



MODUL

PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

Kelompok Kompetensi

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

EDISI REVISI 2018

Terintegrasi Penguatan Pendidikan Karakter dan Pengembangan Soal
Keterampilan Berpikir Aras Tinggi (HOTS)

PEDAGOGI
Pemanfaatan TIK
dalam Pembelajaran

PROFESIONAL
Aljabar



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER DAN PENGEMBANGAN SOAL
KETERAMPILAN BERPIKIR ARAS TINGGI (HOTS)

EDISI REVISI 2018

KELOMPOK KOMPETENSI E

PEDAGOGI:

Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran

Penulis:

Drs. D.R. Willy Umboh, M.M.

Dwi Wahyu Widiastuti, S.T., M.T.

Penalaah:

Wahyu Purnama, S.Si, M.Pd.

Harry Dwi Putra, S.Pd, M.Pd.

PROFESIONAL:

Aljabar

Penulis:

Dr. Yanto Permana, M.Pd.

Eva Dwi Minarti, M.Pd.

Penalaah:

Wahyu Purnama, S.Si, M.Pd.

Harry Dwi Putra, S.Pd, M.Pd.

Desain Grafis dan Ilustrasi:

Tim Desain Grafis

Copyright © 2018

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan



KATA SAMBUTAN

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas dan berkarakter prima. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan merupakan upaya Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan dalam upaya peningkatan kompetensi guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui Uji Kompetensi Guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik dan profesional pada akhir tahun 2015. Peta profil hasil UKG menunjukkan kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan pedagogik dan profesional. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG sejak tahun 2016 dan akan dilanjutkan pada tahun 2018 ini dengan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru. Tujuannya adalah untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru dilaksanakan melalui Moda Tatap Muka.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) dan, Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan melalui Pendidikan dan Pelatihan Guru moda tatap muka untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan melalui Pendidikan dan Pelatihan Guru ini untuk mewujudkan Guru Mulia karena Karya.

Jakarta, Juli 2018

Direktur Jenderal Guru
dan Tenaga Kependidikan,



Dr. Supriano, M.Ed.
NIP. 196208161991031001



KATA PENGANTAR

Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen mengamanatkan adanya pembinaan dan pengembangan profesi guru secara berkelanjutan sebagai aktualisasi dari profesi pendidik. Program Peningkatan Keprofesional Berkelanjutan dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikasi maupun belum bersertifikasi. Untuk melaksanakan Program Peningkatan Keprofesional Berkelanjutan bagi guru, pemetaan kompetensi telah dilakukan melalui Uji Kompetensi Guru (UKG) bagi semua guru di Indonesia. Dengan melihat hasil UKG dapat diketahui secara objektif kondisi guru saat ini, dan data tersebut dapat digunakan untuk meningkatkan kompetensi guru tersebut.

Modul ini disusun sebagai materi utama dalam program peningkatan kompetensi guru mulai tahun 2017 yang diberi nama Peningkatan Keprofesional Berkelanjutan (PKB). Program ini disesuaikan dengan mata pelajaran/paket keahlian yang diampu oleh guru dan kelompok kompetensi yang diindikasikan perlu untuk ditingkatkan. Untuk setiap mata pelajaran/paket keahlian telah dikembangkan sepuluh modul kelompok kompetensi yang mengacu pada Standar Kompetensi Guru (SKG) dan indikator pencapaian kompetensi (IPK) yang ada di dalamnya. Demikian pula soal-soal Uji Kompetensi Guru (UKG) telah terbagi atas 10 kelompok kompetensi. Sehingga program Peningkatan Keprofesional Berkelanjutan yang ditujukan bagi guru berdasarkan hasil UKG diharapkan dapat menjawab kebutuhan guru dalam peningkatan kompetensinya.

Sasaran program strategis pencapaian target RPJMN tahun 2015–2019 antara lain adalah meningkatnya kompetensi guru dilihat dari *Subject Knowledge* dan *Pedagogical Knowledge* yang diharapkan akan berdampak pada kualitas hasil belajar siswa. Oleh karena itu, materi di dalam modul dirancang meliputi kompetensi pedagogik yang disatukan dengan kompetensi profesional yang didalamnya terintegrasi penguatan pendidikan karakter dan pengembangan soal keterampilan berpikir aras tinggi (HOTS) sehingga diharapkan dapat mendorong peserta diklat agar dapat langsung menerapkan kompetensi pedagogiknya dalam proses pembelajaran sesuai dengan substansi materi yang diampunya. Disamping dalam bentuk *hard-copy*, modul ini dapat diperoleh juga dalam bentuk digital, sehingga guru dapat lebih mudah mengaksesnya kapan saja dan dimana saja meskipun tidak mengikuti diklat secara tatap muka.

Kepada semua pihak yang telah bekerja keras dalam penyusunan modul program Guru Pembelajar ini, kami sampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya.

Cimahi, Juli 2018
Kepala PPPPTK BMTI,



Drs. Marthen Katte Patiung, M.M.
NIP. 19590416 198603 1 000

Modul

Pengembangan Keprofesian
Berkelanjutan

E

Kelompok Kompetensi

PEDAGOGI

PEMANFAATAN TIK DALAM PEMBELAJARAN

Edisi Revisi 2018



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

**TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER DAN
PENGEMBANGAN SOAL KETERAMPILAN BERPIKIR ARAS TINGGI (HOTS)**

EDISI REVISI 2018

KELOMPOK KOMPETENSI E

PEDAGOGI:

Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran

Penulis:

Drs. D.R. Willy Umboh, M.M.

Dwi Wahyu Widiastuti, S.T., M.T.

Penalaah:

Wahyu Purnama, S.Si, M.Pd.

Harry Dwi Putra, S.Pd, M.Pd.

Desain Grafis dan Ilustrasi:

Tim Desain Grafis

Copyright © 2018

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan



DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	4
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1	5
Kegiatan Belajar 1: Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran	5
A. Tujuan Pembelajaran	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	6
C. Uraian Materi.....	6
Bahan Bacaan 3: Contoh Penerapan TIK dalam Kegiatan Pembelajaran	18
D. Aktivitas Pembelajaran	33
E. Rangkuman	46
F. Tes Formatif.....	47
G. Kunci Jawaban	47
DAFTAR PUSTAKA	49
GLOSARIUM	51



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 2.....**Error! Bookmark not defined.**

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1.1. Ruang Lingkup Isi Modul 4

Tabel 2.3. 1 Interval.....**Error! Bookmark not defined.**



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pengembangan keprofesian berkelanjutan sebagai salah satu strategi pembinaan guru dan tenaga kependidikan diharapkan dapat menjamin guru dan tenaga kependidikan mampu secara terus menerus memelihara, meningkatkan, dan mengembangkan kompetensi sesuai dengan standar yang telah ditetapkan. Pelaksanaan kegiatan PKB akan mengurangi kesenjangan antara kompetensi yang dimiliki guru dan tenaga kependidikan dengan tuntutan profesional yang dipersyaratkan.

Guru dan tenaga kependidikan wajib melaksanakan PKB baik secara mandiri maupun kelompok. Khusus untuk PKB dalam bentuk diklat dilakukan oleh lembaga pelatihan sesuai dengan jenis kegiatan dan kebutuhan guru. Penyelenggaraan diklat PKB dilaksanakan oleh PPPPTK dan LPPPTK KPTK atau penyedia layanan diklat lainnya. Pelaksanaan diklat tersebut memerlukan modul sebagai salah satu sumber belajar bagi peserta diklat. Modul merupakan bahan ajar yang dirancang untuk dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat berisi materi, metode, batasan-batasan, dan cara mengevaluasi yang disajikan secara sistematis dan menarik untuk mencapai tingkatan kompetensi yang diharapkan sesuai dengan tingkat kompleksitasnya.

Untuk mempersiapkan kegiatan PKB dalam bentuk diklat bagi guru-guru matematika diperlukan adanya modul yang tepat sesuai dengan tuntutan dari Permendinas no. 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru. Dari permendiknas tersebut, standar kompetensi guru matematika yang dikembangkan dari kompetensi profesional memuat tiga belas kompetensi inti guru yang diantaranya memuat tentang penguasaan konsep aljabar.

Modul ini disusun untuk mempermudah guru dalam mencari referensi yang tepat dalam menyikapi materi uji kompetensi guru yang diantaranya memuat kompetensi tentang aljabar.



B. Tujuan

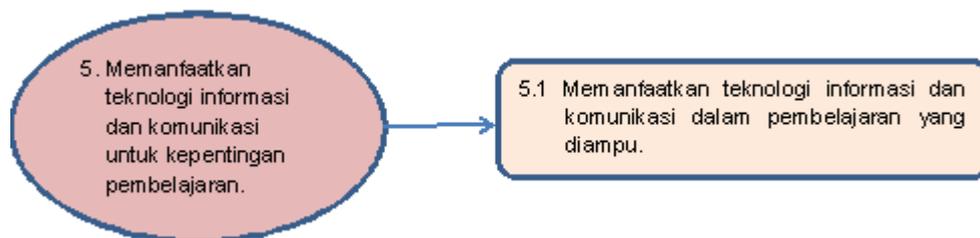
Tujuan penyusunan modul ini adalah agar setelah mengikuti seluruh kegiatan belajar peserta diklat PKB dapat memanfaatkan TIK dalam pembelajaran dan mengaplikasikan konsep aljabar dalam bidang-bidang kejuruan.

C. Peta Kompetensi

Pada Gambar 1 berikut dicantumkan daftar kompetensi pedagogik sesuai dengan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini.

Gambar 1.1

Peta Kompetensi Pedagogik



Pada Gambar 1.2 berikut dicantumkan daftar kompetensi profesional sesuai dengan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini. Kompetensi tersebut diambil dari kompetensi aljabar dari poin 20.6 tentang Pola dan Fungsi



D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup dari modul ini berisikan kegiatan belajar untuk pengembangan kompetensi pedagogik dan pengembangan kompetensi profesional. Secara rinci ruang lingkup dari modul ini adalah sebagai berikut.

Tabel 2.1.1. Ruang Lingkup Isi Modul

No	Kegiatan Belajar	Uraian Materi
1	Kegiatan Belajar 1	Berisikan materi pemanfaatan TIK dalam pembelajaran



E. Saran Cara Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu peserta diklat lakukan adalah sebagai berikut:

1. Baca dan pelajari semua materi yang disajikan dalam modul ini,
2. Kerjakan soal-soal latihan yang tersedia dan konsultasikan jawabannya pada tiap akhir bahasan,
3. Untuk mengukur tingkat penguasaan materi, kerjakan soal-soal evaluasi tiap Kegiatan Belajar dan cocokkan jawabannya dengan Kunci Jawaban yang ada
4. Jika ada bagian yang belum dipahami, diskusikanlah dengan rekan belajar Anda. Jika masih menemui kesulitan, mintalah petunjuk instruktur/widyaiswara Anda.

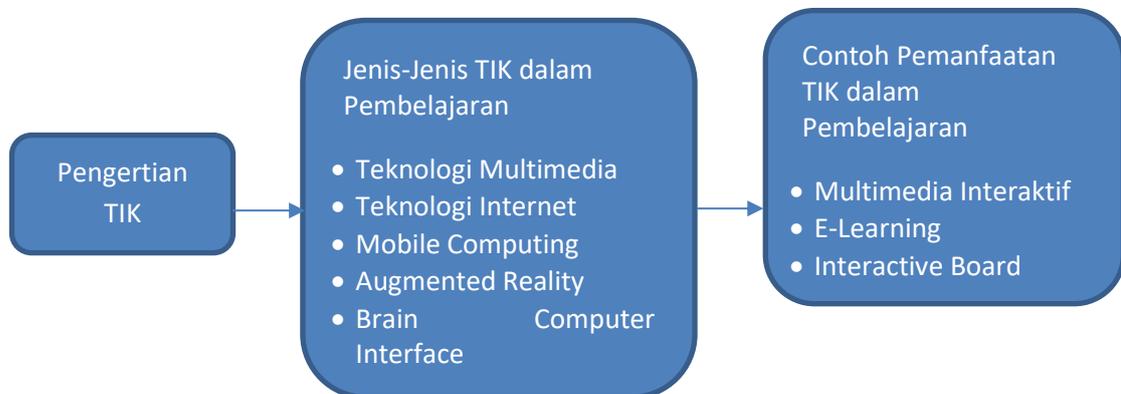


BAB II

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

Kegiatan Belajar 1: Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran

Peta Konsep Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran



A. Tujuan Pembelajaran

1. Setelah berdiskusi dan menggali informasi, peserta diklat dapat menguraikan pengertian TIK secara tepat dan santun.
2. Setelah berdiskusi dan menggali informasi, peserta diklat dapat menguraikan manfaat penggunaan TIK dalam kegiatan pembelajaran secara tepat dan santun.
3. Setelah berdiskusi dan menggali informasi, peserta diklat dapat membedakan berbagai jenis teknologi informasi dan komunikasi yang mendukung kegiatan pembelajaran secara tepat dan teliti.
4. Setelah menggali informasi dan simulasi/praktik, peserta diklat dapat menerapkan jenis TIK yang sesuai kebutuhan untuk mendukung kegiatan pembelajaran secara tepat, jujur, dan proaktif.



B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Pengertian TIK dijelaskan secara tepat dan santun
2. Manfaat penggunaan TIK dalam kegiatan pembelajaran dapat dijelaskan secara tepat dan santun
3. Jenis TIK yang mendukung kegiatan pembelajaran dapat dibedakan secara tepat dan teliti
4. Teknologi informasi dan komunikasi diterapkan untuk mendukung pembelajaran yang diampu sesuai kebutuhan

C. Uraian Materi

Bahan bacaan 1: Pengertian Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK)

Teknologi informasi adalah seperangkat alat yang membantu pekerjaan berhubungan dengan pemrosesan informasi (Haag & Keen1996). Komunikasi adalah suatu proses penyampaian informasi dari satu pihak kepada pihak lain agar terjadi hubungan saling mempengaruhi di antara keduanya. Jadi dapat disimpulkan bahwa teknologi informasi dan komunikasi adalah hasil rekayasa manusia terhadap proses penyampaian informasi dan proses penyampaian pesan dari satu pihak kepada pihak lain sehingga lebih cepat, lebih luas sebarannya dan lebih lama penyimpanannya. Teknologi informasi dan komunikasi (TIK) memuat semua teknologi yang berhubungan dengan penanganan informasi. Penanganan ini meliputi pengambilan, pengumpulan, pengolahan, penyimpanan, penyebaran, dan penyajian informasi.

TIK saat ini mengalami perkembangan pesat dan telah dimanfaatkan dalam berbagai bidang kehidupan termasuk dalam dunia pendidikan untuk mendukung kegiatan pembelajaran. Perkembangan TIK dalam dunia pendidikan seiring dengan perkembangan *hardware* dan *software* yang dapat digunakan sebagai media pembelajaran, sehingga saat ini perangkat TIK yang digunakan bukan hanya komputer, tetapi dipadukan dengan perangkat lain seperti *smartphone*, *interactive board* dan sebagainya. Fungsi TIK sebagai pendukung kegiatan pembelajaran antara lain sebagai berikut:



- mempermudah pencarian materi pelajaran sebagai sumber referensi
- membuat tampilan informasi yang interaktif sehingga kegiatan pembelajaran berlangsung dalam suasana menyenangkan
- mempermudah pengolahan dan penyimpanan informasi yang berkaitan dengan kegiatan pembelajaran, misalnya pengolahan nilai siswa

Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) bukan merupakan teknologi yang berdiri sendiri, tetapi merupakan kombinasi dari *hardware* dan *software*. Hal penting yang harus diperhatikan dalam memanfaatkan TIK sebagai media pembelajaran yaitu *hardware* dan *software* yang tersedia dan jenis metode pembelajaran yang akan digunakan. Beberapa pemanfaatan TIK dalam pembelajaran diantaranya presentasi, demonstrasi, eksperimen virtual, dan kelas virtual.

Pemanfaatan TIK dalam kegiatan pembelajaran setidaknya diharapkan dapat mengubah paradigma dalam proses pembelajaran yang semula *teacher based* menjadi *resource based*, dan yang semula *teacher centered* menjadi *student centered*.

Bahan Bacaan 2: Jenis-Jenis TIK yang digunakan dalam Kegiatan Pembelajaran

Sehubungan dengan fungsi TIK dalam kegiatan pembelajaran serta berbagai perangkat keras dan perangkat lunak yang digunakan, maka berbagai jenis TIK dapat dikelompokkan sebagai berikut.

a. Teknologi Multimedia

Multimedia adalah penggunaan komputer untuk menyajikan dan menggabungkan teks, grafik, audio dan video menggunakan link dan alat yang memungkinkan pengguna menavigasi, berinteraksi, membuat dan berkomunikasi (F. Hofstetter 1995).

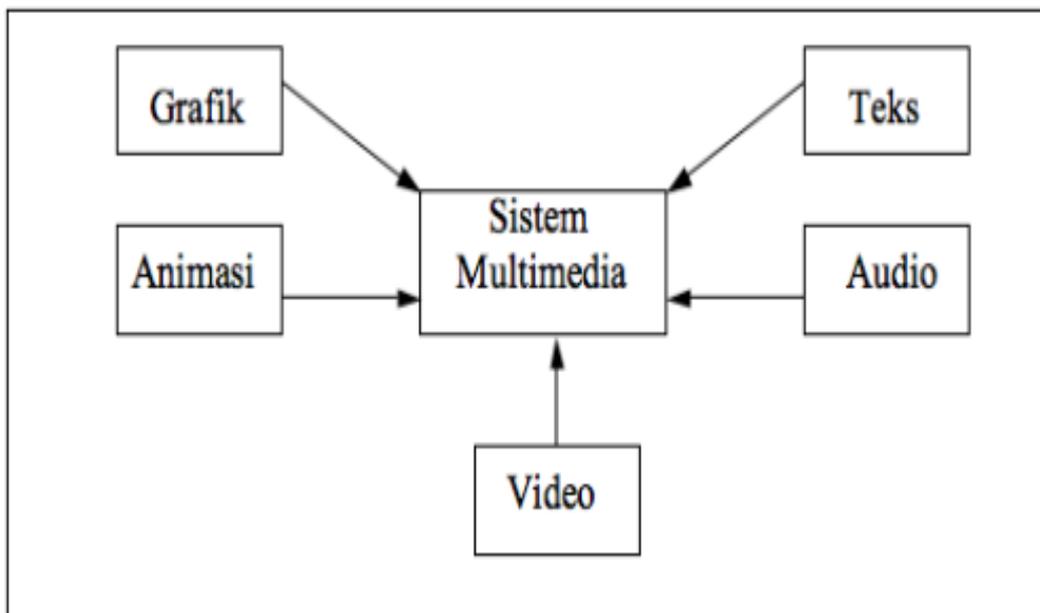
Teknologi Multimedia adalah perpaduan dari teknologi komputer baik perangkat keras maupun perangkat lunak dengan teknologi elektronik lainnya untuk menyampaikan suatu informasi yang interaktif (Vaughan Tay, 2014). Contoh media penyampai informasi adalah teks, gambar, foto, video,



musik, animasi (gambar bergerak). Teknologi multimedia dapat menggabungkan beberapa media penyampai informasi, misalnya menggabungkan gambar dengan suara, atau dengan data lainnya dalam satu media. Penggabungan ini menghasilkan sebuah sistem multimedia sehingga penyampaian informasi lebih menarik dan interaktif daripada hanya menggunakan satu media saja, misalnya teks saja.

Gambar 2.1.1

Sistem Multimedia



Saat ini pemanfaatan teknologi multimedia tidak hanya menggunakan komputer saja, tetapi menggunakan berbagai perangkat seperti kamera digital dan smartphone. Perangkat multimedia mencakup perangkat keras dan perangkat lunak. Contoh Perangkat keras multimedia antara lain kamera digital, *webcam*, *speaker*, *graphic card*, *sound card*, *printer*, *headset*, *scanner*, dan sebagainya. Contoh perangkat lunak multimedia antara lain yaitu perangkat lunak pengolah gambar, perangkat lunak pengolah video, perangkat lunak pengolah suara dan sebagainya.



Gambar 2.1.2

Perangkat Keras Multimedia (Vaughtan Tay, 2004)



Multimedia terbagi menjadi dua kategori yaitu multimedia linier dan multimedia interaktif. Multimedia linier adalah suatu multimedia yang tidak dilengkapi alat pengontrol apapun yang dapat dioperasikan oleh pengguna. Multimedia ini berjalan secara sekuensial atau berurutan, contohnya film, film animasi. Multimedia interaktif adalah suatu multimedia yang dilengkapi dengan alat pengontrol yang dapat dioperasikan oleh pengguna, sehingga pengguna dapat memilih apa yang dikehendaki untuk proses selanjutnya. Contoh multimedia interaktif misalnya tutorial interaktif, game edukasi.

b. Teknologi Internet

Internet berasal dari kata *interconnection-networking*, merupakan sistem global dari seluruh jaringan komputer yang saling terhubung menggunakan standar Internet Protocol Suite (TCP/IP) dan memiliki dukungan komunikasi TCP / Transmission Control Protocol (Greenlaw dan Hepp, 2002). Sejarah internet dimulai ketika dibentuknya Advanced Research Project Agency (ARPA) untuk melakukan penelitian jaringan komputer dan mendemonstrasikan bagaimana komunikasi dalam jarak yang tak terhingga dapat dilakukan menggunakan komputer.

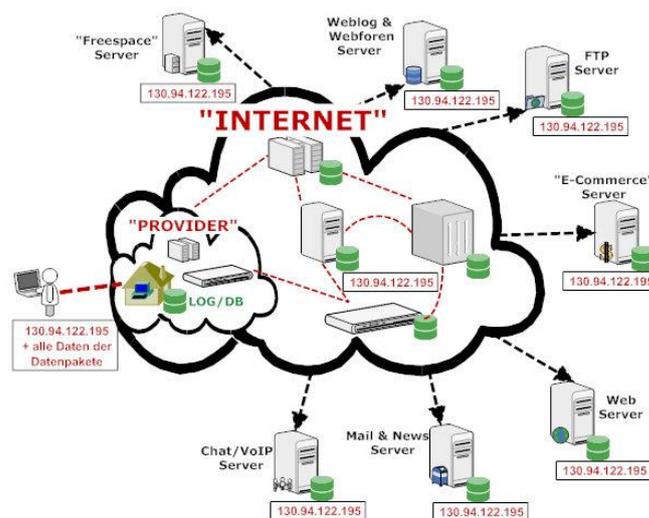
Secara fisik, infrastruktur jaringan internet membentuk struktur pohon hirarkis. Kabel transmisi berkecepatan tinggi (*high-speed backbone*



networks) berfungsi sebagai tulang punggung utama dari sistem komunikasi ini. Contohnya adalah media transmisi yang dibangun dan dimiliki oleh MCI dan AT&T (yang menghubungkan benua Amerika dengan negara-negara di belahan bumi lainnya). Akses kepada infrastruktur berkecepatan tinggi ini dapat dilakukan melalui simpul-simpul komunikasi yang dinamakan sebagai Network Access Points (NAPs), yang dibangun oleh berbagai perusahaan seperti Sprint dan Pacific Bell. Simpul-simpul inilah yang menjadi entry point bagi berbagai jaringan regional semacam CERFnet, Uunet, dan PSInet yang keberadaannya tersebar di berbagai negara di dunia. Jaringan regional ini biasanya akan membagi beban traffic yang dimiliki ke berbagai simpul NAPs agar tidak terjadi proses bottleneck yang menyebabkan berkurangnya kecepatan akses ke main backbone. Di level terendah, Internet Service Providers (ISPs) menyediakan jasanya untuk menghubungkan individu maupun perusahaan ke infrastruktur internet melalui salah satu jaringan regional yang ada. Dengan struktur seperti ini kinerja koneksi internet sangat bergantung dengan kinerja rute yang dilalui, mulai dari pemakai (user) sampai dengan ke internet *backbone*.

Gambar 2.1.3

Teknologi Internet



Internet menyediakan berbagai fasilitas yang dapat digunakan juga untuk kegiatan pembelajaran, diantaranya adalah sebagai berikut:



- **World Wide Web (www)**

World Wide Web adalah layanan internet yang paling populer saat ini. Untuk mengaksesnya dapat digunakan web browser seperti Internet Explorer, Netspace, Mozilla, Safari, dan sebagainya. Ketika seorang pengguna internet membuka sebuah *website* menggunakan browser maka artinya pengguna tersebut telah melakukan *browsing*.

- **Electronic Mail (E-Mail)**

E-Mail (Elektronik Mail) adalah aplikasi yang memungkinkan para pengguna layanan ini saling berkiriman pesan melalui alamat elektronik di internet. Protokol yang dipakai untuk mengirim email adalah *Simple Mail Transfer Protocol* (SMTP). Sedangkan untuk *download* (mengambil *file* di email) digunakan protokol POP (*Post Office Protocol*) atau IMAP (*Internet Message Access Protocol*). Layanan yang sangat digemari sekarang ini adalah berbentuk Web Base E-mail yaitu layanan email yang dapat diakses menggunakan web browser. contohnya layanan Web Base E-mail adalah Yahoo, Gmail, Plasa, dan sebagainya.

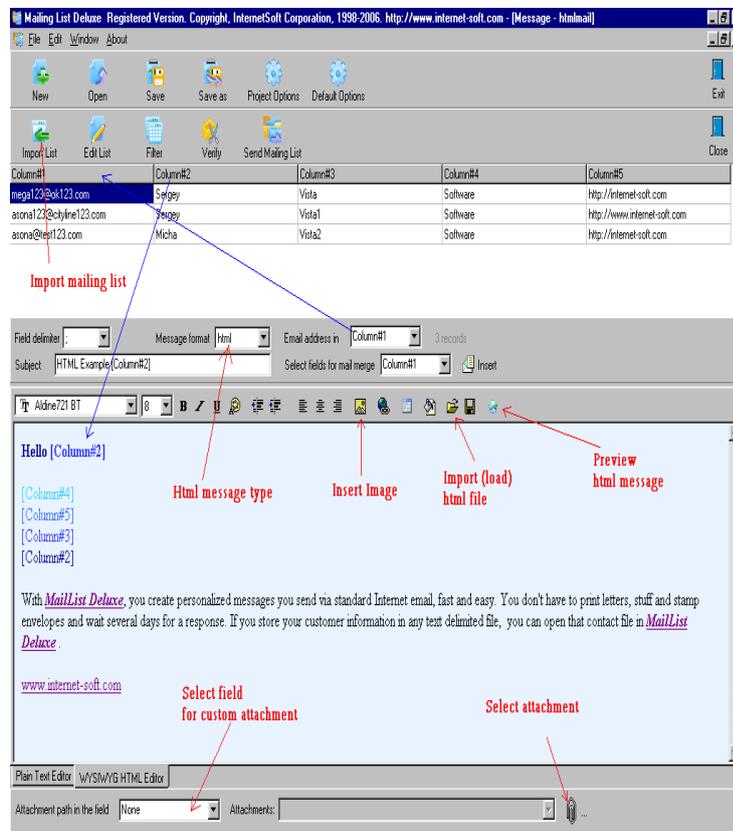
- **Mailing List (Millis)**

Mailing List atau yang sering dikenal dengan Millis yaitu layanan internet sebagai pengembangan dari e-mail yang difungsikan untuk berdiskusi. Sejumlah orang yang memiliki e-mail membentuk suatu kelompok, dari kelompok ini pengguna email bisa saling bertukar informasi.



Gambar 2.1.4

Mailing List



- **Search Engine**

Search engine adalah mesin pencari, yang dapat mencari informasi-informasi yang ada di internet dengan lebih mudah, hanya dengan mengetik kata kunci (*keyword*). Beberapa *search engine* yang dapat digunakan antar lain Google, Yahoo, Alvista, Wisenut, Alltheweb, Looksmart, HotBot dan lain-lain.

- **FTP (File Transfer Protocol)**

FTP (*File Transfer Protocol*) adalah salah satu fasilitas yang di kembangkan pada awal perkembangan internet. FTP memungkinkan para pemakai internet untuk terhubung ke suatu komputer di internet lalu mengakses isi direktori yang ada di dalam komputer tersebut dan dapat memindahkan (*copy file*) ke komputer lokal miliknya.



- **IRC (Internet Relay Chatting)**

IRC (Internet Relay Chatting) adalah fasilitas di internet yang dikembangkan sekitar 1980 dikenal dengan sebutan *chat* saja, yang sebenarnya merupakan pengembangan dari *Utilitytalk* di sistem UNIX. IRC memungkinkan para pemakai di internet untuk saling berbicara secara langsung dengan menggunakan teks atau dengan menuliskan teks pada komputer.

- **Teleconference**

Teleconference merupakan fasilitas layanan internet yang dapat digunakan untuk berbincang-bincang dengan cara yang kompleks yaitu mulai dari suara hingga gambar, sehingga seolah-olah pengguna dapat langsung berhadapan dengan lawan bicara. Fasilitas ini merupakan pengembangan dari chatting. Komputer yang digunakan untuk teleconference ini harus dilengkapi dengan *Web Camera (Webcam)*, *Sound card*, *TV Tuner*, dan *VoIP*.

- **Internet Telephony**

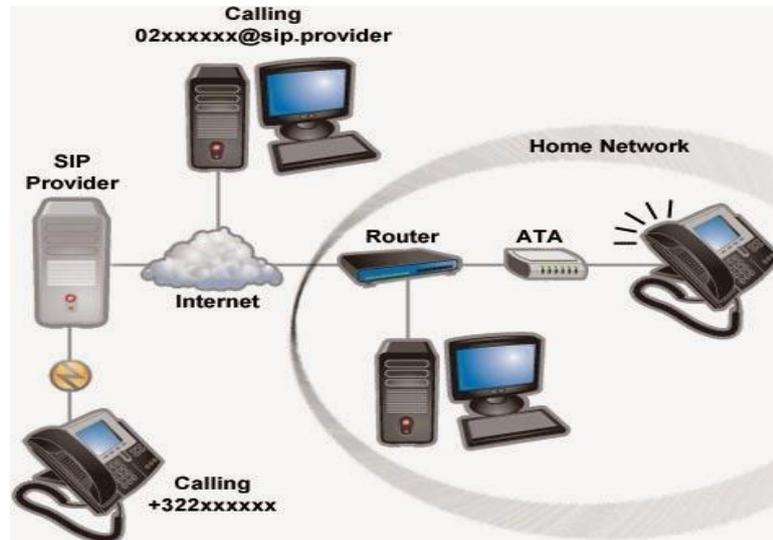
Fasilitas internet ini memungkinkan para pengguna untuk berbicara melalui internet seperti layaknya menggunakan pesawat telepon. Namun, terminal yang digunakan berupa komputer yang dilengkapi alat penerima dan mikrofon, alamat situs yang di menyediakan informasi lebih lanjut tentang Internet Telephony diantaranya www.net2phone.com atau www.buddytalk.com

Pada masa mendatang, arus informasi akan makin meningkat melalui jaringan internet yang bersifat global di seluruh dunia. Dengan kondisi ini, maka pendidikan khususnya kegiatan pembelajaran tidak dapat terlepas dari keberadaan komputer dan internet sebagai alat bantu utama. Internet memungkinkan guru dan siswa menggali informasi tentang materi pelajaran secara mudah. Guru dan Siswa dapat mengunduh materi pelajaran dari berbagai sumber di internet menggunakan search enginemisalnya google. Internet juga memungkinkan pembelajaran dilakukan kapanpun dan dimanapun. Secara ilustratif dapat digambarkan pada masa mendatang isi tas siswa sekolah bukan lagi buku, melainkan komputer notebook dengan akses internet tanpa kabel(nirkabel) yang berisi materi-materi pelajaran untuk dilihat dan didengar. Hal itu menunjukkan bahwa perlengkapan siswa sekolah pada masa yang akan datang berupa perlengkapan bernuansa internet sebagai alat bantu belajar.



Gambar 2.1.5

Internet Telephony



c. Teknologi *Mobile Computing*

Mobile Computing adalah suatu istilah yang digunakan untuk menggambarkan aplikasi pada piranti berukuran kecil, *portable*, tanpa kabel (nirkabel) serta mendukung komunikasi. *Mobile computing* tidak terlepas dari perkembangan *mobile device*. Contoh *mobile device* misalnya *mobile phone*, PC Tablet, PDA. *Mobile phone* saat ini banyak digunakan semua orang untuk berkomunikasi. *Mobile phone* dapat menjangkau masyarakat luas karena memiliki banyak variasi dan harganya terjangkau. *Mobile phone* yang ada saat ini sudah banyak dilengkapi fitur teknologi terkini seperti *wifi*, *bluetooth*, *mobile hotspot*, sehingga pengguna dapat mengakses internet menggunakan *mobile phone*. Dengan demikian siswa dan guru dapat mencari informasi materi pelajaran menggunakan *mobile phone* yang terhubung ke internet.



Gambar 2.1.6

Mobile device



d. Teknologi *Augmented Reality* (AR)

Ronald T. Azuma (1997:2) mendefinisikan *augmented reality* sebagai penggabungan benda-benda nyata dan maya di lingkungan nyata, berjalan secara interaktif dalam waktu nyata, dan terdapat integrasi antarbenda dalam tiga dimensi, yaitu benda maya terintegrasi dalam dunia nyata. Secara umum untuk membangun aplikasi *augmented reality* dibutuhkan minimal komponen-komponen sebagai berikut:

- *Input Device*

Input device atau alat input berfungsi sebagai sensor untuk menerima input dalam dunia nyata. *Input device* yang biasa digunakan dalam AR adalah kamera, kamera pada *handphone* atau *webcam* saat ini banyak digunakan sebagai *input device* bagi aplikasi AR.

- *Output Device*

Output device atau alat output berfungsi sebagai *display* hasil AR. *Output device* yang biasa digunakan adalah monitor dan *Head Mounted Display* (HMD). *Head Mounted Display* adalah alat yang digunakan di kepala, mirip kacamata, untuk menampilkan hasil AR. *Head Mounted Display* biasanya sudah terintegrasi dengan kamera di bagian atasnya, sehingga selain sebagai alat *output* juga sebagai alat *input*. Gambar *Head Mounted Display* (HMD) dapat dilihat pada gambar berikut ini.



Gambar 2.1.7

Head Mounted Display (Broll W dan Lindt, 2004)



- *Tracker*

Tracker adalah alat pelacak agar benda maya tambahan yang dihasilkan berjalan secara realtime dan interaktif walaupun benda nyata yang jadi induknya digeser-geser, benda maya tambahannya tetap mengikuti benda nyata yang jadi induknya. Biasanya tracker ini berupa marker atau penanda semacam striker serupa QR Code yang bisa ditempel/dipasang di benda nyata. Contoh marker dapat dilihat pada gambar berikut ini.

Gambar 2.1.8

Contoh Marker (Gustavo Rovelo, 2011)





- Komputer

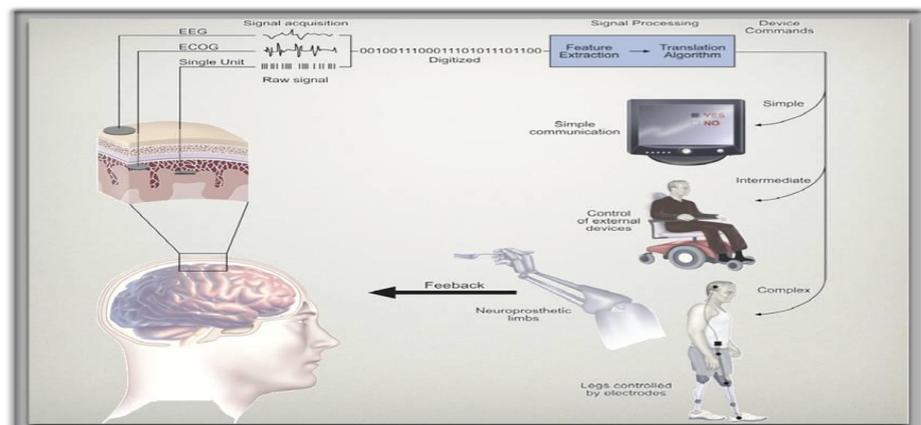
Komputer berfungsi sebagai alat pemroses agar program AR bisa berjalan. Komputer disini bisa berupa PC atau *embedded system* yang dipasang pada alat (contohnya dipasang di *Head Mounted Display*).

e. Teknologi *Brain Computer Interface*

Brain Computer Interface (BCI) adalah jalur komunikasi langsung antara otak dan perangkat eksternal (Jonathan R. Wolpaw, Niels Birbaumer, Dennis J. McFarland, Gert Pfurtscheller, Theresa M. Vaughan. 2002. "Brain-computer interfaces for communication and control". *Clinical Neurophysiology*. Ireland: Elsevier. Vol. 113, pp 767-791). BCI sering diarahkan untuk membantu, menambah, atau memperbaiki fungsi kognitif atau sensorik-motorik manusia. Sinyal gelombang Alpha yang dihasilkan otak ketika bereaksi terhadap suatu kondisi dibaca oleh teknologi *Brain computer interface*. Sinyal gelombang analog ini kemudian dikonversi ke bilangan biner untuk mengendalikan suatu objek di komputer. Pemrosesan sinyal gelombang otak sehingga dapat dihubungkan dengan aplikasi BCI dapat dilihat pada gambar berikut ini.

Gambar 2.1.9

Sistem *Brain Computer Interface* (Eric Seller, 2010)



Simulasi pembacaan perintah otak ini diuji coba dengan memasang suatu alat pendeteksi gelombang alpha pada kepala manusia. Alat yang



menggunakan sumber arus DC yang terukur, dikoneksikan ke komputer, dimana pengguna mencoba untuk menggerakkan suatu balok dari suatu tempat ke tempat lainnya hanya dengan memikirkannya dalam otak, objek-objek tersebut bergerak menurut keinginan manusia. Alat ini sebenarnya memiliki konsep awal untuk mengendalikan robot melalui pikiran, hanya dengan berkonsentrasi terhadap suatu objek dan perintah yang ingin manusia berikan maka robot akan bereaksi sesuai dengan keinginan manusia. *Brain computer interface* sekarang pengembangannya lebih ditujukan pada *Human Computer Interaction* (HCI) untuk membantu para penyandang cacat yang tidak dapat melihat, berbicara, bahkan tidak dapat menggunakan mouse dan keyboard karena lumpuh, sehingga para penyandang cacat ini dapat berinteraksi dengan komputer dan mempelajari apapun yang diinginkan.

Bahan Bacaan 3: Contoh Penerapan TIK dalam Kegiatan Pembelajaran

Integrasi berbagai teknologi informasi dan komunikasi misalnya integrasi teknologi internet dan teknologi multimedia dapat memberikan pengalaman belajar yang berbeda bagi peserta didik, sehingga pembelajaran menjadi menyenangkan. Penggunaan TIK dalam kegiatan pembelajaran bahkan dapat membantu peserta didik berkebutuhan khusus (penyandang cacat) sehingga mempunyai kesempatan belajar yang sama dengan peserta didik lain. Itulah beberapa hal yang menjadi alasan perlunya penerapan TIK dalam kegiatan pembelajaran. Contoh penerapan TIK yang memadukan berbagai *hardware* dan *software* dalam kegiatan pembelajaran akan dijelaskan secara terperinci berikut ini.

a. Multimedia Interaktif

Multimedia interaktif merupakan media yang terdiri dari banyak komponen (text, gambar, animasi, audio, video) yang saling terintegrasi dan mampu untuk berinteraksi dengan penggunanya. Karakteristik terpenting dari multimedia interaktif adalah siswa tidak hanya memperhatikan media atau objek saja, melainkan juga dituntut untuk berinteraksi selama mengikuti pembelajaran. Multimedia interaktif terdiri dari berbagai model, diantaranya yaitu:

- Tutorial interaktif



Model tutorial interaktif (biasa dikenal dengan nama CD interaktif) adalah multimedia interaktif yang didesain untuk berperan sebagai tutor bagi siswa. Artinya bahwa model tutorial ini disajikan dalam format dialog dengan siswa. Model tutorial berisi konsep, penjelasan, rumus-rumus, prinsip, bagan, tabel, definisi, istilah dan latihan. Model ini, selain menyajikan informasi isi bahan pelajaran, juga memuat beberapa pertanyaan sebagai berikut.

- Apakah akan melanjutkan kegiatan belajar berdasarkan pemahaman dan penguasaan siswa;
- Apakah siswa meneruskan untuk mempelajari bahan dan informasi baru;
- Apakah akan mereview bahan pelajaran sebelumnya;
- Apakah akan mengikuti pembelajaran remedial.

Tujuan utama model tutorial adalah menyediakan dukungan terhadap pembelajaran dengan buku teks dan memberikan pemahaman secara tuntas (*mastery*) kepada siswa mengenai materi atau bahan pelajaran yang sedang dipelajarinya. Siswa dapat diberi kesempatan untuk memilih topik-topik pembelajaran yang ingin dipelajari dalam suatu mata pelajaran. Dalam interaksi pembelajaran berbentuk tutorial interaktif ini, informasi dan pengetahuan dikomunikasikan sedemikian rupa seperti situasi di kelas pada waktu guru menyampaikan materi pelajaran. Model tutorial interaktif ini dapat dibuat menggunakan berbagai software diantaranya yaitu *Microsoft Powerpoint*, *Adobe Flash*, dan sebagainya. Contoh tutorial interaktif terlihat pada gambar berikut ini.



Gambar
2.1.10

Contoh Tutorial Interaktif



Saat ini tutorial interaktif juga sudah banyak dikembangkan pada *mobile device* misalnya *smartphone android*, yang memiliki kelebihan dalam hal portabilitas dan ukuran yang lebih kecil sehingga mudah dibawa kemana saja dibandingkan dengan *personal computer*. Contoh tutorial interaktif yang dikembangkan pada *smartphone* terlihat pada gambar berikut ini.



Gambar
2.1.11

Contoh Tutorial Interaktif pada *Mobile Device*

Fisika SMP

PEMBELAJARAN
FISIKA KELAS
8 DAN 9
Berbasis Android

Menu Utama

- Materi
- Latihan Soal
- Bantuan
- Keluar

6. Perhatikan Gambar!
Yang termasuk gaya kontak
adalah...

1. 2. 3. 4.

A. 1 dan 2
 B. 1, 2, dan 3
 C. 2 dan 4
 D. 4 saja

7. Berikut ini yang merupakan sifat
cahaya adalah...

- Simulator

Model simulator pada dasarnya merupakan salah satu strategi pembelajaran yang bertujuan memberikan pengalaman belajar yang lebih konkret melalui penciptaan tiruan-tiruan bentuk pengalaman yang mendekati suasana yang sebenarnya (Erik, 2009:21). Tujuan dari pembelajaran melalui model simulasi berorientasi pada upaya dalam memberikan pengalaman nyata kepada siswa melalui peniruan suasana. Misalnya simulator penjadwalan proses pada CPU sebuah komputer, dimana pengguna dapat melihat urutan proses yang terjadi ketika CPU komputer memproses beberapa instruksi yang diberikan, simulator perbaikan dan perawatan mobil, dimana



pengguna seolah-olah melakukan aktifitas memperbaiki dan merawat mobil seperti keadaan nyata di bengkel mobil. Contoh simulator dapat terlihat pada gambar berikut ini.

Gambar
2.1.12

Simulator *Car Engine*



Gambar 2.1.13

Simulator *Car Engine*





- **Game Edukasi**

Model game edukasi merupakan salah satu bentuk model multimedia interaktif yang didesain untuk membangkitkan kegembiraan pada siswa sehingga dapat meningkatkan kemungkinan tersimpannya lebih lama konsep, pengetahuan ataupun keterampilan yang diharapkan dapat diperoleh siswa dari game tersebut. Tujuan dari model game edukasi adalah untuk menyediakan suasana (lingkungan) yang memberikan fasilitas belajar yang menambah kemampuan siswa. Model permainan tidak perlu menirukan realita namun dapat memiliki karakter yang menyediakan tantangan bagi siswa. Keseluruhan model game ini memiliki komponen dasar sebagai pembangkit motivasi dengan memunculkan cara berkompetisi untuk mencapai sesuatu.

Interaksi berbentuk permainan akan bersifat instruksional apabila pengetahuan dan keterampilan yang terdapat di dalamnya bersifat akademik dan mengandung unsur pelatihan. Sama halnya dengan model lain, game edukasi harus mengandung tingkat kesulitan tertentu dan memberikan umpan balik terhadap tanggapan yang dikemukakan oleh siswa. Dalam model permainan, umpan balik diberikan dalam bentuk skor atau nilai standar yang dicapai setelah melakukan serangkaian permainan. Dalam program berbentuk permainan harus ada aturan yang dapat dipakai sebagai acuan untuk menentukan pengguna yang keluar sebagai pemenang. Penentuan pemenang dalam permainan ditentukan berdasarkan skor yang dicapai kemudian dibandingkan dengan prestasi belajar standaryang harus dicapai. Bentuk game edukasi yang disajikan tetap mengacu pada proses belajar-mengajar dan dengan model game edukasi ini diharapkan terjadi aktifitas belajar sambil bermain. Dengan demikian siswa tidak merasa bahwa mereka sesungguhnya sedang belajar. Contoh game edukasi terlihat pada gambar berikut ini.



Gambar
2.1.14

Contoh Game Edukasi



Seiring perkembangan TIK, game edukasi juga sudah diterapkan pada *mobile device*, misalnya game edukasi yang dapat dijalankan pada *smartphone android*.

b. *Interactive Board*

Interactive board adalah papan tulis digital yang memiliki layar sensitif bila disentuh dan bekerja mirip dengan sistem komputer, karena papan tulis ini dapat menyimpan informasi yang pernah ditulis di atasnya. Papan tulis interaktif adalah salah satu aplikasi teknologi layar sentuh (*touchscreen*). Papan tulis interaktif banyak digunakan sebagai media presentasi. Teknologi papan tulis interaktif memungkinkan terjadinya perekaman presentasi dan pemeriksaan apabila terjadi kesalahan.

Papan tulis interaktif bekerja layaknya komputer. Papan tulis akan dihubungkan ke suatu layar/LCD yang lebih besar (proyektor). Cara mengoperasikan dengan alat yang dikenal sebagai pena tanpa tinta. Pena tanpa tinta sebagai mouse (dalam laptop) dan LCD pada papan tulis interaktif sebagai layar monitor. Pena tanpa tinta sebagai alat tulis ini memiliki dua fungsi. Pertama, pena diprogram dapat



menampilkan warna yang berbeda (layaknya pena biasa), antara lain biru, hitam, merah, dan hijau. Kedua, pena juga berfungsi sebagai penghapus. Ketika telah tersambung dengan komputer dan proyektor, papan tulis ini dapat langsung bekerja.

Papan Tulis Interaktif, merupakan sebuah papan tulis besar yang menggunakan teknologi sentuh untuk mendeteksi input pengguna (misalnya interaksi bergulir) yang setara dengan perangkat input PC biasa, seperti mouse atau keyboard. Sebuah proyektor digunakan untuk menampilkan video output komputer ke papan tulis, yang kemudian bertindak sebagai layar sentuh besar. Papan tulis interaktif biasanya telah disediakan pula alat-alat tulis digital yang menggunakan pena tanpa tinta atau pena digital, menggantikan alat tulis papan tulis tradisional, spidol. Pena tanpa tinta ini bekerja dengan menggunakan digitizer aktif yang mengontrol komputer guna masukan informasi untuk kemampuan menulis seperti menggambar atau tulisan tangan.

Gambar
2.1.15

Perangkat *Interactive board* (Smartboard 480, Smarttech, 2010)

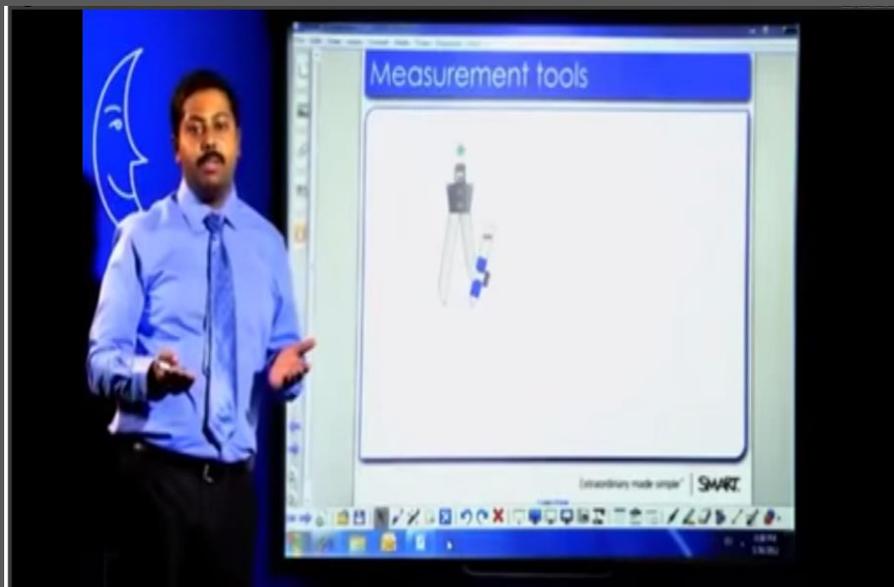


Gambar
2.1.16

Menulis pada *Interactive board* (Smartboard 480, Smarttech, 2010)



Alat Pengukur pada *Interactive board* (Smartboard 480, Smarttech,



2010)

Gambar
2.1.17

c. *E-Learning*

E-Learning adalah salah satu contoh pemanfaatan TIK dalam pembelajaran yang memadukan penggunaan teknologi internet,



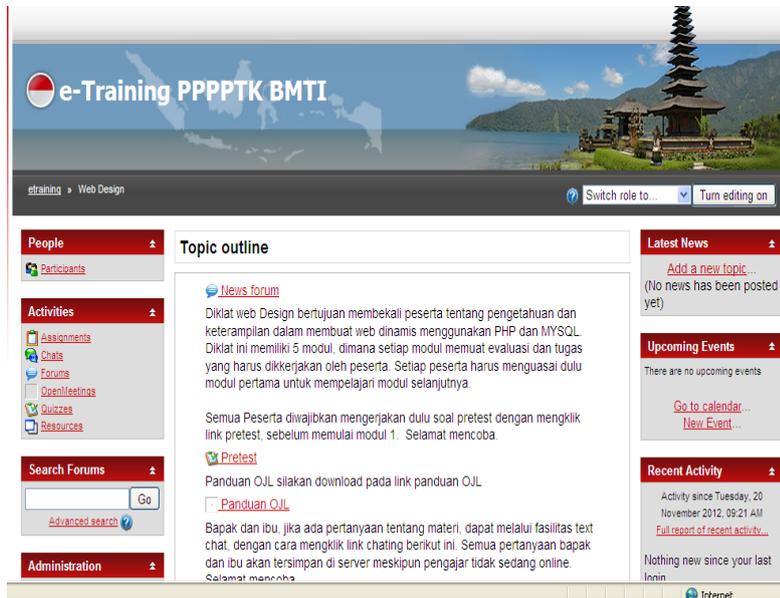
teknologi web, dan teknologi multimedia. Banyak pakar yang menguraikan pengertian *e-Learning* dari berbagai sudut pandang. Definisi yang sering digunakan banyak pihak adalah sebagai berikut:

- *E-Learning* merupakan suatu jenis belajar mengajar yang memungkinkan tersampainya bahan ajar ke siswa dengan menggunakan media internet, intranet atau media jaringan komputer (Hartley 2001 dan Romi Wahono,2003);
- *E-Learning* adalah sistem pendidikan yang menggunakan aplikasi elektronik untuk mendukung belajar mengajar dengan menggunakan media, jaringan komputer, maupun komputer standalone (LearnFrame.com, 2003 dan Romi Wahono,2003);

Sistem *e-Learning* berbasis web dapat diakses menggunakan jaringan intranet dan jaringan internet. Kemudahan akses internet saat ini mendukung penggunaan *e-Learning* berbasis web. Sebuah sistem *e-Learning* berbasis web belum tentu melingkupi seluruh kebutuhan pengguna. Demikian juga belum tentu sebuah sistem *e-Learning* harus memasukkan semua fitur-fitur. Pengembangan system *e-Learning* berbasis web didasarkan kepada kebutuhan pengguna yang sebenarnya (user needs). Contoh *e-Learning* berbasis web terlihat pada gambar berikut ini.

Gambar
2.1.18

Contoh *e-Learning* Berbasis Web



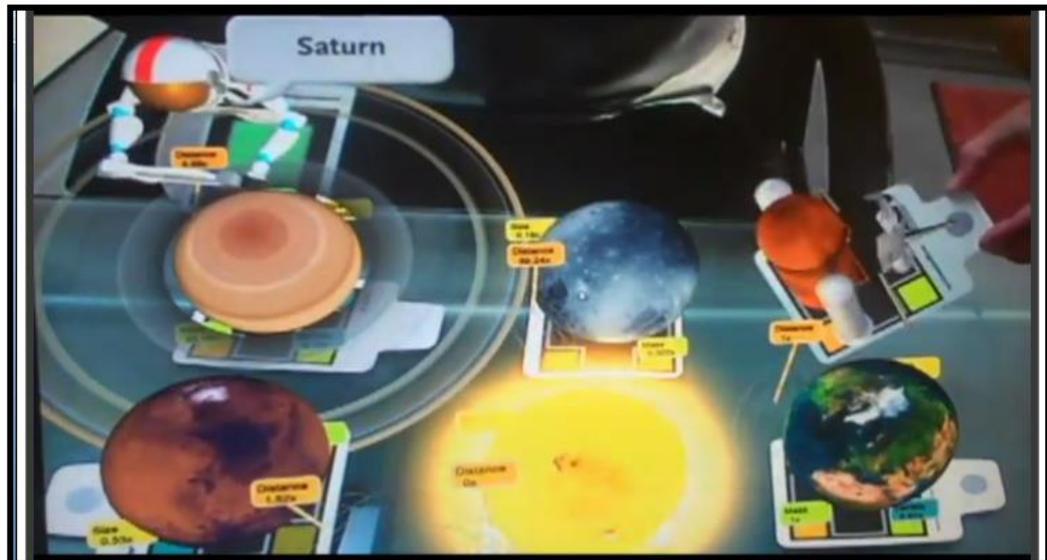
d. Magic Book

Penerapan *augmented reality* sebagai media pembelajaran bisa dalam berbagai bentuk, misalnya berupa *magic book*, *AR comic book*, dan sebagainya. Penerapan teknologi ini digunakan pada berbagai jenjang pendidikan, baik dasar, menengah, maupun pendidikan tinggi. Berbagai bidang studi seperti Fisika, Biologi, Geografi bahkan bidang studi yang berhubungan dengan kompetensi keterampilan psikomotorik seperti otomotif, arsitek, elektronika, dan sebagainya dapat menerapkan teknologi ini sebagai alat bantu dalam kegiatan pembelajaran. Saat ini di Indonesia memang masih jarang penggunaan teknologi ini dalam kegiatan pembelajaran di sekolah, tetapi di luar negeri teknologi ini telah banyak diterapkan, hal ini terkait dengan penggunaan peralatan serta sumber daya manusia untuk pengembangan media pembelajaran berbasis *augmented reality*. Contoh media pembelajaran yang menggunakan teknologi *augmented reality* dapat dilihat pada beberapa gambar berikut ini.

Gambar AR Magic Book Planet (Popar Books, 2009)

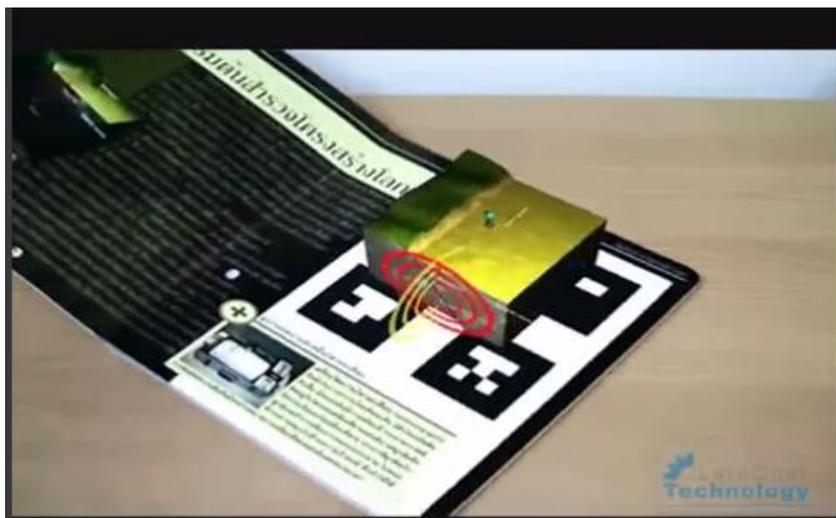


2.1.19



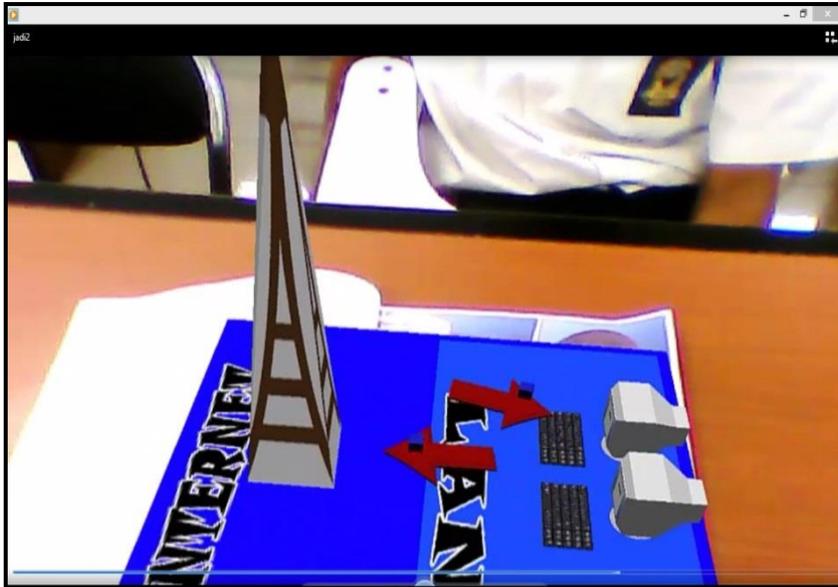
Gambar
2.1.20

AR Magic Book Earth (Learn Gear Technology, 2008)



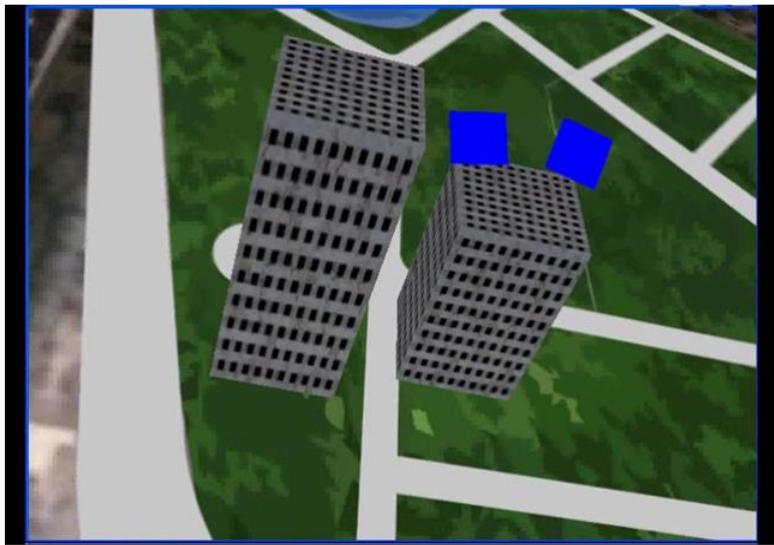
Gambar
2.1.21

AR Comic Book Cara Kerja Web (AR Comic Book Web Design, Dwi Wahyu Widiastuti, 2013)



Gambar
2.1.22

AR Residential Area Design (Tim ARAD STEI ITB, 2008)



Augmented reality yang digunakan dalam kegiatan pembelajaran di kelas dapat dilihat pada beberapa gambar berikut ini.



Gambar
2.1.23

Augmented reality in Classroom (Learn Gear Technology, 2008)



Penerapan teknologi *augmented reality* dalam bidang pendidikan mengalami perkembangan pesat. Saat ini teknologi *augmented reality* sudah dapat diterapkan pada *mobile device* seperti tablet dan smartphone. Berikut ini adalah beberapa contoh penerapan *augmented reality* sebagai media pembelajaran yang menggunakan *mobile device*.

Gambar
2.1.24

AR Based ABC Learning Book (Shidiquii A, 2012)



Gambar
2.1.25

AR Interactive Flash Card (Cyper Kids 2012)



Media pembelajaran yang menerapkan *augmented reality* dapat mengakomodasi berbagai gaya belajar peserta didik (Learn Gear Technology, 2008). Media pembelajaran yang menggunakan teknologi ini dilengkapi visualisasi benda 3D sehingga mengakomodasi visual learner, adanya suara juga mengakomodasi audio learner, serta interaksi pengguna menggunakan virtual hand mengakomodasi kinesthetic learner (Learn Gear Technology, 2008). Berikut adalah contoh aplikasi *augmented reality* yang mengakomodasi berbagai learning style menggunakan peralatan berupa Head Mounted Display.

Gambar
2.1.26

AR For Multiple Intelligence (Learn Gear Technology 2008)





D. Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas Pengantar

Mengidentifikasi Isi Materi Pembelajaran (Diskusi Kelompok)

Pemanfaatan TIK dalam pembelajaran dapat menggunakan berbagai jenis TIK diantaranya teknologi internet, teknologi multimedia, teknologi *augmented reality*, teknologi mobile, teknologi *Brain computer interface*. Pemilihan jenis TIK yang akan digunakan disesuaikan dengan kebutuhan serta hardware dan software yang tersedia di sekolah masing-masing.

Sebelum melakukan kegiatan pembelajaran, berdiskusilah dengan sesama peserta diklat di kelompok Anda untuk mengidentifikasi hal-hal berikut:

- Sebutkan peralatan yang harus Anda siapkan sebelum mempelajari materi pembelajaran ini !
- Jelaskan kompetensi apa saja yang harus Anda capai dalam mempelajari materi pembelajaran ini !
- Sebutkan bahan bacaan apa saja yang ada di materi pembelajaran ini !
- Jelaskan cara Anda mempelajari materi pembelajaran ini !

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di atas dengan menggunakan LK- 00. Jika Anda dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas dengan baik, maka Anda bisa melanjutkan pembelajaran dengan melakukan Aktivitas Pembelajaran 1 berikut ini.

Aktivitas 1:

Diskusi dan menggali informasi perlunya pemanfaatan TIK dalam pembelajaran

Siapkan komputer Anda untuk terhubung ke internet, jika komputer Anda belum terhubung ke internet, mintalah bantuan kepada fasilitator/widyaiswara. Pelajari bahan bacaan 1, lalu diskusikan dan gali informasi melalui internet tentang beberapa permasalahan berikut ini dalam kelompok Anda.

- Jelaskan, mengapa TIK diperlukan dalam kegiatan pembelajaran di kelas?
- Jelaskan apa keuntungan yang diperoleh jika menggunakan TIK dalam kegiatan pembelajaran !



- Bagaimana cara memilih jenis TIK yang sesuai dengan kegiatan pembelajaran sesuai dengan mata pelajaran yang diampu !

Jawablah permasalahan tersebut dalam kelompok dan tuliskan jawabannya pada LK 1.0. Selanjutnya salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok lain memberi tanggapan, dan widyaiswara/fasilitator bersama peserta diklat memberi kesimpulan untuk penguatan materi.

Aktivitas 2

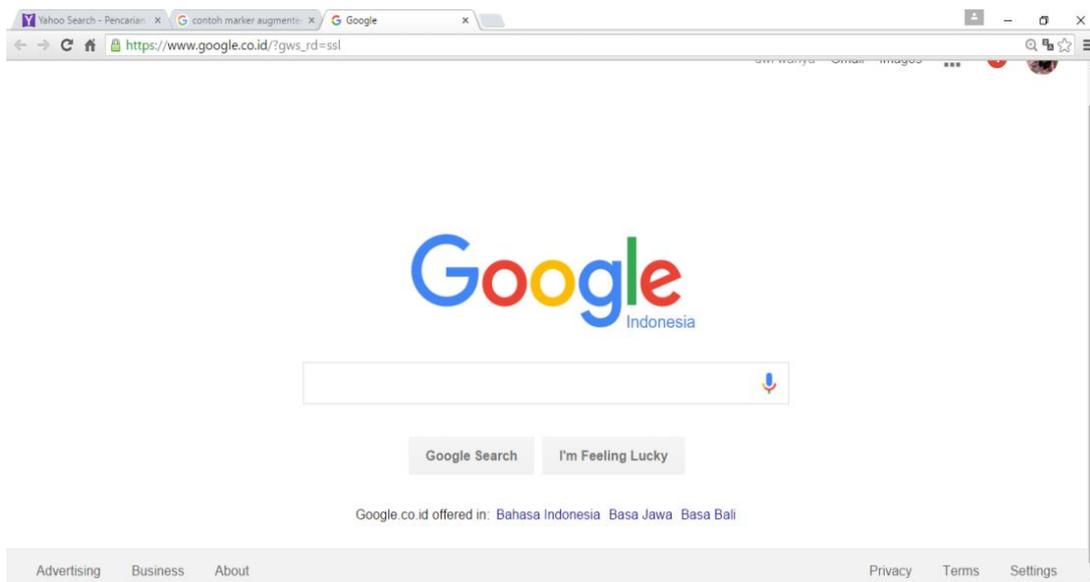
Mengamati gambar dan menggali informasi jenis-jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran

TIK bukanlah teknologi yang berdiri sendiri, tetapi merupakan perpaduan hardware dan software. Terkait dengan pemanfaatan TIK dalam pembelajaran, ada berbagai jenis TIK yang dapat dimanfaatkan untuk mendukung kegiatan pembelajaran. Pelajari bahan bacaan 2, amati semua gambar yang ada pada bahan bacaan 2 dan beberapa gambar berikut ini.

Gambar

2.1.27

Search engine google





Gambar
2.1.28

Augmented reality In Classroom (Learn Gear Technology, 2008)



Selanjutnya diskusikan dalam kelompok Anda dan gali informasi melalui internet tentang beberapa permasalahan berikut ini.

- Setelah mempelajari bahan bacaan 2 dan mengamati semua gambar yang ada, bagaimana pengelompokan jenis TIK yang tepat digunakan dalam kegiatan pembelajaran ?
- Bagaimana cara yang tepat untuk memilih jenis TIK yang sesuai kebutuhan sehingga teknologi yang sudah ada tepat guna dan mendukung tercapainya kompetensi dalam pembelajaran ?

Jawablah permasalahan tersebut dalam kelompok dan tuliskan jawabannya pada LK 2.0. Selanjutnya salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok lain memberi tanggapan, dan widyaiswara/fasilitator bersama peserta didik memberi kesimpulan untuk penguatan materi.

Aktivitas 3



Diskusi dan menggali informasi penerapan TIK dalam pembelajaran

Siapkan komputer Anda untuk terhubung ke internet, jika komputer Anda belum terhubung ke internet, mintalah bantuan kepada fasilitator/widyaiswara. Pelajari bahan bacaan 3, lalu diskusikan dan gali informasi melalui internet tentang beberapa permasalahan berikut ini dalam kelompok Anda.

- Setelah mempelajari bahan bacaan 3, dari beberapa contoh penerapan TIK yang diberikan, contoh mana yang memungkinkan dan sesuai untuk diterapkan dalam kegiatan pembelajaran di sekolah Anda !
- Mengapa contoh tersebut dipilih?
- Bagaimana langkah yang dilakukan untuk menerapkan TIK tersebut dalam kegiatan pembelajaran di kelas ?

Jawablah permasalahan tersebut dalam kelompok dan tuliskan jawabannya pada LK 3.0. Jika semua permasalahan telah terjawab lanjutkan untuk melakukan aktivitas 4 praktek pemanfaatan TIK berikut ini.

Aktivitas 4

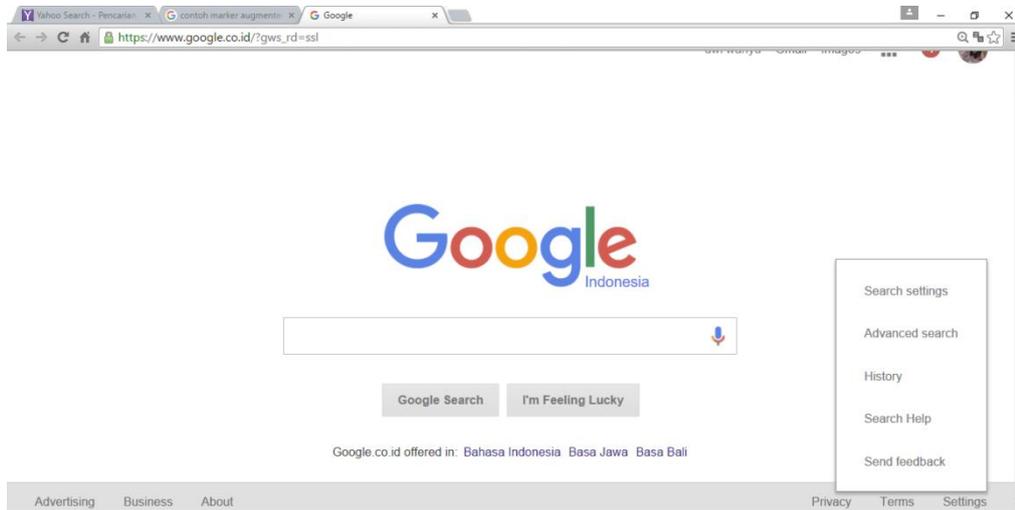
Praktek pemanfaatan TIK dalam kegiatan pembelajaran

- a. Pemanfaatan teknologi internet dalam pembelajaran dimungkinkan dengan mencari informasi mengenai materi pelajaran melalui *Search engine google*. Anda diminta untuk memanfaatkan teknologi internet dalam mencari materi pelajaran yang diampu. Lakukan langkah-langkah berikut ini.
 - Siapkan komputer Anda terhubung ke internet, jika belum terhubung mintalah bantuan fasilitator/pengajar atau teknisi.
 - Amati beberapa gambar berikut ini.



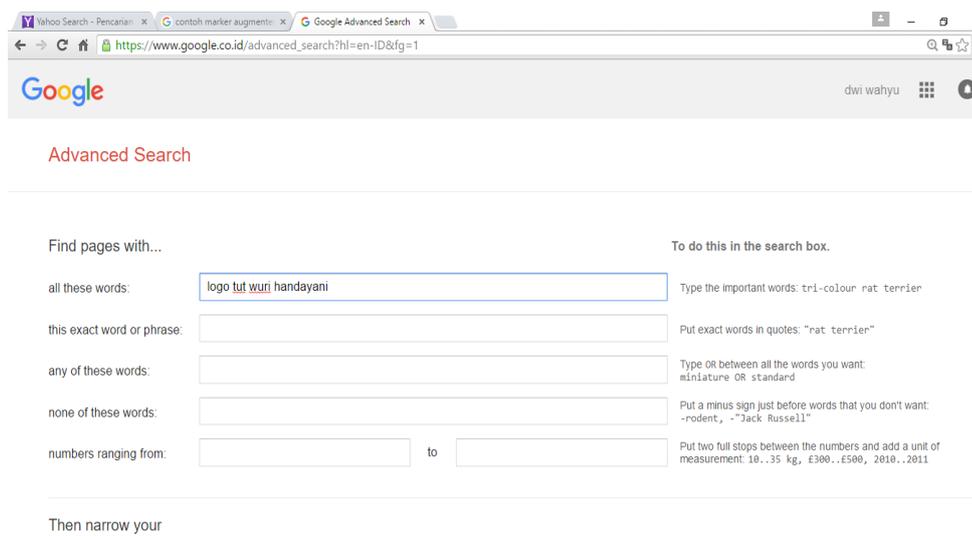
Gambar
2.1.29

Advance search pada Google



Gambar
2.1.30

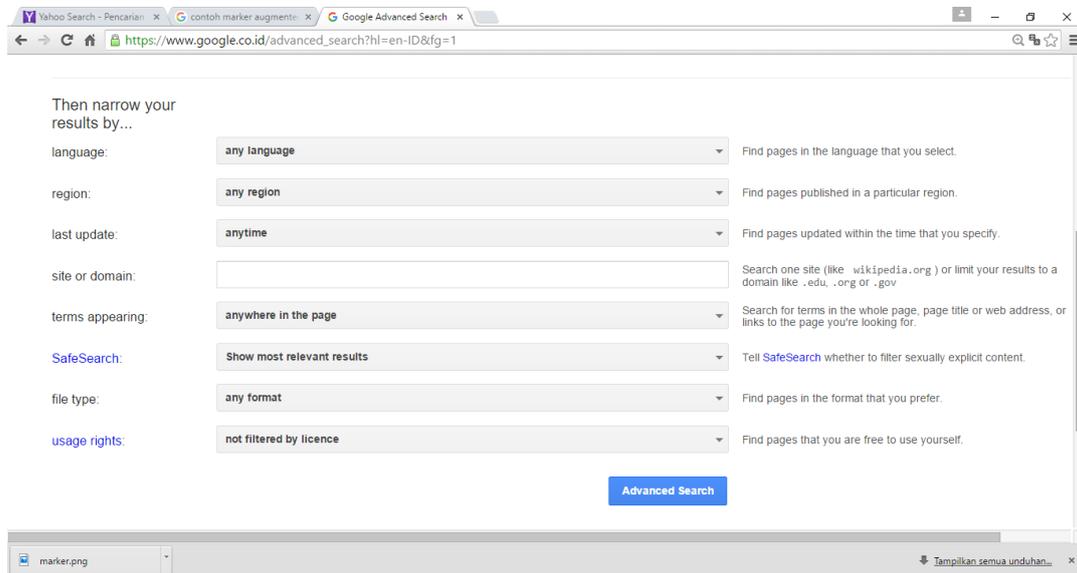
Penulisan kata kunci Advance search





Gambar
2.1.31

Pemilihan tipe file pada *Advance search*



- Bukalah website www.google.com, lalu gunakan teknik *advance search* untuk mencari logo Tut Wuri Handayani dengan format file png. Caranya setelah website google terbuka, klik menu images, lalu klik setting, pilih *advance search*, tulis logo tut wuri handayani, type of image pilih png pada kotak pencarian, seperti terlihat pada gambar point b. Simpan file hasil pencarian tersebut dengan cara klik kanan pada gambar logo tut wuri handayani, lalu pilih save image as (simpan gambar sebagai) dan simpan file tersebut pada folder yang tersedia.
 - Carilah materi pelajaran yang diampu dengan cara yang sama pada point c, tetapi untuk kata kunci pada kotak pencarian tuliskan kata ataukalimat yang menunjukkan materi yang akan dicari, sebagai contoh tuliskan definisi gerak lurus melingkar beraturan dengan tipe file pdf pada kotak pencarian, lalu simpan file yang ditemukan dalam folder yang tersedia.
- b. Mengoperasikan fasilitas e-mail. Pilih salah satu layanan Email yang free diantaranya Gmail. Gunakan browser untuk membuka www.gmail.com, lalu lakukan hal berikut ini.

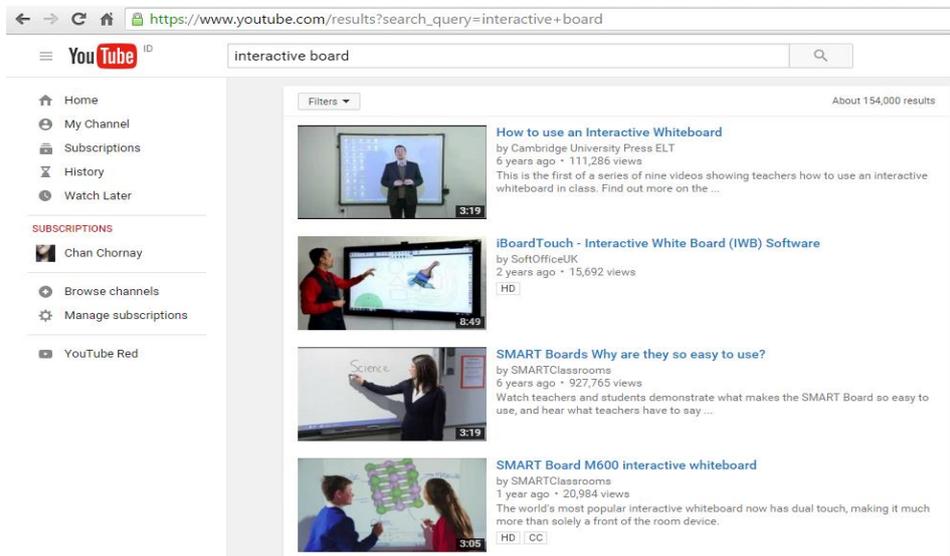


- Daftarkan alamat e-mail yang baru, dengan cara klik tombol Sign Up, lalu isilah data sesuai permintaan Gmail.
 - Lakukan pengiriman file gambar logo Tut wuri handayani yang sudah dilakukan pada point 1 ke email duniakertasku@gmail.com
- c. *E-Learning* adalah salah satu contoh penerapan TIK yang memadukan teknologi multimedia dan teknologi internet. *E-Learning* memungkinkan belajar dilakukan kapan saja dan dimana saja. Carilah informasi melalui internet tentang fitur-fitur minimal yang harus ada dalam sebuah system *e-Learning* berbasis web dan kerjakan hasil pencarian informasi tersebut pada LK 4.0.
- d. Perkembangan TIK dalam bidang *hardware* dan *software* memungkinkan munculnya jenis TIK terkini yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran, diantaranya pemanfaatan *interactive board*, *teknologi augmented reality* dan *teknologi brain computer interface*. Selanjutnyacarilah file video tentang *interactive board*, *augmented reality* dan *brain computer interface* pada www.youtube.com, dengan cara berikut ini.
- Bukalah website www.youtube.com, lalu tuliskan *interactive board* pada kotak pencari seperti terlihat pada gambar berikut ini.



Gambar
2.1.32

Pencarian contoh video pembelajaran di www.youtube.com



Klik dua kali pada salah satu video yang ingin dilihat. Setelah melihat video tersebut, tuliskan hasil pengamatan Anda tentang *Interactive board* pada LK 4.0.

- Lakukan hal yang sama untuk melihat video tentang *augmented reality* dengan menuliskan *augmented reality* in classroom pada kotak pencarian, lalu klik dua kali salah satu video yang ingin dilihat. Setelah melihat video tersebut, tuliskan hasil pengamatan Anda tentang video *Augmented reality* pada LK 4.0.
- e. Salah satu jenis TIK yang dapat digunakan untuk mendukung kegiatan pembelajaran adalah teknologi multimedia. Teknologi multimedia dalam pembelajaran dapat dilakukan dengan berbagai cara seperti yang telah dijelaskan pada bahan bacaan 3, diantaranya dengan membuat laporan menggunakan software power point. Buatlah laporan hasil pengerjaan kelompok Anda menggunakan software power point dengan memperhatikan beberapa aspek berikut ini.



- Internet sebagai sumber informasi dan referensi
- Manfaat dan keuntungan menggunakan e-mail
- Cara melakukan pencarian materi pelajaran dengan teknik *Advance search* pada www.google.com
- Cara mengirim email yang memuat file lampiran (*attachment*)
- Hasil pengamatan tentang video *interactive board*
- Hasil pengamatan tentang video *augmented reality*

Aktivitas praktek ini dilakukan secara kelompok sesuai arahan fasilitator/widyaiswara. Hasil diskusi kelompok dipresentasikan sehingga terjadi pertukaran informasi antara satu kelompok dengan kelompok yang lain. Aktivitas pembelajaran ini diharapkan dapat menguatkan pemahaman peserta diklat akan pemanfaatan TIK dalam pembelajaran.

LEMBAR KERJA KB 1: PEMANFAATAN TIK DALAM PEMBELAJARAN

LK 0.0 Mengidentifikasi Isi Materi Pembelajaran

1. Sebutkan peralatan yang harus disiapkan sebelum mempelajari materi pembelajaran ini !

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Jelaskan kompetensi apa saja yang harus dicapai dalam mempelajari materi pembelajaran ini !

.....
.....
.....
.....
.....

3. Sebutkan bahan bacaan apa saja yang ada di materi pembelajaran ini !



.....
.....
.....
.....
.....

4. Jelaskan cara Anda mempelajari materi pembelajaran ini !

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

LK 1.0 Diskusi dan Menggali Informasi perlunya pemanfaatan TIK dalam pembelajaran

1. Jelaskan mengapa TIK diperlukan dalam kegiatan pembelajaran di kelas?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Jelaskan apa keuntungan yang diperoleh jika menggunakan TIK dalam kegiatan pembelajaran !

.....
.....
.....
.....
.....
.....



3. Bagaimana cara memilih jenis TIK yang sesuai dengan kegiatan pembelajaran sesuai dengan mata pelajaran yang diampu !

.....
.....
.....

LK 2.0 Mengamati gambar dan menggali informasi jenis-jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran

1. Setelah mempelajari bahan bacaan 2 dan mengamati semua gambar yang ada, bagaimana pengelompokan jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Bagaimana cara yang tepat untuk memilih jenis TIK yang sesuai kebutuhan sehingga teknologi yang sudah ada tepat guna dan mendukung tercapainya kompetensi dalam pembelajaran ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

LK 3.0 Diskusi dan menggali informasi penerapan TIK dalam pembelajaran

1. Setelah Anda mempelajari bahan bacaan 3, dari beberapa contoh penerapan TIK yang diberikan, contoh mana yang memungkinkan dan sesuai untuk diterapkan dalam kegiatan pembelajaran di sekolah Anda !



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Mengapa Anda memilih contoh tersebut ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Bagaimana langkah yang Anda lakukan untuk menerapkan TIK tersebut dalam kegiatan pembelajaran di kelas ?

.....
.....
.....

LK 4.0 Pemanfaatan TIK dalam pembelajaran

1. Carilah informasi melalui internet tentang fitur-fitur minimal yang harus ada dalam sebuah system *e-Learning* berbasis web !

.....
.....
.....

2. Tuliskan hasil pengamatan Anda tentang video *Interactive board* hasil pencarian kelompok Anda pada Aktivitas Belajar 4!

.....
.....
.....



3. Tuliskan hasil pengamatan Anda tentang video *Augmented reality* hasil pencarian kelompok Anda pada Aktivitas Belajar 4!

.....
.....
.....

4. Buatlah laporan hasil praktek Aktivitas Belajar 4 menggunakan software power point dengan memperhatikan beberapa aspek berikut ini.

- Internet sebagai sumber informasi dan referensi
- Manfaat dan keuntungan menggunakan E-Mail
- Cara melakukan pencarian materi pelajaran dengan teknik *Advance search* pada www.google.com
- Cara mengirim email yang memuat file lampiran (attachment)
- Hasil pengamatan tentang video *interactive board*
- Hasil pengamatan tentang video *augmented reality*



E. Rangkuman

Teknologi informasi dan komunikasi adalah hasil rekayasa manusia terhadap proses penyampaian informasi dan proses penyampaian pesan dari satu pihak kepada pihak lain sehingga lebih cepat, lebih luas sebarannya dan lebih lama penyimpanannya. Teknologi informasi dan komunikasi (TIK) memuat semua teknologi yang berhubungan dengan penanganan informasi. Penanganan ini meliputi pengambilan, pengumpulan, pengolahan, penyimpanan, penyebaran, dan penyajian informasi.

Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) bukan merupakan teknologi yang berdiri sendiri, tetapi merupakan kombinasi dari *hardware* dan *software*. Hal penting yang harus diperhatikan dalam memanfaatkan TIK sebagai media pembelajaran yaitu *hardware* dan *software* yang tersedia dan jenis metode pembelajaran yang akan digunakan. Saat ini banyak *hardware* dan *software* yang dapat digunakan untuk pengembangan media pembelajaran diantaranya *smartphone* yang memiliki portabilitas dan ukuran kecil sehingga mudah dibawa kemana saja. Pemanfaatan *software* untuk pengembangan media pembelajaran berbasis TIK diantaranya penggunaan *Power Point* untuk membuat presentasi, *Adobe Flash* untuk membuat game edukasi dan tutorial interaktif serta masih banyak *software* lain yang dipadukan dengan *hardware* yang ada dan digunakan sebagai alat bantu belajar.

Jenis-jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran diantaranya yaitu teknologi multimedia, teknologi internet, teknologi *augmented reality*, dan sebagainya. Contoh penerapan TIK dalam pembelajaran misalnya *e-Learning* yang memadukan teknologi multimedia dan teknologi internet, sehingga belajar dapat dilakukan di mana saja dan kapan saja. Pemanfaatan teknologi *augmented reality* misalnya dalam bentuk *magic book*, yang memungkinkan peserta didik mengalami pengalaman yang berbeda sehingga pembelajaran berlangsung dalam suasana menyenangkan. Pemanfaatan TIK dalam kegiatan pembelajaran diharapkan dapat mengubah paradigma dalam proses pembelajaran yang semula *teacher based* menjadi *resource based*, dan yang semula *teacher centered* menjadi *student centered*.



F. Tes Formatif

1. Jelaskan pengertian teknologi informasi dan komunikasi!
2. Jelaskan manfaat penggunaan TIK dalam kegiatan pembelajaran!
3. Jelaskan jenis-jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran!
4. Berikan contoh pemanfaatan teknologi internet dalam kegiatan pembelajaran!
5. Berikan contoh pemanfaatan teknologi multimedia dalam kegiatan pembelajaran!
6. Jelaskan, jenis TIK mana yang dapat dikembangkan dalam pembelajaran sesuai dengan materi yang Anda ampu.

G. Kunci Jawaban

1. Pengertian TIK adalah hasil rekayasa manusia terhadap proses penyampaian informasi dan proses penyampaian pesan dari satu pihak kepada pihak lain sehingga lebih cepat, lebih luas sebarannya dan lebih lama penyimpanannya
2. Manfaat penggunaan TIK yaitu TIK sebagai alat bantu belajar, TIK sebagai media pembelajaran, dan TIK sebagai ilmu pengetahuan.
3. Jenis-jenis TIK yang dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran yaitu teknologi internet, teknologi multimedia, teknologi *augmented reality*, teknologi *brain computer interface*.
4. Contoh pemanfaatan teknologi internet dalam kegiatan pembelajaran yaitu pencarian informasi materi pelajaran dengan *search engine google*, penerapan *e-Learning* di sekolah.
5. Contoh pemanfaatan teknologi multimedia dalam kegiatan pembelajaran yaitu penggunaan tutorial interaktif dalam pembelajaran, pembuatan presentasi multimedia, penggunaan *interactive board*.
6. Jenis TIK yang dapat dikembangkan dalam pembelajaran:
 - teknologi internet, dikembangkan untuk materi yang membutuhkan penjelajahan web (*web browsing*), surat menyurat elektronik (*email*) dan pengembangannya (*millist*), mesin pencari (*search engine*), dan seterusnya.



- teknologi multimedia, dikembangkan untuk materi yang menggabungkan teks, gambar, foto, video, musik, animasi (gambar bergerak) untuk membuat materi atau tampilan informasi lebih hidup/menarik.
- teknologi *mobile computing*, dikembangkan untuk mendukung materi pembelajaran dengan aplikasi berukuran kecil, nirkabel, dan *portable*.
- teknologi *augmented reality*, dikembangkan untuk pembelajaran yang terintegrasi antara benda maya dan dunia nyata.
- teknologi *brain computer interface*, dikembangkan untuk pembelajaran yang menghubungkan pikiran atau otak manusia dengan computer.



DAFTAR PUSTAKA

- Dwi Wahyu Widiastuti, 2011, *Konsep e-Learning*, PPPPTK BMTI, Bandung.
- Dwi Wahyu Widiastuti, 2013, *AR Comic Book Web Design*, PPPPTK BMTI, Bandung.
- Eric Seller, 2010, ETSU *Brain computer interface* Laboratory, <http://www.etsu.edu/cas/bcilab/>, diakses 11 Oktober 2015.
- Gustavo Rovelo, 2011, *Augmented reality ToolKit (ARToolKit)*, https://jira.ai2.upv.es/confluence/download/.../WGM16_ARToolKit.pdf, diakses 15 Oktober 2015.
- Holmes Bryn and Gardner JR, 2006, "*E-Learning: Concepts and Practice*", Sage Publications Ltd, London.
- Horton W and Horton K, 2003, "*E-Learning Tools and Technologies: A consumer's guide for trainers, teachers, educators, and instructional designers*", Wiley Publishing Inc, Canada.
- Jonathan R. Wolpaw, Niels Birbaumer, Dennis J. McFarland, Gert Pfurtscheller, Theresa M. Vaughan, 2002, "Brain-computer interfaces for communication and control". *Clinical Neurophysiology*. Ireland: Elsevier. Vol. 113, pp 767-791, www.ai.rug.nl/~lambert/.../BCI-for-communication-and-control.pdf, diakses pada 10 Oktober 2015.
- LearnGear Technology, 2008, *Augmented reality Learning Media*, <https://www.youtube.com/watch?v=iT2ek8N0VIY>, diakses pada 17 November 2015.
- Popar™**, 2011, *Augmented reality Childrens Book Planets 3D*, <https://www.youtube.com/watch?v=siOUOPh-7vM>, diakses pada 19 November 2015.
- Romi Wahono, 2003, Pengantar *e-Learning* dan Pengembangannya, www.hadspartnership.net/dwld/1122167682romi-elearning2.pdf diakses pada 15 November 2015.
- Ronald T Azuma, 1997, *A Survey of Augmented reality*, Hughes Research, USA
- Sutarman, 2009. *Pengantar Teknologi Informasi*, Bumi Aksara, Jakarta.
- Vaughan, Tay. (2004). *Multimedia: Making It Work, Sixth Edition*. McGraw-Hill Companies, Inc.



Wolfgang Broll, Irma Lindt, 2004, ARTHUR: A Collaborative Augmented Environment for Architectural Design and Urban Planning, <http://www.jvrb.org/past-issues/1.2004/34> diakses pada 11 November 2015.



GLOSARIUM

- Teknologi Informasi Komunikasi adalah hasil rekayasa manusia terhadap proses penyampaian informasi dan proses penyampaian pesan dari satu pihak kepada pihak lain sehingga lebih cepat, lebih luas sebarannya dan lebih lama penyimpanannya.
- Hardware adalah perangkat keras komputer.
- Software adalah perangkat lunak komputer.
- Interface adalah antarmuka antara komputer dan manusia.
- *Mobile device* adalah perangkat bergerak yang dapat digunakan untuk komunikasi contoh smartphone, tablet dan sebagainya.
- Search engine adalah mesin pencari informasi menggunakan teknologi internet misalnya google.
- Multimedia adalah penggunaan berbagai media seperti teks, audio, video, gambar, animasi.
- Upload adalah mengunggah file dari perangkat penyimpanan komputer ke perangkat penyimpanan server.
- Download adalah mengunduh file dari perangkat penyimpanan server ke perangkat penyimpanan computer atau perangkat penyimpanan lain seperti flashdisk.
- Website adalah kumpulan halaman yang menampilkan informasi dalam bentuk teks, gambar, audio, video, animasi, baik itu bersifat statis atau dinamis, yang dimana membentuk satu rangkain yang saling berkaitan antar halaman.

Modul

Pengembangan Keprofesian
Berkelanjutan

E

Kelompok Kompetensi

PROFESIONAL

ALJABAR

Edisi Revisi 2018



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

**TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER DAN
PENGEMBANGAN SOAL KETERAMPILAN BERPIKIR ARAS TINGGI (HOTS)**

EDISI REVISI 2018

KELOMPOK KOMPETENSI E

PROFESIONAL:

Aljabar

Penulis:

Dr. Yanto Permana, M.Pd.

Eva Dwi Minarti, M.Pd.

Penalaah:

Wahyu Purnama, S.Si, M.Pd.

Harry Dwi Putra, S.Pd, M.Pd.

Desain Grafis dan Ilustrasi:

Tim Desain Grafis

Copyright © 2018

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan



DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vi
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan	2
C. Peta Kompetensi	2
D. Ruang Lingkup	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul	4
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1	5
A. Pengantar.....	5
B. Tujuan	5
C. Indikator Pencapaian Kompetensi	5
D. Uraian Materi.....	6
1. Pola.....	6
2. Barisan	8
3. Deret	11
4. Penerapan Pola, Barisan, dan Deret	19
E. Aktifitas Pembelajaran	23
F. Latihan dan Tugas.....	31
G. Rangkuman.....	34
H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	35
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2	37
A. Pengantar.....	37
B. Tujuan	37



C. Indikator Pencapaian Kompetensi	37
D. Uraian Materi.....	38
1. Polinomial (Suku Banyak).....	38
2. Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel	44
3. Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak.....	46
4. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dan Tiga Variabel	50
5. Persamaan dan Pertidaksamaan Kuadrat.....	55
6. Sistem Persamaan Linier Kuadrat dan Kuadrat-kuadrat	62
7. Program Linear	64
8. Model Matematika	68
E. Aktivitas Pembelajaran.....	69
F. Latihan dan Soal	79
G. Rangkuman.....	83
H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	85
KEGIATAN PEMBELAJARAN 3.....	87
A. Pengantar.....	87
B. Tujuan	87
C. Indikator Pencapaian Kompetensi	87
D. Uraian Materi Fungsi	88
1. Relasi dan Fungsi	88
2. Fungsi Linear.....	91
3. Fungsi Kuadrat.....	97
4. Fungsi Komposisi.....	101
5. Fungsi Invers	103
6. Fungsi Eksponen.....	104
7. Fungsi Logaritma	109
8. Fungsi Rasional	112
E. Aktivitas Pembelajaran.....	113
F. Tugas dan Latihan	121
G. Rangkuman.....	124



H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	125
KUNCI JAWABAN	126
PENUTUP	134
DAFTAR PUSTAKA	135
GLOSARIUM	137



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Peta Kompetensi Profesional 1.....	2
Gambar 2 Peta Kompetensi Profesional 2.....	3
Gambar 3 Pola dalam kehidupan sehari-hari	6
Gambar 4 Pola Bilangan 1	6
Gambar 5 Pola Bilangan 2	7
Gambar 6 Suku Ke-n Barisan Aritmatika.....	9
Gambar 7 Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan Grafik.....	53
Gambar 8 Daerah Penyelesaian.....	66
Gambar 9 Kurva Fungsi Permintaan	95
Gambar 10 Kurva Fungsi Penawaran.....	96
Gambar 11 Bentuk Umum Keseimbangan Pasar	97
Gambar 12 Grafik $y=a^x$ dengan $a>1$	107
Gambar 13 Grafik $y=a^x$ dengan $0 < a < 1$	107
Gambar 14 Grafik fungsi $y=2^x$	108
Gambar 15 Grafik Fungsi Rasional.....	113

DAFTAR TABEL

Tabel 1 Ruang Lingkup Isi Modul.....	4
Tabel 2 Interval	45



PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pengembangan keprofesian berkelanjutan sebagai salah satu strategi pembinaan guru dan tenaga kependidikan diharapkan dapat menjamin guru dan tenaga kependidikan mampu secara terus menerus memelihara, meningkatkan, dan mengembangkan kompetensi sesuai dengan standar yang telah ditetapkan. Pelaksanaan kegiatan PKB akan mengurangi kesenjangan antara kompetensi yang dimiliki guru dan tenaga kependidikan dengan tuntutan profesional yang dipersyaratkan.

Guru dan tenaga kependidikan wajib melaksanakan PKB baik secara mandiri maupun kelompok. Khusus untuk PKB dalam bentuk diklat dilakukan oleh lembaga pelatihan sesuai dengan jenis kegiatan dan kebutuhan guru. Penyelenggaraan diklat PKB dilaksanakan oleh PPPPTK dan LPPPTK KPTK atau penyedia layanan diklat lainnya. Pelaksanaan diklat tersebut memerlukan modul sebagai salah satu sumber belajar bagi peserta diklat. Modul merupakan bahan ajar yang dirancang untuk dapat dipelajari secara mandiri oleh peserta diklat berisi materi, metode, batasan-batasan, dan cara mengevaluasi yang disajikan secara sistematis dan menarik untuk mencapai tingkatan kompetensi yang diharapkan sesuai dengan tingkat kompleksitasnya.

Untuk mempersiapkan kegiatan PKB dalam bentuk diklat bagi guru-guru matematika diperlukan adanya modul yang tepat sesuai dengan tuntutan dari Permendinas no. 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru. Dari permendiknas tersebut, standar kompetensi guru matematika yang dikembangkan dari kompetensi profesional memuat tiga belas kompetensi inti guru yang diantaranya memuat tentang penguasaan konsep aljabar.

Modul ini disusun untuk mempermudah guru dalam mencari referensi yang tepat dalam menyikapi materi uji kompetensi guru yang diantaranya memuat kompetensi tentang aljabar.

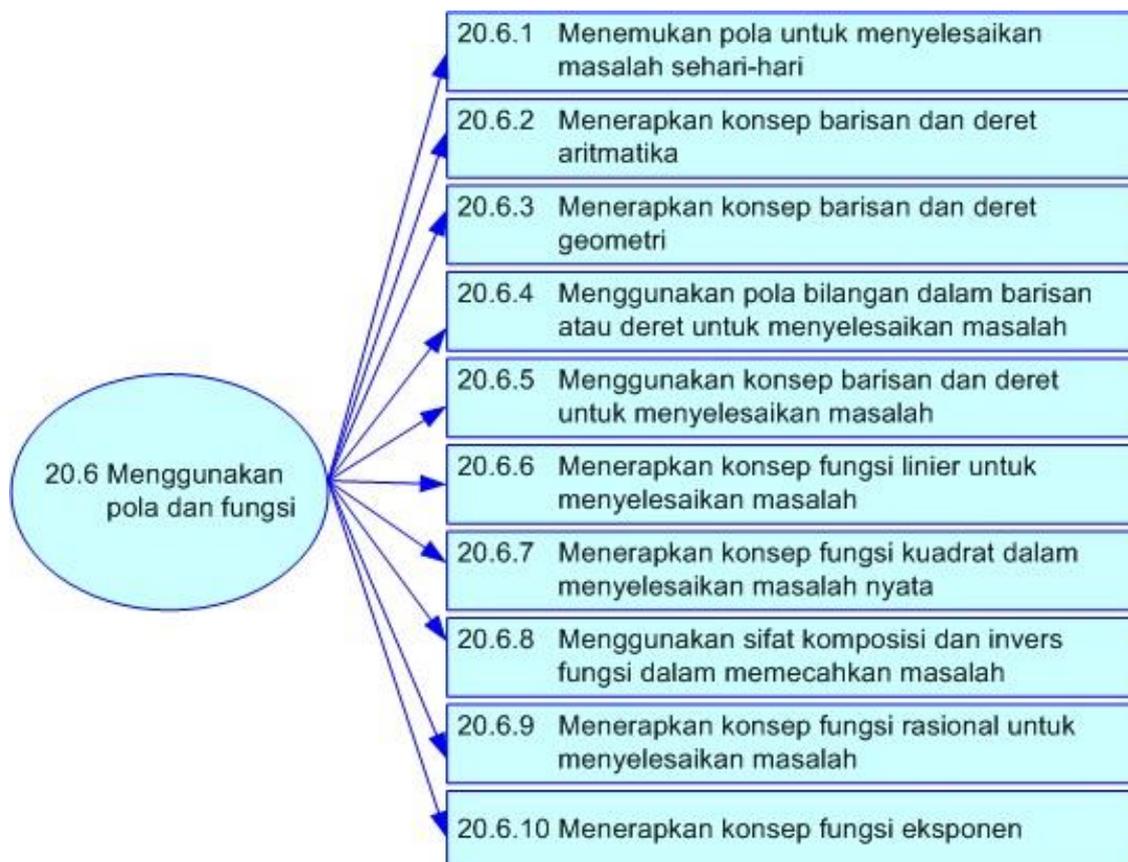


B. Tujuan

Tujuan penyusunan modul ini adalah agar setelah mengikuti seluruh kegiatan belajar peserta diklat PKB, baik melalui diskusi maupun penugasan, peserta dapat mengaplikasikan konsep aljabar dalam bidang-bidang kejuruan dengan cermat, tanggung jawab serta percaya diri.

C. Peta Kompetensi

Pada Gambar 1 berikut dicantumkan daftar kompetensi profesional sesuai dengan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini. Kompetensi tersebut diambil dari kompetensi aljabar dari poin 20.6 tentang Pola dan Fungsi



Gambar 1 Peta Kompetensi Profesional 1



Pada Gambar 2 berikut dicantumkan daftar kompetensi profesional sesuai dengan Permendiknas Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang akan ditingkatkan melalui proses belajar dengan menggunakan modul ini. Kompetensi tersebut diambil dari kompetensi aljabar dari poin 20.7 tentang Aljabar.



Gambar 2 Peta Kompetensi Profesional 2

D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup dari modul ini berisikan kegiatan belajar untuk pengembangan kompetensi profesional. Secara rinci ruang lingkup dari modul ini adalah sebagai berikut.



Tabel 1 Ruang Lingkup Isi Modul

No	Kegiatan Belajar	Uraian Materi
1	Kegiatan Belajar 1	Berisikan materi tentang pola, barisan, dan deret
2	Kegiatan Belajar 2	Berisikan materi tentang persamaan, pertidaksamaan dan program linear
3	Kegiatan Belajar 3	Berisikan materi tentang fungsi

E. Saran Cara Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu peserta diklat lakukan adalah sebagai berikut:

1. Baca dan pelajari semua materi yang disajikan dalam modul ini,
2. Kerjakan soal-soal latihan yang tersedia dan konsultasikan jawabannya pada tiap akhir bahasan,
3. Untuk mengukur tingkat penguasaan materi, kerjakan soal-soal evaluasi tiap Kegiatan Belajar dan cocokkan jawabannya dengan Kunci Jawaban yang ada
4. Jika ada bagian yang belum dipahami, diskusikanlah dengan rekan belajar Anda. Jika masih menemui kesulitan, mintalah petunjuk instruktur/widyaiswara Anda.



KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

A. Pengantar

Salah satu kompetensi inti guru yang tercantum dalam Permendikbud No. 16 Tahun 2007 adalah guru menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampunya. Salah satu kompetensi guru mata pelajaran matematika adalah mampu menggunakan pola dan fungsi. Pada kegiatan pembelajaran 1 pada modul ini guru akan diarahkan pada kegiatan diskusi dan penugasan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Pola, barisan dan Deret. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah: pola barisan bilangan, barisan dan deret aritmatika, barisan dan deret geometri, deret geometri tak hingga, serta penerapan pola, barisan dan deret, meliputi perkembangan usaha, bunga majemuk dan pertumbuhan penduduk.

B. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 1 ini adalah melalui diskusi dan penugasan peserta diklat dapat menerapkan konsep pola, barisan, dan deret dalam menyelesaikan masalah kejuruan dengan cermat, tanggung jawab serta percaya diri.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah melalui kegiatan diskusi dan penugasan ini adalah, peserta diklat dapat:

1. Menemukan pola untuk menyelesaikan masalah sehari-hari,
2. Menerapkan konsep barisan dan deret aritmatika,
3. Menerapkan konsep barisan dan deret geometri,
4. Menggunakan pola bilangan dalam barisan atau deret untuk menyelesaikan masalah,
5. Menggunakan konsep barisan dan deret untuk menyelesaikan masalah.



D. Uraian Materi

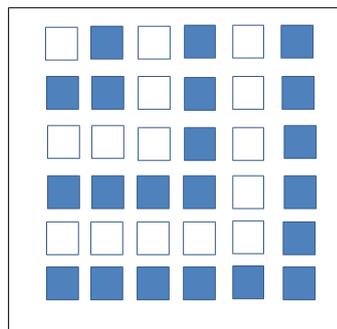
1. Pola

Masalah matematika yang biasanya kita temui dalam kehidupan sehari-hari kerap kali berupa bilangan-bilangan. Bilangan tersebut dalam perhitungan ada yang diterapkan langsung tetapi ada pula bilangan yang membentuk suatu aturan atau pola tertentu. Pernahkah Anda melihat susunan buah mangga, apel ataupun buah lainnya yang disusun di supermarket atau pedagang buah? Atau susunan minuman kaleng atau susu yang di pajang di supermarket? Atau pada susunan kelopak bunga yang indah? Pada bunga, Tuhan telah ciptakan dan menunjukkan bahwa dengan pola dan keteraturan, maka sesuatu pun menjadi lebih indah. Para pedagang buah-buahan pun sebenarnya telah menerapkan pola/barisan bilangan ketika menyusun buah-buahannya agar lebih terlihat menarik. Masalah-masalah dalam kegiatan sehari-hari tanpa kita sadari terutama dalam kegiatan ekonomi merupakan penerapan pola barisan atau deret.



Gambar 3 Pola dalam kehidupan sehari-hari

Perhatikan Gambar di bawah ini!



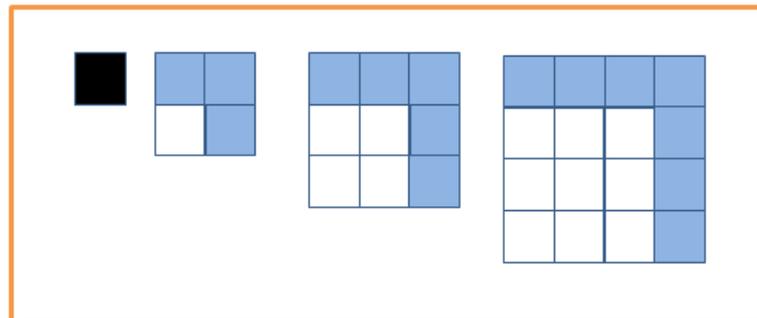
Gambar 4 Pola Bilangan 1

Tampak bahwa persegi putih dan biru tersebut membentuk pola, seperti berikut:



$$\begin{aligned} &1 \\ &1 + 3 \\ &1 + 3 + 5 \\ &1 + 3 + 5 + 7 \\ &1 + 3 + 5 + 7 + 9 \\ &1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 \\ &1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \dots + (2n-1) \end{aligned}$$

Perhatikan pula Pola Persegi di bawah ini disusun mulai 1 persegi, 4 persegi, 9 persegi dan 16 persegi. Seperti tampak gambar di bawah ini persegi tersebut diberi warna biru dan putih.



Gambar 5 Pola Bilangan 2

Jika diberikan n persegi, berapa banyak persegi yang dapat disusun?

Penyelesaian masalah tersebut dapat dilakukan dengan membuat pola dari data yang ada. Seperti daftar pola berikut.

No	Banyak Persegi	Persegi Putih	Persegi Biru
1	1	0	0
2	4	1	3
3	9	4	5
4	16	9	7
...
n	n^2	$(n - 1)^2$	$2n - 1$



2. Barisan

Masalah barisan sebenarnya sudah sejak zaman Yunani kuno muncul sebagai salah satu masalah yang menarik perhatian. Sejak 2400 tahun yang lalu konsep barisan yang kita kenal dalam matematika mulai banyak dibicarakan orang, yaitu sejak seorang ahli filsafat Yunani yang bernama Zeno mengemukakan suatu krisis dalam matematika. Krisis matematika itu dikenal sebagai paradoks Zeno, sebagai berikut:

“Seorang pelari yang harus menempuh suatu jarak tertentu dengan cara melampaui setengah dari setiap jarak yang ditempuh, sebagai akibatnya pelari ini tidak akan sampai pada ujung dari jarak yang akan ditempuhnya”. Permasalahan paradoks Zeno baru dapat diatasi dengan diketemukannya masalah barisan, terutama barisan tak hingga.

Anda mungkin pernah menjumpai sebagian dari barisan, misalnya ketika mencari rumah yang bernomor 11 mungkin Anda menerka bahwa rumah yang dicari itu ada pada sisi lain dari jalan tersebut. Pada hakekatnya unsur-unsur (u) atau suku-suku (s) barisan adalah nilai-nilai dari suatu fungsi u (fungsi s) yang daerah asalnya (*domain* f -nya) adalah himpunan bilangan asli $A = \{ 1, 2, 3, \dots \}$. Dalam hal ini kita mempunyai pemetaan (fungsi) dari himpunan $A = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ ke himpunan unsur-unsur pada barisan. Aturan yang menghubungkan daerah asal (*domain* f) ke daerah hasil (*range* f) merupakan suatu rumus untuk barisan tersebut.

Jadi, barisan merupakan sekumpulan bilangan yang memiliki pola tertentu (suatu aturan tertentu). Banyak barisan-barisan bilangan dalam matematika, antarlain barisan bilangan ganjil, barisan bilangan genap, barisan bilangan Fibonacci, barisan bilangan segitiga, barisan Aritmatika, barisan Geometri, dan banyak lagi lainnya. Namun yang lebih lanjut dipelajari adalah barisan aritmatika dan barisan geometri.

a. Barisan Aritmatika

1) Pengertian Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika merupakan barisan bilangan yang memiliki **selisih/beda** dua suku berurutan yang tetap.



Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ adalah suku-suku pada barisan aritmatika, maka $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1} = \text{beda } (b)$

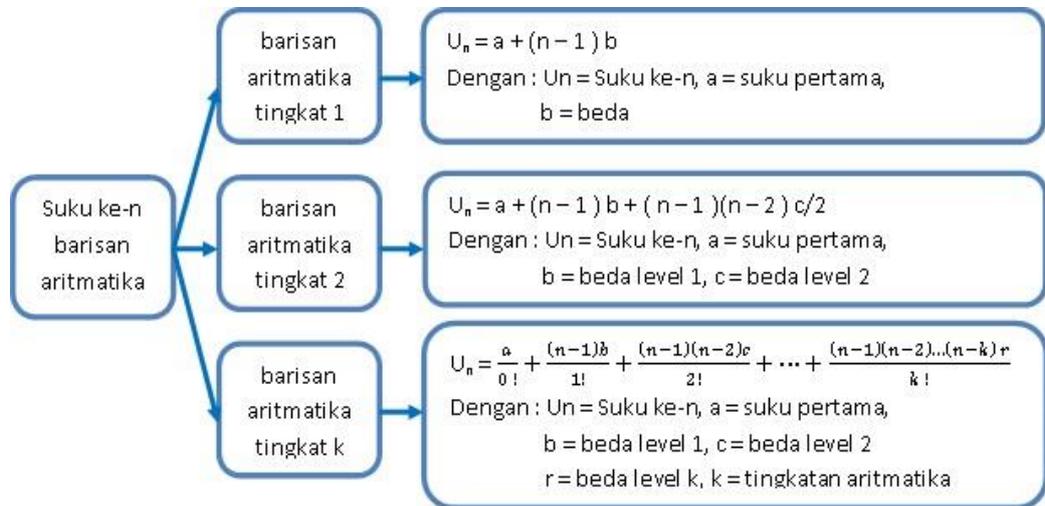
Contoh 1 :

Perhatikan barisan bilangan berikut, apakah semuanya adalah barisan aritmatika?

- a. 6, 10, 12, 16, ...
- b. 20, 16, 12, 8, ...
- c. 1, 7, 16, 28, 43, ...
- d. 1, 3, 7, 13, 21, ...

Pada contoh di atas untuk contoh 1a dan 1b merupakan barisan aritmatika tingkat satu karena memiliki selisih yang tepat pada level pertama, sedangkan contoh 1c dan 1d merupakan barisan aritmatika tingkat dua karena selisih dimiliki pada level kedua.

2) Menentukan Suku ke-n



Gambar 6 Suku Ke-n Barisan Aritmatika

Contoh 2 :

- a. Carilah suku ke-100 dari barisan aritmatika 2, 5, 8, 11, ... !
- b. Diketahui barisan bilangan 1, 3, 6, 10,... Tentukan suku ke-20 dari barisan tersebut !



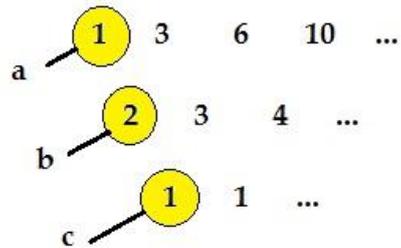
Penyelesaian:

a. $a = 2$, $b = u_2 - u_1 = 5 - 2 = 3$, dan $n = 100$

$$U_n = a + (n - 1)b \Leftrightarrow U_{100} = 2 + (100 - 1)3 = 2 + 297 = 299$$

Jadi suku ke-100 dari barisan tersebut adalah 299.

b. Barisan bilangan : 1, 3, 6, 10, ... U_{20}



Terlihat bahwa barisan bilangan tersebut memiliki beda pada level 2, sehingga diketahui : $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$, dan $n = 20$, maka

$$U_{20} = \frac{1}{0!} + \frac{(20 - 1)2}{1} + \frac{(20 - 1)(20 - 2)1}{2} = 210$$

Suku ke-20 dari barisan tersebut adalah 210.

b. Barisan Geometri

Barisan geometri yaitu sekumpulan bilangan yang memiliki rasio atau faktor pengali yang sama, atau dengan kata lain barisan bilangan yang tiap sukunya diperoleh dari suku sebelumnya dengan mengalikan atau membagi dengan suatu bilangan yang sama.

Bagaimanakah bentuk umum suku ke- n dari barisan geometri? Misal ada barisan geometri dengan suku-suku : U_1, U_2, U_3, \dots dengan suku pertama dari barisan geometri, yaitu u_1 dinyatakan dengan a , maka kita dapatkan:

$$\frac{u_2}{u_1} = r \Leftrightarrow u_2 = u_1 \cdot r = ar$$

$$\frac{u_3}{u_2} = r \Leftrightarrow u_3 = u_2 \cdot r = ar \cdot r = ar^2$$

$$\frac{u_4}{u_3} = r \Leftrightarrow u_4 = u_3 \cdot r = ar^2 \cdot r = ar^3$$

...

$$\frac{u_n}{u_{n-1}} = r \Leftrightarrow u_n = u_{n-1} \cdot r = ar^{n-2} \cdot r = ar^{n-1}$$



Sehingga diperoleh bahwa untuk barisan geometri dengan suku-suku :

U_1, U_2, U_3, \dots dan rasio r maka suku ke- n dari barisan geometri tersebut adalah

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Keterangan : U_n = suku ke- n
 a = suku pertama
 r = rasio

Sekarang marilah kita perhatikan beberapa barisan dalam contoh berikut ini.

Contoh 3 :

Perhatikan barisan bilangan berikut, apakah semuanya adalah barisan geometri ?

- a. 1, 2, 4, 8, ...
- b. 27, -9, 3, -1, ...
- c. -1, 1, -1, 1, ...

Untuk contoh 3.a ternyata tiap suku-sukunya diperoleh dengan cara mengalikan suku sebelumnya oleh 2. Ternyata pula bahwa hasil bagi tiap suku dengan suku sebelumnya selalu tetap, yaitu sama dengan 2. Bagaimana dengan contoh 3b dan contoh 3c? Barisan pada contoh 3b dan contoh 3c juga merupakan barisan geometri.

a. Untuk 1, 2, 4, 8, ... rasionya ialah $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \dots = 2$

b. Untuk 27, -9, 3, -1, ... rasionya ialah $\frac{-9}{27} = \frac{3}{-9} = \frac{-1}{3} = \dots = -\frac{1}{3}$

c. Untuk -1, 1, -1, 1, ... rasionya $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} = \dots = -1$

3. Deret

Selain masalah barisan ada pula cerita yang berkaitan dengan konsep deret dalam matematika. Ada suatu cerita tentang seorang hamba yang meminta kepada rajanya untuk diberi beras dengan cara meletakkan 1 butir beras pada kotak pertama sebuah papan catur. Kemudian meletakkan 2 butir pada kotak kedua, 4 butir pada kotak ketiga, dan seterusnya, sehingga setiap kotak selanjutnya harus



diisi dengan beras sebanyak kuadrat dari jumlah beras yang ada pada kotak sebelumnya. Ternyata beras seluruh negeri tidak cukup untuk memenuhi permintaan hamba ini.

Deret merupakan jumlah suku-suku dalam suatu barisan bilangan.

Bentuk Umum:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Keterangan : S_n = jumlah n suku pertama dan U_n = Suku ke n

Bentuk $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dapat dinyatakan pula dalam suatu bentuk notasi sigma. Notasi sigma merupakan notasi yang digunakan untuk menyatakan penjumlahan bilangan. Notasi sigma dilambangkan dengan \sum (dibaca: sigma).

Diperkenalkan pertama kali pada tahun 1755 oleh Leonhard Euler. Secara umum bentuk notasi sigma didefinisikan sebagai berikut:

Diperkenalkan pertama kali pada tahun 1755 oleh Leonhard Euler. Secara umum bentuk notasi sigma didefinisikan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan bilangan Asli

Sifat-sifat Notasi Sigma

Untuk setiap bilangan bulat a, b dan n berlaku:

<ol style="list-style-type: none">$\sum_{k=1}^n 1 = n$$\sum_{k=a}^b cf(k) = c \sum_{k=a}^b f(k)$$\sum_{k=a}^b (f(k) + g(k)) = \sum_{k=a}^b f(k) + \sum_{k=a}^b g(k)$$\sum_{k=1}^{m-1} f(k) + \sum_{k=m}^n f(k) = \sum_{k=1}^n f(k)$$\sum_{k=m}^n f(k) = \sum_{k=m+p}^{n+p} f(k-p)$



Contoh 4 :

Diketahui data berat 6 karung beras masing-masing adalah 50 kg, 45 kg, 49 kg, 62 kg, 64 kg, 47 kg. Misalkan berat karung pertama dilambangkan dengan x_1 , maka dapat ditulis $x_1 = 50$ kg. Begitu juga $x_2 = 45$ kg, $x_3 = 49$ kg, $x_4 = 62$ kg, $x_5 = 64$ kg, dan $x_6 = 47$ kg. Dengan menggunakan tanda sigma, berat keenam karung beras dapat

dituliskan sebagai $\sum_{i=1}^6 x_i$

Bilangan 1 dan 6 masing-masing disebut batas bawah dan dan batas atas penjumlahan. Dengan demikian

$$\sum_{i=1}^6 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 50 + 45 + 49 + 62 + 64 + 47 = 317$$

Contoh 5:

Perhatikan 5 bilangan ganjil pertama berikut ini:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

Pada bentuk tersebut suku ke-1, ke-2 hingga suku ke-5, dapat membentuk suatu pola sebagai berikut:

$$x_1 = 1 = 2(1) - 1$$

$$x_2 = 3 = 2(2) - 1$$

$$x_3 = 5 = 2(3) - 1$$

$$x_4 = 7 = 2(4) - 1$$

$$x_5 = 9 = 2(5) - 1$$

Didapat pola dari suku-suku penjumlahan itu adalah $2i - 1$ dengan $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Selanjutnya penjumlahan di atas dapat di tulis dalam notasi sigma sebagai :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{i=1}^5 (2i - 1)$$

a. Deret Aritmatika

Diceritakan tentang seorang matematikawan besar (*Prince of Mathematics*) *Carl Friedrich Gauss* (1777 – 1855), bahwa dalam masa kecilnya di sekolah dasar guru minta para peserta didiknya menjumlahkan seratus bilangan



besar yang merupakan suku-suku berurutan dalam barisan aritmatika, dan guru itu mengharapkan supaya suasana kelas tenang. Gauss memberi jawaban hanya dalam beberapa detik. Di sini kita pakai cara yang sama untuk mendapatkan jumlah 100 bilangan asli yang pertama, yaitu sebagai berikut:

$$S_{100} = 1 + 2 + \dots + 99 + 100$$

$$S_{100} = 100 + 99 + \dots + 2 + 1$$

$$2S_{100} = 101 + 101 + \dots + 101 + 101 = 100 \times 101$$

$$S_{100} = 5050$$

Bentuk $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ adalah suatu contoh deret aritmatika. Jumlah deret aritmetika ini adalah 5050.

Jika kita perhatikan ternyata, bahwa **deret aritmatika** adalah jumlah suku-suku barisan aritmatika (definisi). Jika barisan aritmatikanya dinyatakan dalam bentuk:

$$a, a + b, a + 2b, \dots, a + (n - 1)b$$

$$\text{maka deret aritmatikanya adalah: } a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + [a + (n - 1)b]$$

dan dinotasikan dengan S_n (jumlah n buah suku pertama barisan aritmatika)

Bagaimanakah rumus umum jumlah n suku dari deret aritmatika? Jika S_n adalah notasi untuk menyatakan jumlah n suku pertama suatu deret aritmatika, maka :

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + [a + (n - 1)b]$$

$$S_n = [a + (n - 1)b] + [a + (n - 2)b] + [a + (n - 3)b] + \dots + a$$

$$2S_n = [2a + (n - 1)b] + [2a + (n - 1)b] + [2a + (n - 1)b] + \dots + [2a + (n - 1)b]$$

$$2S_n = n [2a + (n - 1)b]$$

$$S_n = \frac{1}{2} n [2a + (n - 1)b]$$

$$\text{Karena } U_n = a + (n - 1) b, \text{ maka } S_n = \frac{1}{2} n [a + U_n]$$

Jadi jumlah n suku deret aritmatika adalah :



$$S_n = \frac{1}{2} n [2a + (n - 1)b] \text{ atau } S_n = \frac{1}{2} n [a + U_n]$$

Dengan : S_n = jumlah n suku pertama barisan
 a = suku pertama dan b = beda

Sebagai tambahan, pandang deret aritmatika berikut ini.

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + [a + (n - 2)b] + [a + (n - 1)b]$$

$$S_{n-1} = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + [a + (n - 2)b]$$

$$S_n - S_{n-1} = a + (n - 1)b = U_n \quad +$$

Jadi suku ke- n (urutan ke- n): $U_n = S_n - S_{n-1}$.

Ingat bahwa barisan aritmatika $a, a + b, a + 2b, \dots, a + (n - 1)b$ dapat juga ditulis dalam bentuk: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$.

Jadi deret aritmatika yaitu jumlah suku-suku yang ditunjukkan oleh barisan aritmatika atau barisan hitung.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Hubungan deret aritmatika dengan barisan aritmatika :

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

$$S_n = \frac{1}{2} n \cdot U_t \text{ dengan } U_t = \frac{a+U_n}{2}$$

Contoh 6 :

Dari suatu deret aritmatika diketahui jumlah 4 suku pertamanya sama dengan 28 dan jumlah 7 suku pertamanya sama dengan 70. Tentukan:

- suku pertama dan beda deret tersebut
- Jumlah 100 suku pertama deret tersebut

Penyelesaian:

$$a. S_n = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$$

$$S_7 = \frac{7}{2} (2a + (7 - 1)b)$$

$$S_4 = \frac{4}{2} (2a + (4 - 1)b)$$

$$\leftrightarrow 70 = \frac{7}{2} (2a + 6b)$$

$$\leftrightarrow 28 = 2(2a + 3b)$$

$$\leftrightarrow 140 = 14a + 42b$$

$$\leftrightarrow 4a + 6b = 28 \dots (1)$$

$$\leftrightarrow 14a + 42b = 140 \dots (2)$$



Dengan melakukan eliminasi Persamaan (1) terhadap Persamaan (2) diperoleh :

$$\begin{array}{rcl} 4a + 6b = 28 & |\times 7| & 28a + 42b = 196 \\ 14a + 42b = 140 & |\times 1| & 14a + 42b = 140 \quad - \\ \hline & & 14a \quad = 56 \\ & & a = 4 \end{array}$$

Substitusi nilai $a = 4$ ke $4a + 6b = 28$ diperoleh :

$$\begin{aligned} 4a + 6b &= 28 \\ \leftrightarrow 16 + 6b &= 28 \\ \leftrightarrow 6b &= 12 \leftrightarrow b = 2 \end{aligned}$$

Jadi, suku pertama dari deret tersebut adalah 4 dan bedanya adalah 2.

b. Diketahui suatu deret aritmatika : $a = 4$, $b = 2$ dan $n = 100$ maka jumlah 100 suku pertama deret aritmatika tersebut adalah :

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(a + U_n) = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) \\ S_{100} &= \frac{100}{2} [2 \cdot 4 + (100 - 1) \cdot 2] = 50 \cdot [8 + 198] = 10300 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah 100 suku pertama deret aritmatika tersebut adalah 10300.

b. Deret Geometri

Deret geometri yaitu jumlah suku-suku yang ditunjukkan oleh barisan geometri atau barisan ukur.

Jika barisan geometri dinyatakan dalam bentuk baku, yaitu

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

Maka deret geometrinya adalah

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

Misalkan S_n adalah notasi yang kita pakai untuk menyatakan **jumlah n suku pertama suatu barisan geometri**, maka

Maka Rumus untuk jumlah n suku pertama deret geometri sebagai berikut :

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \text{ digunakan untuk } |r| < 1,$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ digunakan untuk } |r| > 1$$



Dengan : S_n = Jumlah n suku pertama deret geometri

a = suku pertama

$$r = \text{rasio} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots = \frac{u_n}{u_{n-1}}$$

Contoh 7 :

Seutas tali dibagi menjadi 6 bagian dengan ukuran panjang membentuk deret geometri. Jika bagian yang paling pendek 3 cm dan yang terpanjang 96 cm, tentukanlah ukuran panjang tali semula !

Penyelesaian:

Diketahui : $n = 6$, $U_6=96$, dan $a = 3$

Sehingga kita dapatkan

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$\leftrightarrow 96 = 3r^5$$

$$\leftrightarrow r = 2$$

Karena $r > 1$, maka berlaku

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \leftrightarrow S_6 = \frac{3(2^6 - 1)}{2 - 1} = 189$$

Jadi panjang tali tersebut adalah 189 cm.

c. Deret Geometri Tak Hingga

Deret geometri tak hingga adalah salah satu bentuk istimewa dari deret geometri yang baru saja kita diskusikan. Keistimewaannya terletak pada banyak unsur-unsurnya yaitu banyaknya tak terhingga. Karenanya didefinisikan bahwa deret geometri tak hingga adalah suatu deret geometri yang banyak unsur-unsur atau suku-sukunya tak hingga. Sebagai akibatnya tentu saja rumus umum jumlah n suku barisan geometri tak hingga berbeda dengan rumus umum jumlah n suku deret geometri. Adapun bentuk umum deret geometri tak hingga dapat ditulis dalam bentuk berikut (akibat dari bentuk baku deret geometri)

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$$



Sekarang kita akan menentukan rumus umum jumlah n suku geometri tak hingga tersebut. Sebelumnya kita perhatikan kembali rumus umum jumlah n suku deret geometri.

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Jika $n \rightarrow \infty$, maka

$$S_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\Leftrightarrow S_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^n}{1-r}$$

1) Untuk $|r| < 1$ atau $-1 < r < 1$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$

$$\text{Jadi, } S_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - 0 = \frac{a}{1-r} \text{ (konvergen)}$$

2) Untuk $|r| > 1$, maka $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty$

$$\text{Jadi, } S_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1-r} - \infty = \infty \text{ (divergen)}$$

Jadi, rumus umum jumlah n suku deret geometri tak hingga adalah

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \text{ untuk } |r| < 1 \text{ atau } -1 < r < 1$$

Contoh 8 :

Hitunglah jumlah sampai tak hingga dari deret geometri $4 - 2 + 1 - \dots$!

Penyelesaian:

$$a = 4 \text{ dan } r = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}, \text{ sehingga kita dapatkan } S_\infty = \frac{4}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{8}{3}$$

Jumlah tak hingga dari deret geometri $4 - 2 + 1 - \dots$ adalah $\frac{8}{3}$



4. Penerapan Pola, Barisan, dan Deret

Teori Malthus menyatakan bahwa makanan akan naik seperti barisan hitung, sedangkan pertumbuhan penduduk akan naik sesuai dengan barisan ukur. Teori tersebut hanya salah satu manfaat barisan dan deret untuk memahami variabel-variabel di bidang sosial dan ekonomi. Apabila suatu produksi, biaya, pendapatan, laba modal, harga, bunga dan lain-lain berkembang sesuai dengan pola tertentu, maka mereka dapat diperkirakan nilainya di masa datang, sesuai dengan teori barisan dan deret.

a. Perkembangan Usaha

Jumlah produksi, biaya, pendapatan, laba dan bunga pinjaman dari waktu ke waktu biasanya mempunyai pola seperti barisan dan deret hitung. Artinya, jumlah atau nilainya dari suatu periode ke periode berikutnya mempunyai selisih (bertambah atau berkurang) secara tetap. Jika terjadi yang demikian, maka kasusnya dapat diselesaikan dengan cara-cara barisan dan deret hitung.

Contoh 9 :

Pada tahun ketiga barang yang diproduksi Perusahaan X sebanyak 4.000 unit, sedangkan jumlah produksinya sampai dengan tahun keenam sebanyak 21.000 unit. Dari data tersebut tentukanlah berapa produksi pada tahun pertama! Dan kapan perusahaan tidak berproduksi lagi?

$$U_3 \rightarrow 4000 = a + (3-1)b \rightarrow 4000 = a + 2b \rightarrow a = 4000 - 2b$$

$$S_6 \rightarrow 21000 = \frac{6}{2} [2a + (6-1)b] = 3[2a + 5b] \rightarrow 2100 = 6a + 15b$$

$$\text{Substitusi } U_3 \text{ ke } S_6 : 21000 = 6(4000 - 2b) + 15b \rightarrow b = -1000$$

$$\text{Pada } U_3 : 4000 = a + (-1000) \rightarrow a = 6.000$$

$$\text{Sehingga : } S_n = 6000 + (n-1)(-1.000)$$

$$\text{Pada } S_n = 0, \text{ maka : } 0 = 6000 + (n-1)(-1000)$$

$$1000n = 7000 \rightarrow n = 7$$

Jadi produksi barang perusahaan pada tahun pertama adalah sebanyak 6.000 unit, dengan penurunan produksi per tahun sebanyak 1.000 unit, sehingga pada tahun ketujuh perusahaan tidak berproduksi lagi.



b. Bunga Majemuk

Konsep bunga majemuk didasarkan atas pertanyaan apakah sejumlah uang pada saat ini akan sama dengan di waktu yang akan datang. Kenyataan menunjukkan bahwa tingkat inflasi akan mengakibatkan kemampuan sejumlah uang yang dapat dibeli suatu barang pada saat ini belum tentu dapat dibeli barang yang sama pada lima tahun mendatang. Di samping itu, apabila kita menerima uang sebesar Rp 100.000.000,- sekarang, maka kita dapat menggunakan untuk berusaha agar memperoleh laba atau menyimpannya saja di bank agar memperoleh bunga, sehingga pada akhir tahun pertama jumlahnya tidak hanya sebesar Rp 100.000.000,- tetapi menjadi Rp 100.000.000,- ditambah laba atau bunga.

Jumlah atau bunga akan semakin besar apabila jumlah laba atau bunga periode sebelumnya ikut menjadi dasar perhitungan pada periode sesudahnya (tahun kedua dan seterusnya). Konsep tersebut dalam Manajemen Keuangan dikenal sebagai nilai bunga majemuk (*compound value*) dari sejumlah uang, yang mempunyai arti nilai uang sekarang diperoleh pada akhir tahun tertentu di masa yang akan datang, dan dihubungkan berdasarkan pada tingkat laba atau bunga tertentu.

Per definisi, jika misalnya terdapat sejumlah uang pada awal periode (sekarang) sebesar P akan dibungakan secara majemuk dengan tingkat bunga per tahun sebesar i , serta tetap disimpan selama n tahun tanpa pernah diambil sedikit pun, maka jumlah pada akhir tahun F_n tersebut dapat dihitung menjadi:

$$\text{akhir tahun ke-1 : } F_1 = P + Pi = P(1 + i)$$

$$\text{akhir tahun ke-2 : } F_2 = F_1 + F_1i = F_1(1 + i)$$

$$\text{atau: } F_2 = P(1 + i) + P(1 + i)i = P(1 + i)^2$$

$$\text{akhir tahun ke-3 : } F_3 = F_2 + F_2i = F_2(1 + i)$$

$$\text{atau: } F_3 = P(1 + i)^2 + P(1 + i)^2i = P(1 + i)^3$$

akhir tahun ke- n :

$$F_n = P(1 + i)^n$$



Rumus tersebut di atas identik dengan rumus barisan geometri $U_n = ar^{n-1}$, yaitu P atau F_0 sama dengan a atau U_1 , serta $(1+i)$ dengan r barisan geometri. Karena itu, F_n setara dengan U_{n+1} barisan geometri.

Dari rumus tersebut juga dapat dicari nilai sekarang (P), apabila diketahui jumlah uang pada masa datang (F_n) dan tingkat bunga (i). Dengan manipulasi matematis, maka dapat diperoleh rumusnya sebagai berikut:

$$P(1+i)^n = F_n \rightarrow P = \frac{F_n}{(1+i)^n}$$

Rumus nilai majemuk dan nilai sekarang di atas menganggap bahwa pembayaran bunga diperhitungkan satu kali per tahun. Pada kenyataannya bunga dapat dibayarkan pada tiap semesteran, kuartalan, tri wulanan, bahkan harian. Apabila bunga dibayarkan lebih dari satu kali setahun (m). Jumlah pada akhir tahun tertentu dapat dihitung menjadi :

$$F_n = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn}$$

Nilai awal periode (sekarang) juga dapat dihitung, apabila diketahui jumlah akhir tahun tertentu F_n serta frekuensi pembayaran m dari bunga tahunan i , yaitu sebagai berikut:

$$P = \frac{F_n}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn}}$$

Nilai-nilai $1/(1+i)^n$ dan $1/\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}$ dalam ekonomi dikenal dengan sebutan **faktor diskonto** (*discount factor*), yaitu nilai yang dapat dipakai untuk menghitung nilai sekarang dari sejumlah uang pada masa datang.

Contoh 10:

Pada tahun ini seorang mahasiswa mempunyai uang kas sebanyak Rp 2 Juta. Apabila uang tersebut dibiarkan tersimpan di Bank selama 3 (tiga) tahun, dan akan memperoleh bunga sebesar 12% setahun, maka berapa besar tabungan mahasiswa tersebut jika pembayaran bunga masing-masing dilaksanakan setiap tahun, semesteran, tri wulanan, bulanan atau harian? Tabungan dengan pembayaran bunga mana yang menghasilkan jumlah terbesar?

Penyelesaian :



Apabila pembayaran bunga sekali tiap tahun, maka:

$$\text{akhir tahun ke-1: } F_1 = 2.000.000(1 + 0,12) = 2.240.000$$

$$\text{akhir tahun ke-2: } F_2 = 2.240.000(1 + 0,12) = 2.508.800$$

$$\text{akhir tahun ke-3: } F_3 = 2.508.800(1 + 0,12) = 2.809.856$$

Hasil tersebut akan identik dengan memakai rumus:

$$F_n = P(1 + i)^n$$

$$F_3 = 2.000.000(1 + 0,12)^3 = 2.809.856$$

Pembayaran bunga semesteran:

$$F_3 = 2.000.000(1 + 0,12/2)^{2 \cdot 3} = 2.837.038,225$$

Pembayaran bunga tri wulanan:

$$F_3 = 2.000.000(1 + 0,12/4)^{4 \cdot 3} = 2.851.521,774$$

Pembayaran bunga bulanan:

$$F_3 = 2.000.000(1 + 0,12/12)^{12 \cdot 3} = 2.861.537,567$$

Pembayaran bunga harian:

$$F_3 = 2.000.000(1 + 0,12/365)^{365 \cdot 3} = 2.866.489,288$$

Dari perhitungan tersebut dapat diketahui bahwa semakin banyak frekuensi perhitungan, maka semakin besar pula jumlah akhir tabungan mahasiswa tersebut, dan yang paling besar adalah jika bunga dibayarkan setiap hari, yaitu sebesar Rp 2.866.489,288.

c. **Pertumbuhan Penduduk**

Seperti telah dikemukakan di muka, teori Malthus menyatakan bahwa pertumbuhan penduduk akan mengikuti pola baris ukur. Teori tersebut merupakan penerapan baris ukur yang paling konvensional. Apabila diketahui jumlah penduduk pada periode (tahun) pertama sebesar P , akan mengalami tingkat (persentase) pertumbuhan per tahun sebanyak p , maka jumlah penduduk pada tahun tertentu P_n dapat dihitung sebagai berikut:

$$P_n = P(1 + p)^n$$

Rumus tersebut ternyata identik dengan rumus barisan ukur/barisan geometri $U_n = ar^{n-1}$, yaitu P sama seperti a atau S_1 , sedangkan $(1 + p)$ sama



seperti r pada baris ukur. Sehingga P_n akan sama besar dengan $U_n + 1$ pada baris ukur.

Contoh 11 :

Pada tahun 2002 diketahui bahwa jumlah gula yang dibutuhkan penduduk suatu kota sebanyak 750.000 kg. Setiap orang ditaksir rata-rata mengkonsumsi gula sebesar 15 kg per tahun. Jika pertumbuhan penduduk relatif stabil sebesar 2% per tahun, maka tentukan berapa gula yang harus disediakan untuk memenuhi kebutuhan rata-rata penduduk kota tersebut pada tahun 2008?

Penyelesaian:

Jumlah penduduk tahun 2002 = $750.000 : 15 = 50.000$ orang

Periode tahun = $n = 2008 - 2002 = 6$

Jumlah penduduk tahun 2008 :

$$P_n = P(1+r)^n$$

$$P_6 = 50.000(1+2\%)^6 = 56.308 \text{ orang}$$

$$\text{Kebutuhan gula tahun 2008} = 15 \times 56.308 = 844.620 \text{ kg}$$

Jadi gula yang digunakan untuk mencukupi kebutuhan rata-rata penduduk kota tersebut pada tahun 2008 adalah sebanyak 844.642 kg.

E. Aktifitas Pembelajaran

1. Pengantar:

Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Pola, Barisan dan Deret. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah: pola bilangan, barisan dan deret aritmatika, barisan dan deret geometri, deret geometri tak hingga, serta penerapan pola, barisan dan deret, meliputi perkembangan usaha, bunga majemuk, dan pertumbuhan penduduk.

2. Aktivitas:



Aktivitas 0: Mengidentifikasi Isi Bahan Belajar

Mengawali proses pembelajaran, diskusikan bersama rekan guru untuk mengidentifikasi hal-hal berikut:

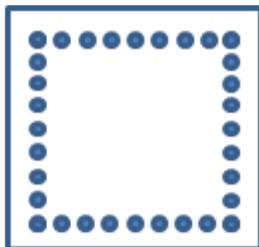
1. Ada berapa aktivitas yang harus Anda ikuti dalam mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan topik-topik untuk masing-masing aktivitas.
2. Kompetensi apa yang diharapkan tercapai setelah mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan!
3. Anda saat ini mengikuti pelatihan dengan pola tatap muka. Apa saja yang harus Anda lakukan saat tatap muka?

Aktivitas 1 : Pola Bilangan

Dalam Aktivitas ini kita akan membahas mengenai pola bilangan, yang merupakan bahasan awal dari modul Aljabar ini. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 01, disarankan untuk membaca uraian materi topik pola bilangan pada modul atau sumber belajar lainnya atau lakukanlah diskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan cermat, bertanggungjawab dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 01

1. Apa yang anda ketahui mengenai pola bilangan?
2. Pola juga ada dalam kehidupan sehari-hari, tuliskan beberapa penerapan pola dalam kehidupan sehari-hari yang anda ketahui !
3. Perhatikan gambar berikut ini!



- a. Berapakah banyaknya titik yang terdapat dalam susunan tersebut apabila tepinya ada 9?
- b. Jika banyaknya titik adalah 96 berapakah banyaknya panjang sisi persegi?



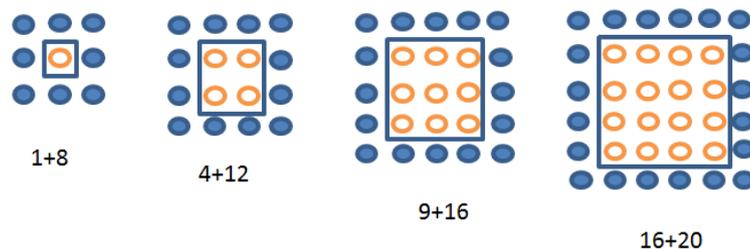
- Adakah strategi lain yang Anda miliki untuk menyampaikan materi mengenai pola? Bagaimana cara Anda tersebut.

Aktivitas 2 : Barisan

Dalam Aktivitas ini kita akan membahas mengenai barisan, yang terdiri dari barisan geometri dan barisan aritmatika. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 02, disarankan untuk membaca uraian materi topik barisan pada modul atau sumber belajar lainnya atau lakukanlah diskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan cermat, bertanggungjawab dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 02

- Apa yang dimaksud barisan?
- Apa yang membedakan barisan aritmatika dan barisan geometri?
- Tuliskan rumus menentukan suku ke- n dari barisan aritmetika dan geometri kemudian jelaskan proses pembentukan masing-masing rumus tersebut !
- Perhatikan gambar di bawah ini



- Dengan memperhatikan pola di atas, berapakah nilai susunan ke-40?
 - Apakah banyaknya bulatan pada susunan ke-40 itu adalah 1764? Coba jelaskan jawaban anda?
 - Tuliskan rumus umum untuk pola tersebut!
 - Apakah rumus umum tersebut ekuivalen dengan $U_n = (n+2)^2$? Jelaskan!
 - Dapat dikategorikan barisan bilangan apakah bilangan dengan pola tersebut? Jelaskan!
- Seorang ibu membagikan permen kepada 5 orang anaknya menurut aturan barisan aritmetika. Semakin muda usia anak semakin banyak permen yang



- diperoleh. Banyak permen yang diterima anak kedua 11 buah dan anak keempat 19 buah. Berapa banyak permen yang diterima oleh anak terkecil?
6. Diketahui barisan bilangan asli kurang dari 150. Tentukan banyak bilangan yang :
 - a. habis dibagi 2.
 - b. habis dibagi 5.
 - c. habis dibagi 2 tetapi tidak habis dibagi 5.
 7. Tentukan jumlah 8 suku pertama dari suatu barisan aritmetika yang suku ke-2 adalah 42 dan suku ke-6 adalah 72 !
 8. Dari suatu barisan geometri diketahui jumlah suku pertama dan ke-6 adalah 244 dan hasil kali suku ke-3 dan ke-4 adalah 243. Tentukan rasio dan suku ke-2 barisan geometri tersebut !
 9. Tiga bilangan membentuk barisan aritmatika. Jumlah ketiga bilangan tersebut sama dengan 12. Jika bilangan ke-3 ditambah dengan 2 maka terbentuk suatu barisan geometri. Tentukan bilangan-bilangan tersebut !

Aktivitas 3: Deret

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai Deret, yang terdiri dari deret geometri dan deret aritmatika, serta deret tak hingga. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 03, disarankan untuk membaca uraian materi topik deret pada modul atau sumber belajar lainnya atau lakukanlah diskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan cermat, bertanggungjawab dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 03

1. Apa yang dimaksud deret?
2. Apa yang membedakan deret aritmatika dan deret geometri?
3. Tuliskan rumus menentukan jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika dan geometri kemudian jelaskan proses pembentukan masing-masing rumus tersebut !
4. Deret $1 + 3 + 5 + 2 + 4 + 6 + 3 + 5 + 7 + 4 + 6 + 8 + \dots$. Tentukan jumlah 100 suku pertama deret tersebut !



5. Tentukan n jika $\frac{1+2+3+4+\dots+n}{3n} = 36$

6. Diketahui

$$X = 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+4+\dots+2017}$$

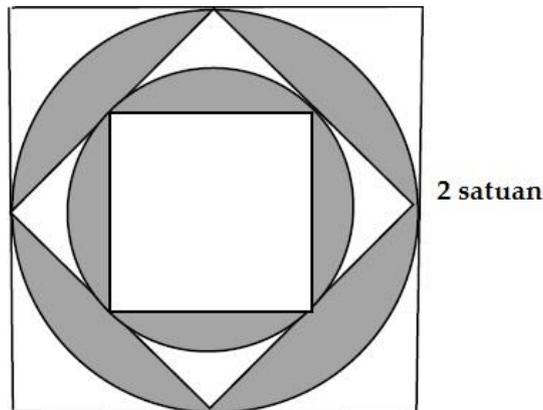
Tentukan nilai X !

7. Diketahui

$$P = 5 + 55 + 555 + 5555 + \dots + \underbrace{555\dots555}_{2017 \text{ angka}}$$

Tentukan nilai P !

8. Raka diterima bekerja di suatu perusahaan yang menawarkan gaji dengan 2 macam pilihan. Yang pertama, gaji dibayar dengan aturan hari kerja dalam sebulan dianggap 16 hari, walaupun masuk dalam seminggu 5 hari dari Senin sampai Jumat. Hari kerja pertama dibayar Rp 100,00. Pembayaran hari kerja ke-2 dua kali gaji hari pertama. Pembayaran hari kerja ke-3 dua kali gaji hari ke-2, dan seterusnya. Yang kedua, tiap-tiap akhir bulan Raka mendapat gaji Rp. 5.000.000,00. Sistem pembayaran mana yang sebaiknya Raka pilih? Jelaskan alasan Anda atas pilihan itu!
9. Jumlah suku-suku nomor ganjil dari suatu deret geometri tak hingga adalah 18. Deret itu sendiri mempunyai jumlah 24. Tentukan rasio dan suku pertama deret geometri itu!
10. Hitunglah luas semua daerah yang diarsir jika pola arsiran dilakukan sampai tak hingga kali. Panjang sisi persegi yang paling besar adalah 2 satuan.



Aktivitas 4: Penerapan Pola, Barisan dan Deret

Dalam Aktivitas ini kita akan membahas mengenai Penerapan Pola, Barisan dan Deret, yang terdiri dari perkembangan usaha, bunga majemuk dan pertumbuhan penduduk. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 04, disarankan untuk membaca uraian materi topik penerapan pola, barisan dan deret pada modul atau sumber belajar lainnya atau lakukanlah diskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan cermat, bertanggungjawab dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 04

1. Apabila pada lima tahun mendatang seorang pegawai ingin mempunyai jumlah tabungan sebanyak Rp 30.000.000,00, maka berapa jumlah uang pada tahun ini yang perlu ditabungnya, apabila tingkat bunga konstan sebesar 10%?
2. Suatu mobil baru akan mengalami depresiasi nilai jual sebesar 15 % tiap tahunnya. Jika harga beli mobil X baru adalah Rp 510.000.000,00 , berapakah harga jual mobil X tersebut setelah 5 tahun? Berapa tahunkah sampai harga mobil X tersebut kurang dari Rp 100.000.000,00?
3. Penduduk di suatu desa tahun 2000 berjumlah 20.000 jiwa. Apabila tingkat pertumbuhan penduduk sebesar 4% per tahun, maka berapakah jumlah penduduk di desa tersebut pada tahun 2010? Berapa jumlah penduduk 15 tahun kemudian? Apabila setelah 15 tahun dari tahun 2000 tingkat



- pertumbuhan turun menjadi 3 %, maka berapa jumlah penduduk 5 tahun kemudian?
4. Berilah contoh permasalahan lain yang sesuai dengan kompetensi keahlian di tempat saudara yang dapat diselesaikan dengan konsep pola, barisan dan deret !

Aktivitas 5 : Latihan Soal Pola, Barisan dan Deret

Untuk kegiatan 5 ini, Anda diminta untuk berlatih menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan pola, barisan dan deret. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam menyelesaikan soal-soal latihan pada LEMBAR KERJA 05 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 05

Selesaikanlah soal-soal berikut :

1. Diketahui barisan aritmetika 1, 3, 5, 7, ... dengan $U_n = 225$. Tentukan nilai n !
2. Diketahui suatu barisan 63, 60, 56, 51,
Bagaimana rumus umum suku ke- n barisan tersebut dan Suku ke berapa yang nilainya bilangan negatif pertama barisan tersebut!
3. Tarif taksi "Kencana" ditentukan sebagai berikut. Tarif buka pintu pertama sebesar Rp 6.000,00, dan tarif perjalanan per kilometer sebesar Rp 3.000,00. Berapa jarak perjalanan yang ia tempuh apabila seseorang menggunakan taksi tersebut dan harus membayar sebesar Rp. 96.000,00?
4. Tentukan suku ke-10 dari barisan aritmatika 2, 5, 8, 11, ... dan hitunglah jumlah 10 suku yang pertama dari deret aritmatika $2 + 5 + 8 + 11 + \dots$
5. Diketahui deret aritmatika dengan jumlah n suku pertamanya $S_n = 3n^2 - n$, tentukan jumlah enam suku pertamanya!
6. Suku ketiga dan suku kelima suatu barisan geometri berturut-turut 27 dan 3. Jika rasio barisan ini bilangan positif, tentukan rasio dan suku pertama serta rumus suku ke- n dan suku ke-8!



7. Diketahui deret geometri dengan suku ke n adalah $Un = 2^{n-1}$. Tunjukkan bahwa deret tersebut adalah deret geometri dan tentukan jumlah 5 suku pertamanya!
8. Setiap bulan Siti menabung Rp 100.000,00 ke suatu Koperasi. Koperasi tersebut memberi bunga majemuk 2% tiap bulan. Pada akhir bulan ke-10 semua uang diambilnya. Berapa jumlah uang yang diterima?
9. Sebuah bola tenis dijatuhkan dari ketinggian 72 cm. Setelah memantul di lantai bola itu mencapai ketinggian $\frac{2}{3}$ dari ketinggian pantulan sebelumnya, demikian seterusnya. Taksirlah panjang lintasan yang ditempuh oleh bola sampai berhenti!
10. Suatu segitiga sama sisi mempunyai sisi-sisi yang panjangnya 20 cm. Titik tengah sisi-sisi segitiga itu dihubungkan sehingga membentuk segitiga sama sisi lain yang lebih kecil. Jika prosedur ini dilakukan berulang sampai tak hingga kali, tentukan :
 - a. Jumlah keliling semua segitiga !
 - b. Jumlah luas semua segitiga !

Aktivitas 6 : Penyusunan instrumen penilaian

Untuk aktivitas 6 ini, Anda diminta untuk berlatih menyusun instrumen penilaian pada materi pola, barisan dan deret dengan mengacu pada panduan teknik penulisan soal dari puspendik. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam menyelesaikan LEMBAR KERJA 06 ini, disarankan anda membaca bahan bacaan mengenai panduan teknik penulisan soal dari puspendik tersebut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 06

1. Buatlah kisi-kisi penulisan soal mengenai materi pola, barisan, dan deret !
2. Buatlah 20 soal berupa 15 pilihan ganda dan 5 soal uraian sesuai dengan kisi-kisi penulisan soal yang telah anda buat !



F. Latihan dan Tugas

(a) Soal Pilihan Ganda

1. Diketahui barisan aritmatika 5, 8, 11, 14, $u_n = 353$. Banyaknya suku pada barisan aritmatika tersebut adalah ...
A. 113 B. 114 C. 115 D. 116 E. 117
2. Jumlah semua bilangan asli antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 adalah ...
A. 1682 C. 1684 E. 1986
B. 1683 D. 1685
3. Jumlah tujuh buah suku dari deret geometri $4 + 2 + 1 + 0,5 + \dots$ adalah ...
A. 7,94 B. 7,95 C. 7,96 D. 7,97 E. 7,98
4. Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp 80.000.000,00 setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Nilai jual mobil tersebut setelah 3 tahun sebesar ...
A. Rp 20.000.000,00 D. Rp 35.000.000,00
B. Rp 25.312.500,00 E. Rp 45.000.000,00
C. Rp 33.750.000,00
5. Pak Ardi mempunyai 6 anak yang usianya pada saat ini membentuk barisan aritmatika. Jika urutan usia anak disusun dari yang termuda, usia anak ke-3 adalah 7 tahun dan usia anak ke-5 adalah 12 tahun, maka jumlah usia enam anak pak Ardi adalah ...
A. 46,5 Tahun C. 48,5 Tahun E. 50,5 Tahun
B. 47,5 Tahun D. 49,5 Tahun
6. Budi bermaksud meminjam modal kerja di suatu bank sebanyak Rp 2.000.000,00. Apabila jumlah dana tersebut dapat diangsur setiap bulan sebanyak 20 kali, dengan ditambah pembayaran bunga atas sisa pinjaman sebesar 1,5% per bulan



(bunga dihitung dari saldo pinjaman sebelumnya), maka berapa jumlah bunga yang harus dibayar Amin?

- A. Rp 215.000,00 C. Rp 315.000,00 E. Rp 325.000,00
B. Rp 300.000,00 D. Rp 320.000,00

7. Suatu perusahaan menghasilkan barang A dan B. Pada tahun keempat produksi barang A sebanyak 4.000 unit, sedangkan pada tahun kedelapan sebanyak 6.000 unit. Untuk barang B, produksi pada tahun kedua adalah sebesar 5.000 unit, dan 500 unit pada tahun kelima.

Dari data tersebut tentukan pada tahun ke berapa produksi barang A akan sama banyaknya dengan produksi barang B di perusahaan tersebut?

- A. Ke-1 C. Ke-3 E. ke-5
B. Ke-2 D. Ke-4

8. Dari barisan geometri dengan suku-suku positif, diketahui suku ke-3 adalah 4 dan besarnya suku ke-9 adalah 256, besar suku ke -13 adalah

- A. 4090 C. 4094 E. 4098
B. 4092 D. 4096

9. Produksi beras di suatu desa pada saat ini adalah 50 ton. Jumlah tersebut akan habis dikonsumsi oleh 1.000 orang penduduknya. Apabila pada tahun ke-5 produksi beras ditaksir sebanyak 100 ton dengan pertumbuhan produksinya mengikuti deret hitung, sedangkan pertumbuhan penduduk dianggap stabil sebesar 5% per tahun, maka apakah pada tahun ke-20 akan terjadi surplus atau defisit kebutuhan beras di desa tersebut? Berapa besarnya?

- A. Defisit beras sebanyak 117.300 kg
B. Surplus beras sebanyak 117.300 kg.
C. Surplus beras sebanyak 117.350 kg.
D. Defisit beras sebanyak 117.350 kg.
E. Surplus beras sebanyak 117.650 kg.



sebanyak 9 kali, ada berapakah pijakan di tempat bermain tersebut ! pijakan ke berapa sajakah yang tidak kena pijakan Andi ?

G. Rangkuman

1. Pola bilangan adalah susunan bilangan-bilangan yang mempunyai aturan tertentu.
2. Barisan merupakan sekumpulan bilangan yang memiliki pola tertentu (suatu aturan tertentu).
3. Barisan aritmatika adalah barisan bilangan yang memiliki selisih/beda yang tetap.

4. Menentukan Suku ke-n barisan aritmatika :

i) barisan aritmatika tingkat 1 $\rightarrow U_n = a + (n - 1)b$

ii) barisan aritmatika tingkat 2 $\rightarrow U_n = pn^2 + q \cdot n + r$ atau

$$U_n = \frac{a}{0!} + \frac{(n-1)b}{1!} + \frac{(n-1)(n-2)c}{2!}$$

iii) barisan aritmatika tingkat k

$$U_n = \frac{a}{0!} + \frac{(n-1)b}{1!} + \frac{(n-1)(n-2)c}{2!} + \dots + \frac{(n-1)(n-2)(n-k)r}{k!}$$

5. Barisan geometri yaitu sekumpulan bilangan yang memiliki rasio atau faktor pengali yang sama.
6. Rumus suku ke-n barisan geometri, yaitu $U_n = a \cdot r^{n-1}$
7. Deret merupakan jumlah yang ditunjuk oleh suku-suku dalam suatu barisan bilangan.

Bentuk Umum:

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

8. Notasi sigma merupakan notasi yang digunakan untuk menyatakan penjumlahan bilangan.
9. Deret aritmatika adalah jumlah suku-suku barisan aritmetika.

Bentuk Umum: $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$

10. Hubungan deret aritmatika dengan barisan aritmatika

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$



$$S_n = \frac{1}{2} n \cdot U_t \text{ dengan } U_t = \frac{a + U_n}{2}$$

11. Deret geometri yaitu jumlah suku-suku yang ditunjukkan oleh barisan geometri atau barisan ukur.

Bentuk Umum:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \text{ digunakan untuk } |r| < 1,$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}, \text{ digunakan untuk } |r| > 1$$

12. Rumus umum jumlah n suku deret geometri tak hingga adalah

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \text{ untuk } |r| < 1 \text{ atau } -1 < r < 1$$

13. Rumus bunga majemuk : $F_n = P(1+i)^n$.

14. Pertumbuhan Penduduk : $P_n = P(1+p)^n$

H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Pada kegiatan belajar 1 ini telah dibahas mengenai:

1. Menemukan pola untuk menyelesaikan masalah sehari-hari
2. Menerapkan konsep barisan dan deret aritmatika
3. Menerapkan konsep barisan dan deret geometri
4. Menggunakan pola bilangan dalam barisan atau deret untuk menyelesaikan masalah
5. Menggunakan konsep barisan dan deret untuk menyelesaikan masalah

Cocokkan jawaban Latihan dan Tugas pada Kegiatan Belajar 1 ini dengan kunci jawaban yang tersedia. Hitunglah jumlah skor jawaban Anda yang benar, dan gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan materi kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor jawaban benar}}{\text{Jumlah skor maksimum}} \times 100\%$$



Bila kebenaran jawab Anda mencapai $\geq 67\%$, Anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar selanjutnya. Akan tetapi bila kebenaran jawaban Anda belum mencapai 67%, hendaknya anda mengulangi kegiatan belajar, terutama pada bagian yang Anda anggap rumit dan berdiskusilah dengan teman sejawat yang lainnya atau dengan narasumber/fasilitator.

Untuk mengembangkan materi yang lebih jauh Anda sebaiknya mempelajari materi Aljabar pada kegiatan belajar berikutnya. Lakukan tahapan kegiatan belajar materi selanjutnya dengan mengerjakan aktifitas kegiatannya dan mengerjakan lembar kerjanya. Ukurlah kemampuan pemahaman materi yang Anda pelajari dengan mengerjakan latihan soal-soalnya.



KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

A. Pengantar

Salah satu kompetensi inti guru yang tercantum dalam Permendikbud No. 16 Tahun 2007 adalah guru menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampunya. Salah satu kompetensi guru mata pelajaran matematika adalah mampu menggunakan konsep-konsep aljabar. Pada kegiatan pembelajaran 2 pada modul ini guru akan diarahkan pada kegiatan-kegiatan diskusi dan penugasan yang terbagi menjadi beberapa topik yaitu suku banyak, persamaan dan pertidaksamaan linier, sistem persamaan linier dua variabel dan tiga variabel, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, sistem persamaan linier-kuadrat dan kuadrat-kuadrat serta Program Linier.

B. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 2 ini adalah melalui diskusi dan penugasan peserta diklat dapat menerapkan konsep-konsep aljabar dalam menyelesaikan masalah kejuruan dengan cermat, penuh tanggung jawab dan percaya diri.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah melalui kegiatan diskusi dan penugasan dengan cermat, penuh tanggung jawab serta percaya diri, peserta diklat dapat:

1. Menganalisis hubungan persamaan polinomial, pembagi, dan sisa pembagiannya.
2. Memfaktorkan suku banyak.
3. Menggunakan identitas aljabar dalam memecahkan masalah.
4. Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak.
5. Menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dan tiga variabel.
6. Menggunakan sifat akar-akar persamaan kuadrat untuk menyelesaikan soal.
7. Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat.
8. Menyelesaikan masalah sistem persamaan linier-kuadrat dan kuadrat-kuadrat.



9. Menyelesaikan masalah program linear.

D. Uraian Materi

1. Polinomial (Suku Banyak)

a. Pengertian suku banyak

Rene Descartes adalah tokoh matematika yang memperkenalkan huruf-huruf awal alfabet a, b, c, ... untuk menyatakan konstanta, serta penggunaan huruf-huruf akhir ... x, y, z untuk menyatakan peubah/variabel. Selanjutnya, untuk penggunaan yang lebih banyak dari huruf-huruf alfabet digunakan indeks seperti $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

Suku banyak atau polinomial adalah suatu bentuk yang memuat variabel berpangkat. Suku banyak dengan variabel x dan berderajat n dapat dinyatakan sebagai fungsi $f(x)$ dalam bentuk :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

Dengan $n \in$ bilangan cacah dan $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1$ disebut koefisien-koefisien suku banyak, dan a_0 disebut suku tetap / konstanta dengan $a_n \neq 0$ dan n disebut pangkat tertinggi.

b. Nilai suku banyak

Nilai suku banyak dapat ditentukan dengan dua cara, cara substitusi dan cara skema / horner / sintetik.

1) Cara Substitusi

Misalkan suku banyak berderajat n $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ ingin ditentukan nilainya untuk $x = k$, maka nilai dari $f(x)$ dapat ditentukan dengan cara substitusi nilai variabelnya (x) dengan nilai x yang diinginkan sehingga diperoleh nilai $f(k)$.

Contoh 1 :

Hitunglah nilai suku banyak $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x - 25$ untuk $x = 2$!



Penyelesaian :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x - 25$$

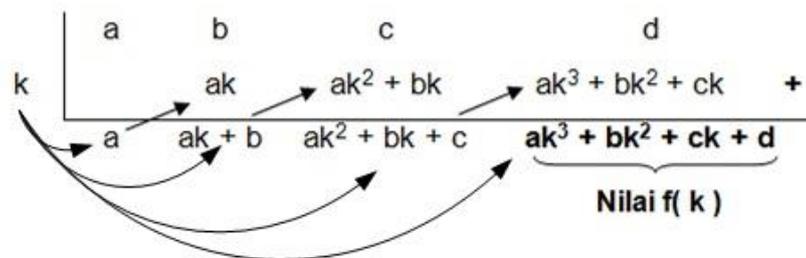
$$f(2) = (2)^4 + 2(2)^3 - (2)^2 + 7(2) - 25$$

$$= 16 + 16 - 4 + 14 - 25 = 17$$

Jadi nilai suku banyak $f(x)$ untuk $x = 2$ adalah 17.

2) Cara skema/ horner/ sintetik

Misalkan suku banyak berderajat 3 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ingin ditentukan nilainya untuk $x = k$, maka nilai dari $f(x)$ dapat ditentukan dengan cara skema / horner / sintetik dengan langkah berikut.



Contoh 2 :

Hitunglah nilai suku banyak $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x - 25$ untuk $x = 2$!

Penyelesaian :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x - 25$$

	1	2	-1	7	-25	
2		2	8	14	42	+
	1	4	7	21	17	

Jadi nilai suku banyak $f(x)$ untuk $x = 2$ adalah **17**.



c. Pembagian suku banyak

Misalkan suku banyak berderajat n $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$ dibagi dengan $(x - k)$ maka diperoleh :

$$f(x) = h(x) \cdot (x - k) + s(x)$$

dengan

$h(x)$: hasil bagi, $(x - k)$: pembagi, $s(x)$: sisa pembagian

Untuk menentukan hasil bagi dan sisa pembagian suku banyak $f(x)$ oleh $(x - k)$ dapat ditentukan dengan dua cara, cara pembagian bersusun biasa dan cara horner / skema.

1) Cara pembagian bersusun

Perhatikan contoh berikut untuk memahami cara pembagian bersusun untuk memperoleh hasil bagi dan sisa pembagian suku banyak.

Contoh 3 :

Tentukanlah hasil bagi dan sisa pembagian suku banyak berikut.
 $2x^3 - 8x^2 + 4x - 24$ dibagi $(2x - 1)$

Penyelesaian :

$$\begin{array}{r} x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{1}{4} \quad \leftarrow \text{Hasil Bagi} \\ 2x - 1 \overline{) 2x^3 - 8x^2 + 4x - 24} \\ \underline{2x^3 - x^2} - \\ -7x^2 + 4x + 24 \\ \underline{-7x^2 + \frac{7}{2}x} - \\ \frac{1}{2}x + 24 \\ \underline{ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}} - \\ 23\frac{3}{4} \quad \leftarrow \text{Sisa pembagian} \end{array}$$



Teorema sisa 1 : Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(x - k)$ maka sisa pembagiannya adalah $f(k)$

Teorema sisa 2 : Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(ax + b)$ maka sisa pembagiannya adalah $f(-\frac{b}{a})$

Teorema sisa 3 : Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(x - a)(x - b)$ maka sisa pembagiannya adalah $px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$

Contoh 5 :

Tentukanlah sisa pembagian suku banyak berikut :

- a. $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x - 3)$
- b. $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x^2 - x - 2)$

Penyelesaian :

- a. Dengan menggunakan teorema sisa 1, maka $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x - 3)$ maka sisa pembagiannya adalah $f(3)$. Nilai $f(3)$ dapat ditentukan dengan cara substitusi atau cara horner.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -2 & 3 & 5 \\
 3 & & 3 & 3 & 18 & + \\
 \hline
 & 1 & 1 & 6 & 23 &
 \end{array}$$

Jadi, sisa pembagian $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x - 3)$ adalah 23.

- b. $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x^2 - x - 2) = (x + 1)(x - 2)$ maka sisa pembagiannya adalah dapat ditentukan dengan menggunakan teorema sisa 3 sebagai berikut.

$S(x) = px + q,$

dengan $f(-1) = -1p + q$ dan $f(2) = 2p + q$

$f(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + 3(-1) + 5 = -1p + q$

$-1 - 2 - 3 + 5 = -1p + q$

$p - q = 1 \dots\dots\dots (1)$

$f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 + 3(2) + 5 = 2p + q$

$8 - 8 + 6 + 5 = 2p + q$



$$2p + q = 11 \dots\dots\dots (2)$$

Nilai p dan q dapat ditentukan dengan mengeliminasi persamaan

1) dan 2) :

$$p - q = 1$$

$$\underline{2p + q = 11 \quad +}$$

$$3p = 12$$

$$p = 4$$

Nilai p = 4 substitusi ke persamaan 1) :

$$p - q = 1 \Rightarrow 4 - q = 1 \Rightarrow q = 3$$

Jadi, sisa pembagian $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ dibagi oleh $(x^2 - x - 2)$ adalah $4x + 3$.

e. Penggunaan Teorema Faktor

Teorema faktor dapat digunakan untuk menentukan faktor linier dari suku banyak.

Jika $f(x)$ suatu suku banyak, maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$

Contoh 6 :

Tentukanlah faktor-faktor linier dari $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$!

Penyelesaian :

Jika $(x - k)$ merupakan faktor dari $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$, maka k merupakan pembagi dari 3, bisa ± 1 atau ± 3 , kemudian dicobakan kemungkinan nilai k tersebut. Kita gunakan cara horner

	2	7	2	-3	
-1		-2	-5	3	+
	2	5	-3	0	
-3		-6	3	+	
	2	-1	0		



$$2x^3 + 7x^2 + 2x - 3 = (x + 1)(x + 3)(2x - 1)$$

Jadi, faktor-faktor linier dari $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ adalah $(x + 1)$, $(x + 3)$, dan $(2x - 1)$.

2. Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

a. Persamaan Linear Satu Variabel

Persamaan linier satu variabel adalah suatu persamaan yang memiliki satu peubah (variabel) dengan pangkat tertingginya satu.

Bentuk Umum : $ax + b = 0$, dimana $a, b \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$

Sifat-sifat :

- 1) Penambahan dan pengurangan bilangan di kedua ruas persamaan tidak mengubah solusi persamaan tersebut.
- 2) Perkalian dan pembagian tidak nol di kedua ruas pada persamaan tidak mengubah solusi persamaan tersebut.

Contoh 7 :

Tentukan solusi dari persamaan berikut : $\frac{2}{3}(4x - 1) = \frac{1}{2}(3x + 4)$

Penyelesaian :

$$\frac{2}{3}(4x - 1) = \frac{1}{2}(3x + 4) \quad (\text{kalikan kedua ruas dengan 6})$$

$$\Leftrightarrow 4(4x - 1) = 3(3x + 4)$$

$$\Leftrightarrow 16x - 4 = 9x + 12$$

$$\Leftrightarrow 16x - 9x - 4 = 9x - 9x + 12 \quad (\text{kurangkan kedua ruas dengan } 9x)$$

$$\Leftrightarrow 7x - 4 = 12$$

$$\Leftrightarrow 7x - 4 + 4 = 12 + 4 \quad (\text{tambahkan kedua ruas dengan } 4)$$

$$\Leftrightarrow 7x = 16 \quad (\text{bagi kedua ruas dengan } 7)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{7}$$

Jadi, solusi persamaan tersebut adalah $\{ x \mid x = \frac{16}{7}, x \in \mathbf{R} \}$.

b. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Sebelum membahas pertidaksamaan lebih lanjut berikut disajikan tabel penulisan interval.



Tabel 2 Interval

Jenis Interval	Garis bilangan	Notasi pertidaksamaan
Interval tertutup		$a \leq x \leq b$
		$x \geq a$
		$x \leq a$
Interval terbuka		$a < x < b$
		$x > a$
		$x < a$
Interval setengah terbuka		$a \leq x < b$
		$a < x \leq b$

Pertidaksamaan linier satu variabel adalah suatu pertidaksamaan yang memiliki satu peubah (variabel) dengan pangkat tertingginya satu.

Bentuk Umum : $ax + b \neq 0$, dimana $a, b \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$

Tanda \neq dapat berbentuk notasi : $<$, $>$, \leq , atau \geq

Sifat-sifat dasar pertidaksamaan:

- 1) Jika pertidaksamaannya ditambah atau dikurangi dengan bilangan real maka tandanya tidak berubah.
- 2) Jika pertidaksamaannya dikali atau dibagi dengan bilangan real positif maka tandanya tidak berubah.
- 3) Jika pertidaksamaannya dikali atau dibagi dengan bilangan real negatif maka tandanya harus dibalik.
- 4) Jika ruas kiri dan ruas kanan positif maka suatu pertidaksamaan dapat dikuadratkan tanpa mengubah tanda.
- 5) Jika ruas kiri dan ruas kanan negatif maka suatu pertidaksamaan dapat dikuadratkan asal tandanya dibalik.

Contoh 8 :

Tentukan solusi dari pertidaksamaan berikut : $\frac{2}{3}(4x - 1) \geq \frac{1}{2}(3x + 4)$

Penyelesaian :

$$\frac{2}{3}(4x - 1) \geq \frac{1}{2}(3x + 4) \quad (\text{kedua ruas dikali } 6)$$



$$\begin{aligned}\Leftrightarrow 4(4x - 1) &\geq 3(3x + 4) \\ \Leftrightarrow 16x - 4 &\geq 9x + 12 \\ \Leftrightarrow 16x - 9x - 4 &\geq 9x - 9x + 12 && \text{(kedua ruas dikurangi } 9x\text{)} \\ \Leftrightarrow 7x - 4 &\geq 12 \\ \Leftrightarrow 7x - 4 + 4 &\geq 12 + 4 && \text{(kedua ruas ditambah } 4\text{)} \\ \Leftrightarrow 7x &\geq 16 && \text{(kedua ruas dibagi } 7\text{)} \\ \Leftrightarrow x &\geq \frac{16}{7}\end{aligned}$$

Jadi, solusi persamaan tersebut adalah $\{x \mid x \geq \frac{16}{7}, x \in \mathbf{R}\}$

3. Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak

a. Persamaan Nilai Mutlak

Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali kita diharapkan pada permasalahan yang berhubungan dengan jarak. Misalnya kita ingin menghitung jarak antara kota yang satu dengan kota yang lainnya, atau jarak antara dua patok tertentu. Dalam kaitannya dengan pengukuran jarak antara dua tempat ini, timbullah sesuatu keistimewaan, bahwa jarak ini harganya selalu positif. Dengan kata lain pengukuran jarak antara dua tempat nilainya tidak pernah negatif.

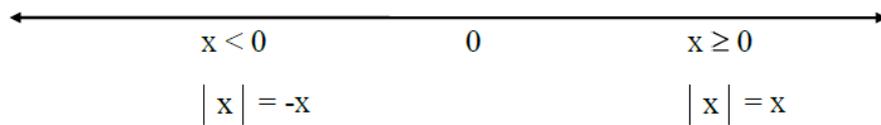
Secara khusus, dalam matematika untuk memberikan jaminan bahwa sesuatu itu nilainya selalu positif diberikanlah suatu pengertian yang sering kita namakan sebagai harga mutlak. Jadi, harga mutlak atau nilai mutlak adalah suatu konsep dalam matematika yang menyatakan selalu positif. Secara matematis pengertian harga mutlak dari setiap bilangan real x yang ditulis dengan simbol $|x|$, ialah nilai positif dari nilai x dan $-x$.

Definisi

Untuk setiap bilangan real x , harga mutlak dari x ditulis $|x|$ dan

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Gambaran lebih jelasnya dapat kita perhatikan diagram seperti yang ditunjukkan oleh garis bilangan berikut ini



Sifat-sifat nilai mutlak bilangan real :

Untuk x,y bilangan real dengan y ≠ 0 berlaku sifat-sifat berikut:

- | | |
|---------------------------|---|
| 1. $ -x = x $ | 5. $ x \cdot y = x y $ |
| 2. $ x - y = y - x $ | 6. $\left \frac{x}{y}\right = \frac{ x }{ y }$ |
| 3. $ x = \sqrt{x^2}$ | 7. Jika $ x = y $ maka $x = \pm y$ |
| 4. $ x ^2 = -x ^2 = x^2$ | |

Contoh 9 :

Carilah himpunan penyelesaian dari :

a. $|3x+2| = 5$ b. $|2x - 1| = |4x+3|$

Penyelesaian:

a. Dengan menggunakan definisi harga mutlak :

$$|3x+2| = 5$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 = 5 \text{ jika } 3x+2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -(3x+2) = 5 \text{ jika } 3x+2 < 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ jika } x \geq -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -7/3 \text{ jika } x < -\frac{2}{3}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya : $\{-7/3, 1\}$

b. Untuk $|2x - 1| = |4x+3|$

1) Jika $2x - 1 \geq 0$ dan $4x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ dan $x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$

maka : $2x - 1 = 4x + 3$

$$\Leftrightarrow 2x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -2, \text{ maka HP} = \emptyset$$

2) Jika $2x - 1 \geq 0$ dan $4x + 3 < 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ dan $x < -\frac{3}{4}$

maka : $2x - 1 = -(4x + 3)$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = -4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 6x = -2$$



$$\Leftrightarrow x = -1/3, \text{ maka HP} = \emptyset$$

$$3) \text{ Jika } 2x - 1 < 0 \text{ dan } 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \text{ dan } x \geq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq x < \frac{1}{2}$$

$$\text{Maka } -(2x - 1) = 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = 4x + 3$$

$$\Leftrightarrow 6x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{HP} = \left\{ x \mid x = -\frac{1}{3} \right\}$$

$$4) \text{ Jika } 2x - 1 < 0 \text{ dan } 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \text{ dan } x < -\frac{3}{4} \Leftrightarrow x < -\frac{3}{4}$$

$$\text{Maka } -(2x - 1) = -(4x + 3)$$

$$\Leftrightarrow -2x + 1 = -4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

$$\text{HP} = \{x \mid x = -2\}$$

Dari berbagai kemungkinan 1), 2), 3) atau 4), didapat $x = -\frac{1}{3}$ dan $x = -2$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\text{Hp} \left\{ -2, -\frac{1}{3} \right\}$

b. Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Beberapa teorema yang berlaku pada pertidaksamaan nilai mutlak :

1. Jika $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$, dan $a > 0$, maka $|x| < a$, jika dan hanya jika $-a < x < a$.
2. Jika $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$, dan $a > 0$, maka $|x| > a$, jika dan hanya jika $x < -a$ atau $x > a$
3. Untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, $x \leq |x|$.
4. Jika $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, maka :
 - a) $|x - y| \leq |x| + |y|$
 - b) $|x + y| \leq |x| + |y|$



Contoh 10 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan :

a. $|x+1| < 3$ b. $|x + 3| < 2 - x$ c. $|3x+7| > |4x - 8|$

Penyelesaian :

a. Menurut teorema 1

$$|x+1| < 3$$

Jika dan hanya jika $- 3 < x + 1 < 3$

Tiap ruas ditambahkan dengan $- 1$, didapat $- 4 < x < 2$

Jadi himpunan penyelesaiannya

$$\{x \mid - 4 < x < 2\}$$

b. Cara I

$$|x + 3| < 2 - x$$

$$\Leftrightarrow -(2 - x) < x + 3 < 2 - x$$

$$\Leftrightarrow x - 2 < x + 3 < 2 - x$$

$$\Leftrightarrow - 2 < 3 \text{ dan } 2x < - 1$$

$$\Leftrightarrow \{\text{semua } x\} \cap \{x \mid x < - \frac{1}{2}\}$$

$$Hp = \{x \mid x < - \frac{1}{2}\}$$

Cara II

$$|x + 3| < 2 - x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2} < 2 - x$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 < (2-x)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 < 4 + x^2 - 21x$$

$$\Leftrightarrow 10x < - 5$$

$$\Leftrightarrow x < - \frac{1}{2}$$

$$Hp = \{x \mid x < - \frac{1}{2}\}$$

c. Cara I

1) $3x + 7 > |4x - 8|$

$$\Leftrightarrow |4x - 8| < 3x + 7$$

$$\Leftrightarrow - 3x - 7 < 4x - 8 < 3x + 7$$

$$\Leftrightarrow - 3x - 7 < 4x - 8 \text{ dan } 4x - 8 < 3x + 7$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{7} \text{ dan } x < 15$$

$$\Leftrightarrow HP : \{\frac{1}{7} < x < 15\}$$

atau

2) $3x + 7 < - |4x - 8|$

$$\Leftrightarrow |4x - 8| < - (3x + 7)$$



$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 3x + 7 < 4x - 8 < -(3x + 7) \\ &\Leftrightarrow 3x + 7 < 4x - 8 \text{ dan } 4x - 8 < -3x - 7 \\ &\Leftrightarrow -x < -15 \text{ dan } 7x < 1 \\ &\Leftrightarrow x > 15 \text{ dan } x < \frac{1}{7} \\ &\Leftrightarrow \text{HP} : \emptyset \end{aligned}$$

Himpunan penyelesaiannya adalah : 1) \cup 2) $\Leftrightarrow \{ \frac{1}{7} < x < 15 \} \cup \emptyset$

Cara II

$$\begin{aligned} &|3x + 7| > |4x - 8| \\ &\Leftrightarrow (3x + 7)^2 > (4x - 8)^2 \\ &\Leftrightarrow 9x^2 + 42x + 49 > 16x^2 - 64x + 64 \\ &\Leftrightarrow -7x^2 + 106x - 15 > 0 \\ &\Leftrightarrow 7x^2 - 106x + 15 < 0 \\ &\Leftrightarrow (7x - 1)(x - 15) < 0 \end{aligned}$$



Jadi, Himpunan penyelesaiannya adalah $\{ \frac{1}{7} < x < 15 \}$

4. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dan Tiga Variabel

a. Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Persamaan linier dua variabel adalah suatu persamaan yang memiliki dua peubah (variabel) dengan pangkat tertingginya satu. Sedangkan Sistem persamaan linier dua variabel (SPLDV) adalah himpunan beberapa persamaan linier dua variabel yang saling terkait.

Bentuk umum :



$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Dengan $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$, $a_1, a_2, b_1, b_2 \neq 0$

a_1, a_2 : koefisien variabel x

b_1, b_2 : koefisien variabel y

c_1, c_2 : konstanta

Nilai x dan y yang memenuhi kedua persamaan disebut **himpunan penyelesaian**. Suatu SPLDV dapat memiliki satu penyelesaian, tak terhingga penyelesaian atau tidak memiliki penyelesaian.

Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) dapat diselesaikan dengan beberapa metode, antara lain : eliminasi, substitusi, gabungan eliminasi dan substitusi, grafik, dan determinan matriks.

Contoh 11 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari : $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

Penyelesaian :

Metode Eliminasi

$$\begin{array}{r|l} x + y = 2 & \times 2 \quad | \quad 2x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 5 & \times 1 \quad | \quad 2x + 3y = 5 \quad - \\ \hline & -y = -1 \Rightarrow y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x + y = 2 & \times 3 \quad | \quad 3x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = 5 & \times 1 \quad | \quad 2x + 3y = 5 \quad - \\ \hline & x = 1 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $\{(1, 1)\}$.

Metode Substitusi

$$x + y = 2 \Rightarrow x = 2 - y \dots (1)$$

$$2x + 3y = 5 \dots (2)$$

Substitusi persamaan (1) ke persamaan (2)

$$2x + 3y = 5 \Rightarrow 2(2 - y) + 3y = 5$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2y + 3y = 5$$

$$\Leftrightarrow 4 + y = 5 \Leftrightarrow y = 1$$



Substitusi $y = 1$ ke persamaan (1) :

$$x = 2 - y \Rightarrow x = 2 - 1 \Rightarrow x = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $\{(1, 1)\}$.

Metode Eliminasi - Substitusi

$$\begin{array}{r|l} x + y = 2 & \times 2 \quad 2x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = 5 & \times 1 \quad 2x + 3y = 5 \quad - \\ \hline & -y = -1 \Rightarrow y = 1 \end{array}$$

Substitusi $y = 1$ ke persamaan $x + y = 2$:

$$x + y = 2 \Rightarrow x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari SPLDV tersebut adalah $\{(1, 1)\}$.

Contoh 12:

Tentukan HP dari Sistem Persamaan : $2x + 3y = 12$ dan $4x - 3y - 6 = 0$

Penyelesaian :

Metode Grafik

$$2x + 3y = 12$$

Titik potong dengan sumbu $x, y = 0$

$$2x + 3(0) = 12$$

$$x = 6$$

diperoleh titik (6,0)

Titik potong dengan sumbu $y, x = 0$

$$2(0) + 3y = 12$$

$$3y = 12$$

$$y = 4$$

diperoleh titik (0,4)

$$4x - 3y - 6 = 0 \leftrightarrow 4x - 3y = 6$$

Titik potong dengan sumbu $x, y = 0$

$$4x - 3(0) = 6$$

$$x = 1 \frac{1}{2}$$

diperoleh titik $(1 \frac{1}{2}, 0)$

Titik potong dengan sumbu $y, x = 0$

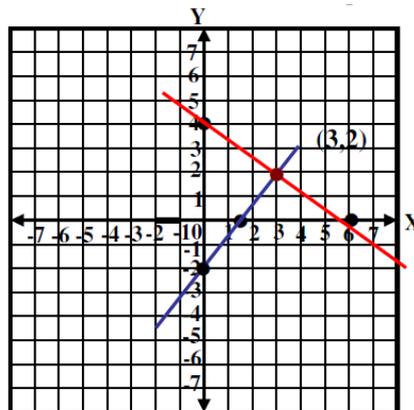
$$4(0) - 3y = 6$$

$$-3y = 6$$

$$y = -2$$

diperoleh titik (0,-2)

Titik potong kedua garis digambarkan pada sebuah koordinat Kartesius diperoleh sebagai berikut.



Gambar 7 Sistem Persamaan Linier Dua Variabel dengan Grafik

Kedua garis berpotongan di $x = 3$ dan $y = 2$. Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3, 2)\}$.

Metode Determinan Matriks

$$2x + 3y = 12 \text{ dan } 4x - 3y - 6 = 0$$

$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$ dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 6 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-36-18}{-6-12} = \frac{-54}{-18} = 3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{12-48}{-6-12} = \frac{-36}{-18} = 2$$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3, 2)\}$.

b. Sistem Pertidaksamaan Linear Tiga Variabel

Sistem persamaan linier tiga variabel (SPLTV) adalah himpunan beberapa persamaan linier tiga variabel yang saling terkait.

Bentuk umum :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}, a, b, c, d \in \mathbb{R}$$



Nilai x , y , dan z yang memenuhi ketiga persamaan disebut himpunan penyelesaian.

Contoh 13 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} x + y - z = -3 & \dots\dots\dots(1) \\ 2x + y + z = 4 & \dots\dots\dots(2) \\ x + 2y + z = 7 & \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

Penyelesaian :

- Dari persamaan (1) $x + y - z = -3$ diperoleh $z = x + y + 3$ (4)
- Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (2) (*ganti z dengan $z = x + y + 3$*)

Persamaan (2) $2x + y + z = 4$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} 2x + y + (x + y + 3) &= 4 \\ 2x + x + y + y + 3 &= 4 \\ 3x + 2y &= 4 - 3 \\ \mathbf{3x + 2y} &= \mathbf{1} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

- Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (3) $x + 2y + z = 7$

Sehingga diperoleh $x + 2y + (x + y + 3) = 7$

$$\begin{aligned} x + x + 2y + y + 3 &= 7 \\ 2x + 3y &= 7 - 3 \\ \mathbf{2x + 3y} &= \mathbf{4} \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

- Persamaan (5) dan (6) membentuk sistem persamaan linear dengan 2 variabel:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 & \dots\dots\dots(5) \\ 2x + 3y = 4 & \dots\dots\dots(6) \end{cases}$$

Dari persamaan (5) diperoleh $y = \frac{1-3x}{2}$ (7)

- Substitusikan persamaan (7) ke persamaan (6) $2x + 3y = 4$ sehingga diperoleh:



$$2x + 3\left(\frac{1-3x}{2}\right) = 4$$

kalikan keduanya dengan 2

$$4x + 3(1-3x) = 8$$
$$4x + 3 - 9x = 8$$
$$4x - 9x = 8 - 3$$
$$-5x = 5$$
$$x = \frac{5}{-5} = -1$$

- Substitusikan nilai $x = -1$ ke persamaan (7) $y = \frac{1-3x}{2}$ sehingga diperoleh

$$y = \frac{1-3(-1)}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

- Substitusikan nilai $x = -1$ dan $y = 2$ ke persamaan (4) $z = x + y + 3$ sehingga diperoleh $z = -1 + 2 + 3 = -1 + 5 = 4$.

Jadi Himpunan penyelesaian adalah $\{(x, y, z)\} = \{(-1, 2, 4)\}$.

5. Persamaan dan Pertidaksamaan Kuadrat

a. Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat adalah suatu persamaan yang memiliki variabel dengan pangkat tertingginya dua. Persamaan kuadrat dengan variabel x mempunyai bentuk umum $ax^2 + bx + c = 0$ di mana a , b , dan c adalah bilangan konstanta dan $a \neq 0$; a dan b disebut koefisien dari variabel.

Jenis-jenis persamaan kuadrat ditentukan oleh nilai dari a , b , dan c . Maka dikelompokkan menjadi :

- 1) Persamaan kuadrat lengkap
Bentuk : $ax^2 + bx + c = 0$; $a, b, c \neq 0$.
Contoh : $2x^2 - 3x + 6 = 0$
- 2) Persamaan kuadrat tak lengkap
Bentuk : $ax^2 + bx = 0$; $a, b \neq 0$.
Contoh : $-2x^2 - 8x = 0$
- 3) Persamaan kuadrat biasa (trivial)
Bentuk : $ax^2 = 0$; $a \neq 0$.
Contoh : $5x^2 = 0$



4) Persamaan kuadrat asli (murni)

Bentuk : $ax^2 + c = 0$; $a, c \neq 0$.

Contoh : $4x^2 - 9 = 0$

Terdapat 3 metode untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, yaitu : 1) Faktorisasi, 2) Melengkapi kuadrat sempurna, dan 3) Rumus kuadrat.

Contoh 14 :

Tentukan penyelesaian dari Persamaan $x^2 + 3x + 2 = 0$ dengan berbagai metode !

Penyelesaian :

Metode faktorisasi

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ atau } x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ atau } x = -1$$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{-2, -1\}$

Metode melengkapi kuadrat sempurna

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = -2 + \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ atau } x = -1$$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{-2, -1\}$



Metode rumus kuadrat

Penyelesaian persamaan kuadrat dapat ditentukan dengan menggunakan

$$\text{rumus: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x^2 + 3x + 2 = 0$, dengan $a = 1$, $b = 3$, $c = 2$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1 \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2$$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{-2, -1\}$

Jenis - jenis akar persamaan kuadrat

Jenis akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ dikaitkan dengan nilai diskriminan. Nilai diskriminan (D) dinyatakan sebagai :

$$D = b^2 - 4ac$$

Jika $D > 0$: mempunyai dua akar real yang berbeda

Untuk D berupa bilangan kuadrat (k^2) akarnya rasional.

Untuk D bukan bilangan kuadrat akarnya irrasional.

Jika $D = 0$: mempunyai dua akar real yang sama

Jika $D < 0$: akar-akarnya imajiner (khayalan)

Rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

Akar-akar persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ adalah

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad \text{atau} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Jumlah dan hasil kali akar-akar ditentukan dengan memanipulasi aljabar sebagai berikut:

- Jumlah akar-akar persamaan kuadrat



$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \\&= \frac{-b + \sqrt{D} - b - \sqrt{D}}{2a} \\&= -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

- Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

$$\begin{aligned}x_1 \cdot x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right) \\&= \frac{b^2 - D}{4a^2} \\&= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

Contoh 15 :

Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 5 = 0$, tentukan nilai dari $x_1^2 + x_2^2$!

Penyelesaian :

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-5}{2}\right) = \frac{9}{4} + 5 = 7\frac{1}{4}$$

Menyusun persamaan kuadrat

Menyusun persamaan kuadrat baru yang memiliki akar-akar x_1 dan x_2 dapat dilakukan dengan cara berikut ini :

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0 \quad \text{atau} \quad (x - x_1)(x - x_2) = 0$$

Contoh 16 :

Jika akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 2 = 0$ adalah p dan q . Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{p}{q}$ dan $\frac{q}{p}$!

Penyelesaian :

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \text{ akar-akarnya } p \text{ dan } q \text{ maka } p + q = -3 \text{ dan } pq = -2$$



$$\frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2 + q^2}{pq} = \frac{(p+q)^2 - 2pq}{pq} = \frac{(-3)^2 - 2(-2)}{-2} = -\frac{13}{2}$$

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} = \frac{pq}{pq} = 1$$

Persamaan kuadrat dengan akar-akar $\frac{p}{q}$ dan $\frac{q}{p}$:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \left(-\frac{13}{2}\right)x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 13x + 2 = 0$$

b. Pertidaksamaan Kuadrat

Bentuk baku dari pertidaksamaan kuadrat dalam variabel ada 4 macam, yaitu:

$$1. ax^2 + bx + c < 0 \qquad 3. ax^2 + bx + c > 0$$

$$2. ax^2 + bx + c \leq 0 \qquad 4. ax^2 + bx + c \geq 0$$

Berikut ini beberapa langkah yang harus dipahami dalam menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat:

- Nyatakan bentuk pertidaksamaan kuadrat dengan cara menjadikan ruas kanan sama dengan nol
- Tentukan akar-akar dari pertidaksamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, melengkapkan kuadrat sempurna, atau rumus abc
- Tentukan nilai-nilai pembuat nol dari akar-akar pertidaksamaan kuadrat pada tahap b.
- Gambarkanlah nilai-nilai pembuat nol yang diperoleh pada langkah 3 pada diagram garis bilangan
- Tentukanlah tanda di daerah sekitar pembuat nol, yaitu + atau - dengan cara menyubstitusikan nilai x yang lebih besar atau lebih kecil dari x_1 atau x_2
- Himpunan penyelesaian dari suatu pertidaksamaan dilihat dari tanda pertidaksamaannya. Jika tandanya $<$ atau \leq maka daerah hasil yang dimaksud adalah daerah negatif. Dan jika tandanya $>$ atau \geq maka daerah



hasil yang dimaksud adalah daerah positif. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut dinyatakan dalam bentuk interval.

Contoh 17 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

$$2x^2 + 5x + 15 < 3x^2 + 5x - 1 \text{ untuk } x \in \mathbb{R}.$$

Penyelesaian:

$$2x^2 + 5x + 15 < 3x^2 + 5x - 1$$

$$2x^2 + 5x + 15 - 3x^2 - 5x + 1 < 0$$

$$-x^2 + 16 < 0$$

$$x^2 - 16 > 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -4$$

ambil $x = 0$

$$x^2 - 16 = 0^2 - 16 = -16 \text{ (negatif)}$$



Jadi, himpunan penyelesaian adalah $\{x | x < -4 \text{ atau } x > 4, x \in \mathbb{R}\}$

c. Pertidaksamaan Bentuk Rasional

Tiap pertidaksamaan di bawah ini memuat variabel x pada bagian penyebut dari suatu pecahan. Pertidaksamaan dengan ciri demikian disebut pertidaksamaan pecahan atau pertidaksamaan rasional.

i. $\frac{1}{x-1} < 0$

iii. $\frac{2x-3}{x+1} > 0$

ii. $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$

iv. $\frac{x^2-4}{x^2-x-2} \geq 0$

Agar pertidaksamaan rasional dapat ditentukan penyelesaiannya syaratnya penyebut tidak boleh nol.

Untuk dapat memahami cara menentukan penyelesaian dari pertidaksamaan rasional perhatikan contoh berikut.



Contoh 18:

Tentukan penyelesaian dari : $\frac{2x-6}{x^2-6x+5} < 0$!

Penyelesaian :

Ubah $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x-6}{x^2-6x+5} < 0$ menjadi $f(x)g(x) < 0$

$$(2x - 6)(x^2 - 6x + 5) < 0$$

$$2(x - 3)(x - 5)(x - 1) < 0$$

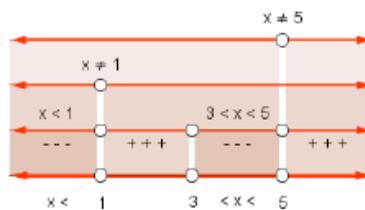
$$2(x - 1)(x - 3)(x - 5) \times \frac{1}{2} < 0 \times \frac{1}{2}$$

$$(x - 1)(x - 3)(x - 5) < 0$$

Pembuat titik nol adalah 1, 3, 5

Untuk daerah paling kanan $x > 5$, maka $(x - 1)(x - 3)(x - 5) > 0$ atau positif

Selanjutnya ke kiri tanda mengikuti tanda sebelah kanan. Pangkat ganjil tanda berlawanan, pangkat genap tanda sama



Himpunan penyelesaian pertidaksamaan di atas adalah

$$HP = \{x | x < 1 \text{ atau } 3 < x < 5, x \in R\}$$

Karena $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) \neq 0$, maka

$x \neq 1$ dan $x \neq 5$

Himpunan penyelesaian akhir adalah

$$HP = \{x | x < 1 \text{ atau } 3 < x < 5, x \in R\}$$



6. Sistem Persamaan Linier Kuadrat dan Kuadrat-kuadrat

Sistem persamaan linier dua variabel dan sistem persamaan linier tiga variabel telah dibahas lebih dahulu, sekarang yang akan dibahas adalah sistem persamaan linier-kuadrat dan sistem persamaan kuadrat-kuadrat

a. Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat

Bentuk Umum :

$$y = px + q$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$p, q, a, b \text{ dan } c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

Cara menyelesaikannya :

1) Substitusi

Substitusikan $y = px + q$ ke $y = ax^2 + bx + c$

Diperoleh :

$$px + q = ax^2 + bx + c$$

$$ax^2 + (b - p)x + (c - q) = 0$$

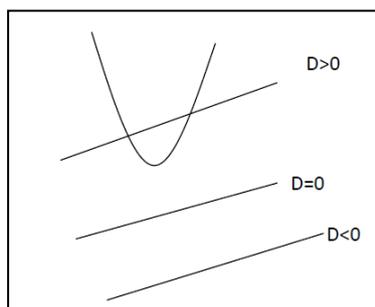
$$\text{dengan } D = (b - p)^2 - 4.a.(c - q)$$

Ada 3 kemungkinan himpunan penyelesaiannya :

- Jika $D = 0$ (parabola berpotongan dengan garis di satu titik)
- Jika $D > 0$ (parabola berpotongan dengan garis di dua titik)
- Jika $D < 0$ (parabola dan garis tidak berpotongan)

2) Grafik

Ada 3 kemungkinan :



Contoh 19 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$y = 2 - x$$



$$y = x^2$$

Penyelesaian :

Substitusikan $y = 2 - x$ ke $y = x^2$ diperoleh :

$$x^2 = 2 - x$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (1)^2 - 4(1).(-2) = 9 > 0 \text{ (ada 2 penyelesaian)}$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = -2$$

$$x = 1 \text{ disubstitusikan ke } y = 2 - x = 2 - 1 = 1$$

$$x = -2 \text{ disubstitusikan ke } y = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

Jadi himpunan penyelesaian $\{(-2, 4), (1, 1)\}$

b. Sistem Persamaan Kuadrat dan Kuadrat

Bentuk Umum :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = px^2 + qx + r$$

Cara menyelesaikannya :

1) Substitusi

Persamaan (1) disubstitusikan ke Persamaan (2) diperoleh:

$$(a - p)x^2 + (b - q)x + (c - r) = 0 \text{ dengan}$$

$$D = (b - q)^2 - 4.(a - p).(c - r)$$

Kemungkinan penyelesaiannya:

- a) Jika $D > 0$ (parabola saling berpotongan di dua titik)
- b) Jika $D = 0$ (parabola saling berpotongan di satu titik)
- c) Jika $D < 0$ (parabola tidak saling berpotongan)

2) Grafik

Dengan menggambar kedua parabola dalam satu sistem koordinat

Contoh 20 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$



$$y = x^2 - 3x + 5$$

Penyelesaian :

Substitusikan $y = 2x^2 - 4x + 3$ ke $y = x^2 - 3x + 5$ diperoleh :

$$2x^2 - 4x + 3 = x^2 - 3x + 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ atau } x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ atau } x = -1$$

$$\text{Untuk } x = 2 \rightarrow y = x^2 - 3x + 5 \rightarrow y = (2)^2 - 3(2) + 5 = 3$$

$$\text{Untuk } x = -1 \rightarrow y = x^2 - 3x + 5 \rightarrow y = (-1)^2 - 3(-1) + 5 = 9$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(-1, 9), (2, 3)\}$.

7. Program Linear

Program linear adalah suatu metode untuk mencari nilai maksimum atau minimum dari bentuk linear pada daerah yang dibatasi oleh grafik-grafik fungsi linear. Ide program linier pertama kali dikembangkan dalam bidang kemiliteran selama perang dunia kedua, kemudian dikembangkan di dalam bidang pemerintahan, manajemen, komersial dan perdagangan.

Dalam dunia bisnis ada prinsip ekonomi yang selalu menjadi acuan untuk mengambil keputusan, yaitu menggunakan sumber daya seminimal mungkin untuk mendapatkan hasil semaksimal mungkin.

Dalam program linear bentuk objektif atau fungsi objektif adalah fungsi $f(x,y) = ax + by$ yang hendak dioptimumkan.

a. Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Pertidaksamaan linear dua variabel adalah sebuah kalimat terbuka yang mengandung dua variabel dan dihubungkan dengan tanda pertidaksamaan, yaitu $>$, $<$, \leq , \geq . Terdapat 4 (empat) bentuk pertidaksamaan linear dua variabel, sebagai berikut :

$$ax + by < c, ax + by > c, ax + by \geq c, \text{ atau } ax + by \leq c$$

Sistem pertidaksamaan linear adalah sistem yang terdiri dari sejumlah berhingga pertidaksamaan linear. Daerah himpunan penyelesaiannya adalah irisan dari tiap daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel.



Langkah-langkah :

Langkah 1 : Tentukan daerah himpunan penyelesaian : pertidaksamaan ke-1, pertidaksamaan ke-2, pertidaksamaan ke-3, dan seterusnya.

Langkah 2: Tentukan irisan dari tiap himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear ke-1, ke-2, ke-3 dan seterusnya.

Contoh 21 :

Pak Abdul berencana membangun 2 tipe rumah; yaitu, tipe *A* dan tipe *B* di atas sebidang tanah seluas 10.000 m². Setelah dia berkonsultasi dengan arsitek (perancang bangunan), ternyata untuk membangun rumah tipe *A* dibutuhkan tanah seluas 100 m² dan untuk membangun rumah tipe *B* dibutuhkan tanah seluas 75 m². Karena dana yang dimilikinya terbatas, maka banyak rumah yang direncanakan akan dibangun paling banyak 125 unit. Jika Anda adalah arsitek Pak Abdul maka:

- 1) Gambarkanlah daerah penyelesaian pada bidang kartesius berdasarkan batasan-batasan yang telah diuraikan, dan
- 2) Bantulah Pak Abdul menentukan berapa banyak rumah tipe *A* dan tipe *B* yang dapat dibangun sesuai dengan kondisi luas tanah yang ada dan jumlah rumah yang akan dibangun.

Penyelesaian:

Misalkan: *x* : banyak rumah tipe *A* yang akan dibangun

y : banyak rumah tipe *B* yang akan dibangun

1) Daerah penyelesaian

(a) Keterbatasan yang dimiliki Pak Abdul adalah :

Luas tanah yang diperlukan untuk membangun rumah tipe *A* dan tipe *B* di atas tanah seluas 10.000m² ditentukan oleh pertidaksamaan:

$100x + 75y \leq 10.000$, pertidaksamaan ini disederhanakan menjadi:

$$4x + 3y \leq 400 \dots\dots\dots(1)$$

(b) Jumlah rumah yang akan dibangun, dibentuk oleh pertidaksamaan:

$$x + y \leq 125 \dots\dots\dots (2)$$

oleh karena *x* dan *y* adalah banyak rumah maka tidak mungkin bernilai negatif, maka dapat dinyatakan : $x \geq 0 \dots\dots\dots (3)$ dan $y \geq 0 \dots\dots\dots(4)$



$4x + 3y \leq 400$		
x	0	100
y	400/3	0

$x + y \leq 125$		
x	0	125
y	125	0

$x \geq 0$
 $y \geq 0$

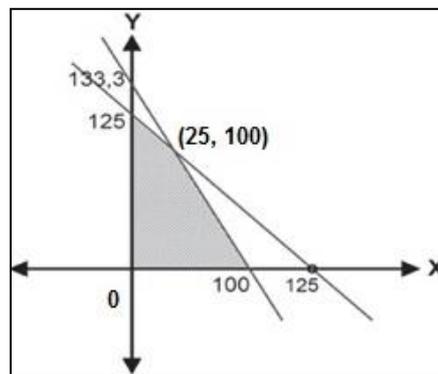
Titik potong garis 1) dan 2) :

$$4x + 3y = 400 \quad | \times 1 | \quad \rightarrow 4x + 3y = 400$$
$$x + y = 125 \quad | \times 3 | \quad \rightarrow 3x + 3y = 375 -$$
$$x = 25$$

Untuk $x = 25$ maka $y = 125 - x$

$$y = 125 - 25 = 100$$

Jadi, titik potong kedua garis di $(25, 100)$



Gambar 8 Daerah Penyelesaian

2) Banyak rumah tipe A dan tipe B yang dapat dibangun

Dengan memperhatikan daerah penyelesaian diperoleh titik-titik pojok sebagai berikut :

$(0, 0)$, $(100, 0)$, $(0, 125)$ dan $(25, 100)$

Jadi pak Abdul dapat membangun :

- tipe A sebanyak 25 unit, dan tipe B sebanyak 100 unit atau
- tipe A sebanyak 100 unit, atau
- tipe B sebanyak 125 unit

Atau kemungkinan lainnya selama masih ada di daerah penyelesaian.

b. Nilai optimum

bentuk objektif dapat ditentukan dengan :

1) Metode Titik Pojok (Titik Ekstrem)

Titik ekstrem adalah titik-titik pojok pada daerah penyelesaian system pertidaksamaan linear. Nilai optimum didapat dengan cara menghitung nilai fungsi objektif $f(x,y) = ax + by$ untuk setiap titik ekstrem pada daerah himpunan penyelesaian.



2) Garis Selidik

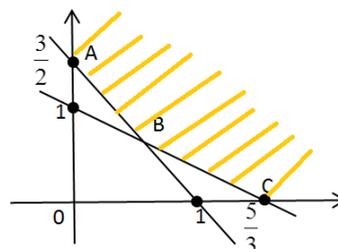
Garis selidik dari fungsi objektif $f(x,y) = Z = ax + by$ mempunyai Persamaan $ax + by = k$. Dengan mengambil beberapa nilai k akan diperoleh himpunan garis-garis saling sejajar yang dinamakan *garis selidik*. Satu diantara garis-garis selidik tersebut akan melalui suatu titik yang mengakibatkan nilai bentuk objektif mencapai optimum.

Kapankah suatu masalah itu merupakan masalah program linier? Suatu masalah dikatakan masalah program linier jika memenuhi: (1) Terdapat tujuan yang dicapai, dan dalam model matematika fungsi tujuan ini dalam bentuk linier. (2) Terdapat sumber daya atau masukan (input) yang berada dalam keadaan terbatas, dapat dirumuskan dalam hubungan yang linear yaitu pertidaksamaan linear.

Contoh 22 :

Nilai $(x + y)$ minimum untuk himpunan penyelesaian $\{(x,y) | 5y + 3x \geq 3x + 2y \geq 3; x \geq 0; y \geq 0\}$ adalah ...

Penyelesaian:



Daerah yang diarsir merupakan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $5y + 3x \geq 3x + 2y \geq 3; x \geq 0; y \geq 0$.

Titik-titik ekstrimnya adalah $A(0, \frac{5}{2})$, $C(\frac{5}{3}, 0)$ dan titik B yang merupakan perpotongan antara garis $5y + 3x = 5$ dan $3x + 2y = 3$. Dengan menggunakan eliminasi didapatkan titik B $(\frac{5}{9}, \frac{2}{3})$

Jadi, titik B $(\frac{5}{9}, \frac{2}{3})$



$$A(0, \frac{3}{2}) \rightarrow F(A) = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$B(\frac{5}{9}, \frac{2}{3}) \rightarrow F(B) = \frac{5}{9} + \frac{2}{3} = \frac{11}{9}$$

$$C(\frac{5}{3}, 0) \rightarrow F(C) = \frac{5}{3} + 0 = \frac{5}{3}$$

Nilai $F(x,y) = x + y$ minimum adalah $\frac{11}{9}$

Dalam dunia bisnis ada prinsip ekonomi yang selalu menjadi acuan untuk mengambil keputusan, yaitu menggunakan sumber daya seminimal mungkin untuk mendapatkan hasil semaksimal mungkin.

8. Model Matematika

Model Matematika adalah suatu cara untuk memandang suatu permasalahan atau suatu persoalan dengan menggunakan sistem pertidaksamaan matematika. Masalah-masalah yang akan diselesaikan dengan kaidah program linear biasanya memenuhi beberapa syarat untuk dipenuhi oleh variabel-variabelnya. Untuk menyusun suatu model matematika diperlukan pemahaman tentang implikasi dari suatu pernyataan yang memenuhi syarat-syarat tertentu, misalnya:

Pernyataan	Pertidaksamaan	Dinotasikan
x tidak kurang dari 10	$x = 10$ atau $x > 10$	$x \geq 10$
x tidak lebih dari 12	$x = 12$ atau $x < 12$	$x \leq 12$

Contoh 23 :

Buatlah model matematika dari masalah verbal berikut:

Pengusaha perumahan akan membangun dua macam tipe rumah. Untuk tipe 21 luas tanah yang diperlukan 60 m² dan tipe 36 luas tanah 90 m². Jika banyaknya rumah yang akan dibangun tidak lebih dari 800 unit dan luas tanah yang tersedia adalah 54.000 m².

Penyelesaian:

Misalkan : x = banyaknya rumah Tipe 21, y = banyaknya rumah Tipe 36

Maka permasalahan di atas dapat dituangkan dalam tabel sebagai berikut:



	Tipe 21	Tipe 36	Batasan
Luas tanah	60	90	54.000
Jml rumah	1	1	800

Maka terjadi hubungan :

$$\text{Kebutuhan luas tanah} : 60x + 90y \leq 54000 \quad \leftrightarrow \quad 2x + 3y \leq 1800$$

$$\text{Kebutuhan jumlah rumah} : x + y \leq 800$$

Karena x dan y menyatakan banyaknya rumah, maka harus berlaku $(x,y) \in$ cacah, jadi model matematikanya adalah : $2x + 3y \leq 1800$; $x + y \leq 800$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ dan $(x,y) \in$ Cacah.

E. Aktivitas Pembelajaran

1. Pengantar :

Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Persamaan dan Pertidaksamaan. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah: polinomial, sistem persamaan linear dua variabel dan tiga variabel, persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak, akar-akar persamaan kuadrat, himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, sistem persamaan linier-kuadrat dan kuadrat-kuadrat, program linear serta pemodelan matematika.

2. Aktivitas

Aktivitas 0: Mengidentifikasi Isi Bahan Belajar

Mengawali proses pembelajaran, dengan penuh semangat, tanggung jawab serta santun, diskusikan bersama rekan guru anda untuk mengidentifikasi hal-hal berikut:

LEMBAR KERJA 0

1. Ada berapa aktivitas yang harus Anda ikuti dalam mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan topik-topik untuk masing-masing aktivitas.
2. Kompetensi apa yang diharapkan tercapai setelah mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan!



3. Anda saat ini mengikuti pelatihan dengan pola tatap muka. Apa saja yang harus Anda lakukan saat tatap muka?

Aktivitas 1: Polinomial (Suku Banyak)

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai suku banyak yang merupakan bahasan awal dari kegiatan pembelajaran 2 modul Aljabar ini. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam mengerjakan LEMBAR KERJA 01 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 01

1. Jelaskan yang anda ketahui mengenai polinomial (suku banyak) ?
2. Dalam materi polinomial ada teorema sisa dan teorema faktor, jelaskan mengenai kedua teorema tersebut dan manfaatnya untuk apa. Kemudian berikan contoh permasalahan yang menggunakan teorema sisa dan teorema faktor tersebut !
3. Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari :
 - b. $x^5 - x^3 + 1$ dibagi $(x - 1)$
 - c. $x^5 - 3x^4 + 4x^3 - x + 7$ dibagi $x^2 - 3x + 4$
 - d. $x^4 - x^2 + 1$ dibagi $x^2 - x + 1$dengan menggunakan cara pembagian bersusun dan cara skema/horner !
Cara manakah yang menurut anda lebih baik? Apakah semua suku banyak $f(x)$ dibagi $g(x)$ dapat menggunakan kedua cara tersebut untuk mendapatkan hasil bagi dan sisa pembagian? Jelaskan !
4. Jika $kx + 1$ merupakan sisa pembagian dari $P(x)$ dibagi $(x - a)(x - b)$ dengan $a \neq b$, maka tunjukkan bahwa $k = \frac{P(b) - P(a)}{b - a}$! dan tentukan juga bentuk aljabar untuk k yang dikaitkan dengan nilai $P(a)$ dan $P(b)$!
5. Tentukan nilai p dan q jika $(x - 3)^2$ merupakan faktor dari $2x^3 - 11x^2 + px + q$ dan tentukan faktor lainnya!



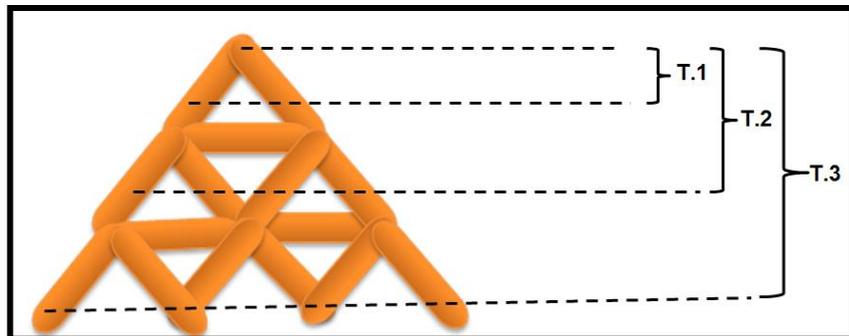
6. Dapatkah anda menentukan operasi akar-akar suatu persamaan polinomial tanpa harus menentukan terlebih dahulu akar-akarnya tersebut? Jelaskan dan berilah contoh untuk persamaan polinomial berderajat 4 !
7. Tentukan nilai dari $a^2 + b^2 + c^2$ jika a, b, c adalah akar-akar persamaan $2x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$!

Aktivitas 2: Sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam mengerjakan LEMBAR KERJA 02 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 02

1. Apakah sistem persamaan linier dua variabel selalu memiliki penyelesaian? Jelaskan !
2. Perhatikan stik es krim di susun seperti gambar di bawah ini.



Berapakah banyak stik es krim yang dibutuhkan untuk membangun 30 tingkat? Gunakan SPLDV untuk memecahkan persoalan tersebut.

3. Atap rumah terbuat dari ijuk seperti gambar di samping ini. Perbandingan banyaknya ijuk yang digunakan untuk menutupi permukaan atap bagian bawah dengan permukaan atap bagian tengah adalah $14 : 8$. Perbandingan tinggi permukaan atap bagian bawah dengan tinggi





permukaan atap bagian tengah adalah 6 : 4. Tentukan berapa panjang alas penampang atap bagian bawah dan tengah.

4. Himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 40$; $x + 2y \leq 40$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, terletak pada daerah yang berbentuk ? Gambarkan !
5. Diketahui sistem pertidaksamaan $x + y \leq 12$; $2x + 5y \geq 40$; $x \geq 0$ dan $y \leq 0$, Himpunan penyelesaian pertidaksamaan di atas terletak pada daerah yang berbentuk apa?

Aktivitas 3: Nilai Mutlak

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai nilai mutlak, yang meliputi persamaan dan pertidaksamaan harga mutlak. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam mengerjakan LEMBAR KERJA 03 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 03

1. Seorang anak bermain lompat-lompatan di lapangan. Dari posisi diam, si anak melompat ke depan 2 langkah, kemudian 3 langkah ke belakang, dilanjutkan 2 langkah ke depan, kemudian 1 langkah ke belakang, dan akhirnya 1 langkah lagi ke belakang.

Permasalahan:

- a. Dapatkah Anda membuat sketsa lompatan anak tersebut?
 - b. Tentukanlah berapa langkah posisi akhir anak tersebut dari posisi semula!
 - c. Tentukanlah berapa langkah yang dijalani anak tersebut!
2. Buatlah grafik $f(x) = |x|$ untuk $0 \leq x \leq 5$, $x \in$ bilangan bulat
 3. Buatlah grafik $f(x) = |x - 2|$, untuk $0 \leq x \leq 5$, $x \in$ bilangan bulat
 4. Dengan memperhatikan grafik hasil nomor 2 dan 3, apa yang dapat anda simpulkan mengenai karakter grafik fungsi nilai mutlak !
 5. Carilah himpunan penyelesaian dari :
 - a. $|3x - 10| = 8$
 - c. $|x^2 - 10| = 6$



- b. $|4x - 1| = |2x + 3|$ d. $|3x + 5| = x + 1$
6. Buktikanlah, bahwa untuk setiap $x, y, z \in \mathbb{R}$ berlaku
 $|x - y| \leq |x - z| + |z - y|$
7. Selesaikanlah pertidaksamaan berikut :
- a. $|3x + 5| < |2x - 1|$ b. $|4x - 1| \geq 3x + 2$

Aktivitas 4 : Persamaan dan Pertidaksamaan Kudrat

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai persamaan kuadrat, yang meliputi persamaan dan pertidaksamaan kuadrat serta akar-akar persamaan kuadrat. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam mengerjakan LEMBAR KERJA 04 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 04

1. Pak Hasan memiliki tambak ikan mas di hulu sungai yang berada di belakang rumahnya. Setiap pagi, ia pergi ke tambak tersebut naik perahu melalui sungai yang berada di belakang rumahnya. Dengan perahu memerlukan waktu 1 jam lebih lama menuju tambak daripada pulang. Jika laju air sungai 4 km/jam dan jarak tambak dari rumah 6 km, berapa laju perahu dalam air yang tenang?
2. Seorang penjual komputer telah merakit komputer dengan biaya selama seminggu sebesar Rp37.500.000,00. Hasil rakitannya selama seminggu dipasarkan dan berhasil terjual dengan sisa 3 unit. Jika hasil penjualan komputer Rp 36.000.000,00 dengan keuntungan tiap komputer Rp 500.000,00 tentukan jumlah komputer yang diproduksi selama seminggu !
3. Dua jenis mesin penggiling padi digunakan untuk menggiling satu peti padi. Untuk menggiling satu peti padi, mesin jenis pertama lebih cepat $\frac{1}{2}$ jam dari mesin jenis kedua. Sementara jika kedua mesin digunakan sekaligus, dapat menggiling satu peti padi selama 6 jam.
 - a. Berapa jam waktu yang digunakan mesin jenis pertama untuk menggiling satu peti padi?



- b. Berapa jam waktu yang digunakan mesin jenis kedua untuk menggiling satu peti padi?
4. Jika persamaan kuadrat $kx^2 + kx + 3 = 0$ mempunyai akar kembar, tentukan nilai k dan tentukan akar-akar kembar tersebut .
5. Diketahui akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 8x - 2 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .
Susunlah Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\frac{x_1}{x_2}$ dan $\frac{x_2}{x_1}$
6. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2x^2 + 5x + 15 < 3x^2 + 5x - 1$ untuk $x \in \mathbb{R}$!
7. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah jumlah dan hasil kali akar persamaan $x^2 + \frac{x}{b} + c = 0$.
8. Tunjukkan bahwa persamaan kuadrat $x^2 + 2mx + x + m = 0$ memiliki dua akar riil berlainan !

Aktivitas 5: Sistem Persamaan

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai sistem Persamaan, yang meliputi sistem persamaan linear tiga variabel, sistem persamaan linear dan kuadrat, sistem persamaan kuadrat dan kuadrat. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam mengerjakan LEMBAR KERJA 05 ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 05

1. Jumlah panjang dan lebar suatu persegi panjang adalah 32 cm, sedangkan luasnya 240 cm². Tentukan (a) panjang dan lebarnya, (b) kelilingnya, dan (c) panjang diagonal persegi panjang.
2. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah diantaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2



kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapa harga per kilogram salak, jeruk, dan apel? (gunakan metode eliminasi-substitusi dan metode determinan)

3. Diketahui sistem persamaan

$$y = x^2 + px - 3$$

$$y = x - 4$$

Tentukan nilai p agar sistem persamaan di atas hanya mempunyai satu penyelesaian saja !

4. Tentukan nilai a agar sistem persamaan $y = ax^2 + 2x - 7$ dan $y = 3x^2 - 4x + 8$, himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong ($\{\}$).

Aktivitas 6 : Konsep Dasar Persamaan

Kegiatan 6 membahas tentang konsep dasar persamaan. Diskusilah dengan kelompok saudara untuk menyelesaikan dan menjawab pertanyaan yang ada dalam LEMBAR KERJA 6 berikut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 06

1. Ketika menyelesaikan persamaan matematika, sering kali guru menulis:

$$x + 5 = 11$$

$$x = 11 - 5$$

Bagaimana menjelaskan “bilangan 5 berpindah ruas dan berubah tanda” ?

2. Ketika menyelesaikan persamaan matematika, sering kali guru menulis:

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3}$$

Bagaimana menjelaskan bilangan 3 berpindah ruas dan menjadi penyebut?

Aktivitas 7: Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Sistem persamaan linier dua variabel merupakan kelanjutan dari persamaan linier dua variabel. Konsep ini banyak dipergunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi sederhana dalam kehidupan sehari-hari. Untuk kegiatan 7 ini,



berdiskusilah di dalam kelompok saudara untuk menjawab pertanyaan dan masalah yang ada dalam LK 7 berikut ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 07

Jelaskan langkah-langkah singkat penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan menggunakan cara substitusi, eliminasi, substitusi-eliminasi, grafik, dan determinan berikan contohnya masing-masing berupa permasalahan kehidupan sehari-hari !

Aktivitas 8 : Persamaan Kuadrat

Kegiatan berikutnya adalah membahas tentang persamaan kuadrat. Konsep persamaan ini juga banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi didalam kehidupan sehari-hari. Untuk kegiatan 8 ini, berdiskusilah di dalam kelompok saudara untuk menjawab pertanyaan dan masalah yang ada dalam LK 8a dan 8b berikut ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 08

1. Tentukan jenis-jenis akar kuadrat dengan syarat ketentuannya masing-masing, berikan contohnya !
2. Jelaskan sifat-sifat akar kuadrat, berikan contohnya !

Aktivitas 9 : Pertidaksamaan

Setelah membahas tentang persamaan, kini kita membahas pertidaksamaan. Seperti juga pada persamaan, untuk pertidaksamaan juga banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi dalam kehidupan sehari-hari. Untuk kegiatan 9 ini, berdiskusilah di dalam kelompok saudara untuk menjawab pertanyaan dan masalah yang ada dalam LK 9a, LK 9b, LK 9c, dan LK 9d berikut ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.



LEMBAR KERJA 09

- a. Apa yang dimaksud dengan pertidaksamaan yang setara? Berilah contohnya!
- b. Bagaimanakah ketentuan mengenai penambahan atau pengurangan pada pertidaksamaan linier satu variabel dalam rangka untuk mendapatkan bentuk yang setara? Berikan contohnya!
- c. Bagaimanakah ketentuan mengenai perkalian atau pembagian pada pertidaksamaan linier satu variabel dalam rangka untuk mendapatkan bentuk yang setara? Berikan contohnya!
- d. Apa tujuan mencari bentuk yang ekuivalen (setara) dengan cara melakukan penambahan, pengurangan, perkalian atau pembagian pada kedua ruas (pertidaksamaan) dengan bilangan tertentu?

Aktivitas 10: Program Linear

Dalam Aktivitas ini kita akan membahas mengenai program linear dan model matematika. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 11, disarankan untuk membaca bahan bacaan program linear dan pemodelan matematika. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 10

1. Dalam campuran pakan unggas membutuhkan sekurang kurangnya 16% protein, 2400 kkal/kg Energi metabolisme (EM) dan 9% lemak. Pakan jenis A mengandung 6%protein, 3200 EM dan 6% lemak, sedangkan pakan jenis B mengandung 20% protein, 1600 kkal/kg EM dan 18% lemak. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut.
2. Seorang desainer akan merancang desain ruang pesawat udara. Tempat duduk dirancang tidak lebih 48 penumpang, bagasi dirancang sehingga penumpang kelas utama dapat membawa 60 kg dan penumpang kelas ekonomi membawa 20 kg. Pesawat itu hanya dapat membawa 1440 kg. Jika harga tiket kelas utama Rp 600.000,00 dan harga tiket kelas ekonomi Rp



350.000,00, berapakah banyaknya kursi kelas utama dan kelas ekonomi yang akan dirancang dalam kabin pesawat agar memperoleh pendapatan sebanyak-banyaknya. Buatlah model matematika dari masalah di atas dengan terlebih dahulu membuat tabel untuk memudahkan dalam menjawabnya. Tentukan pula fungsi obyektifnya.

3. Seorang alumni SMK mendapat jatah merakit sepeda dan sepeda motor. Karena jumlah pekerja terbatas, alumni SMK hanya dapat merakit sepeda 120 unit tiap bulan dan sepeda motor paling sedikit 10 unit dan paling banyak 60 unit. Pendapatan dari tiap unit sepeda sebesar Rp. 40.000,00 dan tiap unit sepeda motor Rp. 268.000,00.
 - a. Berapa pendapatan maksimum tiap bulan kalau kapasitas produksi dua jenis 160 unit ?
 - b. Rumuskan fungsi tujuan !
 - c. Rumuskan kendala !
 - d. Gambarlah daerah penyelesaiannya !
 - e. Kemungkinan titik sudut manakah dari daerah penyelesaian yang menunjukkan nilai maksimum fungsi tujuan? Berikan alasan!
4. Seorang pemborong memproduksi dua jenis bentuk pagar :
Pagar jenis I seharga Rp 30.000/m²
Pagar jenis II seharga Rp 45.000/m²
Tiap m² pagar jenis I memerlukan 4 m besi pipa dan 6 m besi beton, sedangkan tiap m²pagar jenis II memerlukan 8 m besi pipa dan 4 m besi beton. Jika persediaan yang ada 640 m besi pipa dan 480 m besi beton. Permasalahannya adalah berapa banyak masing-masing jenis pagar harus dibuat untuk mendapatkan hasil penjualan yang maksimal?
5. Suatu pabrik farmasi menghasilkan dua macam kapsul obat flu yang diberi nama fluin dan fluon. Masing-masing kapsul memuat tiga unsur utama dengan kadar kandungannya tertera tabel berikut.

UNSUR	PERKAPSUL	
	FLUIN	FLUON
ASPIRIN	2	1
BIKARBONAT	5	8
KODEIN	1	6



Menurut dokter, seorang yang sakit flu biasa akan sembuh bila dalam 3 hari paling sedikit menelan 12 grain aspirin, 74 grain bikarbonat dan 24 grain kodein. Bila harga fluin Rp 200,00 dan fluon Rp 300,00 per kapsul, berapa kapsul yang fluin dan fluon harus dibeli supaya cukup untuk menyembuhkan dengan ongkos sekecil mungkin?

Aktivitas 11 : Penyusunan instrumen penilaian

Untuk aktivitas 11 ini, Anda diminta untuk berlatih menyusun instrumen penilaian pada materi suku banyak, persamaan dan pertidaksamaan linier, sistem persamaan linier dua variabel dan tiga variabel, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, sistem persamaan linier-kuadrat dan kuadrat-kuadrat serta Program Linier dengan mengacu pada panduan teknik penulisan soal dari puspendik. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam menyelesaikan LEMBAR KERJA 11 ini, disarankan anda membaca bahan bacaan mengenai panduan teknik penulisan soal dari puspendik tersebut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 11

1. Buatlah kisi-kisi penulisan soal mengenai materi pola, barisan, dan deret !
2. Buatlah 20 soal berupa 15 pilihan ganda dan 5 soal uraian sesuai dengan kisi-kisi penulisan soal yang telah anda buat !

F. Latihan dan Soal

(a) Soal Pilihan Ganda

1. Kamar Amir berbentuk persegi panjang dengan keliling 28 m. Jika panjang kamar 2 meter lebih panjang dari lebarnya, maka lebar kamar Amir sama dengan ... kali lipat dari panjangnya.
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{2}{3}$
2. Carilah himpunan penyelesaian dari $|y + 1| = 2y - 3$
A. $y = 4$ atau $y = \frac{2}{3}$ C. $y = 4$ atau $y = \frac{2}{4}$ E. $y = 4$ atau $y = \frac{3}{4}$



B. $y = 2$ atau $y = \frac{2}{4}$ D. $y = 3$ atau $y = \frac{2}{3}$

3. Berapakah himpunan penyelesaian dari $\sqrt{x^2 - 4x + 4} \geq |2x - 3|$

- A. Himpunan penyelesaian $1 \leq x \leq \frac{5}{3}$
- B. Himpunan penyelesaian $-1 \geq x \geq \frac{5}{3}$
- C. Himpunan penyelesaian $-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$
- D. Himpunan penyelesaian $-\frac{5}{3} \leq x \leq 1$
- E. Himpunan penyelesaian $-1 \leq x \leq 1$

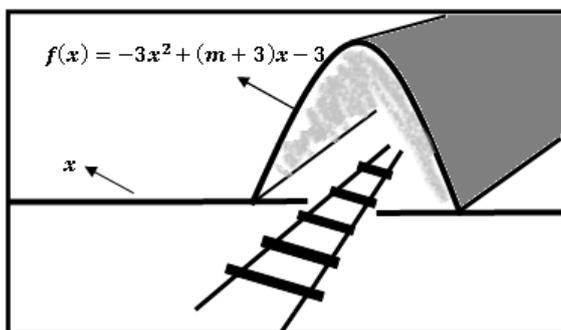
4. Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$y = x^2$$

$$y = 8 - x^2$$

- A. HP : $\{(-2, 4), (2, -4)\}$
- B. HP : $\{(-2, -4), (2, 4)\}$
- C. HP : $\{(4, 2), (4, -2)\}$
- D. HP : $\{(2, 4), (-2, 4)\}$
- E. HP : $\{(-2, -4), (2, -4)\}$

5. Perhatikan gambar di bawah ini!





- Sebuah jaring yang diangkat kepermukaan air membentuk kurva dengan persamaan $f(x)$. Jika permukaan air dianggap sumbu x , maka nilai m yang memenuhi adalah ...
- A. $m < -9$ atau $m > 3$ C. $m < -9$ atau $m < 3$ E. $3 < m < 9$
B. $m > -9$ atau $m < -3$ D. $-9 < m < 3$
6. Sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan keliling 24 m memiliki luas minimal dari 35 m^2 , maka batas-batas nilai panjangnya adalah....
A. $-5 \leq x \leq 7$ B. $5 \leq x \leq 7$ C. $-7 \leq x \leq 5$ D. $5 \geq x \geq 7$ E. $-7 \leq x \leq -5$
7. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar Persamaan $3^{2x} + 3^{3-2x} - 28 = 0$, maka jumlah kedua akar tersebut adalah
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$ E. $\frac{9}{2}$
8. Suku banyak $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 6x + k$ habis dibagi $(x - 2)$. Nilai k adalah
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5
9. Keliling sebuah lantai bangunan yang berbentuk persegi panjang adalah 44 meter. Jika lebarnya 6 meter lebih pendek dari panjangnya. Perbandingan panjang dan lebar yang didapat adalah
A. 9 : 2 B. 7 : 4 C. 3 : 1 D. 9 : 2 E. 14 : 3
10. Dua partikel bergerak pada kecepatan yang berbeda tetapi konstan sepanjang keliling lingkaran 276 meter. Partikel mulai bergerak pada waktu yang sama dan dari tempat yang sama. Apabila partikel-partikel bergerak berlawanan maka akan berpapasan setiap 6 detik dan apabila bergerak dengan arah yang sama partikel yang satu melewati yang lainnya setiap 23 detik. Tentukanlah kecepatan partikel tersebut!
A. 27 m/dt dan 17 m/dt D. 29 m/dt dan 16 m/dt
B. 28 m/dt dan 17 m/dt E. 29 m/dt dan 16 m/dt
C. 29 m/dt dan 17 m/dt



(b) Soal Uraian

1. Tentukanlah daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $x+y \leq 3$, $x - 3y \leq 0$, dan $x \geq 0$
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $|x - 3|^2 - 3|x - 3| \geq 10$
3. Total penjualan R (dalam puluhan ribu) merupakan perkalian antara harga p dengan permintaan x atau ditulis $R = px$. Jika $x = 80 - p$, maka total penjualan maksimum besarnya adalah
4. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - x - 5 = 0$, mak persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + 1$ dan $x_2 + 1$ adalah
5. Diketahui suku banyak $f(x)$ jika dibagi $(x + 1)$ bersisa 8 dan dibagi $(x - 3)$ bersisa 4. suku banyak $g(x)$ jika dibagi $(x + 1)$ bersisa $- 9$ dan dibagi $(x - 3)$ bersisa 15. Jika $h(x) = f(x).g(x)$ tentukan sisa pembagian $h(x)$ oleh $x^2 - 2x - 3$
6. Suku banyak $x^3 - 2x^2 + 3x - 5 = 0$ memiliki akar-akar p, q, r. Tentukan nilai dari $p^2 + q^2 + r^2$!

7. Tentukan penyelesaian dari :

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 7 \\ \frac{5}{x} - \frac{6}{y} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{6}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = \frac{1}{2} \end{cases} !$$

8. Seorang alumni SMK merencanakan membangun persewaan rumah dengan dua tipe rumah yaitu tipe 45 dan tipe 54 untuk 540 orang. Banyaknya rumah yang dibangun tidak lebih dari 120 rumah. Apabila daya tampung untuk tipe 45 adalah 4 orang dan tipe 54 adalah 6 orang. Sewa sebulan untuk rumah tipe 45 Rp 90.000,00 dan rumah tipe 54 Rp 107.000,00. Berapakah banyaknya rumah tipe 45 dan tipe 54 yang harus dibuat agar pemilik memperoleh pendapatan terbesar? Buatlah model matematika dari masalah di atas dengan terlebih dahulu membuat tabel untuk memudahkan dalam menjawabnya. Tentukan pula fungsi obyektifnya.



G. Rangkuman

1. Suku banyak atau polinomial adalah suatu bentuk yang memuat variabel berpangkat. Suku banyak berderajat n memiliki arti bahwa pangkat tertinggi variabel pada suku banyak tersebut adalah n .
2. Nilai dari suatu suku banyak dapat ditentukan dengan cara substitusi atau cara skema/horner.
3. Untuk menentukan hasil pembagian dan sisa pembagian suku banyak $f(x)$ oleh $g(x)$ dapat dengan cara pembagian bersusun atau cara horner/skema.
4. Untuk menentukan sisa pembagian dapat digunakan teorema sisa.
5. Untuk menentukan faktor-faktor linier dari suatu suku banyak dapat dengan menggunakan teorema faktor.
6. Persamaan linier adalah suatu persamaan yang peubah (variabel) dari persamaan tersebut dengan pangkat tertingginya satu.
Bentuk Umum : $ax + b = 0$, dimana $a, b \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$
7. Persamaan linear dua variabel ialah persamaan yang mengandung dua variabel dengan pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu.
8. Sistem persamaan linear dua variabel adalah dua persamaan linear dua variabel yang mempunyai hubungan diantara keduanya dan mempunyai satu penyelesaian.
9. Himpunan penyelesaian dari suatu sistem persamaan linear dengan dua peubah adalah irisan antara himpunan penyelesaian persamaan pertama dan himpunan penyelesaian kedua.
10. Sistem persamaan linier tiga variabel adalah tiga persamaan linear tiga variabel yang mempunyai hubungan diantara ketiganya.
11. Sistem persamaan linear dua variabel dan tiga variabel dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu: eliminasi, substitusi, gabungan eliminasi dan substitusi, grafik, dan determinan matriks.
12. Pertidaksamaan linear dua variabel adalah sebuah kalimat terbuka yang mengandung dua variabel dan dihubungkan dengan tanda pertidaksamaan, yaitu $>$, $<$, \leq , \geq .



13. Sistem persamaan linier tiga variabel, dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu: eliminasi, substitusi, gabungan eliminasi dan substitusi, dan determinan matriks.

14. Jenis akar-akar Persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$, ditentukan oleh nilai diskriminannya (D) yaitu $D = b^2-4ac$.

Jika $D>0$: mempunyai dua akar real yang berbeda

Untuk D berupa bilangan kuadrat (k^2) akarnya rasional.

Untuk D bukan bilangan kuadrat akarnya rasional.

Jika $D=0$: mempunyai dua akar real yang sama

Jika $D<0$: akar-akarnya imajiner (khayalan)

15. Akar-akar persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) adalah

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ atau } x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

16. Bentuk baku dari pertidaksamaan kuadrat dalam variabel ada 4 macam, yaitu:

1. $ax^2 + bx + c < 0$

2. $ax^2 + bx + c \leq 0$

3. $ax^2 + bx + c > 0$

4. $ax^2 + bx + c \geq 0$

17. Bentuk pertidaksamaan rasional adalah

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$$

Tandanya bisa berupa $>$, \leq , \geq .

Agar pertidaksamaan mempunyai penyelesaian bilangan real maka syaratnya adalah $g(x) > 0$.

18. Sistem Persamaan Linear Kuadrat adalah sistem persamaan yang mengandung dua unsur persamaan, yaitu persamaan linear dan kuadrat dengan bentuk umum:

Bentuk Umum:

$$y = px + q$$

$$y = ax^2 + bx + c$$



p, q, a, b dan $c \in \mathbb{R}$

19. Cara menyelesaikan bentuk persamaan linear kuadrat bisa dilakukan dengan dua cara yaitu substitusi atau grafik.
20. Sistem persamaan kuadrat-kuadrat adalah sistem persamaan yang mengandung dua unsur persamaan kuadrat, dengan bentuk umum:
 $y = ax^2 + bx + c$
 $y = px^2 + qx + r$, untuk a dan $p \neq 0$
21. Program linear adalah suatu metode untuk mencari nilai maksimum atau minimum dari bentuk linear pada daerah yang dibatasi oleh grafik-grafik fungsi linear.
22. Suatu masalah dikatakan masalah program linier jika memenuhi: Terdapat tujuan yang dicapai, dan dalam model matematika fungsi tujuan ini dalam bentuk linier.
23. Terdapat sumber daya atau masukan (input) yang berada dalam keadaan terbatas, dapat dirumuskan dalam hubungan yang linear yaitu pertidaksamaan linear.
24. Pola umum masalah yang dapat dimodelkan dengan program linier harus memenuhi:
 - a. adanya pilihan kombinasi beberapa faktor kegiatan,
 - b. adanya sumber penunjang beserta batasnya,
 - c. adanya fungsi obyektif/sasaran/tujuan yang harus dioptimumkan,
 - d. bahwa relasi yang timbul antara faktor-faktor semuanya linier.
25. Model Matematika adalah suatu cara untuk memandang suatu permasalahan atau suatu persoalan dengan menggunakan sistem pertidaksamaan matematika.

H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Pada Kegiatan Belajar 2 ini telah dibahas mengenai:

1. Menganalisis hubungan persamaan polinomial, pembagi, dan sisa pembagiannya.
2. Memfaktorkan suku banyak.
3. Menggunakan identitas aljabar dalam memecahkan masalah.
4. Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak.
5. Menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dan tiga variabel.



6. Menggunakan sifat akar-akar persamaan kuadrat untuk menyelesaikan soal.
7. Menentukan himpunan penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat.
8. Menyelesaikan masalah sistem persamaan linier-kuadrat dan kuadrat-kuadrat.
9. Menyelesaikan masalah program linear.

Cocokkan jawaban Latihan dan Tugas pada Kegiatan Belajar 2 ini dengan kunci jawaban yang tersedia. Hitunglah jumlah skor jawaban Anda yang benar, dan gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan materi kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor jawaban benar}}{18} \times 100\%$$

Bila kebenaran jawab Anda mencapai $\geq 67\%$, Anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar selanjutnya. Akan tetapi bila kebenaran jawaban Anda belum mencapai 67%, hendaknya anda mengulangi kegiatan belajar, terutama pada bagian yang Anda anggap rumit dan berdiskusilah dengan teman sejawat yang lainnya atau dengan narasumber/fasilitator.

Untuk mengembangkan materi yang lebih jauh Anda sebaiknya mempelajari materi Aljabar pada kegiatan belajar berikutnya. Lakukan tahapan kegiatan belajar materi selanjutnya dengan mengerjakan aktifitas kegiatannya dan mengerjakan lembar kerjanya. Ukurlah kemampuan pemahaman materi yang Anda pelajari dengan mengerjakan latihan soal-soalnya.



KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

A. Pengantar

Salah satu kompetensi inti guru yang tercantum dalam Permendikbud No. 16 Tahun 2007 adalah guru menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampunya. Salah satu kompetensi guru mata pelajaran matematika adalah mampu menggunakan pola dan fungsi. Pada kegiatan pembelajaran 3 pada modul ini guru akan diarahkan pada kegiatan diskusi dan penugasan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Fungsi. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah fungsi, fungsi linier, fungsi kuadrat, komposisi dan invers fungsi, fungsi rasional dan fungsi eksponen.

B. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 3 ini adalah melalui diskusi dan penugasan peserta diklat dapat menerapkan konsep fungsi dalam menyelesaikan masalah kejuruan dengan cermat, penuh tanggung jawab dan percaya diri.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah mengikuti kegiatan belajar ini adalah, peserta diklat dapat:

1. Menerapkan konsep fungsi linear untuk menyelesaikan masalah
2. Menerapkan konsep fungsi kuadrat dalam menyelesaikan masalah nyata.
3. Menggunakan sifat komposisi dan invers fungsi dalam memecahkan masalah
4. Menerapkan konsep fungsi rasional untuk menyelesaikan masalah
5. Menerapkan konsep fungsi eksponen untuk menyelesaikan masalah



D. Uraian Materi Fungsi

1. Relasi dan Fungsi

Jika A dan B dua himpunan yang tidak kosong, maka didefinisikan :

$A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in B \}$, $A \times B$ disebut hasil kali cartesian antara himpunan A dan B.

Jika $R \subset (A \times B)$ maka R disebut relasi dari himpunan A ke himpunan B, relasi dapat diartikan sebagai aturan yang mengawankan dua himpunan.

Himpunan A dinamakan daerah asal (*domain*), himpunan B dinamakan daerah kawan (*kodomain*), sedangkan himpunan hasil relasi A ke B dinamakan daerah hasil (*range*).

Relasi dapat dinyatakan dalam :

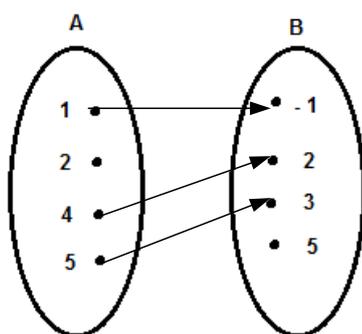
- Diagram panah
- Himpunan Pasangan Berurutan
- Grafik Cartesius

Contoh 1 :

Diketahui himpunan $A = \{ 1, 2, 4, 5 \}$ dan $B = \{ -1, 2, 3, 5 \}$, nyatakan relasi dari A ke B dengan relasi “dua lebihnya dari” !

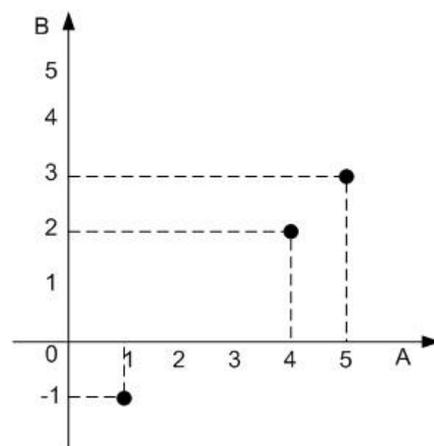
Penyelesaian :

- Diagram panah



- Himpunan pasangan berurutan
 $\{ (1, -1), (4, 2), (5, 3) \}$

- Grafik Cartesius





Di dalam matematika jika teori himpunan merupakan teori yang mendasari (hampir) seluruh perhitungan matematika, maka pentingnya teori tentang fungsi berbeda (sedikit) di bawah teori himpunan tersebut.

Pengertian fungsi f dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi yang menghubungkan setiap anggota A (domain) dengan tepat satu anggota pada B (kodomain). Pemetaan atau fungsi ini dinotasikan dengan :

$$f : x \rightarrow y \text{ atau } f(x) = y \text{ dibaca " } f \text{ memetakan } x \text{ ke } y \text{ "}$$

y dinamakan peta atau bayangan dari x oleh fungsi f . Himpunan semua peta dari fungsi tersebut disebut daerah hasil (*range*). Domain fungsi f biasanya dilambangkan dengan D_f sedangkan *range* fungsi biasanya dilambangkan dengan R_f .

Unsur-unsur yang membentuk sebuah fungsi (biasanya) terdiri dari variabel-variabel dan konstanta. Variabel fungsi adalah unsur yang harus ada dan yang membentuk suatu fungsi, yang menggambarkan faktor tertentu yang nilainya dapat berubah-ubah dalam suatu fungsi. Menurut kebenarannya, variabel fungsi dibedakan menjadi variabel terikat (*dependent variable*), yaitu variabel yang nilainya tergantung oleh variabel lain, serta variabel bebas (*independent variable*), yaitu variabel yang nilainya tidak tergantung oleh variabel yang lain.

Konstanta fungsi adalah unsur yang nilainya tetap pada suatu fungsi. Menurut kebenarannya konstanta dibedakan menjadi konstanta variabel fungsi, yaitu konstanta yang melekat pada suatu variabel fungsi; serta konstanta bebas, yaitu konstanta yang berdiri sendiri, dan yang hanya suatu variabel sehingga tanpa adanya konstanta bebas ini pun tidak akan mengurangi arti sebuah fungsi.

Fungsi memiliki 3 sifat yaitu *injektif*, *surjektif*, dan *bijektif*.

a. Injektif (satu-satu)

Misalkan fungsi f menyatakan fungsi A ke B , maka fungsi f dinamakan fungsi injektif jika setiap dua elemen berlainan di A dipasangkan dengan dua elemen berlainan di B . secara singkat dapat dikatakan jika $f : A \rightarrow B$, f injektif jika $a_1 \neq a_2, a \in A$ maka $f(a_1) \neq f(a_2)$

b. Surjektif (*onto*)

Misalkan fungsi f menyatakan fungsi A ke B , maka fungsi f dinamakan fungsi surjektif (*onto*) jika setiap elemen B memiliki pasangan minimal 1 di A .

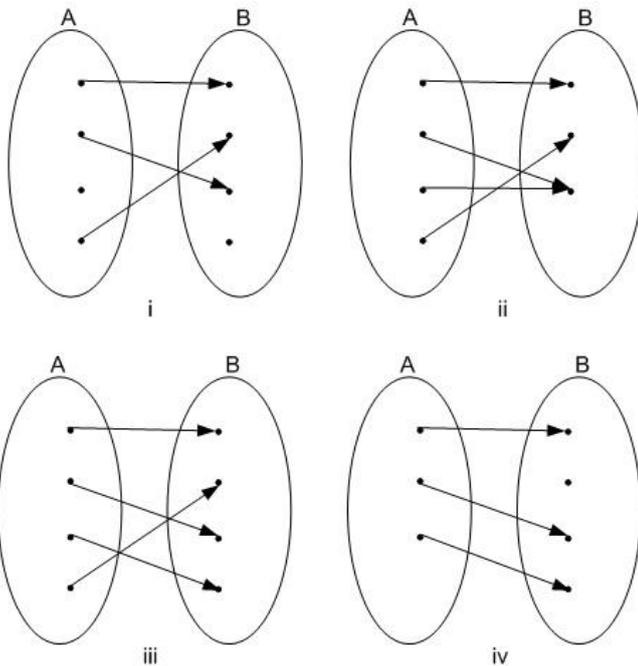


c. Bijektif (korespondensi satu-satu)

Misalkan fungsi f menyatakan fungsi A ke B , maka fungsi f dinamakan fungsi bijektif (korespondensi satu-satu) jika fungsi tersebut bersifat injektif sekaligus surjektif.

Contoh 2 :

Tentukan apakah diagram panah berikut merupakan fungsi, dan apakah sifatnya?



Penyelesaian :

- i) Bukan fungsi karena ada anggota A yang tidak memiliki pasangan di B
- ii) Fungsi yang bersifat surjektif, karena setiap anggota A memiliki pasangan di B , dan semua anggota B memiliki pasangan di A
- iii) Fungsi bersifat bijektif (korespondensi satu-satu), karena setiap anggota A memiliki tepat 1 pasangan di B , dan setiap anggota B memiliki tepat 1 pasangan di A .
- iv) Fungsi bersifat injektif, karena setiap anggota A yang berlainan memiliki pasangan yang berlainan pula di B .



2. Fungsi Linear

Bentuk umum fungsi atau persamaan linear adalah $y = ax + b$, untuk x sebagai variabel bebas dan y adalah fungsi dari x , atau y merupakan variabel terikat yang tergantung pada nilai x . Sedangkan a adalah koefisien variabel x , yang merupakan *gradient/ slope/ kecondongan/ lereng/ curam/ koefisien arah*, atau garis fungsi dengan sumbu horizontal x . Nilai a adalah sebesar:

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Hal itu berarti jika gradien a bernilai positif, maka garis akan condong ke kanan atau naik dari kiri bawah ke kanan atas, sedangkan jika gradien a bernilai negatif, maka garis fungsi akan condong ke kiri atau turun dari kiri atas ke kanan bawah. b adalah nilai y pada saat fungsi memotong sumbu vertikal atau sumbu y . Dalam hal $b = 0$, maka garis fungsi akan memotong titik pangkal. Jika b bernilai negatif, maka garis akan memotong sumbu y di bawah titik pangkal. Sebaliknya jika b bernilai positif, maka garis akan memotong sumbu y positif atau di atas titik pangkal.

a. Pembentukan Fungsi Linear

Jika suatu fungsi belum diketahui bentuk atau jenis persamaannya (dalam arti notasi atau lambang matematisnya, maka fungsi linear dapat dibentuk dengan cara memasukan satu atau beberapa koordinat titik yang diketahui ke dalam persamaan atau bentuk umum fungsinya.

Pada dasarnya fungsi linear ini dapat dibentuk dengan dua macam cara yaitu cara dwi koordinat (dua titik) dan gradien-koordinat. Dari dua macam cara tersebut, kemudian dapat dikembangkan sesuai dengan kondisi khusus yang terjadi pada bentuk fungsi atau persamaan linear yang dicari.

1) Cara Dwi Koordinat

Pembentukan Persamaan linier dengan cara ini mengharuskan adanya dua buah titik dengan koordinat yang berlainan. Jadi jika diperoleh dua buah titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, maka persamaan linear adalah:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



Apabila dimodifikasikan ke dalam persamaan linear sesungguhnya menjadi:

$$y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (y_2 - y_1) + y_1$$

Dapat pula koordinat dua buah titik tersebut dimasukkan ke dalam persamaan atau bentuk umumnya, dan kemudian dieliminasi sebagai berikut:

Bentuk umum: $y = ax + b$

Persamaan I, A(x_1, y_1) : $y_1 = ax_1 + b$

Persamaan II, B (x_2, y_2) : $y_2 = ax_2 + b$ (-)

Menjadi : $y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)$

$$\alpha = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \text{ yang tidak lain adalah } \text{tg } \alpha$$

Kemudian dengan memasukkan harga pada salah satu titik A atau B dan gradien garis dari a tersebut ke bentuk umum $y = ax + b$ kembali, atau dengan rumus $b = y_1 - ax_1$, maka dapat diperoleh persamaan linear yang dicari.

Di samping kedua rumus di atas, jika terdapat dua buah titik yang berada di sumbu x dan y , maka dapat pula dibentuk persamaan linearnya dengan memakai rumus sebagai berikut:

$$\frac{x}{x_0} + \frac{y}{y_0} = 1$$

$$y = \left(\frac{-x}{x_0} + 1 \right) y_0$$

Dengan catatan bahwa x_0 adalah absis titik pada sumbu x atau $(x, 0)$, dan y_0 adalah ordinat titik pada sumbu y atau $(0, y)$.

2) Cara Gradien-Koordinat

Pembentukan Persamaan linear dengan cara ini memerlukan adanya koefisien arah dan sebuah titik koordinat (x, y) . Dengan kedua hal



tersebut dapat diperoleh persamaan linearnya, yaitu dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

Apabila rumus di atas dimodifikasi dapat menjadi sebagai berikut:

$$y = a(x - x_1) + y_1$$

Contoh 3 :

Tentukan persamaan linier yang diketahui:

- Gradien $\frac{2}{3}$ dan melalui $(3, -1)$!
- Melalui $(3, 2)$ dan $(5, 4)$!

Penyelesaian :

- $m = \frac{2}{3}$ melalui $(3, -1)$ maka:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow y + 1 = \frac{2}{3}(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 3y + 3 = 2x - 6$$

$$\Leftrightarrow 3y + 3 - 2x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{3y - 2x + 9 = 0}$$

- Melalui $(3, 2)$ dan $(5, 4)$ maka :

$$\text{Cara 1 : - menentukan gradien } = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{5 - 3} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$$

- **Substitusi ke : $y - y_1 = m(x - x_1)$**

$$\Leftrightarrow y - 2 = 1(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow y - 2 = x - 3$$

$$\Leftrightarrow y - 2 - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{y - x + 1 = 0}$$

$$\text{Cara 2 : - **Substitusi ke : } \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}**$$

$$\Leftrightarrow \frac{y - 2}{4 - 2} = \frac{x - 3}{5 - 3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y - 2}{2} = \frac{x - 3}{2}$$

$$\Leftrightarrow y - 2 = x - 3$$

$$\Leftrightarrow y - 2 - x + 3 = 0$$



$$\Leftrightarrow y - x + 1 = 0$$

d. Hubungan antara Dua Fungsi Linear

Dalam sistem koordinat dengan dua buah sumbu silang x dan y , operasi dua buah fungsi linear berbentuk garis lurus akan memenuhi salah satu dari empat sifat hubungan, yaitu saling berhimpit, sejajar, tegak lurus atau berpotongan.

1) Sifat Hubungan Berhimpit

Hubungan ini terjadi jika yang pertama merupakan kelipatan dari fungsi yang lainnya. Dengan kata lain bahwa $y_1 = n \cdot y_2$, atau $a_1 = n \cdot a_2$.

2) Sifat Hubungan Sejajar

Hubungan sejajar ini dapat terjadi jika terdapat suatu fungsi yang mempunyai gradien / kemiringan yang sama dengan gradien / kemiringan fungsi yang lain, sedangkan konstanta bebas kedua fungsi berbeda nilainya. Hal ini berarti bahwa $a_1 = a_2$ dan $b_1 \neq b_2$.

3) Sifat Hubungan Berpotongan Tegak Lurus

Hubungan kedua fungsi ini dapat terjadi jika fungsi pertama merupakan kebalikan dan bertanda berlawanan (kebalikan negatif) dengan gradien / kemiringan fungsi kedua. Hal itu berarti bahwa $a_1 \neq a_2$, dan $a_1 = -\frac{1}{a_2}$

atau $a_1 \cdot a_2 = -1$.

4) Sifat Berpotongan

Kedua fungsi linear akan berpotongan jika fungsi pertama bukan kebalikan negatif, serta tidak sama dengan gradien / kemiringan kedua. Hal tersebut berarti bahwa $a_1 \cdot a_2 \neq -1$ serta $a_1 \neq a_2$.

e. Penerapan Fungsi Linear dalam Ekonomi

Berikut adalah beberapa peranan fungsi linear dalam ekonomi:

1) Fungsi Penerimaan

Fungsi permintaan menyangkut hubungan antara jumlah barang yang diminta dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya, misalnya harga



barang tersebut, harga barang lainnya, daya beli, selera konsumen, dan pengaruh orang lain.

Hukum permintaan menyatakan bahwa jika harga suatu barang naik, maka jumlah yang diminta akan turun. Dan apabila harga turun, maka jumlah barang yang diminta akan naik. Oleh karena itu tujuan penggunaan fungsi permintaan adalah untuk mengetahui jumlah barang yang diminta pada berbagai tingkat harga barang. Jika demikian halnya, maka kalau harga ditunjukkan oleh P dan jumlah barang dinotasikan sebagai Q , dapat dibuat bentuk umum fungsi permintaan menjadi bentuk $Q = f(P)$ atau $P = f(Q)$, yaitu:

$$Q = a - bP \text{ atau } P = \frac{a - Q}{b}$$

Keterangan:

Q : jumlah barang yang diminta

P : harga barang per unit

a : angka konstanta (berupa angka)

b : gradien atau kemiringan (yang ada hurufnya)

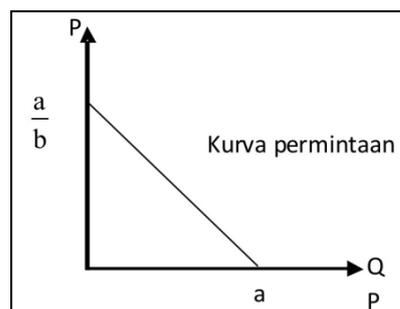
Adapun syarat mutlak fungsi permintaan adalah:

a. nilai a harus positif (+)

b. nilai b harus negatif (-)

Untuk menentukan fungsi permintaan atau persamaan kurva penawaran dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$



Gambar 9 Kurva Fungsi Permintaan

2) Fungsi Penawaran



Fungsi penawaran adalah fungsi yang menunjukkan hubungan antara harga (P) dengan jumlah barang (Q) yang ditawarkan. Fungsi penawaran harus sesuai dengan hukum penawaran yang menyatakan bahwa *bila harga barang naik, maka jumlah penawarannya bertambah dan bila harga barang turun, maka jumlah penawarannya berkurang*.

Dengan demikian, hubungan antara harga barang dengan jumlah barang yang ditawarkan adalah positif atau berbanding lurus. Bentuk umum fungsi penawaran adalah:

$$P = a + bQ \text{ atau } Q = a + bP$$

Keterangan:

Q : jumlah barang yang ditawarkan

P : harga barang per unit

a : angka konstanta (berupa angka)

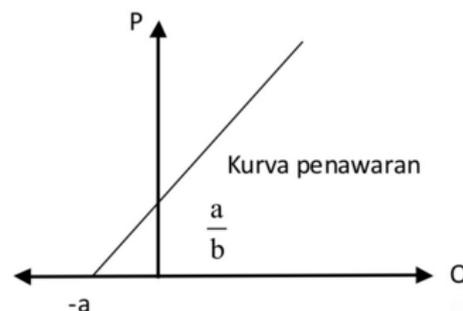
b : gradien atau kemiringan (yang ada hurufnya)

Adapun syarat fungsi penawaran adalah:

a. nilai a boleh positif atau negatif (+ / -) b. nilai b harus positif (+)

Untuk mencari Persamaan fungsi penawaran, rumusnya sama dengan rumus menentukan fungsi permintaan, yaitu

$$\frac{P - P_1}{P_2 - P_1} = \frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1}$$



Gambar 10 Kurva Fungsi Penawaran

3) Keseimbangan Pasar Barang

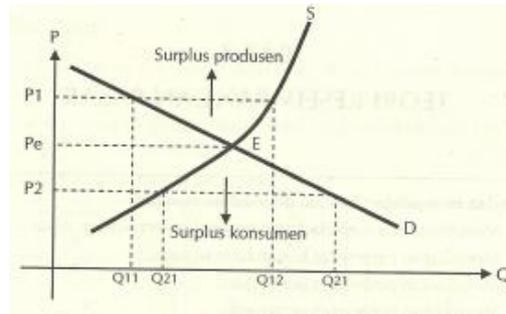
Keseimbangan pasar (price equilibrium) adalah harga yang terjadi apabila jumlah barang yang diminta sama dengan jumlah barang yang ditawarkan penentuan harga dan jumlah barang pada saat keseimbangan



yaitu dengan menentukan titik potong antara grafik fungsi permintaan dengan fungsi penawaran.

Rumus keseimbangan pasar adalah sebagai berikut

$$P_d = P_s \text{ atau } Q_d = Q_s$$



Gambar 11 Bentuk Umum Keseimbangan Pasar

3. Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat adalah fungsi polinomial tingkat dua, dengan bentuk umum, $y = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ atau bila koefisien-koefisien diubah maka bentuknya adalah :

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ dengan } a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$$

Bentuk lain fungsi kuadrat dapat juga didasarkan kepada pendekatan $x = f(y)$, sehingga $x = ay^2 + by + c$. Grafik fungsi kuadrat berbentuk parabola.

a. Pembentukan Fungsi Kuadrat

Jika bentuk umum suatu fungsi kuadrat telah diketahui atau ditentukan notasi (lambang) matematis yang menunjukkan pengaruh suatu variabel bebas terhadap variabel terikat, yaitu $y = f(x)$ atau $f(y) = x$, maka fungsi kuadrat yang dimaksudkan tersebut dapat diformulasikan dengan memasukan satu, dua, tiga koordinat (titik) ke dalam bentuk fungsi kuadrat. Adapun data yang diperlukan dan teknik pembentukan fungsi kuadrat tersebut adalah sebagai berikut:

1) Cara Tiga Koordinat

Pembentukan fungsi kuadrat dengan cara ini dilakukan dengan memasukkan masing-masing titik ke dalam bentuk umum fungsi



kuadrat. Jadi jika diperoleh data tiga macam titik A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) dan C (x_3, y_3) yang dilakukan oleh satu fungsi kuadrat, maka masing-masing titik akan dimasukkan kedalam bentuk fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ atau $x = ay^2 + by + c$, sehingga diperoleh 3 persamaan yang masing-masing mengandung unsur a, b dan c. Selanjutnya dengan menggunakan penyelesaian persamaan secara eliminasi substitusi, maka dapat diperoleh nilai a, b, dan c dari fungsi kuadrat yang dimaksud.

2) Cara Dua Koordinat

Pada pembentukan fungsi kuadrat dengan cara ini selain dibutuhkan dua macam titik yang berbeda, juga diperlukan salah satu dari a, b, dan c yang telah diketahui nilainya. Sedangkan proses pembentukannya adalah sebagai berikut:

- a) Memasukkan nilai a, b, atau c yang telah diketahui ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat
- b) Memasukkan masing-masing titik yang ada ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat yang telah dimasuki oleh nilai a, b, atau c tersebut, sehingga dapat diperoleh dua macam persamaan yang masih mengandung dua unsur fungsi kuadrat yang belum diketahui.
- c) Mencari dua unsur fungsi kuadrat yang belum diketahui dengan cara eliminasi atau substitusi.

3) Cara Satu Koordinat

Data yang dibutuhkan untuk membantu fungsi kuadrat dengan cara satu koordinat adalah satu titik dan dua unsur dari a, b, dan c yang telah diketahui nilainya. Dengan data tersebut proses pembentukan fungsi kuadratnya akan menjadi sebagai berikut:

- a) Memasukkan nilai dua unsur dari a, b, dan c ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat secara bersama-sama.
- b) Memasukkan titik ke dalam bentuk umum fungsi kuadrat yang telah dimasuki nilai dua unsur dari a, b, dan c di atas.
- c) Mencari nilai unsur a, b, dan c yang belum diketahui dalam data.



b. Sketsa grafik Fungsi Kuadrat

Langkah-langkah untuk membuat sketsa grafik fungsi kuadrat adalah sebagai berikut:

1) Menentukan Titik Potong dengan Sumbu x (jika ada)

Titik potong dengan sumbu x , yaitu jika $y = 0$ atau $ax^2 + bx + c = 0$.

- Jika $D > 0$ maka $x_1 \neq x_2$ sehingga grafik memotong sumbu x di dua titik, yaitu $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$.
- Jika $D = 0$ maka $x_1 = x_2$ Sehingga, grafik memotong sumbu x di satu titik, yaitu $(x_1, 0)$
- Jika $D < 0$, maka tidak ada nilai x yang memenuhi, sehingga grafik tidak memotong sumbu x .

2) Menentukan Titik Potong dengan Sumbu y

Titik potong dengan sumbu y , jika $x = 0$.

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(0)^2 + b(0) + c \\ &= c\end{aligned}$$

Jadi, titik potong dengan sumbu y adalah $(0, c)$.

3) Menentukan Persamaan Sumbu Simetri

Persamaan sumbu simetri, yaitu:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}}{2} = -\frac{b}{2a}$$

4) Menentukan Titik Puncak (Titik Balik Maksimum/Minimum)

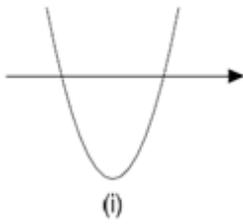
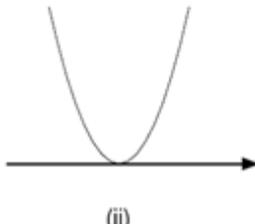
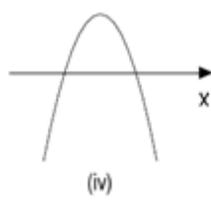
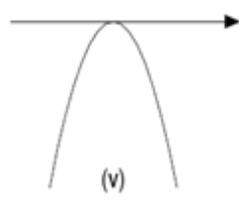
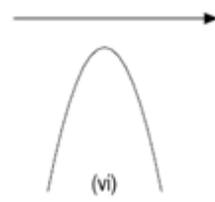
$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\ &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{b^2 - 4ac}{-4a}\right) \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{D}{-4a}\end{aligned}$$



Jadi, puncak parabola $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$

Catatan:

- Jika $a > 0$, grafik terbuka ke atas, titik puncaknya di bawah, maka nilai y minimum. Titik puncaknya berupa titik balik minimum.
- Jika $a < 0$, grafik terbuka ke bawah, titik puncaknya di atas, maka nilai y maksimum. Titik puncak berupa titik balik maksimum.

Nilai	$D > 0$ (2 titik potong)	$D = 0$ (1 titik potong)	$D > 0$ (tidak memotong)
$a > 0$ (terbuka ke atas)	 (i)	 (ii)	 (iii)
$a < 0$ (terbuka ke bawah)	 (iv)	 (v)	 (vi)

Perhatikan bentuk parabola di atas, khususnya (iii) dan (vi).

Bentuk $\left. \begin{matrix} a > 0 \\ D > 0 \end{matrix} \right\}$ disebut **definit positif** (selalu positif untuk setiap harga x).

Bentuk $\left. \begin{matrix} a < 0 \\ D > 0 \end{matrix} \right\}$ disebut **definit negatif** (selalu negatif untuk setiap harga x).

Contoh 4 :

Gambarlah sketsa grafik fungsi $y = x^2 - 6x + 8$!

Penyelesaian :



- a. Menentukan titik potong dengan sumbu x (jika ada)

$$y = x^2 - 6x + 8 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 8$$

$$D = b^2 - 4ac \rightarrow D = (-6)^2 - 4(1)(8) = 4 > 0$$

Maka fungsi memiliki 2 titik potong

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = 2$$

jadi titik potong dengan sumbu x di (2, 0) dan (4, 0)

- b. Menentukan titik potong dengan sumbu y

Ketika $x = 0$ diperoleh $y = 8$, jadi titik potong dengan sumbu y di (0, 8)

- c. Menentukan sumbu simetri

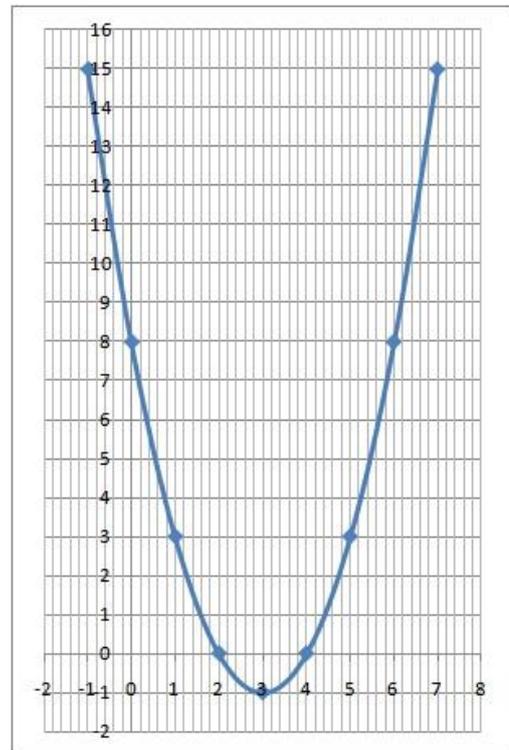
$$x = -\frac{b}{2a} \rightarrow x = -\frac{-6}{2(1)} \rightarrow x = 3$$

- d. Menentukan titik puncak (P)

$$x_p = -\frac{b}{2a} \rightarrow x_p = -\frac{-6}{2(1)} \rightarrow x = 3$$

$$y_p = -\frac{D}{4a} \rightarrow y_p = -\frac{4}{4(1)} \rightarrow y = -1$$

Jadi, titik puncak di (3, -1)



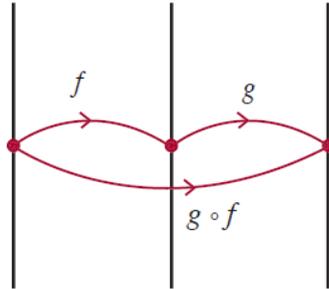
4. Fungsi Komposisi

Definisi:

Jika f dan g dua fungsi sebarang maka fungsi komposisi f dan g ditulis $g \circ f$, didefinisikan sebagai $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ untuk setiap $x \in D_g$.



Mula-mula unsur $x \in D_f$ dipetakan oleh f ke bayangan x , yaitu $f(x)$. Kemudian, $f(x)$ dipetakan oleh g ke $g(f(x))$. Dengan demikian, fungsi komposisi $g \circ f$ adalah pemetaan $x \in D_f$ oleh fungsi f , kemudian bayangannya dipetakan lagi oleh g .



Syarat yang harus dipenuhi agar fungsi f dan fungsi g dapat dikomposisikan menjadi fungsi komposisi $(g \circ f)$ adalah irisan antara daerah hasil fungsi f dan daerah asal fungsi g bukan himpunan kosong, atau $R_f \cap D_g \neq \emptyset$.

Sifat-sifat Komposisi Fungsi

- Operasi komposisi pada fungsi-fungsi pada umumnya tidak komutatif.
 $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
- Operasi komposisi pada fungsi-fungsi bersifat asosiatif
 $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$
- Dalam operasi komposisi pada fungsi-fungsi terdapat sebuah fungsi identitas, yaitu $I(x) = x$ sehingga $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$

Menentukan Fungsi f atau g jika diketahui Fungsi Komposisi dari f dan g

Jika fungsi f dan fungsi komposisi $f \circ g$ atau $g \circ f$ diketahui maka fungsi g dapat ditentukan. Demikian juga jika fungsi g dan fungsi komposisi $f \circ g$ atau $g \circ f$ diketahui maka fungsi f dapat ditentukan.

Nilai fungsi komposisi terhadap komponen pembentuknya, dapat dilakukan dengan dua cara berikut ini.

- Dengan menentukan rumus komposisinya terlebih dahulu, kemudian disubstitusikannya.
- Dengan mensubstitusikan secara langsung nilai pada fungsi yang akan dicari.

Contoh 5 :



Diketahui $f(x) = x + 3$ dan $g(x) = 5x$, tentukan : $(f \circ g)(x)$ dan $(g \circ f)(x)$!

Penyelesaian :

$$f(x) = x + 3 \text{ dan } g(x) = 5x$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(5x) = 5x + 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 3) = 5(x + 3) = 5x + 15$$

5. Fungsi Invers

Jika fungsi $f : A \rightarrow B$ dengan $f = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in A, y \in B\}$, relasi $g : B \rightarrow A$ dengan $g = \{(y, x) \mid x = g(y), x \in A, y \in B\}$ maka fungsi g adalah invers dari fungsi f dan ditulis f^{-1} . Jika fungsi $g = f^{-1}$ ada maka f dan g disebut fungsi-fungsi invers, g adalah invers dari f dan f adalah invers dari g , sehingga dapat dinyatakan : $f(x)$

$$= y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

Suatu fungsi memiliki fungsi invers jika fungsi tersebut merupakan korespondensi satu-satu (bijektif).

Untuk menentukan fungsi invers dapat dilakukan langkah-langkah berikut :

- Tentukan terlebih dahulu fungsi x dan y sehingga $x = f(y)$
- Setelah diperoleh $x = f(y)$ selanjutnya tukarkan dua variabel tersebut menjadi $y = f^{-1}(x)$

Contoh 6 :

Diketahui $f(x) = \frac{3x-7}{2x-1}$, $x \neq \frac{1}{2}$, tentukan $f^{-1}(x)$!

Penyelesaian :

$$f(x) = \frac{3x-7}{2x-1}$$

misalkan $f(x) = y$ sehingga

$$y = \frac{3x-7}{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow 2xy - y = 3x - 7$$

$$\Leftrightarrow 2xy - 3x = y - 7$$

$$\Leftrightarrow x(2y - 3) = y - 7$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y-7}{2y-3}$$

$$\Leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-7}{2y-3}$$



$$\Leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-7}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$$

Jadi invers dari fungsi $f(x) = \frac{3x-7}{2x-1}, x \neq 1/2$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{2x-3}, x \neq \frac{3}{2}$

6. Fungsi Eksponen

a. Eksponen dan Sifat-sifatnya

Dengan kata lain didefinisikan bahwa untuk setiap $a \in \mathbb{R}$ (himpunan bilangan real) dengan n bilangan bulat positif, notasi a^n adalah hasil kali n buah faktor a , atau

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a.$$

Tentunya kita masih ingat dengan baik, bahwa bentuk a^n dibaca “ a pangkat n ” atau „ a eksponen n ”. Bilangan a dinamakan *bilangan pokok* atau *basis*, sedangkan bilangan n dinamakan *pangkat* atau *eksponen* atau *indeks*.

Selanjutnya didefinisikan pula beberapa bentuk bilangan berpangkat di antaranya:

(1) $a^0 = 1$ dengan $a \neq 0, a \in \mathbb{R}$

(2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ dengan $a \neq 0$ dan $a \in \mathbb{R}$ dan $n \in \mathbb{A}$

(3) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ dengan $a \neq 0$ dan $a \in \mathbb{R}$ dan $n \neq 0$ dan $n \in \mathbb{B}$

(4) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ dengan $a \in \mathbb{R}$ dan $m \in \mathbb{B}$ dan $n \in \mathbb{A}$

Dengan $\mathbb{B} =$ himpunan bilangan bulat dan $\mathbb{A} =$ himpunan bilangan bulat positif = himpunan bilangan asli.

Kemudian berdasarkan beberapa definisi di atas telah pula kita tentukan beberapa teorema yang berkaitan dengan eksponen sebagai prasyarat dalam mempelajari bahasan mendatang, diantaranya :



- (1). Jika $m, n \in A$ dan $a \in R$, maka $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- (2). Jika $m, n \in A$, $a \in R$ dan $a \neq 0$, maka $a^m : a^n = a^{m-n}$
- (3). Jika $m, n \in A$ dan $a \in R$, maka $(a^m)^n = a^{mn}$
- (4). Jika $a, b \in R$ dan $n \in A$, maka $(ab)^n = a^n \times b^n$
- (5). Jika $a, b \in R$ dan $n \in A$, maka $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- (6). Jika $a, b \in R$ dan $n \in A$, maka $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- (7). Jika $m, n \in R$ dan $a > 0$ dengan $a^m = a^n$, maka $m = n$.

b. Fungsi Eksponen

Suatu fungsi yang memuat variabel sebagai pangkat atau eksponen kita namakan fungsi eksponen. Secara lengkapnya, fungsi eksponen didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x) = \{(x,y) \mid y = ka^x, a\}$$

Fungsi eksponen ini adalah salah satu fungsi yang cukup penting dalam matematika. Fungsi eksponen banyak sekali penerapannya, dan tidak hanya dalam matematika saja tetapi banyak pula berkaitan dengan pertumbuhan dan peluruhan. Selain itu nanti kita akan melihat, bahwa fungsi ini erat sekali hubungannya dengan fungsi logaritma.

c. Penerapan Fungsi Eksponen

Kasus I

Misalkan seseorang menabung uang di suatu Bank sebesar Rp. 200.000,- untuk jangka waktu tertentu dengan bunga majemuk 40% per tahun. Hal ini berarti setiap bunga yang didapat pada setiap akhir tahun digabungkan pada tabungan semula (modal), sehingga pada akhir tahun berikutnya memberikan bunga pula. Hal ini berarti, bahwa nilai simpanan orang tersebut dalam ribuan rupiah, pada akhir



tahun 1 adalah $200(1 + 0,40) = 200(1,40) = 280$

tahun 2 adalah $280(1,40) = 200(1,40)(1,40) = 200(1,40)^2 = 392$

tahun 3 adalah $392(1,40) = 200(1,40)(1,40)(1,40) = 200(1,40)^3 = 548,8$

tahun n adalah $200(1,40)(1,40) \dots (1,40) = 200(1,40)^n$.

Jadi secara umum tabungan orang tersebut dapat kita tulis dalam bentuk fungsi lama simpanan n tahun dengan Persamaan :

$$n = 200(1 + 0,40)^n = 200(1,40)^n$$

Jadi, jika kita menabung uang di Bank sebesar M dengan suku bunga majemuk I pertahun, maka jumlah uangnya setelah t tahun (Mt) adalah

$$Mt = M(1 + I)^t.$$

Kasus II

Misalkan intensitas suatu cahaya untuk setiap meternya di bawah permukaan air laut berkurang 3,5%. Jadi persentase cahaya di permukaan yang menembus ke dalam laut dapat kita tulis sebagai fungsi dari kedalaman k dengan satuan meter dalam bentuk Persamaan :

$$p = 100(1 - 0,035)^k \text{ atau } p = 100(0,965)^k$$

Kasus III

Pertumbuhan penduduk pada dasarnya sama dengan penambahan tabungan yang disimpan di Bank. Jadi, apabila banyaknya penduduk mula-mula P dengan tingkat kenaikan penduduk I%, sedangkan banyaknya penduduk setelah t tahun adalah Pt, maka tentunya banyaknya penduduk pada saat t tahun adalah :

$$Pt = P(1 + I)^t$$

d. Grafik Fungsi Eksponen

Sebagaimana telah kita ketahui bahwa fungsi eksponen adalah fungsi dengan variabelnya (variabel bebasnya) merupakan pangkat dari suatu bilangan tertentu, sehingga secara singkat dapat kita tulis dalam bentuk:

$$y = f(x) = a^x \text{ dengan } a > 0 \text{ dan } a \neq 1$$

Untuk mempermudah menggambar grafik fungsi eksponen ini, kita tinjau nilai konstanta atau bilangan tertentu, yaitu kemungkinan-kemungkinan dari nilai a. Berdasarkan pengertian fungsi eksponen $y = a^x$ dengan $a > 0$ dan

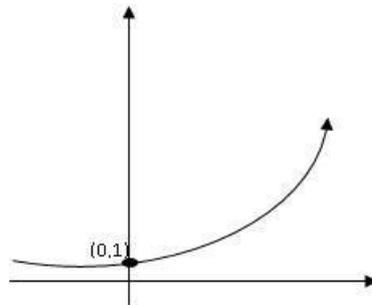


$a \neq 1$, maka kita dapat membagi grafik fungsi eksponen menjadi dua bagian besar, yaitu :

1) $y = a^x$ dengan $a > 1$

Dari sini kita dapat melihat, bahwa untuk x semakin besar maka harga y tentunya akan semakin besar pula. Sedangkan jika x semakin kecil, maka tentunya y akan semakin kecil pula

x menuju $\infty \rightarrow y$ akan menuju ∞ dan x menuju $-\infty \rightarrow y$ akan menuju 0

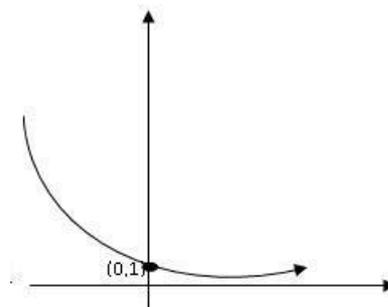


Gambar 12 Grafik $y = a^x$ dengan $a > 1$

2) $y = a^x$ dengan $0 < a < 1$

Untuk a yang lebih kecil dari satu dan lebih besar dari nol, maka jika x semakin besar tentunya y semakin kecil, dan jika x semakin kecil tentunya y semakin besar.

x menuju $\infty \rightarrow y$ akan menuju 0 dan x menuju $-\infty \rightarrow y$ akan menuju ∞



Gambar 13 Grafik $y = a^x$ dengan $0 < a < 1$

Contoh 7 :

Gambarlah grafik fungsi eksponen $f(x) = 2^x$ dengan $x \in \mathbb{R}$

Penyelesaian:



Titik-titik pada grafik

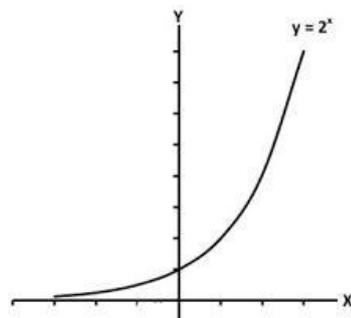
Untuk mempermudah menggambar, terlebih dahulu kita pilih beberapa titik yang terletak pada grafik tersebut dengan membuat tabel seperti berikut ini.

x	-∞ ← ... -2 -1 0 1 2 ... → ∞
y = f(x)	0 ← ... $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 1 2 4 ... → ∞

Titik potong dengan sumbu y : $f(0) = 2^0 = 1$. Grafik memotong sumbu y di titik (0,1). Selanjutnya dengan mengambil beberapa harga x di sebelah kiri dan sebelah kanan $x = 0$, kita dapatkan beberapa titik yang terletak pada grafik.

Asimtot-asimtotnya

Titik potong dengan sumbu x : jika grafik memotong sumbu x, maka $y = f(x) = 0$ berarti $2^x = 0$. Ini adalah hal yang tidak mungkin sebab $2^x > 0$ untuk $x \in \mathbb{R}$. Hal ini berarti grafik fungsi tidak pernah memotong sumbu x. Asimtot tegaknya tidak ada, sebab untuk $x \rightarrow \sim$ ternyata $y \rightarrow \sim$. Asimtot datarnya = 0, sebab untuk $x \rightarrow -\infty$ ternyata $y \rightarrow 0$.



Gambar 14 Grafik fungsi $y=2^x$

Daerah Asal dan Hasil

Karena 2^x terdefinisi untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, maka daerah asalnya (domainnya) adalah \mathbb{R} , yaitu himpunan semua bilangan real $(-\infty, \infty)$. Kemudian, karena 2^x tidak pernah nilainya nol atau negatif, dan karena terdapat satu nilai x untuk setiap nilai 2^x yang positif, maka daerah hasilnya (rangennya) adalah himpunan semua bilangan real positif $(0, \infty)$.



7. Fungsi Logaritma

a. Definisi

Jika $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka fungsi $g(x) = {}^a \log x$ dengan $x > 0$ dinamakan fungsi logaritma.

Teorema

Fungsi logaritma $g(x) = {}^a \log x$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$, adalah balikan (invers) dari fungsi eksponen $f(x) = a^x$.

Teorema ini dapat kita buktikan dengan bantuan teorema-teorema atau sifat-sifat bahwa $a^{{}^a \log x}$ dan ${}^a \log a^x = x$ untuk $x \in \mathbb{R}$, serta berdasarkan definisi fungsi invers dan $(g \circ f)(x) = x$. Sekarang

$$(g \circ f)(x) = f(g(x)) = f({}^a \log x) = a^{{}^a \log x} = x$$

atau

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(a^x) = {}^a \log a^x = x$$

Jadi fungsi logaritma merupakan invers (balikan) dari fungsi eksponen.

Dengan demikian menurut teorema ini grafik fungsi $y = {}^a \log x$ dapat kita peroleh

melalui pencerminan grafik fungsi $y = a^x$ terhadap garis lurus $y = x$ bila fungsi $y = a^x$ telah diketahui.

b. Persamaan Eksponen dan Persamaan Logaritma

Secara khusus, suatu persamaan yang memuat variabel sebagai eksponen dinamakan persamaan eksponen. Sedangkan persamaan logaritma adalah persamaan yang variabelnya termuat dalam bilangan pokok atau numerus dari suatu logaritma.

Dalam kesempatan ini kita akan membicarakan beberapa bentuk persamaan eksponen di antaranya beberapa bentuk berikut ini.

1) Bentuk $a^{f(x)} = 1$

Jika $a^{f(x)} = 1$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = 0$.

2) Bentuk $a^{f(x)} = a^p$

Jika $a^{f(x)} = a^p$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = p$.



3) Bentuk $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$, maka $f(x) = g(x)$.

4) Bentuk $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, a dan $b > 0$ dan $a \neq 1$, a tidak sebasis dengan b , maka $f(x) = 0$.

5) Bentuk $a^{f(x)} = b^{g(x)}$

Jika $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, $a > 0$, $b > 0$ dan $a \neq 1$; a tidak sebasis dengan b , $f(x) \neq g(x)$, maka $\log a^{f(x)} = \log b^{g(x)}$

6) Bentuk $h(x)^{f(x)} = h(x)^{g(x)}$.

Himpunan penyelesaian dari bentuk ini mempunyai beberapa kemungkinan. Agar tidak berakibat terjadinya bilangan tidak real atau tidak terdefinisi, diperlukan beberapa teknik penyelesaian, diantaranya :

a) Bila $h(x)$ tidak sama dengan 0, 1 atau -1, maka $f(x) = g(x)$

b) Bila $h(x) = 0$, maka persamaan akan dipenuhi untuk $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$.

c) Bila $h(x) = 1$, maka persamaan akan dipenuhi untuk setiap $f(x)$ dan $g(x)$.

d) Bila $h(x) = -1$, maka haruslah nilai dari $|g(x)|$ dan $|f(x)|$ keduanya genap atau kedua-duanya ganjil.

7) Bentuk $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + c = 0$

Bentuk ini dapat ditentukan dengan mengubah menjadi persamaan kuadrat. Kemudian selesaikan seperti menyelesaikan masalah persamaan kuadrat.

Contoh 8 :

Tentukan himpunan penyelesaian dari Persamaan eksponen $3^{x+2} - 3^{2x} = 18$

Penyelesaian:

$$3^{x+2} - 3^{2x} = 18$$

$$\leftrightarrow 3^x \cdot 3^2 - (3^x)^2 = 18$$

Misalkan $3^x = a$, maka diperoleh $9a - a^2 = 18$

$$\leftrightarrow 9a - a^2 - 18 = 0 \leftrightarrow a^2 - 9a + 18 = 0 \leftrightarrow (a - 3)(a - 6) = 0$$



$$a_1 = 3 \rightarrow 3^x = 3 \leftrightarrow x = 1$$

$$a_2 = 6 \rightarrow 3^x = 6 \leftrightarrow x = {}^3\log 6$$

Himpunan penyelesaiannya atau HP = $\{ 1, {}^3\log 6 \}$

Sekarang kita perhatikan beberapa bentuk persamaan logaritma yang akan dibahas dalam uraian ini, diantaranya :

1) Bentuk ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$, maka $f(x) = p$

Nilai x yang didapat perlu diperiksa agar tidak mengakibatkan terjadinya bilangan tak didefinisikan.

2) Bentuk ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$.

Jika ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$, maka $f(x) = g(x) > 0$.

3) Bentuk ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$.

Jika ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x)$ a b, a tidak sebasis dengan b, maka $f(x) = 1$.

4) Bentuk ${}^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$

Jika bentuknya seperti ini, maka nilai x yang memenuhi adalah $f(x) = g(x) > 0$, $h(x) > 0$, dan $h(x) \neq 1$.

5) Bentuk $A\{\log x\}^2 + B\{{}^a\log x\} + c = 0$

Dalam bentuk ini $a > 0$ dan $a \neq 1$; A, B, dan $C \in \mathbb{R}$ dan $A \neq 0$ dapat ditentukan dengan mengubah menjadi persamaan kuadrat.

Contoh 9 :

Tentukanlah himpunan penyelesaian dari persamaan logaritma

$${}^2\log^2 x + 2{}^2\log x^2 - {}^2\log 8 = 2 !$$

Penyelesaian:

$${}^2\log^2 x + 2{}^2\log x^2 - {}^2\log 8 = 2$$

$$\leftrightarrow {}^2\log^2 x + 4 \cdot {}^2\log x - 3 = 2$$

$$\leftrightarrow {}^2\log^2 x + 4 \cdot {}^2\log x - 5 = 0$$

Misalkan ${}^2\log x = p$, maka $p^2 + 4p - 5 = 0$

$$\leftrightarrow (p + 5)(p - 1) = 0$$

$$\leftrightarrow p_1 = -5 \text{ atau } p_2 = 1$$

$$\leftrightarrow {}^2\log x = -5 \text{ atau } {}^2\log x = 1$$



$$\leftrightarrow x = 2^{-5} \text{ atau } x = 2^1$$

$$\leftrightarrow x = \frac{1}{32} \text{ atau } x = 2$$

Jadi himpunan penyelesaiannya atau HP = $\left\{ \frac{1}{32}, 2 \right\}$

8. Fungsi Rasional

Pengertian Fungsi Rasional

Fungsi rasional adalah suatu fungsi yang berbentuk $\frac{f(x)}{g(x)}$ dengan $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi polinomial, dan $g(x) \neq 0$. Domain (daerah asal) dari fungsi rasional adalah semua nilai x bilangan real kecuali nilai x yang menyebabkan $g(x) = 0$.

$y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \dots + e}{px^n + qx^{n-1} + rx^{n-2} + \dots + t}$	<p>dengan $a, b, c, \dots, e, p, q, r, \dots, t \in \mathbb{R}$</p>
---	--

Grafik Fungsi Rasional

Langkah membuat grafik fungsi rasional :

- a. Tentukan asymtot datar, asymtot tegak, dan atau asymtot miring dari grafik tersebut. Asymtot adalah garis dimana sebuah kurva akan mendekati nilai garis tersebut, tetapi tidak akan pernah menyentuh garis tersebut. Untuk :

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \dots + e}{px^n + qx^{n-1} + rx^{n-2} + \dots + t}$$

- 1) Jika $m = n$, maka fungsi rasional tersebut memiliki asymtot datar adalah $y = \frac{a}{p}$, Asymtot tegak adalah x penyebab $g(x) = 0$, tidak memiliki asymtot miring.
 - 2) Jika $m < n$, maka fungsi rasional tersebut memiliki asymtot datar adalah $y = 0$, Asymtot tegak adalah x penyebab $g(x) = 0$, tidak memiliki asymtot miring.
 - 3) Jika $m > n$, maka fungsi rasional tersebut tidak memiliki asymtot datar, Asymtot tegak adalah x penyebab $g(x) = 0$, memiliki asymtot miring pada fungsi hasil pembagi $f(x)$ oleh $g(x)$
- b. Tentukan titik bantu lainnya



- c. Hubungkan titik-titik yang telah diperoleh dengan memperhatikan asytmot-asytmot fungsi tersebut.

Contoh 10 :

Gambarkan sketsa grafik fungsi $y = \frac{2x}{x-4}$!

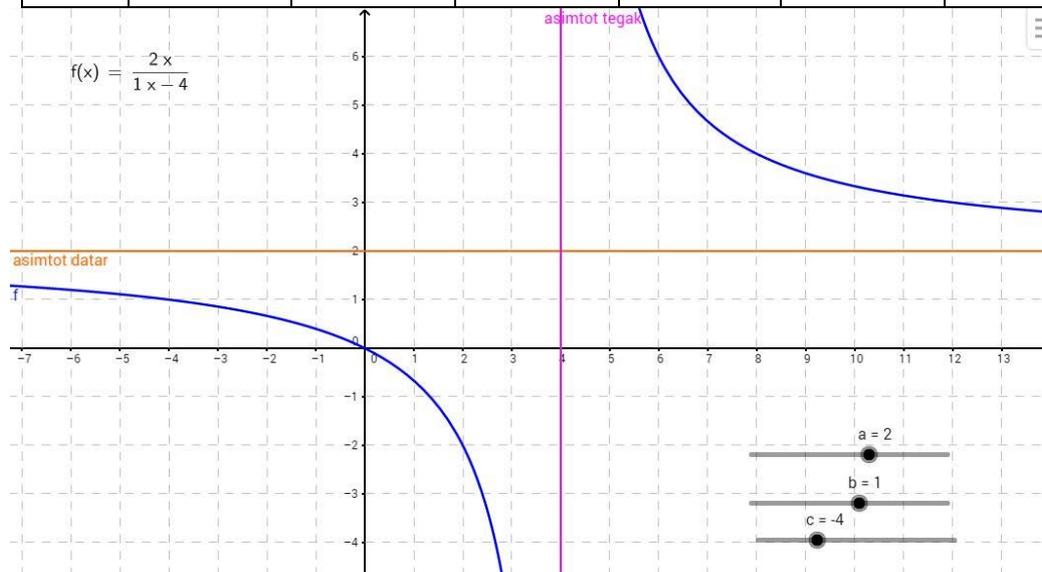
Penyelesaian :

Untuk fungsi rasional $y = \frac{2x}{x-4}$, karena pangkat tertinggi fungsi pembilang dan penyebut sama maka fungsi tersebut memiliki asytmot datar dan asytmot tegak tetapi tidak memiliki asytmot miring.

- Asytmot tegak ada pada : $x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$
- Asytmot datar ada pada : $y = 2/1 \rightarrow y = 2$

Titik bantu lainnya :

x	- 4	- 2	0	2	6	8
y	1	2/3	0	- 2	6	4



Gambar 15 Grafik Fungsi Rasional

E. Aktivitas Pembelajaran

1. Pengantar:



Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Fungsi. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah: fungsi linear, fungsi kuadrat, sifat komposisi fungsi dalam memecahkan masalah, fungsi invers, fungsi rasional, fungsi eksponen dan fungsi logaritma.

2. Aktivitas:

Aktivitas 0: Mengidentifikasi Isi Bahan Belajar

Mengawali proses pembelajaran, diskusikan bersama rekan guru untuk mengidentifikasi hal-hal berikut:

1. Ada berapa aktivitas yang harus Anda ikuti dalam mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan topik-topik untuk masing-masing aktivitas.
2. Kompetensi apa yang diharapkan tercapai setelah mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan!
3. Anda saat ini mengikuti pelatihan dengan pola tatap muka. Apa saja yang harus Anda lakukan saat tatap muka?

Aktivitas 1: Konsep Aljabar dan konsep Fungsi

Kegiatan berikut ini merupakan kegiatan refleksi terkait konsep aljabar secara umum. Lakukanlah refleksi secara individu dengan menjawab dan menyelesaikan pertanyaan di dalam LK 01 berikut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 01

1. Untuk apa kita mempelajari konsep aljabar?
2. Jelaskan perbedaan antara relasi dengan fungsi dan berikan contoh masing-masing!
3. Jelaskan perbedaan dari surjektif, injektif dan bijektif dan berikan contohnya masing-masing!
4. Sebutkan sekurang-kurangnya 5 fungsi khusus di dalam bahasan tentang fungsi, jelaskan ciri-cirinya dan berikan contohnya!

Aktivitas 2: Fungsi Linear



Dalam Aktivitas ini kita akan membahas mengenai fungsi linear, pembentukan fungsi linear, hubungan antara dua fungsi linear, nilai fungsi linear dan penerapan fungsi linear dalam ekonomi. Untuk kegiatan ini, berdiskusilah di dalam kelompok saudara untuk menjawab pertanyaan dan masalah yang ada dalam LK 2 berikut ini. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 01

1. Diketahui dua buah titik dari suatu persamaan linear A (2,1) dan B (4,5).
Bentuklah persamaan linear tersebut !
2. Jika diketahui titik A (1,0) dan B (0,3), serta C (-4,0) dan D(0,8), maka bentuklah persamaan linear dari AB dan CD !
3. Fungsi I : $y = 2x + 4$
Fungsi II : $2y - 4x - 8 = 0$
Kedua fungsi tersebut akan membentuk garis lurus yang saling berimpit.
Buktikan hal tersebut, dan buktikan juga dengan gambar !
4. Fungsi I : $y = x + 1$
Fungsi II : $2x - 2y + 6 = 0$
Buktikan bahwa kedua fungsi tersebut sejajar!
5. Fungsi I : $y = 0,5x + 1$
Fungsi II : $y = - 2x + 4$
Buktikan bahwa kedua fungsi berpotongan tegak lurus!
6. Fungsi I : $y = x - 2$
Fungsi II : $y = - 3x + 1$
Kedua fungsi berpotongan tetapi tidak tegak lurus .
Buktikan dengan gambar grafik bahwa kedua fungsi berpotongan tidak tegak lurus!
7. Fungsi I: $y + 2x = - 6$
Fungsi II : $- 2y - 3x = 14$
 - a. Carilah akar kedua fungsi tersebut.
 - b. Carilah akar kedua fungsi tersebut dengan menggunakan substitusi.
 - c. Carilah akar kedua fungsi tersebut dengan menggunakan determinan.



8. Jika harga barang Rp8.000,00 per unit, maka jumlah permintaan 10 unit. Tetapi jika harga barang Rp6.000,00 per unit, maka jumlah permintaan 20 unit. Tentukan persamaan fungsi permintaan dan gambarkan kurvanya.
9. Pada saat harga Rp 6.000,00 per unit, jumlah penawarannya 20 unit. Tetapi jika harga Rp 8.000,00 per unit, jumlah penawarannya 30 unit. Tentukan fungsi penawaran dan gambarlah kurvanya.
10. Fungsi permintaan ditunjukkan oleh Persamaan $Q_d = 10 - 5P$ dan fungsi penawarannya adalah $Q_s = -4 + 9P$. Berapakah harga keseimbangan yang tercipta di pasar dan gambarkan kurvanya.

Aktivitas 3 : Fungsi Kuadrat

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai fungsi kuadrat, pembentukan fungsi kuadrat, dan sketsa grafik fungsi kuadrat. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 03, disarankan untuk membaca bahan bacaan mengenai fungsi kuadrat atau berdiskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 03

1. Suatu fungsi kuadrat melewati tiga macam titik A (1,4), B (3,11) dan C (-1,5). Carilah fungsi kuadrat yang dimaksud, jika bentuk umumnya adalah $y = f(x)$ dan $f(y)$.
Langkah pengerjaan: 1) tentukan bentuk umum, 2) tentukan persamaan titik A, B, C, 3) lakukan teknik eliminasi substitusi
2. Suatu fungsi kuadrat $y = 2x^2 + bx + c$ melalui titik-titik A (1,5) dan B (-2,10). Dari data tersebut hitunglah nilai b dan c, sehingga dapat diperoleh fungsi kuadrat yang dimaksud.
3. Jika suatu titik E(5,5) dilalui oleh suatu fungsi kuadrat $y = -x^2 + bx + 30$, maka carilah nilai b dan fungsi kuadrat tersebut.
4. Buatlah sketsa grafik fungsi kuadrat yang mempunyai persamaan $y = x^2 - 4x + 5$
5. Tentukan m agar fungsi kuadrat $f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + m + 6$ definit positif !



Aktivitas 4: Komposisi Fungsi dan Fungsi Invers

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai fungsi komposisi, aplikasi fungsi komposisi dan fungsi invers. Jika Anda kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 04, disarankan untuk membaca bahan bacaan mengenai komposisi fungsi dan fungsi invers atau berdiskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 04

1. Fungsi $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $g(x) = x^2 - x + 3$ dan fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sehingga $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 3x + 4$ maka $f(x - 2) = \dots$
2. Buktikan sifat komposisi fungsi berikut :
 - a. $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2$, dan $h(x) = 3x + 5$, maka
 - 1) apakah $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$?
 - 2) apakah $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$?
 - b. Diketahui $f(x) = 5x^2 + 6$ dan $I(x) = x$, apakah $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x)$?
3. Diketahui $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x}$ dan $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$. Tentukan $g(x)$!
4. PT. Berkah menerapkan sistem unik dalam memberikan tunjangan kepada karyawannya. Di perusahaan ini, setiap bulannya seorang karyawan akan mendapatkan dua macam tunjangan yaitu tunjangan keluarga dan tunjangan kesehatan. Besarnya tunjangan keluarga ditentukan dari $\frac{1}{5}$ gaji pokok ditambah Rp 50.000,00. Sementara besar tunjangan kesehatan adalah setengah dari tunjangan keluarga.
 - a. Berdasarkan situasi tersebut, buatlah sebuah model matematika yang menyatakan hubungan besarnya tunjangan kesehatan dan gaji karyawan tersebut.
 - b. Berapakah besar tunjangan kesehatan seorang karyawan yang memiliki gaji pokok Rp. 2.000.000,00.
5. Fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x + 2) = \frac{x - 2}{x + 4}$, $x \neq -4$ dan f^{-1} adalah invers dari fungsi f , tentukan :



sistem koordinat yang sama !

(c) Tentukan persamaan fungsi invers itu !

2. Gambarlah grafik fungsi $y = {}^3\log x$ dan $y = \frac{1}{3} \log x$ dengan $x \in \mathbb{R}$ pada satu sistem koordinat !
3. Dari dua soal di atas dapat dilihat bahwa:
 - a. $y = g(x) = {}^a\log x$ dengan $a > 1$ merupakan fungsi ...
sebab bila $x_1 < x_2$, maka
 - b. grafik fungsi logaritma $y = f(x) = {}^a\log x$ dengan $0 < a < 1$ merupakan fungsi ...
... sebab bila $x_1 < x_2$, maka ...
4. Tentukan besarnya uang yang ditabungkan di Bank dengan bunga majemuk 20% pertahun agar dalam waktu 10 tahun uang itu menjadi Rp. 10.000.000,00 !
5. Jumlah penduduk kota X pada tahun 1994 mencapai 2 juta jiwa. Bila jumlah penduduk di kota tersebut meningkat dengan laju 2,5% per tahun dan andaikan laju pertumbuhan tetap sebesar itu dalam setiap tahunnya, tentukanlah banyaknya penduduk di kota X pada tahun 2017 !
6. Misalkan untuk setiap meter masuk ke bawah permukaan laut, intensitas cahaya berkurang sekitar 2,5%. Pada kedalaman berapakah intensitas cahayanya tinggal 50% dari intensitas cahaya di permukaan air laut ?
7. Di dalam sebuah uji coba ledakan nuklir, sebagian strontium 90 terlepas ke atmosfer. Zat ini mempunyai waktu paruh 28 tahun.
 - a. Nyatakan persentase P strontium 90 yang tersisa di atmosfer sebagai fungsi dari !
 - b. Berapakah waktu paruh N telah berlalu ?
 - c. Berapa tahun t telah berlalu sejak ledakan terjadi ?
 - d. Berapakah persentase strontium 90 yang masih tersisa di atmosfer akibat ledakan tadi 50 tahun kemudian ?
8. Bakteri E-coli adalah suatu bakteri tunggal. Ia membelah diri menjadi dua setiap sekitar 20 menit bila berada pada kondisi yang ideal bagi kehidupannya. Jika satuan waktunya 20 menit, maka waktu yang diperlukan



untuk perkembangan bakteri coli yang pada awalnya ada 1000 bakteri sehingga menjadi 64.000 bakteri adalah

Aktivitas 7: Fungsi Rasional

Dalam aktivitas ini kita akan membahas mengenai fungsi rasional dan grafik fungsi rasional. Jika Anda menemui kesulitan menjawab LEMBAR KERJA 07, disarankan untuk membaca bahan bacaan mengenai fungsi rasional atau berdiskusi dengan rekan anda. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

LEMBAR KERJA 07

1. Apa yang anda ketahui mengenai asymtot? Jelaskan dan berikan contoh-contohnya !
2. Gambarkan grafik dari fungsi berikut lengkap dengan langkah-langkahnya!
 - a. $f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}$
 - b. $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x - 2}$
 - c. $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x + 2}$

Aktivitas 8 : Penyusunan instrumen penilaian

Untuk aktivitas 8 ini, Anda diminta untuk berlatih menyusun instrumen penilaian pada materi fungsi, fungsi linier, fungsi kuadrat, komposisi dan invers fungsi, fungsi rasional dan fungsi eksponen dengan mengacu pada panduan teknik penulisan soal dari Puspendik. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam menyelesaikan LEMBAR KERJA 08 ini, disarankan anda membaca bahan bacaan mengenai panduan teknik penulisan soal dari puspendik tersebut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.



LEMBAR KERJA 08

1. Buatlah kisi-kisi penulisan soal mengenai materi fungsi linier, fungsi kuadrat, fungsi komposisi, fungsi invers, fungsi eksponen, fungsi logaritma, dan fungsi rasional !
2. Buatlah 20 soal berupa 15 pilihan ganda dan 5 soal uraian sesuai dengan kisi-kisi penulisan soal yang telah anda buat !

F. Tugas dan Latihan

(a) Soal Pilihan Ganda

1. Persamaan garis yang melalui titik potong garis $4x + 7y - 15 = 0$ dan $14y = 9x - 4$ serta tegak lurus pada garis $21x + 5y = 3$ adalah ...
A. $5x - 21y - 11 = 0$ D. $21x + 5y + 11 = 0$
B. $5x + 21y - 11 = 0$ E. $21x - 11y - 11 = 0$
C. $5x - 21y + 11 = 0$
2. Jika $f(x) = -x + 3$, maka $f(x^2) + (f(x))^2 - 2f(x) = \dots$
A. $2x^2 - 6x + 4$ C. $2x^2 + 4x + 6$ E. $2x^2 - 4x - 6$
B. $6x + 4$ D. $-4x + 6$
3. Jika garis yang menghubungkan titik $(-1, 1)$ dan $(1, \frac{1}{2})$ tegak lurus pada garis yang menghubungkan $(1, \frac{1}{2})$ dan $(7, q)$, nilai q adalah ...
A. $\frac{1}{2}$ B. 12 C. $12 \frac{1}{2}$ D. 24 E. $24 \frac{1}{2}$
4. Agar ungkapan $(t + 1)x^2 - 2tx + (t - 4)$ bernilai negatif untuk semua x , maka nilai t adalah ...
A. $t < \frac{1}{4}$ B. $t > \frac{1}{2}$ C. $t < -\frac{1}{2}$ D. $t > -\frac{3}{4}$ E. $t < -\frac{4}{3}$
5. Diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = \frac{x-1}{x+4}$. Jika $(f \circ g)(a) = 5$, maka a adalah ...



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

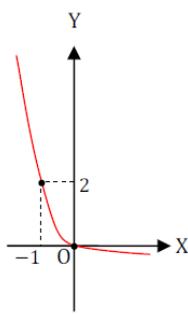
6. Jika $f(x) = 5^{3x}$ dan f^{-1} invers dari f , maka nilai dari $f^{-1}(5\sqrt{5})$ adalah ...

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1 E. $\frac{3}{2}$

7. Jika suatu proyek akan diselesaikan dalam x hari maka biaya proyek per hari menjadi $(x + \frac{800}{x} - 40)$ juta rupiah. Tentukan biaya minimum proyek tersebut!

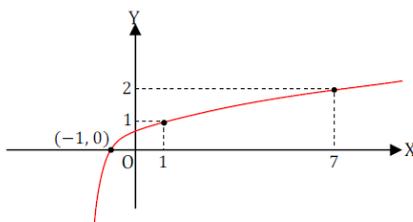
- A. 400 juta rupiah C. 600 juta rupiah E. 800 juta rupiah
B. 450 juta rupiah D. 650 juta rupiah

8. Fungsi eksponen yang sesuai dengan grafik di bawah ini adalah



- A. $y = 3^{-x} - 1$ D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$
B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ E. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$
C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$

9. Fungsi logaritma yang sesuai dengan grafik di bawah ini adalah



- A. $y = {}^3\log 2x$ D. $y = {}^3\log (x + 2)$
B. $y = {}^3\log (x-2)$ E. $y = {}^3\log x + 2$
C. $y = {}^3\log x - 2$

10. Fungsi rasional berikut $f(x) = \frac{2x^2 - 20x + 32}{x^2 - 16x + 60}$ memiliki ...

- A. Asimtot tegak di $x = 6$ dan $x = 10$, asimtot datar di $y = 2$
B. Asimtot datar di $x = 6$ dan $x = 10$, asimtot tegak di $y = 2$
C. Asimtot tegak di $x = -6$ dan $x = -10$, asimtot datar di $y = 2$
D. Asimtot tegak di $x = 6$ dan $x = 10$, asimtot datar di $y = -2$
E. Asimtot datar di $x = -6$ dan $x = -10$, asimtot tegak di $y = 2$



(b) Soal Uraian

1. Suatu roket ditembakkan dari pangkalan musuh dengan persamaan lintasan $S(t)=10000t - t^2$, dimana S dalam meter (m) dan t dalam detik (s) Untuk menghancurkan gudang senjata lawan. Jika roket tersebut berhasil dihancurkan di udara oleh kapal induk yang sedang berpatroli dengan menembakan rudal yang lintasan pelurunya sampai pada benturan dirumuskan $h(t) = 8200t$!
 - a. Tentukan waktu yang diperlukan sampai pada tempat terjadinya benturan!
 - b. Tentukan jarak kedua peluru tersebut dari kapal induk!
2. Jika diketahui suatu fungsi kuadrat $y = f(x)$ melalui titik-titik $C(3,5)$ dan $D(-1, 1)$, serta $E(1, 7)$, maka tentukanlah fungsi kuadrat tersebut!
3. Diketahui $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan dengan rumus $f(x) = 5x + 2$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan dengan rumus $g(x) = 6 - 7x$. Tentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$!
4. Menurut suatu penelitian, pertumbuhan suatu populasi pada monera (P) bergantung pada suhu ruangan (T) dalam derajat celcius yang dirumuskan dengan fungsi $P(T) = 2 \cdot A^T$ dengan A adalah populasi monera mula-mula dan T adalah suhu ruangan dalam derajat Celcius. Jika ternyata, besarnya suhu juga bergantung pada waktu (t) yang dirumuskan dengan $T(t) = 2t - 1$ dengan t adalah waktu pembelahan monera (dalam detik), maka tentukan rumus hubungan jumlah populasi monera terhadap waktu pembelahan.
Berapa banyak populasi monera yang semula hanya 2 ekor ketika membelah selama 5 detik?
5. Jumlah penduduk desa X pada tahun 2004 mencapai 2 juta jiwa. Bila jumlah penduduk di desa tersebut meningkat dengan laju 2,5% pertahun dan andaikan laju pertambahan itu tetap sebesar itu dalam setiap tahunnya, tentukanlah banyaknya penduduk di desa X pada tahun 2017 !



G. Rangkuman

1. Fungsi adalah himpunan pasangan berurutan yang unsur pertama dari wilayah (domain), hanya mempunyai satu pasangan atas unsur kedua dari jangkauan (range).
2. Fungsi linear adalah suatu fungsi berbentuk $f(x) = ax + b$ dengan a dan b adalah konstanta kompleks.
3. Dalam sistem koordinat dengan dua buah sumbu silang x dan y , operasi dua buah fungsi linear berbentuk garis lurus akan memenuhi salah satu dari empat sifat hubungan, yaitu saling berimpit, sejajar, tegak lurus atau berpotongan.
4. Metode atau cara pencarian akar-akar variabel-variabel kedua fungsi linear itu dapat dilakukan dengan cara eliminasi, substitusi dan determinan matriks.
5. Langkah-langkah untuk membuat sketsa grafik fungsi kuadrat adalah sebagai berikut:
 - a. Menentukan titik potong sumbu x
 - b. Menentukan titik potong sumbu y
 - c. Menentukan persamaan sumbu simetris
 - d. Menentukan titik puncak (titik balik maksimum/minimum)
6. f dan g dua fungsi sebarang maka fungsi komposisi f dan g ditulis $g \circ f$, didefinisikan sebagai $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ untuk setiap $x \in D_g$.
7. Sifat-sifat Komposisi Fungsi
 - a) Operasi komposisi pada fungsi-fungsi pada umumnya tidak komutatif.
 $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
 - b) Operasi komposisi pada fungsi-fungsi bersifat asosiatif
 $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$
 - c) Dalam operasi komposisi pada fungsi-fungsi terdapat sebuah fungsi identitas, yaitu $I(x) = x$ sehingga $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$
8. Jika fungsi $g = f^{-1}$ ada maka f dan g disebut fungsi-fungsi invers, g adalah invers dari f dan f adalah invers dari g , sehingga dapat dinyatakan : $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$. Suatu fungsi memiliki fungsi invers jika fungsi tersebut merupakan korespondensi satu-satu (bijektif).



9. Fungsi eksponen adalah fungsi yang mempunyai bentuk umum $f(x) = ka^x$ dengan k dan a adalah konstanta, $a > 0$, dan $a \neq 1$.
10. Fungsi rasional adalah suatu fungsi yang berbentuk $\frac{f(x)}{g(x)}$ dengan $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan fungsi polinomial, dan $g(x) \neq 0$. Domain (daerah asal) dari fungsi rasional adalah semua nilai x bilangan real kecuali nilai x yang menyebabkan $g(x) = 0$.

H. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Pada Kegiatan Belajar 3 ini telah dibahas mengenai:

1. Menerapkan konsep fungsi linear untuk menyelesaikan masalah
2. Menerapkan konsep fungsi kuadrat dalam menyelesaikan masalah nyata.
3. Menggunakan sifat komposisi fungsi dan invers dalam memecahkan masalah
4. Menerapkan konsep fungsi kuadrat
5. Menerapkan konsep fungsi eksponen dan fungsi logaritma

Cocokkan jawaban Latihan dan Tugas pada Kegiatan Belajar 3 ini dengan kunci jawaban yang tersedia. Hitunglah jumlah skor jawaban Anda yang benar, dan gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan materi kegiatan belajar ini.

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor jawaban benar}}{17} \times 100\%$$

Bila kebenaran jawab Anda mencapai $\geq 67\%$, Anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar selanjutnya. Akan tetapi bila kebenaran jawaban Anda belum mencapai 67%, hendanya anda mengulangi kegiatan belajar, terutama pada bagian yang Anda anggap rumit dan berdiskusilah dengan teman sejawat yang lainnya atau dengan narasumber/fasilitator.

Untuk mengembangkan materi dan penyelesaian soal-soal yang lebih jauh, Anda dapat mempelajari materi Aljabar dari berbagai sumber, media dan modul selanjutnya.



KUNCI JAWABAN

Kunci Latihan Soal Kegiatan Belajar 1

Kunci Jawaban Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. E | 6. C |
| 2. B | 7. C |
| 3. A | 8. D |
| 4. C | 9. B |
| 5. D | 10. D |

Kunci Jawaban Soal Uraian

1. Bedanya adalah 3, $U_{60} = 178$
2. Umur ketiga anak itu mulai dari yang tertua dalam tahun adalah 13, 10, 7. Umur Rara sekarang adalah 30 tahun.
3. Usia Alfarazky 2 tahun.
4. 720
5. Jumlah pijakan di taman ada 10 pijakan dan pijakan yang tidak kena yg nomor 1 dan 10.

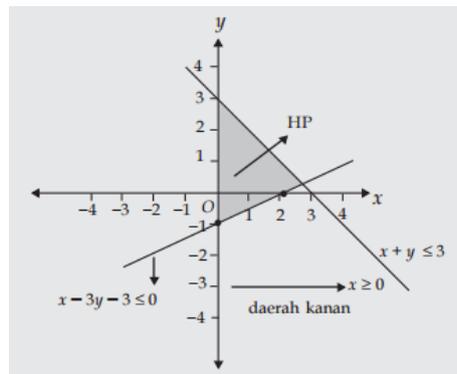
Kunci Latihan Soal Kegiatan Belajar 2

Kunci Jawaban Pilihan Ganda

- | | |
|-----|------|
| 1 C | 6 B |
| 2 A | 7 B |
| 3 A | 8 D |
| 4 D | 9 B |
| 5 C | 10 C |

Kunci Jawaban Soal Uraian

- 1 Daerah yang diarsir merupakan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear $x+y \leq 3$, $x - 3y \leq 0$, dan $x \geq 0$.



- 2 $\{x \mid x \leq -2 \text{ atau } x \geq 8\}$
- 3 Rp 16.000.000,00
- 4 $2x^2 - 5x - 2 = 0$
- 5 Sisa pembagian = $33x - 39$
- 6 $p^2 + q^2 + r^2 = -2$
- 7 HP : $\{(1, 2, \frac{1}{2})\}$
- 8 Jadi pendapatan maksimum Rp 11.310.000,00 jika banyaknya rumah tipe I dibangun 90 buah dan banyaknya rumah tipe II yang dibangun 30 buah.

Kunci Latihan Soal Kegiatan Belajar 3

Kunci Jawaban Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. D | 6. C |
| 2. D | 7. A |
| 3. E | 8. C |
| 4. E | 9. D |
| 5. A | 10. A |

Kunci Jawaban Soal Uraian

1. a. waktu yang dibutuhkan sampai tepat terjadinya benturan adalah selama 1800 detik.
b. jarak dari kapal induk ke lokasi benturan adalah 14.760.000 m
2. $y = -x^2 + 3x + 5$
3. $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{32-x}{35}$



4. Rumus hubungan jumlah populasi monera dengan waktu pembelahan adalah $p(t) = 2 \cdot A^{2t-1}$
Banyaknya monera setelah 5 detik membelah adalah 2^{10} ekor.
5. Banyaknya penduduk di desa X pada tahun 2017 adalah 2.757.022 jiwa



EVALUASI

1. Misalkan banyaknya penduduk suatu desa pada tahun 2006 sebanyak 24 orang, pada tahun 2008 sebanyak 96 orang dan seterusnya mengikuti barisan geometri, maka banyaknya penduduk pada tahun 211 adalah ...
A. 384 B. 768 C. 1536 D. 1368
2. Sebuah benda bergerak mulai dari keadaan diam dan melintasi 3 dm pada detik pertama, 5 dm pada detik kedua, 7 dm pada detik ketiga dan seterusnya. Panjangnya lintasan yang ditempuh benda tersebut setelah 10 detik adalah ...
A. 90 dm B. 100 dm D. 110 dm D. 120 dm
3. Salah satu akar persamaan $2x^3 - 7x^2 - 7x + 30 = 0$ adalah 3, maka jumlah dua akar yang lain adalah
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 3
4. Suku banyak $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + x - 6$ dibagi oleh $x^2 - x - 2$, sisanya sama dengan adalah
A. $16x + 8$ B. $-8x + 16$ C. $-8x - 16$ D. $16x - 8$
5. Dalam suatu ruang pertemuan terdapat 20 kursi pada baris pertama dan setiap berikutnya memuat dua kursi lebih banyak dari kursi pada baris di depannya. Jika dalam ruang pertemuan tersebut terdapat 10 baris kursi, maka berapa banyak orang yang dapat duduk di kursi dalam aula?
A. 310 orang B. 300 orang C. 290 orang D. 280 orang
6. Besarnya penerimaan PT Kencana dari hasil penjualan barangnya Rp. 720.000.000,00 pada tahun kelima dan Rp. 980.000.000,00 pada tahun ke tujuh. Apabila perkembangan penerimaan penjualan tersebut berpola seperti deret hitung berapa perkembangan penerimaannya pertahun? Berapa besar penerimaan pada



- tahun pertama dan pada tahun keberapa penerimaannya sebesar Rp. 480.000.000,00?
- A. Ke tiga B. Ke empat C. Ke lima D. Ke enam
7. Anita sedang bermain ayunan di halaman belakang rumahnya. Dia mengayunkan ayunan tersebut dengan menggunakan tangan dan tubuhnya agar ayunan tersebut berayun sampai ketinggian maksimum, kemudian membiarkannya sampai ayunan yang dia tumpangi berhenti dengan sendirinya. Dalam setiap ayunan, Anita menempuh 75% dari panjang ayunan sebelumnya. Jika panjang busur pertama (atau ayunan pertama) 2 meter, tentukan panjang busur yang ditempuh Anita pada ayunan ke-8. Berapa meterkah total panjang busur yang ditempuh Anita sebelum dia berhenti berayun?
- A. 5 m B. 6 m C. 7 m D. 8 m
8. Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 2m. Setiap memantul dari lantai, bola mencapai ketinggian $\frac{3}{4}$ dan ketinggian sebelumnya. Berapakah panjang lintasan yang dilalui bola hingga berhenti?
- A. 13 m B. 14 m C. 15 m D. 17 m
9. Salah satu faktor dari $p(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ adalah $x + 2$. Salah satu faktor linear lainnya dari $p(x)$ adalah ...
- A. $x - 1$ B. $x - 2$ C. $x - 3$ D. $x + 4$
10. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut hanya dapat menampung 400 pasang sepatu. Keuntungan setiap pasang sepatu laki-laki adalah Rp 10.000,00 dan keuntungan setiap pasang sepatu wanita adalah Rp 5.000,00. Jika banyaknya sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang, maka tentukanlah keuntungan terbesar yang dapat diperoleh oleh pemilik toko !
- A. Rp 2.750.000,00 C. Rp 2.760.000,00
B. Rp 2.755.000,00 D. Rp 2.765.000,00.

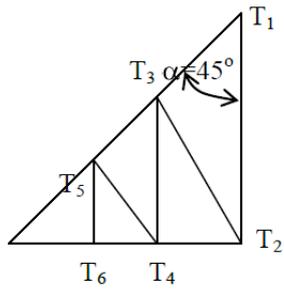


11. Seorang bayi lahir prematur di sebuah rumah sakit dengan berat badan 2.200 gram. Untuk mengatur suhu tubuh bayi tetap stabil, maka harus dimasukkan ke dalam inkubator selama beberapa hari. Suhu inkubator harus dipertahankan berkisar 32°C hingga 35°C selama 2 hari. Ternyata jika berat badan bayi berada pada interval 2.100 – 2.500 gram, maka suhu inkubator yang harus dipertahankan adalah 34°C . Jika pengaruh suhu ruangan membuat suhu inkubator menyimpang sebesar $0,2^{\circ}\text{C}$ maka hitunglah interval perbedaan suhu inkubator.
- A. $\{T \mid 32,8^{\circ}\text{C} \leq T \leq 34,2^{\circ}\text{C}\}$ C. $\{T \mid 33,8^{\circ}\text{C} \leq T \leq 35,2^{\circ}\text{C}\}$
B. $\{T \mid 32,8^{\circ}\text{C} \leq T \leq 35,2^{\circ}\text{C}\}$ D. $\{T \mid 33,8^{\circ}\text{C} \leq T \leq 34,2^{\circ}\text{C}\}$
12. Seorang desainer logo diminta mendesain persegi panjang atau persegi untuk *background* logo menggunakan pembatas sepanjang 200 mm. Berapa luas segi empat maksimum yang dapat dirancang desainer tersebut untuk dapat memenuhi permintaan klien?
- A. 2.400 mm^2 C. 2.500 mm^2
B. 2.450 mm^2 D. 2.550 mm^2
13. Suatu bank di Amerika menawarkan harga tukar Dollar Amerika (USD) ke Ringgit Malaysia (MYR), yaitu $1 \text{ USD} = 3,28 \text{ MYR}$, dengan biaya penukaran 2 USD untuk setiap transaksi penukaran. Kemudian salah satu bank di Malaysia menawarkan harga tukar Ringgit Malaysia (MYR) ke Rupiah (IDR), yaitu $1 \text{ MYR} = \text{Rp } 3.169,54$, dengan biaya penukaran sebesar 3 MYR untuk setiap transaksi penukaran. Seorang turis asal Amerika ingin bertamasya ke Malaysia kemudian melanjutkan ke Indonesia dengan membawa uang sebesar 2.000 USD. Berapa IDR akan diterima turis tersebut jika pertama dia menukarkan semua uangnya ke mata uang ringgit malaysia di amerika dan kemudian menukarkan ke Rupiah Indonesia di Malaysia?
- A. 20.761.800,6 IDR C. 20.761.881,6 IDR
B. 20.761.880,6 IDR D. 20.761.882,6 IDR
14. Tentukan besarnya uang yang ditabungkan di Bank dengan bunga majemuk 20% per tahun agar dalam waktu 10 tahun uang itu menjadi Rp. 10.000.000,00.



- B. Asimtot datar di $y = 3$ C. Memiliki asimtot tegak di $x = -1$
C. Asimtot tegak di $x = 2$ D. tidak memiliki asimtot miring

20. Bila $\alpha = 45^\circ$ dan proses penarikan garis tegak lurus pada kaki-kaki sudut diteruskan, maka jumlah panjang garis $T_1T_2 + T_2T_3 + T_3T_4 + \dots$ adalah ...



- A. $a(2 - \sqrt{2})$
B. $a(-2 - \sqrt{2})$
C. $a(-2 + \sqrt{2})$
D. $a(2 + \sqrt{2})$



PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, peserta diklat berhak untuk mengikuti tes untuk menguji kompetensi yang telah dipelajari. Apabila peserta diklat dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini, maka peserta berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada widyaiswara untuk uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak institusi atau asosiasi yang berkompeten apabila peserta telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari widyaiswara atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak institusi atau asosiasi profesi. Selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat peserta berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh institusi atau asosiasi profesi.



DAFTAR PUSTAKA

- Albari. (2001). *Matematika untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Ekonisia.
- Budiarto, M.T. (2004). *Program Linear*. Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah.
- Bunarso, T. (1977). *Matematika Jilid 9*. Bandung: Balai Pendidikan Guru Tertulis.
- Djumanta, W. Sudrajat, R. (2008). *Mahair mengembangkan kemampuan Matematika*. Jakarta: PT. Setia Purna Invers.
- Iryanti, P. (2004). *Strategi Pembelajaran Matematika SMA Sesuai Kurikulum 2004*. Yogyakarta: P4TK Matematik.
- Iryanti, P. (2009). *Notasi Sigma Barisan dan Deret*. Yogyakarta: P4TK Matematik.
- Iryanti, P. (2008). *Pembelajaran Barisan, Deret Bilangan dan Notasi Sigma di SMA*. Yogyakarta: P4TK Matematik.
- Heri, R. (2005). *Buku Ajar Kalkulus 1*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Hudojo H., As'ari A.: Yuwono, I.; Supeno, I. 1992. *Pendidikan Matematika II*. Jakarta: Dikti-Depdikbud.
- Karso. *Modul Persamaan dan Pertidaksamaan harga Mutlak*. Bandung: UPI.
- Karso. *Modul Barisan dan Deret*. Bandung: UPI.
- Karso. *Modul Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma Beserta Beberapa Aplikasinya*. Bandung: UPI.
- Kodir, A. K. 1979. *Pengantar Matematika SMA Jilid 1*. Jakarta: Depdikbud.
- Mulyana, T. 2006. *Matematika 1A SMA dann MA Kelas X*. Bandung: Remaja Rodakarya.
- Markaban. (2004). *Fungsi, Persamaan, dan Pertidaksamaan*. Yogyakarta: PPPG Matematika Yogyakarta.
- Retnawati, H. Harnaeti. (2008). *Kreatif Menggunakan Matematika*. Jakarta: Visindo Media Persada.
- Salam, A. *Bahan Ajar Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear&Kuadrat*. Surabaya: SMKN 1 Surabaya.
- Sinaga, B.dkk. (2013). *Buku Guru Matematika*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan 2014.
- Sukirman. 2007. *Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka



Turmudi.(2009). *Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika*. Jakarta: PT Leuser Cita Pustaka.

Turmudi.2010. *Matematika Eksploratif dan Investigatif*. Jakarta: PT Leuser Cita Pustaka.

Wheeler, R.E. 1992. *Modern Mathematics*, Belmont, CA: Wodsworth.



GLOSARIUM

1. Barisan : suatu susunan bilangan yang dibentuk menurut suatu urutan dan aturan tertentu.
2. Barisan aritmatika : barisan bilangan yang memiliki selisih/beda yang tetap.
3. Barisan geometri : sekumpulan bilangan yang memiliki rasio atau faktor pengali yang sama
4. Deret: jumlah yang ditunjuk oleh suku-suku dalam suatu barisan bilangan.
5. Deret aritmatika : jumlah suku-suku barisan aritmatika
6. Deret geometri : jumlah suku-suku yang ditunjukkan oleh barisan geometri atau barisan ukur.
7. Fungsi adalah himpunan pasangan urutan yang unsur pertama dari wilayah (domain), hanya mempunyai satu pasangan atas unsur kedua dari jangkauan (range).
8. Fungsi eksponensial: fungsi dari suatu konstanta berpangkat variabel bebas.
9. Fungsi Invers : fungsi kebalikan aksi dari suatu fungsi lain.
10. Fungsi komposisi: penggabungan operasi dua fungsi secara berurutan sehingga menghasilkan fungsi baru.
11. Fungsi kuadrat: fungsi polinomial tingkat dua.
12. Fungsi rasional : fungsi yang memetakan suatu bilangan real x ke bilangan rasional $\frac{f(x)}{g(x)}$ dengan $f(x)$ dan $g(x)$ adalah polinom-polinom dengan $g(x)$ tidak sama nol.
13. Harga mutlak: jaminan bahwa sesuatu itu bernilai positif.
14. Model matematika: suatu cara untuk memandang suatu permasalahan atau suatu persoalan dengan menggunakan sistem pertidaksamaan matematika.
15. Notasi sigma: notasi yang digunakan untuk menyatakan penjumlahan bilangan.
16. Persamaan kuadrat: suatu persamaan dengan pangkat tertinggi dari variabelnya yaitu dua.
17. Persamaan linier: suatu persamaan yang peubah (variabel) dari persamaan tersebut dengan pangkat tertingginya satu.



18. Persamaan linear dua variabel: persamaan yang mengandung dua variabel dengan pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu.
19. Persamaan linear tiga variabel: persamaan yang mengandung tiga variabel dengan pangkat/derajat tiap-tiap variabelnya sama dengan satu.
20. Pertidaksamaan linear dua variabel: sebuah kalimat terbuka yang mengandung dua variabel dan dihubungkan dengan tanda pertidaksamaan.
21. Pertidaksamaan mutlak atau pertidaksamaan absolut: suatu pertidaksamaan yang selalu benar untuk setiap nilai pengganti variabelnya.
22. Pola bilangan: aturan terbentuknya sebuah kelompok bilangan dengan suatu aturan yang telah diurutkan.
23. Polinomial atau suku banyak : pernyataan matematika yang melibatkan jumlahan perkalian pangkat dalam satu atau lebih variabel dengan koefisien.
24. Program linear: suatu metode untuk mencari nilai maksimum atau minimum dari bentuk linear pada daerah yang dibatasi oleh grafik-grafik fungsi linear.

MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

EDISI REVISI 2018

Terintegrasi Penguatan Pendidikan Karakter dan
Pengembangan Soal Keterampilan Berpikir Aras Tinggi
(HOTS)



Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

Jalan Jenderal Sudirman, Gedung D Lantai 12, Senayan, Jakarta 10270 Telefon / Fax: (021)57974108

<http://gtk.kemdikbud.go.id/>