



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,  
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH  
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS  
2020

**Modul Pembelajaran SMA**

# **Matematika Peminatan**

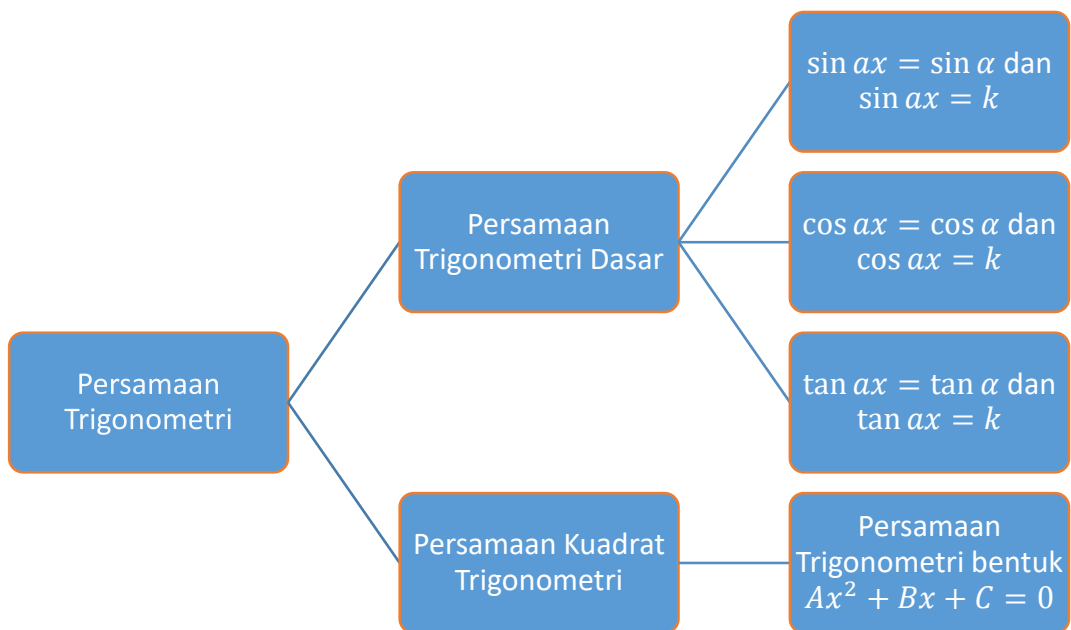
**PERSAMAAN TRIGONOMETRI**



## DAFTAR ISI

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| DAFTAR ISI .....              | 2  |
| PETA KONSEP .....             | 3  |
| GLOSARIUM .....               | 4  |
| PENDAHULUAN .....             | 5  |
| KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 ..... | 6  |
| Tujuan Pembelajaran .....     | 6  |
| Uraian Materi .....           | 6  |
| Rangkuman .....               | 11 |
| Latihan Essay .....           | 12 |
| Latihan Pilihan Ganda .....   | 12 |
| Penilaian Diri .....          | 13 |
| KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 ..... | 14 |
| Tujuan .....                  | 14 |
| Uraian Materi .....           | 14 |
| Rangkuman .....               | 15 |
| Latihan Essay .....           | 16 |
| Latihan Pilihan Ganda .....   | 16 |
| Penilaian Diri .....          | 17 |
| UJI KOMPETENSI .....          | 18 |
| KUNCI JAWABAN .....           | 20 |
| DAFTAR PUSTAKA .....          | 21 |

## PETA KONSEP



## GLOSARIUM

- Fungsi trigonometri adalah fungsi dari sebuah sudut yang digunakan untuk menghubungkan antara sudut-sudut yang dalam suatu segitiga dengan sisi-sisi segitiga tersebut.
- Himpunan penyelesaian adalah himpunan yang beranggotakan akar-akar dari suatu persamaan.
- Persamaan trigonometri adalah persamaan yang memuat perbandingan trigonometri.
- Persamaan kuadrat trigonometri adalah persamaan trigonometri dalam bentuk persamaan kuadrat

# PENDAHULUAN

1. Identitas Modul  
Nama Mata Pelajaran : Matematika Peminatan Kelas XI  
Kelas / Semester / Alokasi Waktu : XI MIPA / 1 / 8 JP  
Judul Modul : Persamaan Trigonometri
2. Kompetensi  
Kompetensi Dasar:  
3.1 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian persamaan trigonometri  
4.1 Memodelkan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan masalah trigonometri
3. Deskripsi  
Modul ini berisi materi persamaan trigonometri yang merupakan pengembangan dari fungsi trigonometri dengan nilai  $y = 0$ . Materi prasyarat yang harus dikuasai adalah nilai perbandingan trigonometri sudut istimewa, nilai perbandingan trigonometri di empat kuadran, invers trigonometri dan penyelesaian persamaan kuadrat. Setelah memahami modul ini diharapkan dapat menentukan penyelesaian persamaan trigonometri baik persamaan dasar maupun persamaan kuadrat. Materi ini akan menjadi prasyarat perhitungan terutama pada mata pelajaran fisika.
4. Petunjuk Penggunaan Modul
  - Pelajari dan pahami terlebih dahulu bagian pembelajaran.
  - Untuk mendukung pemahaman, dapat mengerjakan latihan soal pilihan ganda dan essay.
  - Untuk mengukur sejauh mana pencapaian materi, ananda dapat mengerjakan bagian penilaian diri dan evaluasi.
  - Selamat belajar dari modul ini, semoga bermanfaat
5. Materi
  - Persamaan Trigonometri Dasar
  - Persamaan Kuadrat Trigonometri

# KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

## Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi ini, diharapkan Ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri dasar

## Uraian Materi

Jika ananda menyelesaikan suatu persamaan trigonometri, berarti ananda diharuskan menemukan nilai  $x$ , dalam satuan radian maupun derajat, yang memenuhi persamaan tersebut.

Sebelum memasuki materi, ada materi prasyarat yang harus ananda kuasai yaitu sebagai berikut.

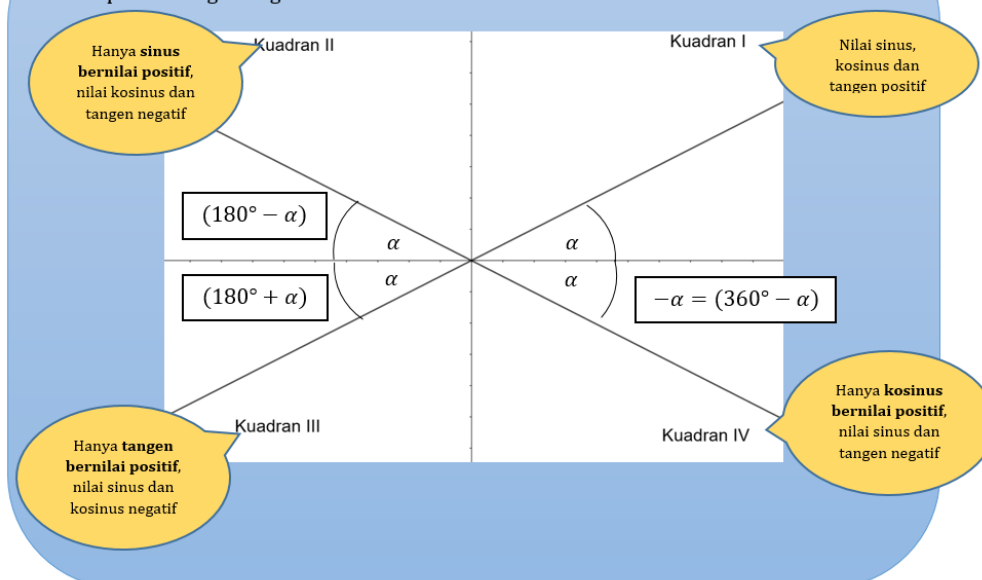
### Materi Prasyarat 1:

Nilai perbandingan trigonometri untuk sudut istimewa

| $\alpha$      | $0^\circ$ | $30^\circ$                                 | $45^\circ$            | $60^\circ$            | $90^\circ$ |
|---------------|-----------|--------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|------------|
| $\sin \alpha$ | 0         | $\frac{1}{2}$                              | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1          |
| $\cos \alpha$ | 1         | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$                      | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$         | 0          |
| $\tan \alpha$ | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 1                     | $\sqrt{3}$            | $\sim$     |

### Materi Prasyarat 2:

Nilai perbandingan trigonometri sudut istimewa di 4 kuadran



Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri berikut.

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $\sin 60^\circ =$  | 6. $\cos 300^\circ =$  |
| 2. $\cos 45^\circ =$  | 7. $\sin 120^\circ =$  |
| 3. $\tan 30^\circ =$  | 8. $\sin 240^\circ =$  |
| 4. $\cos 135^\circ =$ | 9. $\sin 310^\circ =$  |
| 5. $\cos 210^\circ =$ | 10. $\tan 315^\circ =$ |

### Persamaan Trigonometri Dasar

Persamaan trigonometri dasar meliputi:

- $\sin x = \sin \alpha$
- $\cos x = \cos \alpha$
- $\tan x = \tan \alpha$
- $\sin x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta
- $\cos x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta
- $\tan x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta

Penyelesaian persamaan trigonometri dasar

Menyelesaikan persamaan trigonometri dalam bentuk kalimat terbuka yang memuat variabel berarti menentukan nilai variabel yang terdapat dalam persamaan tersebut sehingga persamaan itu menjadi benar.

Untuk menyelesaikan persamaan trigonometri  $\sin x = \sin \alpha$ ,  $\cos x = \cos \alpha$  dan  $\tan x = \tan \alpha$ , perhatikan tanda (positif atau negatif) untuk  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  pada tiap kuadran dan sudut berelasi pada kuadran masing-masing.

### Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri dasar

- a.  $\sin x = \sin \alpha^\circ$

Nilai sinus suatu sudut positif di kuadran 1 dan 2 sehingga untuk persamaan  $\sin x = \sin \alpha^\circ$  penyelesaiannya adalah:

$$x = \begin{cases} \alpha^\circ + k \cdot 360^\circ & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (180 - \alpha)^\circ + k \cdot 360^\circ & \text{--- (Kuadran 2)} \end{cases}$$

- b.  $\cos x = \cos \alpha^\circ$

Nilai cosinus suatu sudut positif di kuadran 1 dan 4 sehingga untuk persamaan  $\cos x = \cos \alpha^\circ$  penyelesaiannya adalah:

$$x = \begin{cases} \alpha^\circ + k \cdot 360^\circ & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (-\alpha)^\circ + k \cdot 360^\circ & \text{--- (Kuadran 4)} \end{cases}$$

- c.  $\tan x = \tan \alpha^\circ$

Nilai tangen suatu sudut positif di kuadran 1 dan 3 sehingga untuk persamaan  $\tan x = \tan \alpha^\circ$  penyelesaiannya adalah:

$$x = \alpha^\circ + k \cdot 180^\circ \text{--- (Kuadran 1 dan 3)}$$

Begitu pula untuk bentuk sudut dalam radian.

- a.  $\sin x = \sin \alpha$

$$x = \begin{cases} \alpha + k \cdot 2\pi & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (\pi - \alpha) + k \cdot 2\pi & \text{--- (Kuadran 2)} \end{cases}$$

- b.  $\cos x = \cos \alpha$

$$x = \begin{cases} \alpha + k \cdot 2\pi & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (-\alpha) + k \cdot 2\pi & \text{--- (Kuadran 4)} \end{cases}$$

- c.  $\tan x = \tan \alpha$

$$x = \alpha + k \cdot \pi \text{--- (Kuadran 1 dan 3)}$$

Agar lebih jelas, coba Ananda simak contoh berikut.

**Contoh 1:**

Tentukan akar-akar dari persamaan trigonometri berikut kemudian tuliskan himpunan penyelesaiannya.

1.  $\sin x = \sin 70^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
2.  $\cos x = \cos 60^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
3.  $\tan x = \tan 20^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
4.  $\sin 2x = \sin \frac{2}{3}\pi, 0 \leq x \leq 2\pi$
5.  $\cos 3x = \cos \frac{1}{2}\pi, 0 \leq x \leq \pi$
6.  $\tan 2x - \tan \frac{1}{3}\pi = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$

**Alternatif penyelesaian:**

1.  $\sin x = \sin 70^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
 $x_1 = 70^\circ$   
 $x_2 = (180 - 70)^\circ = 110^\circ$   
Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $\{70^\circ, 110^\circ\}$
2.  $\cos x = \cos 60^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
 $x_1 = 60^\circ$   
 $x_2 = -60^\circ + 360^\circ = 300^\circ$   
Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $\{60^\circ, 300^\circ\}$
3.  $\tan x = \tan 20^\circ, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
 $x = 20^\circ + k \cdot 180^\circ$   
Untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = 20^\circ$   
Untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_2 = 20^\circ + 180^\circ = 200^\circ$   
Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $\{20^\circ, 200^\circ\}$
4.  $\sin 2x = \sin \frac{2}{3}\pi, 0 \leq x \leq 2\pi$ 
  - a.  $2x = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi$   
 $x = \frac{1}{3}\pi + k \cdot \pi$   
untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = \frac{1}{3}\pi$   
untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_2 = \frac{1}{3}\pi + \pi = \frac{4}{3}\pi$
  - b.  $2x = \left(\pi - \frac{2}{3}\pi\right) + k \cdot 2\pi$   
 $x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot \pi$   
untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_3 = \frac{1}{6}\pi$   
untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_4 = \frac{7}{6}\pi$   
Dari pengerjaan di atas diperoleh himpunan penyelesaiannya yaitu  $\left\{\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi\right\}$
5.  $\cos 3x = \cos \frac{1}{2}\pi, 0 \leq x \leq \pi$ 
  - a.  $3x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$

$$x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot \frac{2}{3}\pi$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = \frac{1}{6}\pi$

untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_2 = \frac{5}{6}\pi$

b.  $3x = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$

$$x = -\frac{1}{6}\pi + k \cdot \frac{2}{3}\pi$$

untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_3 = \frac{1}{2}\pi$

Dari pengerjaan di atas diperoleh himpunan penyelesaiannya yaitu

$$\left\{\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{5}{6}\pi\right\}$$

6.  $\tan 2x - \tan \frac{1}{3}\pi = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$

$$\tan 2x = \tan \frac{1}{3}\pi, 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$2x = \frac{1}{3}\pi + k \cdot \pi$$

$$x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot \frac{1}{2}\pi$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = \frac{1}{6}\pi$

untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_2 = \frac{2}{3}\pi$

Himpunan penyelesaian dari persamaan di atas adalah  $\left\{\frac{1}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi\right\}$

### Contoh 2:

Tentukan akar-akar dari persamaan trigonometri berikut kemudian tuliskan himpunan penyelesaiannya.

1.  $2 \cos x - \sqrt{3} = 0, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

2.  $\sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

3.  $\sqrt{3} \sin x = \cos x, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

### Alternatif Penyelesaian:

1.  $2 \cos x - \sqrt{3} = 0, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$$2 \cos x = \sqrt{3}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

a.  $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = 30^\circ$

b.  $x = -30^\circ + k \cdot 360^\circ$

untuk  $k = 1$  diperoleh  $x_2 = 330^\circ$

Himpunan penyelesaiannya adalah  $\{30^\circ, 330^\circ\}$

2.  $\sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$$\sin(x - 30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3} = \sin 60^\circ$$

a.  $(x - 30^\circ) = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$

$$x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_1 = 90^\circ$

b.  $(x - 30^\circ) = (180^\circ - 60^\circ) + k \cdot 360^\circ$

$$(x - 30^\circ) = 120^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $x_2 = 150^\circ$   
 Jadi himpunan penyelesaiannya adalah  $\{90^\circ, 150^\circ\}$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \sqrt{3} \sin x = \cos x, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ \\
 & \sqrt{3} \sin x = \cos x \\
 & \sqrt{3} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{\cos x} \\
 & \sqrt{3} \tan x = 1 \\
 & \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \sqrt{3} \\
 & \tan x = \tan 30^\circ \\
 & x = 30^\circ + k \cdot 180^\circ \\
 & \text{untuk } k = 0 \text{ diperoleh } x_1 = 30^\circ \\
 & \text{untuk } k = 1 \text{ diperoleh } x_2 = 210^\circ \\
 & \text{Jadi himpunan penyelesaiannya adalah } \{30^\circ, 210^\circ\}
 \end{aligned}$$

Kita sudah bahas persamaan trigonometri untuk bentuk:

1.  $\sin x = \sin \alpha$
2.  $\cos x = \cos \alpha$
3.  $\tan x = \tan \alpha$
4.  $\sin x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta
5.  $\cos x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta
6.  $\tan x = k$ ,  $k$  sebuah konstanta

Bagaimana jika salah satu dari ruas kiri maupun ruas kanan bernilai negatif?  
 Kita akan coba bahas contoh berikut.

### Contoh 3:

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}, 0 \leq x \leq 2\pi$$

Penyelesaian:

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

(Ingat,  $\frac{1}{2}\sqrt{3} = \sin \frac{1}{3}\pi$  )

Nilai sinus suatu sudut negatif berarti sudutnya berada di kuadran III dan IV

$$\begin{aligned}
 \text{Kuadran III} \quad & 2x = \left(\pi + \frac{1}{3}\pi\right) + k \cdot 2\pi \\
 & 2x = \frac{4}{3}\pi + k \cdot 2\pi \\
 & x = \frac{2}{3}\pi + k \cdot \pi \\
 & \text{untuk } k = 0 \text{ diperoleh } x = \frac{2}{3}\pi \\
 & \text{untuk } k = 1 \text{ diperoleh } x = \frac{5}{3}\pi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kuadran IV} \quad & 2x = -\frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \\
 & x = -\frac{1}{6}\pi + k \cdot \pi \\
 & \text{untuk } k = 1 \text{ diperoleh } x = \frac{5}{6}\pi \\
 & \text{untuk } k = 2 \text{ diperoleh } x = \frac{11}{6}\pi
 \end{aligned}$$

Sehingga himpunan penyelesaiannya adalah  $\left\{\frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi\right\}$

## Rangkuman

Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri dasar untuk sudut ukuran derajat:

- a.  $\sin x = \sin \alpha^\circ$   
$$x = \begin{cases} \alpha^\circ + k.360^\circ & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (180 - \alpha)^\circ + k.360^\circ & \text{--- (Kuadran 2)} \end{cases}$$
- b.  $\cos x = \cos \alpha^\circ$   
$$x = \begin{cases} \alpha^\circ + k.360^\circ & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (-\alpha)^\circ + k.360^\circ & \text{--- (Kuadran 4)} \end{cases}$$
- c.  $\tan x = \tan \alpha^\circ$   
$$x = \alpha^\circ + k.180^\circ \text{--- (Kuadran 1 dan 3)}$$

Menentukan penyelesaian persamaan trigonometri dasar untuk sudut ukuran radian:

- a.  $\sin x = \sin \alpha$   
$$x = \begin{cases} \alpha + k.2\pi & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (\pi - \alpha) + k.2\pi & \text{--- (Kuadran 2)} \end{cases}$$
- b.  $\cos x = \cos \alpha$   
$$x = \begin{cases} \alpha + k.2\pi & \text{--- (Kuadran 1)} \\ (-\alpha) + k.2\pi & \text{--- (Kuadran 4)} \end{cases}$$
- c.  $\tan x = \tan \alpha$   
$$x = \alpha + k.\pi \text{--- (Kuadran 1 dan 3)}$$

## Latihan Essay

Tentukan himpunan penyelesaian dari setiap persamaan berikut.

1.  $\tan(2x - 35^\circ) = 1, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
2.  $\tan(3\alpha - 180^\circ) = -1, 0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$
3.  $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$
4.  $\sin 3x = \cos 2x, 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$
5.  $\sin(3x - 30^\circ) = -\frac{1}{2}, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

## Latihan Pilihan Ganda

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

1. Jika  $\sin x = \sin p$ , maka salah satu penyelesaian persamaan tersebut adalah  $x = \dots$ 
  - A.  $p + k\pi, k \in \text{bilangan bulat}$
  - B.  $-p + k\pi, k \in \text{bilangan bulat}$
  - C.  $p + k \cdot 2\pi, k \in \text{bilangan bulat}$
  - D.  $(180^\circ + p) + k \cdot 2\pi, k \in \text{bilangan bulat}$
  - E.  $(180^\circ - p) + k \cdot 2\pi, k \in \text{bilangan bulat}$
2. Himpunan penyelesaian dari  $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$  adalah ....
  - A.  $\left\{\frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi\right\}$
  - B.  $\left\{\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{3}\pi\right\}$
  - C.  $\left\{\frac{1}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi\right\}$
  - D.  $\left\{\frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi\right\}$
  - E.  $\left\{\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\right\}$
3. Yang bukan penyelesaian dari persamaan  $\sin 3x = 0$  adalah ....
  - A.  $0^\circ$
  - B.  $60^\circ$
  - C.  $120^\circ$
  - D.  $240^\circ$
  - E.  $270^\circ$
4. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $\tan 3x - \tan \frac{4}{3}\pi = 0$  adalah ....
  - A.  $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{9}(4 + 3k), k \in \text{bulat}\right\}$
  - B.  $\left\{x \mid x = -\frac{\pi}{9}(4 + 3k), k \in \text{bulat}\right\}$
  - C.  $\left\{x \mid x = \frac{4\pi}{9} + k \cdot \pi, k \in \text{bulat}\right\}$
  - D.  $\left\{x \mid x = \frac{4\pi}{3} + k \cdot \pi, k \in \text{bulat}\right\}$
  - E.  $\left\{x \mid x = \frac{4\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{3}, k \in \text{bulat}\right\}$
5. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $\sin(x - 60^\circ) = \cos 2x$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
  - A.  $\{70^\circ, 170^\circ, 210^\circ, 250^\circ\}$
  - B.  $\{70^\circ, 190^\circ, 210^\circ, 250^\circ\}$
  - C.  $\{50^\circ, 190^\circ, 250^\circ, 290^\circ\}$
  - D.  $\{50^\circ, 170^\circ, 210^\circ, 290^\circ\}$
  - E.  $\{50^\circ, 170^\circ, 250^\circ, 290^\circ\}$

## Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

| No. | Pertanyaan                                                                                                            | Jawaban                  |                             |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\sin x = k$ ?                            | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 2   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\cos x = k$ ?                            | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 3   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\tan x = k$ ?                            | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 4   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri dasar untuk interval dalam bentuk radian? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 5   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\sin ax = k$ ?                           | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 6   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\cos ax = k$ ?                           | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 7   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\tan ax = k$ ?                           | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

## KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

### Tujuan

Setelah mempelajari materi ini, diharapkan Ananda dapat menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri berbentuk  $Ax^2 + Bx + C = 0$

### Uraian Materi

Persamaan trigonometri terkadang ada yang berbentuk persamaan kuadrat, atau mengharuskan kita untuk mengubah bentuknya menjadi persamaan kuadrat sehingga penyelesaian bisa kita peroleh dengan menggunakan aturan dalam persamaan kuadrat.

Pengubahan bentuk persamaan trigonometri ke bentuk persamaan kuadrat trigonometri memerlukan wawasan Ananda tentang identitas trigonometri seperti misalnya:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

Jika ada kata persamaan kuadrat, tentu saja diperlukan kompetensi untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat tersebut, misalnya dengan pemfaktoran maupun melengkapi kuadrat sempurna.

Perlu diingat pula rentang nilai untuk sinus dan cosinus adalah:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

Agar lebih jelas, cermati beberapa contoh berikut.

#### Contoh 1:

Tentukan himpunan penyelesaian untuk  $\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

#### Alternatif penyelesaian:

Misal  $p = \cos x$

$$\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$$

$$p^2 - p - 2 = 0$$

$$(p - 2)(p + 1) = 0$$

$$p_1 = 2 \text{ atau } p_2 = -1$$

$$\cos x = 2 \text{ atau } \cos x = -1$$

( $\cos x = 2$  tidak memenuhi)

$$\text{Sehingga } \cos x = -1$$

$$x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$$

diperoleh nilai  $x = 180^\circ$  atau himpunan penyelesaiannya  $\{180^\circ\}$

Ingat, nilai  $-1 \leq \cos x \leq 1$

#### Contoh 2:

$2 - 2\cos^2 \alpha = \sin \alpha$  untuk  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$

#### Alternatif penyelesaian:

$$2 - 2\cos^2 \alpha = \sin \alpha$$

$$2(1 - \cos^2 \alpha) = \sin \alpha$$

$$2\sin^2 \alpha = \sin \alpha$$

$$2\sin^2 \alpha - \sin \alpha = 0$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin \alpha (2 \sin \alpha - 1) = 0$$

$$\sin \alpha = 0 \text{ atau } \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

a.  $\sin \alpha = 0$

$$\alpha = 0^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $\alpha_1 = 0^\circ$

untuk  $k = 1$  diperoleh  $\alpha_2 = 360^\circ$

$$\alpha = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $\alpha_3 = 180^\circ$

b.  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

Kuadran I  $\alpha = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $\alpha_4 = 30^\circ$

Kuadran II  $\alpha = (180^\circ - 30^\circ) + k \cdot 360^\circ$

$$\alpha = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk  $k = 0$  diperoleh  $\alpha_5 = 150^\circ$

Himpunan penyelesaian dari persamaan di atas adalah  $\{0^\circ, 30^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 360^\circ\}$

## Rangkuman

Hal yang harus diperhatikan dalam mencari solusi persamaan trigonometri berbentuk  $Ax^2 + Bx + C = 0$

1. Rentang nilai sinus dan kosinus:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

2. Identitas trigonometri yang membantu penyelesaian

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

## Latihan Essay

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri berikut.

1.  $2\sin^2 2x - 7\sin 2x + 3 = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$
2.  $4\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0, -180^\circ \leq x \leq 180^\circ$
3.  $2\sin^2 x - 9\cos x + 3 = 0, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
4.  $2\sin^2 x + 3\cos x = 0, 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

## Latihan Pilihan Ganda

Pilihlah jawaban yang tepat.

1. Jika  $\tan^2 x - \tan x - 6 = 0$  untuk  $0 < x < \pi$ , maka nilai  $\sin x$  adalah ....
  - A.  $\left\{\frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$
  - B.  $\left\{\frac{3\sqrt{10}}{10}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$
  - C.  $\left\{-\frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$
  - D.  $\left\{\frac{\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right\}$
  - E.  $\left\{\frac{\sqrt{10}}{10}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$
2. Semua solusi real dari persamaan  $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$  adalah ....
  - A.  $2\pi k, k \in \text{Bulat}$
  - B.  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \text{Bulat}$
  - C.  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \text{Bulat}$
  - D.  $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \text{Bulat}$
  - E.  $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \text{Bulat}$
3. Nilai  $\sin x$  dari  $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$  yang memenuhi untuk  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  adalah ....
  - A.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
  - B.  $-\frac{1}{2}$
  - C.  $\frac{1}{2}$
  - D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
  - E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
4. Berikut adalah himpunan penyelesaian persamaan kuadrat trigonometri  $2\sin^2 2x - 7\sin 2x + 3 = 0, 0 \leq x \leq 2\pi$ , kecuali ....
  - A.  $\frac{\pi}{12}$
  - B.  $\frac{5\pi}{12}$
  - C.  $\frac{8\pi}{12}$
  - D.  $\frac{13\pi}{12}$
  - E.  $\frac{17\pi}{12}$
5. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $2\sin^2 x - 9\cos x + 3 = 0$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
  - A.  $\{30^\circ, 60^\circ\}$
  - B.  $\{30^\circ, 300^\circ\}$
  - C.  $\{30^\circ, 330^\circ\}$
  - D.  $\{60^\circ, 300^\circ\}$
  - E.  $\{60^\circ, 330^\circ\}$

## Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

| No. | Pertanyaan                                                                                    | Jawaban                  |                             |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1   | Apakah ananda dapat menentukan pemfaktoran persamaan kuadrat trigonometri?                    | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 2   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan persamaan kuadrat trigonometri dalam rentang derajat? | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |
| 3   | Apakah ananda dapat menentukan himpunan persamaan kuadrat trigonometri dalam rentang radian?  | <input type="radio"/> Ya | <input type="radio"/> Tidak |

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

## UJI KOMPETENSI

1. Manakah di bawah ini yang bukan merupakan solusi dari  $2\sin^2 x - 1 = 0$ ?
  - A.  $425^\circ$
  - B.  $585^\circ$
  - C.  $225^\circ$
  - D.  $135^\circ$
  - E.  $45^\circ$
2. Himpunan penyelesaian dari  $2\sin x = 1$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
  - A.  $\{60^\circ\}$
  - B.  $\{60^\circ, 120^\circ\}$
  - C.  $\{60^\circ, 150^\circ\}$
  - D.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
  - E.  $\{30^\circ, 150^\circ, 210^\circ\}$
3. Penyelesaian dari  $\cos(40^\circ + x) + \sin(40^\circ + x) = 0$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
  - A.  $x = 45^\circ$  dan  $x = 135^\circ$
  - B.  $x = -95^\circ$  dan  $x = 275^\circ$
  - C.  $x = 95^\circ$  dan  $x = 275^\circ$
  - D.  $x = 5^\circ$  dan  $x = 95^\circ$
  - E.  $x = 85^\circ$  dan  $x = 5^\circ$
4. Himpunan penyelesaian dari  $6\sin(2x + 60^\circ) = 3$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$  adalah ....
  - A.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
  - B.  $\{45^\circ, 165^\circ\}$
  - C.  $\{15^\circ, 150^\circ\}$
  - D.  $\{30^\circ, 60^\circ\}$
  - E.  $\{120^\circ, 135^\circ\}$
5. Himpunan penyelesaian dari  $\sin(x - 75^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$  dengan  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
  - A.  $\{60^\circ, 135^\circ\}$
  - B.  $\{60^\circ, 195^\circ\}$
  - C.  $\{135^\circ, 195^\circ\}$
  - D.  $\{135^\circ, 315^\circ\}$
  - E.  $\{195^\circ, 315^\circ\}$
6. Di bawah ini adalah himpunan penyelesaian dari persamaan  $\cos 2x = \frac{1}{2}$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$ , kecuali ....
  - A.  $\frac{10}{6}\pi$
  - B.  $\frac{5}{6}\pi$
  - C.  $\frac{7}{6}\pi$
  - D.  $\frac{1}{6}\pi$
  - E.  $\frac{11}{6}\pi$
7. Berikut adalah salah satu penyelesaian persamaan  $\sin 3x = \frac{1}{2}$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ , kecuali ....
  - A.  $290^\circ$
  - B.  $250^\circ$
  - C.  $130^\circ$
  - D.  $40^\circ$
  - E.  $10^\circ$

8. Himpunan penyelesaian dari  $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah ....
- $\{60^\circ, 120^\circ\}$
  - $\{30^\circ, 150^\circ\}$
  - $\{120^\circ, 240^\circ\}$
  - $\{150^\circ, 210^\circ\}$
  - $\{240^\circ, 300^\circ\}$
9. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $4\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 2\cos^2 x$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$  adalah ....
- $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
  - $\left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
  - $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$
  - $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
  - $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$
10. Diketahui persamaan  $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$  pada  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ . himpunan penyelesaian  $\sin x$  yang memenuhi adalah ....
- $\emptyset$
  - $\{0\}$
  - $\left\{\frac{1}{2}\right\}$
  - $\left\{\frac{1}{2}\sqrt{2}\right\}$
  - $\left\{\frac{1}{2}\sqrt{3}\right\}$

# KUNCI JAWABAN

## Kunci Jawaban Essay Kegiatan Pembelajaran 1

1.  $\{80^\circ, 170^\circ, 260^\circ, 350^\circ\}$
2.  $\{15^\circ, 75^\circ, 135^\circ\}$
3.  $\left\{\frac{1}{12}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{13}{12}\pi, \frac{5}{4}\pi\right\}$
4.  $\{18^\circ, 90^\circ, 162^\circ\}$
5.  $\{80^\circ, 120^\circ, 200^\circ, 240^\circ, 320^\circ, 360^\circ\}$

## Kunci Jawaban Pilihan Ganda Kegiatan Pembelajaran 1

1. C
2. E
3. E
4. A
5. D

## Kunci Jawaban Essay Kegiatan Pembelajaran 2

1.  $\left\{\frac{1}{12}\pi, \frac{5}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi, \frac{17}{4}\pi\right\}$
2.  $\{-120^\circ, 120^\circ\}$
3.  $\{60^\circ, 300^\circ\}$
4.  $\{120^\circ, 240^\circ\}$
- 5.

## Kunci Jawaban Pilihan Ganda Kegiatan Pembelajaran 2

1. A
2. A
3. C
4. C
5. D

## Kunci Jawaban Uji Kompetensi

1. A
2. B
3. C
4. B
5. C
6. A
7. D
8. C
9. B
10. E

## DAFTAR PUSTAKA

- B.K. Noormandiri, 2019. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, Jakarta : Erlangga.
- Sembiring, S. 2007. *1700 Soal Bimbingan Pemantapan Matematika SMA/MA*. Badung : Yrama Widya.
- Sukino. 2016. *Matematika untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam*. Jakarta : Erlangga.