{2}x$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos^2 \frac{1}{2}x - \sin^2 \frac{1}{2}x)}{2x \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 \frac{1}{2}x) + \sin^2 \frac{1}{2}x}{2x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{1}{2}x + \sin^2 \frac{1}{2}x}{2x \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 \frac{1}{2}x}{2x \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin \frac{1}{2}x \cdot \sin \frac{1}{2}x}{2x \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{1}{2}x}{2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}x}{\sin x} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ingat Kembali rumus:
 $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
Maka $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
 $\sin^2 \frac{1}{2}x = 1 - \cos^2 \frac{1}{2}x$

Rumus sudut rangkap faktorkan

$$\begin{aligned} 2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos x + \sin x = \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Bagaimana dengan contoh soal tersebut? Ananda sudah mulai paham kan cara mengerjakannya? Agar lebih matang, Ananda kembali ingat rumus-rumus trigonometrinya yaa... nihhh di bawah ini disajikan beberapa rumus trigonometri untuk Ananda.

Berikut ini merupakan kumpulan rumus dasar trigonometri. Ananda tinggal menyesuaikan sudut yang diminta dari soal yang diberikan seperti contoh soal di atas.

Identitas Trigonometri $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ $\sec^2 x = \tan^2 x + 1$ $\csc^2 x = \cot^2 x + 1$ Rumus Trigonometri $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha$ $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$ $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$ $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$ $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ $2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$ $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ $-2 \sin \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$ $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
---	---

Rangkuman

Setelah Ananda mempelajari materi limit fungsi trigonometri beserta contoh soalnya, pada chapter ini Ananda diminta untuk membuat rangkuman sendiri hasil dari pemahaman Ananda dalam mempelajari limit fungsi trigonometri. Nahh di space kosong ini tuliskan keluhan Ananda dalam mempelajari materi limit fungsi trigonometri, misal saya kesulitan memahami limit fungsi trigonometri pada pembahasan ke (4) yaitu menyederhanakan rumus trigonometrinya karena masih kurang paham dengan rumus-rumus trigonometrinya. Atau apapun itu deh yaa..

Catatan saya

latihan

Kerjakan soal untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep Ananda terhadap materi limit fungsi trigonometri berikut ini:

1. $\lim_{x \rightarrow 30^\circ} \frac{\sin 3x + \cos 2x}{1 - \tan 2x} = \dots\dots$ rasionalkan penyebutnya, (Jawaban: $-\frac{3}{4}(1 + \sqrt{3})$.)
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 6x} = \dots$ (jawaban: $\frac{1}{3}$)
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \sin 3x}{\sin 2x \tan 3x} = \dots$ (jawaban: 1)
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{a}{b}x}{\tan cx} = \dots$ (jawaban : $\frac{a}{bc}$)
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \dots$ (jawaban : $\frac{1}{4}$)

Lembar Kerja Keterampilan

Pada Lembar Kerja berikut, Ananda kerjakan soal-soal tentang limit fungsi trigonometri secara detil dan penuh ketelitian. Kemampuan keterampilan Ananda dalam melihat sudut pandang soal sangat dibutuhkan. Berikut adalah soal keterampilan yang disajikan:

1. Selesaikan limit fungsi trigonometri berikut:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x \sin 3x} = \dots$ Jawaban $\frac{1}{12}$

$$b. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = \dots \quad \text{Jawaban } \frac{1}{2}$$

2. Gunakan metode menyederhanakan rumus trigonometri untuk menyelesaikan limit fungsi trigonometri berikut:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin 3x - \sin x} = \dots \quad (\text{gunakan rumus ke 19 dan 20})$$

Jawaban : 0

$$b. \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\sin 4p + \sin 2p}{3p \cos p} = \dots \quad (\text{gunakan rumus ke 18) jawaban : 2}$$

Penilaian Diri

Berilah tanda \$ pada kolom “Ya” jika kalian mampu dan “Tidak” jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Mampu menjelaskan pengertian limit fungsi trigonometri		
2.	Mampu menentukan limit fungsi trigonometri		
3.	Mampu menjelaskan sifat-sifat limit fungsi trigonometri		
4.	Mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan limit fungsi trigonometri		

Latihan lagi Yuk....

Pilih satu jawaban yang paling tepat!

$$1. \text{ Nilai dari } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 5x}{6x} = \dots$$

- A. 2
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{3}$
E. -1

Jawab : B

$$2. \text{ Nilai dari } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 3x + 2} = \dots$$

- A. $-\frac{1}{2}$
B. $-\frac{1}{3}$
C. 0
D. $\frac{1}{2}$
E. 1

Jawab : E

3. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{2x(x^2+2x-3)} = \dots$

- A. -4
B. -3
C. -2
D. 2
E. 6

Jawab : C

4. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x \sin 3x}{5x} = \dots$

- A. $\frac{5}{3}$
B. 1
C. $\frac{5}{2}$
D. $\frac{1}{5}$
E. 0

Jawab : C

5. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2} = \dots$

- A. -8
B. -4
C. 2
D. 4
E. 8

Jawab : E

6. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2-1) \sin 6x}{x^3+3x^2+2x} = \dots$

- A. -3
B. -2
C. 2
D. 3
E. 5

Jawab : A

7. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin\left(1-\frac{1}{x}\right) \cos\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x-1} = \dots$

- A. -1
B. $-\frac{1}{2}$
C. 0
D. $\frac{1}{2}$
E. 1

Jawab : E

8. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-5x+6) \sin(x-2)}{(x^2-x-2)^2} = \dots$

- A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{1}{5}$
C. 0
D. $-\frac{1}{9}$
E. $-\frac{1}{3}$

Jawab : D

9. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \dots$

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
C. $\sqrt{2}$
D. $2\sqrt{2}$
E. $3\sqrt{2}$

Jawab : C

10. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos 2x} = \dots$

A. $-\frac{1}{2}$

D. 1

B. 0

E. 2

C. $\frac{1}{2}$

Jawab : C

Uji Kompetensi

Pilih satu jawaban yang paling tepat.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^2 + 2x} = \dots$

A. 2

B. 1

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

E. $-\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{\tan^3 \frac{1}{2}x} = \dots$

A. 2^3

B. 2^4

C. 2^5

D. 2^6

E. 2^7

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{3x \tan 3x} = \dots$

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{8}{9}$

E. $\frac{8}{6}$

4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{2 - 2 \cos (2x + 6)} = \dots$

A. 3

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

E. $\frac{1}{4}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{x \tan 2x} = \dots$

- A. - 4
- B. - 2
- C. 4
- D. 6
- E. 8

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}} = \dots$

- A. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. $-2\sqrt{3}$
- E. $-3\sqrt{3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x \tan 2x}{1 - \cos 6x} = \dots$

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. 1
- D. 2
- E. 3

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cos(\pi x - 2\pi)}{\tan(2\pi x - 4\pi)} = \dots$

- A. 2π
- B. π
- C. 0
- D. $\frac{1}{\pi}$
- E. $\frac{1}{2\pi}$

9. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}}{x - \frac{1}{4}\pi} = \dots$

- A. $-2\sqrt{2}$
- B. $-\sqrt{2}$
- C. 0
- D. $\sqrt{2}$
- E. $2\sqrt{2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1) \sin(1-\sqrt{x})}{x^2 - 2x + 1} = \dots$

- A. - 1
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 1

Daftar Pustaka

- Erlangga Fokus UN SMA/MA 2013 Program IPA. (2012). Jakarta: Erlangga.
- Erlangga X-Press UN 2015 SMA/MA Program IPA. (2014). Jakarta: Erlangga.
- Matematika Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2014). Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Siswanto. (2005). *Matematika Inovatif: Konsep dan Aplikasinya*. Solo: Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.
- Willa Adrian. (2008). *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika Dasar*. Bandung: Yrama Widya.
- <https://www.youtube.com/watch?v=kO2VbM5QEIg>
- https://www.youtube.com/watch?v=5L__qaegIHg

Glosarium

Fungsi	: merupakan suatu relasi yang memetakan setiap anggota dari suatu himpunan yang disebut sebagai daerah asal atau domain ke tepat satu anggota himpunan lain yang disebut daerah kawan (kodomain).
Limit	: Batas atau suatu fungsi $f(x)$ akan mendekati nilai tertentu jika x mendekati nilai tertentu.
Trigonometri	: cabang matematika yang mempelajari ilmu ukur sisi dan sudut suatu segitiga, dalam hal ini adalah segitiga siku-siku.
Limit fungsi trigonometri adalah limit fungsi yang memuat bentuk trigonometri (sin, cos, tan, secan, cosecan, cotan)	