Kelompok Kompetensi **A**

MODUL

PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

EDISI REVISI 2018

Terintegrasi Penguatan Pendidikan Karakter dan Pengembangan Soal Keterampilan Berpikir Aras Tinggi (HOTS)

PEDAGOGI

Karakteristik Peserta Didik

PROFESIONAL

Bilangan, Pengukuran, dan Aproksimasi

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

MATEMATIKA TEKNIK
SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER DAN PENGEMBANGAN SOAL KETERAMPILAN BERPIKIR ARAS TINGGI (HOTS)

EDISI REVISI 2018

KELOMPOK KOMPETENSI A

PROFESIONAL:
Bilangan, Pengukuran, dan Aproksimasi

Penulis:
Dr. Yanto Permana, M.Pd.
Sukarna, S.Pd, S.ST, M.Si.
Penalaah:
Joko Soebagyo, S.Pd, M.Pd.

Desain Grafis dan Ilustrasi:
Tim Desain Grafis

KATA SAMBUTAN

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas dan berkarakter prima. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan merupakan upaya Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependikan dalam upaya peningkatan kompetensi guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui Uji Kompetensi Guru (UKG) untuk kompetensi pedagogi dan profesional pada akhir tahun 2015. Peta profil hasil UKG menunjukkan kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan pedagogi dan profesional. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG sejak tahun 2016 dan akan dilanjutkan pada tahun 2018 ini dengan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru. Tujuannya adalah untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru dilaksanakan melalui Moda Tatap Muka.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) dan, Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) merupakan Unit

Pelaksanana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan melalui Pendidikan dan Pelatihan Guru moda tatap muka untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan melalui Pendidikan dan Pelatihan Guru ini untuk mewujudkan Guru Mulia karena Karya.

Jakarta, Juli 2018

Direktur Jenderal Guru
dan Tenaga Kependidikan,

Dr. Supriano, M.Ed.
NIP 196208161991031001

KATA PENGANTAR

Undang–Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005 tentang Guru dan Dosen mengamanatkan adanya pembinaan dan pengembangan profesi guru secara berkelanjutan sebagai aktualisasi dari profesi pendidik. Program Peningkatan Keprofesian Berkelanjutan dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikasi maupun belum bersertifikasi. Untuk melaksanakan Program Peningkatan Keprofesian Berkelanjutan bagi guru, pemetaan kompetensi telah dilakukan melalui Uji Kompetensi Guru (UKG) bagi semua guru di di Indonesia. Dengan melihat hasil UKG dapat diketahui secara objektif kondisi guru saat ini, dan data tersebut dapat digunakan untuk meningkatan kompetensi guru tersebut.

Modul ini disusun sebagai materi utama dalam program peningkatan kompetensi guru mulai tahun 2017 yang diberi nama Peningkatan Keprofesian Berkelanjutan (PKB). Program ini disesuaikan dengan mata pelajaran/paket keahlian yang diampu oleh guru dan kelompok kompetensi yang diindikasi perlu untuk ditingkatkan. Untuk setiap mata pelajaran/paket keahlian telah dikembangkan sepuluh modul kelompok kompetensi yang mengacu pada Standar Kompetensi Guru (SKG) dan indikator pencapaian kompetensi (IPK) yang ada di dalamnya. Demikian pula soal-soal Uji Kompetensi Guru (UKG) telah terbagi atas 10 kelompok kompetensi. Sehingga program Peningkatan Keprofesian Berkelanjutan yang ditujukan bagi guru berdasarkan hasil UKG diharapkan dapat menjawab kebutuhan guru dalam peningkatan kompetensinya.

Sasaran program strategis pencapaian target RPJMN tahun 2015–2019 antara lain adalah meningkatnya kompetensi guru dilihat dari *Subject Knowledge* dan *Pedagogical Knowledge* yang diharapkan akan berdampak pada kualitas hasil belajar siswa. Oleh karena itu, materi di dalam modul dirancang meliputi kompetensi pedagogi yang disatukan dengan kompetensi profesional yang didalamnya terintegrasi penguatan pendidikan karakter dan pengembangan soal keterampilan berpikir aras tinggi (HOTS) sehingga diharapkan dapat mendorong peserta diklat agar dapat langsung menerapkan kompetensi pedagoginya dalam proses pembelajaran sesuai dengan substansi materi yang diampunya. Disamping dalam bentuk *hard-copy*, modul ini dapat diperoleh juga dalam bentuk digital, sehingga guru dapat lebih mudah mengaksesnya kapan saja dan dimana saja meskipun tidak mengikuti diklat secara tatap muka.

Kepada semua pihak yang telah bekerja keras dalam penyusunan modul program Guru Pembelajar ini, kami sampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya.

Cimahi, Juli 2018

Kepala PPPPTK BMTI,

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN BMTI

Drs. Marthen Katte Patiung, M.M.

NIP. 19590416 198603 1 000

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI v
DAFTAR GAMBAR vi
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2 7
A. Tujuan 7
B. Indikator Pencapaian Kompetensi 7
C. Uraian Materi 8
1. Bilangan 8
2. Sistem Bilangan 17
3. Operasi Bilangan Riil 22
4. Bilangan Berpangkat (Eksponen) 34
5. Logaritma 53
D. Aktivitas Pembelajaran 69
E. Rangkuman 88
F. Tes Formatif 91
G. Kunci Jawaban 94
KEGIATAN PEMBELAJARAN 3 99
A. Tujuan 99
B. Indikator Pencapaian Kompetensi 99
C. Uraian Materi 99
D. Aktivitas Pembelajaran 123
E. Rangkuman 130
F. Tes Formatif 132
G. Kunci Jawaban 132
KEGIATAN PEMBELAJARAN 4 133
A. Tujuan 133
B. Indikator Pencapaian Kompetensi 133
C. Aproksimasi Kesalahan 133
D. Aktivitas Pembelajaran 159

E. Rangkuman 169
F. Tes Formatif 170
PENUTUP **172**
UJI KOMPETENSI **173**
DAFTAR PUSTAKA **182**
GLOSARIUM **183**

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Simbol Bilangan Babilonia 9
Gambar 2 Simbol Bilangan Mesir Kuno 9
Gambar 3 Simbol Bilangan Bangsa Maya 9
Gambar 4 Simbol Bilangan Bangsa Arab 9
Gambar 5 Simbol Bilangan Yunani Kuno 10
Gambar 6 Simbol Bilangan Bangsa Romawi 10
Gambar 7 Sistem Numerai Yunani Attic 10
Gambar 8 Simbol Bilangan Cina Kuno 11
Gambar 9 Simbol Bilangan Hindu-Arab Kuno 12
Gambar 10 Diagram Bilangan 12
Gambar 11 Mikrometer Sekrup 100
Gambar 12 Ilustrasi Mistar 101
Gambar 13 Jangka Sorong 102
Gambar 14 Mikrometer Sekrup 103

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

Kegiatan Belajar 2 : Bilangan, Operasi Bilangan, Logaritma dan Eksponensial

A. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 2 ini adalah peserta diklat dapat menerapkan konsep bilangan, operasi bilangan, logaritma, dan eksponensial dalam menyelesaikan masalah kejuruan melalui diskusi dan penugasan.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah mengikuti kegiatan belajar ini adalah, peserta diklat dapat:

1. Menentukan jenis bilangan dan sistem bilangan dengan tepat.
2. Menerapkan operasi pada bilangan riil dengan benar.
3. Menerapkan operasi pada bilangan berpangkat dengan benar.
4. Menerapkan konsep eksponensial untuk menyelesaikan masalah kejuruan dengan tepat.
5. Menggunakan konsep logaritma untuk menyelesaikan masalah kejuruan dengan tepat.

C. Uraian Materi

1. Bilangan

Bilangan pada awalnya hanya dipergunakan untuk mengingat jumlah, namun dalam perkembangannya setelah para pakar matematika menambahkan perbendaharaan simbol dan kata-kata yang tepat untuk mendefenisikan bilangan, maka bilangan menjadi sangat penting bagi kehidupan saat ini. Berdasarkan teori bilangan yang mendasar dikemukakan bahwa bilangan bulat terdapat dalam masalah terbuka yang dapat dengan mudah mengerti sekalipun bukan oleh ahli matematika.

a. Sejarah Bilangan

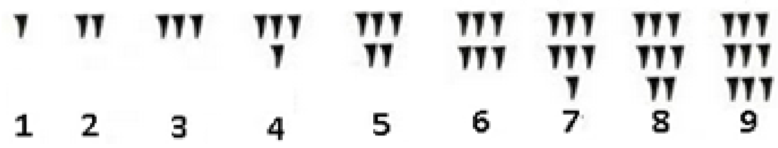
Secara singkat bilangan muncul akibat kebutuhan manusia. Bilangan yang pertama kali dikenal adalah bilangan asli. Bilangan ini muncul akibat kebutuhan manusia untuk menghitung. Kemudian muncul bilangan nol, suatu bilangan yang menyatakan kekosongan maka dikenalkan bilangan cacah. Setelah operasi hitung dikenal, muncul bilangan negatif untuk mengatasi kebutuhan akan hasil pengurangan dua bilangan asli yang bilangan pertama lebih kecil dari bilangan kedua maka dikenalkan bilangan bulat. Kemudian untuk mengatasi masalah pembagian dua bilangan yang hasilnya bukan bilangan bulat, diperlukan bilangan rasional.

Sedangkan bilangan irasional muncul karena adanya operasi pangkat dua, ketika ternyata diketahui bahwa tidak selalu ada bilangan rasional yang memenuhi $a^2 = b$. Gabungan Bilangan Rasional dan Irasional kemudian disebut bilangan Riil. Sekitar abad 16, para ahli matematika mulai menggunakan bilangan yang memiliki akar negatif, contohnya $\sqrt{-1}, \sqrt{-15}, \sqrt{-8}$, dan sebagainyamaka muncullah himpunan bilangan imajiner. Selanjutnya, bilangan yang terbentuk dari bilangan riil dan bilangan imajiner disebut bilangan kompleks.

b. Simbol Bilangan

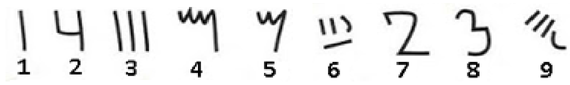
Pada Zaman dahulu, bilangan dituliskan dalam berbagai simbol untuk menggantikan suatu benda misalnya kerikil, ranting. Lambang bilanga zaman dahulu belum berlaku secara Universal seperti pada zaman sekarang, masing-masing suka atau bangsa memiliki cara tersendiri untuk menggambarkan simbol-simbol bilangan. Berikut ini bentuk simbol bilanga beberapa suku diantaranya:

1) Simbol bilangan bangsa Babilonia:



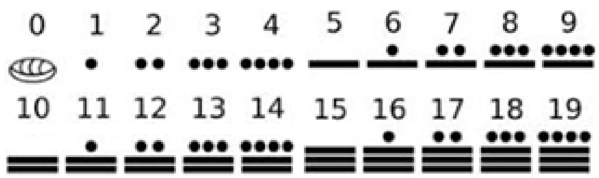
Gambar 1 Simbol Bilangan Babilonia

2) Simbol bilangan menggunakan huruf Hieroglif yang dibuat bangsa Mesir Kuno:



Gambar 2 Simbol Bilangan Mesir Kuno

3) Simbol bilangan bangsa Maya di Amerika pada 500 tahun SM:

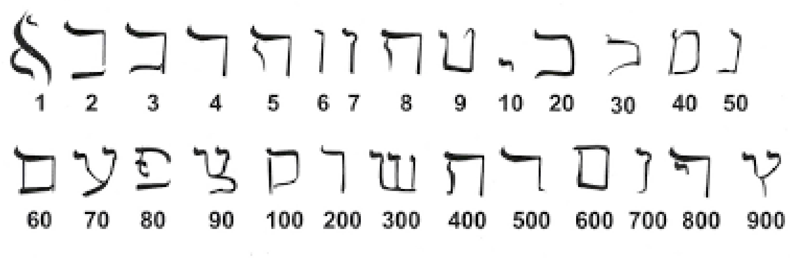


Gambar 3 Simbol Bilangan Bangsa Maya

4) Simbol bilangan bangsa Arab yang dibuat pada abad ke-11 dan dipakai hingga kini oleh umat Islam di seluruh dunia:

Gambar 4 Simbol Bilangan Bangsa Arab

5) Simbol bilangan bangsa Yunani Kuno:



Gambar 5 Simbol Bilangan Yunani Kuno

6) Simbol bilangan bangsa Romawi yang juga masih dipakai hingga kini:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XX	L	C	D	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	500	1000

Gambar 6 Simbol Bilangan Bangsa Romawi

7) Sistem Numerasi Yunani kuno Attic dan Sistem Numerasi Yunani kuno Alfabetik

1 = α	10 = ι	100 = ρ
2 = β	20 = κ	200 = σ
3 = γ	30 = λ	300 = τ
4 = δ	40 = μ	400 = υ
5 = ε	50 = ν	500 = φ
6 = ς (ϝ)	60 = ξ	600 = χ
7 = ζ	70 = ο	700 = ψ
8 = η	80 = π	800 = ω
9 = θ	90 = ϙ	900 = ϡ

Gambar 7 Sistem Numerai Yunani Attic

Contoh-contoh:

1. 12 = ι β

2. 21 = κ α

3. 247 = σ μ ς

4. α’ = 1000,

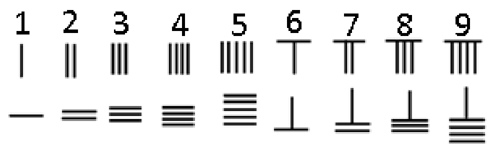
5. ε’ = 5000.

6. 5000 = ε’

7. 3567 = γ’ φ ξ ς

Sedangkan kelipatan 10.000 dinyatakan dengan menaruh angka yang bersangkutan di atas tanda M.

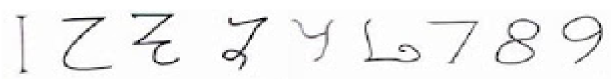
8) Simbol bilangan bangsa cina kuno:



Gambar 8 Simbol Bilangan Cina Kuno

Dalam perkembangan selanjutnya, pada abad ke-X ditemukanlah manuskrip Spanyol yang memuat penulisan simbol bilangan oleh bangsa Hindu-Arab Kuno dan cara penulisan inilah yang menjadi cikal bakal penulisan simbol bilangan yang kita pakai hingga saat ini.

9) Simbol bilangan bangsa Hindia – Arab Kuno



Gambar 9 Simbol Bilangan Hindu-Arab Kuno

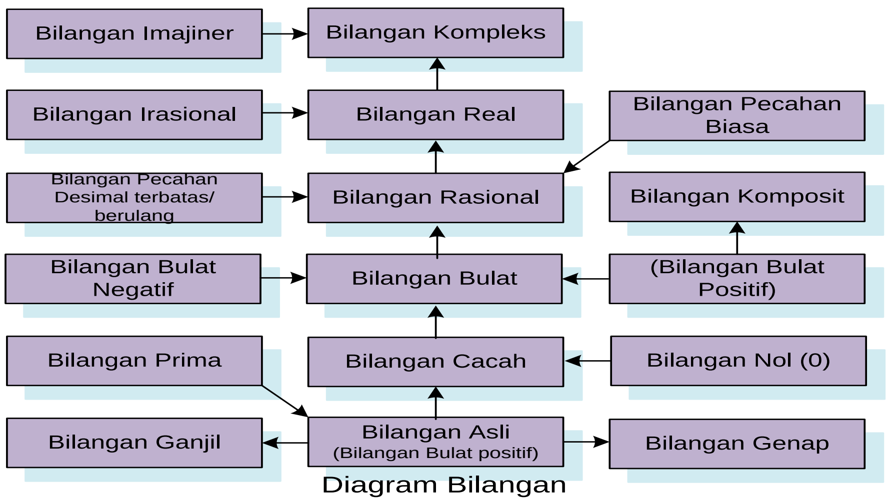
10) **Simbol bilanga nol (angka nol/0)**

Sekitar tahun 300 SM *orang* babilonia telah memulai penggunaan dua buah baji miring " // " untuk menunjukkan sebuah tempat kosong (sebuah kolom kosong)

Ingatlah :teori bilangan adalah cabang dari matematika murni yang mempelajari sifat-sifat bilangan bulat dan mengandung berbagai masalah terbuka yang dapat mudah dimengerti sekalipun bukan oleh ahli matematika.

c. Macam-macam Bilangan

Perhatikan **gambar** berikut ini: (Gambar 3.10). Coba Anda berikan contoh himpunan bilangannya. Diskusikan dengan rekan guru lainnya untuk mengomentari diagram bilangan tersebut.



Gambar 10 Diagram Bilangan

Berikut ini, ringkasan mengenai himpunan-himpunan bilangan

a. Bilangan Asli (A)/*Natural Numbers (N)*

Bilangan Asli adalah bilangan bulat positif, bilangan asli adalah suatu bilangan yang mula-mula dipakai untuk membilang. Bilangan asli dimulai dari 1,2,3,4,...

Himpunan bilangan Asli adalah A = {1,2,3,4,...}

b. Bilangan Genap (G)

Bilangan Genap adalah bilangan-bilangan kelipatan 2, yang dirumuskan **dengan**

$2n, n \in A.$

Himpunan bilangan Genap adalah G = {2,4,6,8,...}

c. Bilangan Ganjil (Gj)

Bilangan Ganjil adalah bilangan yang bukan kelipatan 2, juga disebut bilangan gasal, yang dirumuskan dengan $2n - 1, n \in A$.

Himpunan bilangan Ganjil adalah Gj = {1,3,5,7,...}

d. Bilangan Prima (P)

Bilangan prima adalah bilangan yang memiliki tepat dua faktor bilangan asli, yaitu bilangan itu sendiri dan bilangan 1.

Himpunan bilangan Prima adalah P = {2,3,5,7,...}

e. Bilangan Komposit (Km)

Bilangan Komposit adalah suatu bilangan yang dapat dibagi oleh bilangan lain yang bukan bilangan itu sendiri dan bilangan 1 . Bilangan komposit merupakan lawan dari bilangan prima, jadi bilangan komposit adalah bilangan yang memiliki lebih dari dua faktor bilangan asli.

Himpunan bilangan Komposit adalah Km = {4,6,8,9,...}

f. Bilangan Cacah (C)/*Whole Numbers*

Bilangan Cacah adalah bilangan asli dan bilangan 0 (nol). Bilangan cacah disimbolkan dengan C.

Himpunan bilangan Cacah adalah C = {0,1,2,3,4,...}

✍**Ingatlah : Bilangan komposit** adalah sisa dari bilangan prima, yakni, kecuali angka 1, yaitu 4, 6, 8, 9,10,12,14,15, ... dan seterusnya. Dengan kata lain, bilangan komposit adalah bilangan yang terdiri dari minimal dua faktor prima.

g. Bilangan Bulat (B)/*Integers*

Bilangan Bulat adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam notasi desimal dengan tidak terdapat bilangan lain dibelakang koma. Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, bilangan nol, dan bilangan bulat positif

Himpunan bilangan Bulat adalah B = {...,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...}

h. Bilangan Rasional (Q)

Bilangan Rasional adalah suatu bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk , a disebut sebagai pembilang dan b sebagai penyebut, dengan a dan b ∈B serta b ≠ 0. Jika a habis dibagi b maka bilangan itu adalah bilangan bulat (pecahan palsu), jika tidak maka berupa pecahan. Ada 4 macam pecahan Yaitu Pecahan sejati, pecahan campur, pecahan palsu dan pecahan desimal. Pecahan dalam notasi desimal selalu terdapat bilangan dibelakang koma. Pecahan desimal dapat berupa desimal terbatas dan desimal tak terbatas beulang.

- Pecahan Murni : ...
- Pecahan Campuran : , ...
- Pecahan Palsu : ...
- Pecahan Desimal terbatas : 0,12 , 3,25 , 23,7 , ...
- Pecahan Desimal tak terbatas berulang : 0,234234234234234234 ...

i. Bilangan Irasional (I)

Bilangan irasional adalah bilangan yang merupakan lawan dari bilangan rasional, jadi bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk a/b, a dan b ∈B serta b ≠0, dengan *a* dan *b* saling prima.

Contoh: Bilangan irasional $\sqrt{2}$, π , e, ...

✍Ingatlah: Perbandingan antara keliling dan diameter itu selalu berada di kisaran tertentu yang serupa dengan π. Demikianlah orang-orang terdahulu menemukan nilai tetap pada π sehingga diperoleh nilai 3,14285714285714 dan seterusnya. Perhatikan nilai π, adakah susunan angka unik yang kamu temukan?

j. Bilangan Riil

Bilangan riil disebut bilangan nyata yang artinya bahwabilangan riil bilangan yang dapat dinyatakan dalam perhitungan secara nyata, misalnya 5 (lima) kita dapat menghitung benda yang berjumlah lima. Bilangan riil biasanya disajikan dengan sebuah garis bilangan. Bilangan Riil (R) bilangan yang memuat bilangan rasional dan bilangan irasional.

Contoh: Bilangan Riil anatara lain

k. Bilangan Khayal (Kh)

Bilangan khayal adalah suatu bilangan yang hanya bisa dikhayalkan dalam pikiran, tetapi kenyataannya tidak ada. Bilangan imajiner merupakan lawan dari bilangan riil, bilangan imajiner juga disebut bilangan khayal. Imajiner berasal dari kata imajinasi atau khayalan yang artinya bahwa bilangan imajiner adalah bilangan yang hanya ada dalam imajinasi atau khayalan atau angan-angan. Dimana nilai atau .

Contoh: Bilangan khayal

l. Bilangan Kompleks (K)

Bilangan Kompleks adalah suatu bilangan yang terdiri dari bilangan riil dan bilangan khayal. Seluruh bilangan yang dibicarakan dalamMatematika merupakan bilangan kompleks, bilangan kompleks adalahbilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk dengan adalah

Contoh: $\sqrt{-2}$, $2+3i$, $2\sqrt{-2}$

✍ **Ingatlah : Bilangan kompleks** adalah bilangan yang berbentuk dimana a dan b adalah bilangan riil, dan i adalah bilangan imajiner tertentu yang mempunyai sifat $i^2 = -1$. Bilangan riil a disebut juga *bagian riil* dari bilangan kompleks, dan bilangan riil b disebut *bagian imajiner*. Jika pada suatu bilangan kompleks, nilai b adalah 0 maka bilangan kompleks tersebut menjadi sama dengan bilangan riil a.

2. Sistem Bilangan

Saat ini pemakaian teknolagi computer sudah tidak asing dan dapat ditemukan seluruh masyarakat. Untuk mengoperasikan Teknologi ini sangat mudah, kita hanya menekan huruf di keybord huruf tersebut akan muncul di layar. Tapi apakah hanya semudah itu? Bagaimana huruf tersebut dapat dibaca dan diolah komputer sehingga muncul di Layar?

Mesin computer hanya dapat membaca kode-kode untuk diproses yang akan diteruskan ke layar. Kode-kode tertentu tersebut berupa sistem bilangan yang diatur agar dimengerti komputer. Sebagai guru Matematika kejuruan alangkah baiknya mengenal sistem bilangan tersebut.

a. Sistem Bilangan Desimal (Basis 10)

Sistem bilangan desimal yang paling umum digunakan dalam kehidupan sehari-hai. Sistem bilangan desimal menggunakan 10 simbol bilangan yang disebut dengan digit (*Basis 10)*, digit tersebut adalah: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Sistem desimal mengenal tanda negatif (-) untuk menandakan bilangan negative, dapat perupa bilangan bulat (decimal integer) dan dapat juga berupa pecahan desimal (decimal fraction).

Setiap bilangan dalam sistem bilangan desimal memiliki Absolut Value dan Position Value. Absolut value adalah Nilai Mutlak dari masing-masing digit bilangan. Sedangkan Position Value adalah Nilai Penimbang atau bobot dari masing-masing digit bilangan tergantung dari letak posisinya yaitu bernilai basis di pangkatkan dengan urutan posisinya. Untuk lebih jelasnya perhatikan tabel dibawah ini.

	Bilangan di kiri tanda koma				Bilangan di kanan tanda koma			
Kedudukan	4	3	2	1	1	2	3	4
Nilai tempat (position volue)	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
Pangkat dari 10								

Contoh bilangan desimal adalah 8598. Ini dapat diartikan :

Absolut value
Position value

$$\begin{array}{rcr} 8 \times 10^3 & = & 8000 \\ 5 \times 10^2 & = & 500 \\ 9 \times 10^1 & = & 90 \\ 8 \times 10^0 & = & 8 \\ \hline & & 8598 \end{array} +$$

Posisi Digit (dari kanan)	Position value
1	$10^0 = 1$
2	$10^1 = 10$
3	$10^2 = 100$
4	$10^3 = 1000$
5	$10^4 = 10000$

Dengan demikian bilangan 8598 bisa diatikan sebagai berikut :

$8598_{10} = (8 \times 1000) + (5 \times 100) + (9 \times 10) + (8 \times 1)$

Sistem bilangan desimal juga bisa berupa pecahan desimal (decimal fraction)

misalnya : 83,75 yang dapat diartikan :

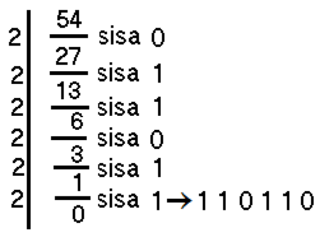
$$\begin{array}{rcr} 8 \times 10^1 & = & 80 \\ 3 \times 10^0 & = & 3 \\ 7 \times 10^{-1} & = & 0,7 \\ 5 \times 10^{-2} & = & 0,05 \\ \hline & & 83,75 \end{array} +$$

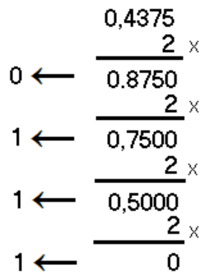
b. Sistem Bilangan Biner

Sistem biner mempunyai dua digit (biasanya disebut dengan bit) yaitu : 0 dan 1 atau bilangan basis 2. Untuk mengubah bilangan desimal ke biner digunakan pembagian berulang oleh banyaknya digit yang membangun sistem bilangan biner (*Basis biner =2*), hingga bembagian berulang sampai pada nilai 0. Sisa dari masing-masing pembagian jika dituliskan dari bawah ke atas merupan bilangan biner.

Contoh :

a. Mengubah 54_{10} ke bentuk biner b. Mengubah 0. 4375_{10} dalam bentuk biner





Jadi 54_{10} = 110110_2 bentuk biner Jadi $0.4375_{10} = 0{,}1110_2$

Contoh: Ubahlah $11001{,}010_2$ ke dalam bentuk sistem bilangan desimal

$11001{,}010_2 = 1\ (2)^4 + 1\ (2)^3 + 0\ (2)^2 + 0\ (2)^1 + 1\ (2)^0 + 0\ (2)^{-1} + 1\ (2)^{-2} + 0\ (2)^{-3}$

$= 16 + 8 + 1 + 0{,}25$

$= 25{,}25$

Jadi $11001{,}010_2 = 25{,}25_{10}$

c. Sistem Bilangan Octal

Oktal (Basis 8) adalah Sistem Bilangan yang terdiri dari 8 Simbol yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Sistem bilangan oktan sering digunakan untuk menunjukkan informasi bine dari computer.

Contoh:

a. Mengubah 254_8 ke bentuk Octa b . Mengubah 0. 4375_{82} dalam bentuk Okta

$$\begin{array}{r|l} 8 & 254 \\ \hline 8 & 31 \quad \text{sisa } 6 \\ \hline 8 & 3 \quad \text{sisa } 7 \\ \hline & 0 \quad \text{sisa } 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lr} & 0{,}4375 \\ & 8 \times \\ \hline 3 \longleftarrow & 0{,}5 \\ & 8 \times \\ \hline 4 \longleftarrow & 0 \end{array}$$

Jadi $254_{10} = 376_8$ Jadi $0.4375_{10} = 0{,}43_8$

Contoh: Ubahlah $701{,}23_8$ ke dalam bentuk sistem bilangan desimal

$701{,}23_8 = 7\,(8)^2 + 0\,(8)^1 + 1\,(8)^0 + 2\,(8)^{-1} + 3\,(8)^{-2}$

$= 448 + 1 + 0{,}25 + 0{,}046875$

$= 449{,}296875$

Jadi $701{,}23_8 = 449{,}296875_{10}$

d. Sistem Bilangan Hexadesimal

Hexadesimal (Basis 16), Hexa berarti 6 dan Desimal berarti 10adalah Sistem Bilangan yang terdiri dari 16 simbol yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15). Pada Sistem Bilangan Hexadesimal memadukan 2 unsur yaitu angka dan huruf. Huruf A mewakili angka 10, B mewakili angka 11 dan seterusnya sampai Huruf F mewakili angka 15.

Contoh konversi bilangan desimal 231 dalam bentuk hexadesimal

Jawab :

$$\begin{array}{r|l} 16 & 231 \quad \text{sisa } 7 \\ \hline 16 & 14 \quad \text{sisa } 14 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Jadi bilangan $231_{10} = E7_{16}$

Contoh : Konversi Hexadesimal F3D4 ke sistem bilangan desimal !

Jawab : Position Value dalam Sistem Bilangan Hexadesimal merupakan perpangkatan dari nilai 16 (basis 16) maka

$$F3DA = F\,(16)^3 + 3\,(16)^2 + D\,(16)^1 + A\,(16)^0$$

= 15 (4096) + 3 (256) + 13 (16) + 10 (1)

= 61440 + 768 + 208 + 10 = 62426

Berarti Bilangan desimal dari Hexadesimal F3DA adalah 62426

e. Operasi pada Sistem Bilangan

Pada sistem bilanga, bilangan-bilangan pada sistem yang sama dapat di operasikan penjumlahan, pengurangan, pekalian dan pembagian. Pengoperasian pada sistem bilangan yang perlu diperhatikan adalah basis dari sistem bilangan tersebut. Berikut ini akan diberikan contoh pada operasi pada sistem bilangan:

Penjumlahan

101101_2	7253_8	$A3B59_{16}$
$\underline{10101_2}$ +	$\underline{2132_8}$ +	$\underline{16ED1_{16}}$ +
1000010_2	11405_8	

$B9A2A_{16}$

Pengurangan

101101_2	7223_8	$E35BC_{16}$
$\underline{10101_2}$ --	$\underline{2462_8}$ --	$\underline{A4CDF_{16}}$ --
11000_2	4541_8	$3E8ED_{16}$

Pembagian

$12301_8 : 25_8 =$ ....

$$\begin{array}{r} 375 \\ 25\,\overline{)\,12301} \\ \underline{77} \\ 240 \\ \underline{223} \\ 151 \\ \underline{151} \\ 0 \end{array}$$

Perhitungan :

25_8 x 3_8 = ...

Satuan 5 x 3 = 15 = 1 x 8 + 7 = 17_8

Puluhan 2.x 3 = 6_8 $\longrightarrow$ $\underline{= 60}$ +

Jadi 25_8 x 3_8 = 77

Perkalian

Contoh 4132_8 x 245_8 =

$$\begin{array}{r} 4132_8 \\ \underline{245_8} \times \\ 24702 \\ 20550 \\ \underline{10264} \\ 1261002_8 \end{array}$$

Ingatlah : Opeasi pada sistem bilangan, Operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian dapat dilakukan pada sistem bilangan yang perlu diperhatikan basis dari sistem bilangan tersebut.

3. Operasi Bilangan Riil

Bilangan riil merupakan gabungan dari bilangan rasional dengan bilangan irasional. Bilangan rasional sebagai bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a, b bilangan bulat dan b ≠0. Dan bilangan irasional adalah bilangan yang merupakan lawan dari bilangan rasional, jadi bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk a/b, a dan b ∈Bserta b ≠0, dengan a dan b saling prima.

a. Sifat pada Sistem bilangan Riil

Himpunan bilangan riil (nyata) sering dinyatakan dengan R biasa digambarkan sebagai garis bilangan riil, dimana hubungan antara bilangan-bilangan riil dengan titik-titik pada garis bilangan berkorelasi satu-satu sehingga pada garis bilangan tidak terdapat tempat yang kosong atau dengan kata lain diantara dua bilangan riil tedapat bilangan riil lainnya. Ada beberapa aksioma yang memberikan sifat-sifat tentang operasi penjumlahan dan perkalian di R, yaitu:

i. **Sifat ketertutupan dan ketunggalan**

Pada sistem bilangan riil merupakan sistem bilangan tertutup terhadap operasi kali, kalau kita lakukan operasi penjumlahan dan perkalian maka hasilnya selalu bilangan riil juga. Hal seperti ini dikatakan bahwa operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan riil bersifat “tertutup”.

Jika a, b ∊ R maka terdapat satu dan hanya satu bilangan riil yang dinyatakan dengan a + b untuk operasi hitung dan ab untuk opeasi kali.

ii. **Sifat komutatif (pertukaran)**

Jika a, b $\in$ R maka a + b = b + a dan ab = ba

iii. **Sifat assosiatif (pengelompokan)**

Jika a, b dan c $\in$ R maka a + (b + c) = (a + b) + c dan a (bc) = (ab) c

iv. **Sifat distributif (penyebaran)**

Jika a, b dan c $\in$ R maka a (b + c) = ab + ac,

yaitu sifat penyebaran dari perkalian terhadap penjumlahan.

v. **Adanya unsur identitas (satuan)**

Ada 0 dan 1 bilangan riil sedemikian sehingga

Untuk setiap a $\in$ R berlakau a + 0 = a dan 0 + a = a

Untuk setiap a $\in$ R berlakau a . 1 = a dan 1 . a = a

Bilangan 0 merupakan identitas pada operasi penjumlahan, dan bilangan 1 merupakan identitas pada operasi kerkalian.

vi. **Adanya negatif atau invers terhadap penjumlahan**

Untuk setiap bilangan riil a, ada suatu bilangan riil yang dinamakan negatif dari a, dinyatakan dengan –a (dibaca " negatif dari a") sehingga a + (-a) = 0 dan (-a) + a = 0

vii. **Adanya kebalikan atau invers terhadap perkalian**

Untuk setiap bilangan riil a, kecuali 0 ada suatu bilangan riil yang dinamakan kebalikan dari a dinyatakan dengan a-1 atau sehingga dan

✎Ingatlah : Bilangan Biner adalah sistem bilangan berbasis 2 terdiri dari angka 0 dan 1

✎Ingatlah : Bilangan Octa adalah sistem bilangan berbasis 8 terdiri dari angka 0, sampai 7

✎Ingatlah : Bilangan Hexadesimal adalah sistem bilangan berbasis 16 terdiri dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), dan F(15)

b. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat

Pengertian operasi dalam matematika diartikan sebagai "pengerjaan". Operasi yang dimaksud adalah operasi hitung. Operasi hitung yang kita kenal adalah pengerjaan dasar, yaitu: penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Dari keempat operasi ini yang merupakan operasi pokok ialah penjumlahan.

Pengurangan merupakan lawan penjumlahan (penambahan). Perkalian merupakan penambahan berulang. Sedangkan pembagian merupakan pengurangan berulang. Operasi hitung tersebut merupakan operasi biner yaitu operasi untuk sepasang bilangan (unsur), sehingga apabila ada tiga unsur atau lebih tidak dapat melakukan pengerjaan itu sekaligus tetapi hanya dapat diambil dua unsur sekaligus. Sedangkan urutan pengerjaannya apabila tidak memakai tanda kurung maka urutan yang berlaku secara internasional yaitu pertama perpangkatan, kedua perkalian, dan pembagian (sama kuat, yang ditulis disebelah kiri didahulukan) dan ketiga penjumlahan dan pengurangan (sama kuat). Agar dalam perhitungan tidak menimbulkan salah tafsir maka sebaiknya digunakan tanda kurung.

c. Operasi Hitung pada Bilangan Pecahan

1) Penjumlahan dan Pengurangan Pecahan

Untuk menentukan hasil penjumlahan atau pengurangan pecahan, nyatakan pecahan-pecahan itu dengan pecahan–pecahan yang penyebutnya sama, dengan cara mencari dahulu KPK-nya kemudian jumlahkan atau kurangkan pembilangnya.

Untuk menjumlahkan atau mengurangkan pecahan desimal, dilakukan dengan cara yang hampir sama dengan menjumlahkan atau mengurangkan bilangan bulat dengan memperhatikan letak koma (nilai tempatnya).

2) Perkalian dan Pembagian Pecahan

Untuk mengalikan dua pecahan atau lebih, kalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut dari pecahan-pecahan itu. Untuk membagi dengan sama artinya dengan mengalikan dengan .Dengan kata lain, untuk membagi dua pecahan dapat dilakukan dengan mengalikan pecahan yang satu dengan kebalikan pecahan yang lain.

3) Persen

Bentuk pecahan dapat ditulis dalam tiga cara, yaitu: pecahan biasa, pecahan desimal dan persen. Persen berarti "perseratus" ditulis "%"dengan kata lain pecahan yangberpenyebut 100. Untuk mengubah bentuk pecahan biasa kebentuk persen dapatdilakukan dengan cara yaitu: mengubah pecahan biasa itu menjadi pecahan yangsenilai dengannya dan berpenyebut 100 atau cara kedua dengan mengalikanpecahan itu dengan 100%. Dengan demikian setiap bilangan pecahan biasa dapatdi ubah ke bentuk yang lain atau sebaliknya, misalnya : $\frac{2}{10} = 0{,}2 = 40\%$

Contoh:

a) Sebatang perunggu terbuat dari 100 kg tembaga, 20 kg timah hitam, dan 30 kg timah putih. Berapakah persentase tiap-tiap bahan tersebut dalam perunggu itu?

Jawab: Massa total perunggu = 100 kg + 20 kg + 30 kg = 150 kg

$$\text{Persentase tembaga} = \frac{100}{150} \times 100\% = 66{,}7\%$$

$$\text{Persentase timah hitam} = \frac{20}{150} \times 100\% = 13{,}3\%$$

$$\text{Persentase timah putih} = \frac{30}{150} \times 100\% = 20{,}0\%$$

Komisi adalah pendapatan yang besarnya tergantung pada tingkat penjualan yang dilakukan.Sedangkan diskon adalah potongan harga yang diberikan oleh penjual kepada pembeli.

b) Seorang sales mendapat komisi 20% jika dia mampu menjual barang senilai Rp2.000.000,00. Tentukan komisi yang diterima?

Jawab:

$$\text{Komisi} = 20\% \times 200.000 = \frac{20}{100} \times 2.000.000 = 400.000$$

c) Harga beli 2 lusin pinsil Rp 48.000,-. Jika dijual kembali dengan harga satuan Rp 2.500, berapa persen keuntungannya?

Jawab :

$$\text{Persentase keuntungan} = \frac{\text{harga jual - harga beli}}{\text{harga beli}} \times 100\ \%$$

$$\text{Harga beli satuan} = \frac{48.000}{24} = 2.000$$

Harga jual satuan = Rp 2.500,-

$$\text{Persentase keuntungan} = \frac{2.500 - 2.000}{2.000} \times 100\% = 25\%$$

d) Pedagang menjual 1kg jeruk dengan harga Rp 5.000,- dan mengalami kerugian20 %. Berapa harga beli 50 kg jeruk tersebut ?

Jawab :

Kerugian = Harga beli – Harga Jual (Harga Beli > Harga Jual)

Harga Beli 50 kg = 50 x 6.250 = Rp 312.500

4) Perbandingan

Dalam membandingkan ukuran dua obyek terdapat dua cara, yaitu membandingkan dengan cara mencari selisihnya sehingga dapat dikatakan mana yang lebih dari yang lain dan yang kedua mengamati/mencari nilai perbandingan antara ukuran dari kedua obyek itu.

Sebagai contoh, tinggi badan Andi adalah 160 cm sedangkan Wati 170 cm. Jika cara membandingkan yang dimaksud adalah siapa yang lebih tinggi maka jawabannya adalah Wati karena selisih tinggi badan 170cm−160cm = 10 cm. Namun jika yang ditanyakan adalah nilai perbandingan tinggi badan Andi dengan Wati maka dapat dinyatakan dengan perbandingan: 160 cm : 170 cm = 16 : 17 =

Perbandingan a : b, dibaca “a berbanding b“. Ada dua macam perbandingan yang sering kita bicarakan yaitu:

a. Perbandingan senilai:

Untuk memulai pembelajaran mengenai perbandingan senilai dapat diberikan masalah pengantar sebagai berikut.

> *Sebuah mobil melaju dengan kecepatan rata-rata 25 km/jam. Jika mobil itu menempuh jarak 100 km maka diperlukan waktu 4 jam. Jika jarak yang ditempuh bertambah menjadi 200 km, bagaimana waktu yang diperlukan? Semakin bertambah atau semakin berkurang?*

Dari sini peserta diklat dibimbing untuk melihat bagaimana hubungan antara jarak dengan waktu tempuh jika kecepatan tetap. Ternyata dengan kecepatan tetap sementara jarak yang ditempuh bertambah maka waktu yang diperlukan juga akan bertambah.

Perbandingan senilai terjadi apabila jika salah satu komponen yang dibandingkan semakin besar maka komponen yang lain juga akan semakin besar.

Apabila terdapat korespodensi satu-satu antara dua obyek dengan sifat bahwanilai perbandingan dua elemen di obyek pertama *sama dengan* nilai perbandingan dua elemen yang bersesuaian di obyek kedua maka kedua obyek itu disebut berbanding senilai.Perbandingan senilai digunakan juga dalam membuat skala pada peta ataumembuat model. Grafik dari perbandingan senilai berupa garis lurusMisalnya: Suatu kendaraan dengan kecepatan 50 km/jam, berarti:

Lama perjalanan	1	2	3	.....	n
Jarak	50	100	150	....	n x 50

Terlihat bahwa nilai perbandingan lama perjalanan = nilai perbandingan jarak yang bersesuaian, sehingga .Jika waktu bertambah maka jarak yang dicapai juga bertambah. Dapat dikatakan bahwa perbandingan antara jarakdan waktu tetap yaitu 1 : 50. Dua variabel dengan perbandingan demikian inidisebut perbandingan senilai.

Pengertian skala ialah perbandingan antara jarak atau panjang pada gambar dengan jarak atau panjang yang sebenarnya. Dalam perbandingan tersebut jarakpada gambar biasanya dinyatakan dengan 1 berbanding suatu bilangan.

Contoh: Skala pada peta adalah 1 : 150000. Jika jarak dua kota pada peta adalah 8,5 cm. Berapakah jarak yang sebenarnya?

Jawab : Jarak yang sebenarnya = 150000 x 8,5 cm = 12,75 km

b. Perbandingan berbalik nilai

Untuk memulai pembelajaran mengenai perbandingan berbalik nilai dapat diberikan masalah pengantar sebagai berikut.

> *Misalkan untuk menyelesaikan suatu pekerjaan dalam waktu 10 hari diperlukan 10 pekerja. Jika jumlah pekerja ditambah bagaimana waktu yang diperlukan? Semakin lama atau semakin singkat?*

Dari sini dapat dilihat bahwa perbandingan berbalik nilai terjadi apabila salah satu komponen yang dibandingkan naik maka komponen yang lain justru akan turun.

Alternatif lain untuk menggambarkan perbandingan berbalik nilai adalah hubungan antara volum dengan tekanan gas. Jika volum ditambah maka tekanan gas akan turun atau jika volum dikurangi maka tekanan akan meningkat.

Coba diskusikan dengan rekan guru, setelah itu berikan penjelasannya dari cerita matematika di bawah ini.

Cerita matematika berikut termasuk salah satu cerita matematika klasik yang sering digunakan sebagai hiburan sambil berlajar matematika. Soal ini dapat digolongkan sebagai penyelesaian soal pecahan karena menuntut penguasaan kemampuan perkalian antara bilangan bulat dan bilangan pecahan.

Ceritanya begini : Teng..teng…di panggung terdengar musik pengiring.

“Kalian mendekatlah,” pinta Pak Tua pada ketiga anaknya. Sulung, Tengah dan Bungsu datang mendekat. Mereka merasa sedih, sebentar lagi malaikat maut akan menjemput Pak Tua.

“Anakku, sepeninggal aku nanti, hidup rukunlah bersama,” pinta Pak Tua. Ketiganya hanya terdiam sedih. Mereka tak menyangka Pak Tua akan pergi secepat itu.

Pak Tua lalu menuturkan wasiatnya. Si Sulung sebagai anak tertua akan menerima sebidang tanah perkebunan dan setengah bagian ternak sapi. Si Tengah menerima rumah dan sepertiga bagian ternak sapi. Adapun Si Bungsu akan mendapatkan penggilingan ditambah sepersembilan bagian ternak sapi.

Sepeninggal Pak Tua, ketiga bersaudara itu pun mendapatkan bagiannya masing-masing. Sulung mendapatkan tanah perkebunan. Bungsu mendapat bagian rumah yang tadinya ditinggali Pak Tua. Sedangkan Bungsu mendapatkan penggilingan sesuai wasiat almarhum Pak Tua.

Mereka belum bisa membagi ternak sapi peninggalan Pak Tua yang jumlahnya 17 ekor. Jika mereka menuruti pesan Pak Tua maka harus ada sapi yang dikorbankan. Padahal mereka sepakat untuk tidak menyembelih sapi seekor pun.

Bagaimana caranya menyelesaikan soal seperti ini?

Tetua kampung bingung ketika Sulung dan adik-adiknya datang meminta saran. Lama dia termenung memikirkan cara memecahkan masalah tersebut. Hingga…

“Aha..aku tahu. *Kira-kira jika Anda sebagai Tetua bagaimana menyelesaikan masalah ini?*

Ketiga bersaudara tadi bengong. Mereka tidak mengerti maksud Tetua tadi. Tahukah kamu ide Pak Tetua menyelesaikan masalah ini?

Pak Tetua meminjamkan seekor sapi, sehingga total sapi sekarang menjadi 18 ekor.

Sulung = 1/2 x 18 = 9 ekor sapi.

Tengah = 1/3 x 18 = 6 ekor sapi.

Bungsu = 1/9 x 18 = 2 ekor sapi.

Jadi jumlah sapi ketiganya = 9 + 6 + 2 = 17 ekor sapi.

Seekor sapi dikembalikan lagi pada Pak Tetua. Adil bukan?

Contoh soal dan pembahasan:

a) Untuk mengecat dinding seluas 3 meter persegi seorang tukang cat memerlukan waktu 5 menit. Berapakah waktu yang diperlukan untuk mengecat dinding seluas 100 meter persegi?

Pembahasan:

$$\left.\begin{array}{l} 3\ \text{m}^2 \longrightarrow 5\ \text{menit} \\ 100\ \text{m}^2 \longrightarrow \quad \text{menit} \end{array}\right\}\ \text{Perbandingan senilai}$$

$$\frac{3}{100} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow 3.x = 100.\,5 \Leftrightarrow 3x = 500 \Leftrightarrow x = \frac{500}{3} = 166\frac{2}{3}\ \text{menit}$$

Jadi waktu yang diperlukan tukang cat itu untuk mengecat dinding seluas 100 m^2 adalah $166\frac{2}{3}$ menit

b) Untuk menyelesaikan pembuatan lemari 3 orang tukang kayu bekerja bersama-sama dan mereka memerlukan waktu 20 jam kerja efektif. Jika pekerjanya ditambah menjadi 5 orang, berapa jam waktu yang diperlukan?

Jawaban:

$$\left.\begin{array}{l} 3\ \text{orang} \longrightarrow 20\ \text{jam} \\ 5\ \text{orang} \longrightarrow x\ \text{jam} \end{array}\right\}\ \text{Perbandingan berbalik nilai}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{20} \Leftrightarrow 5.x = 3.20 \Leftrightarrow 5x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{5} = 12$$

Jadi waktu yang diperlukan oleh 5 orang pekerja tersebut adalah 12 jam kerja efektif.

Apabila terdapat korespodensi satu-satu antara dua obyek dengan sifat bahwanilai perbandingan dua elemen di obyek pertama *berbalik nilainya* dengan nilai perbandingan dua elemen yang bersesuaian di obyek kedua maka perbandingan antara obyek pertama dengan obyek kedua disebut perbandingan berbalik nilai.

c) Misalnya: Suatu pekerjaan, jika dikerjakan oleh 1 orang akan selesai 40 hari,jika 2 orang akan selesa 20 hari, berarti:

Banyak Pekerja	1	2	3	.....	40
Hari	40	20	....		1

Jika banyak orang bertambah maka banyak hari berkurang. Perbandingan banyak orang dan banyak hari tidak tetap (tetapi hasil kali dua variabel tersebuttetap yaitu 40. Dua variabel dengan perbandingan demikian ini disebut perbandingan berbalik nilai.

Secara matematika, variabel yang saling bergantungan tersebut adalah x dan y, sehingga x berubah dari x_1 menjadi x_2 dan y berubah dari y_1 menjadi y_2 maka:

a. Perbandingan senilai, jika : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

b. Perbandingan berbalik nilai jika : $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

d) Dengan kecepatan tetap, sebuah mobil memerlukan bensin 5 liter untuk jarak 60 km. Berapa liter bensin yang diperlukan untuk menempuh jarak 150 km ?

Jawab:

Perbandingannya senilai

maka: ⇒ ⇒ ⇒.

Jadi untuk menempuh jarak 150 km diperlukan bensin 12,5 liter

e) Jarak antara dua kota dapat ditempuh kendaraan dengan kecepatan rata-rata 72km/jam selama 5 jam. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan menempuh jarak tersebut jika lama perjalanan 8 jam?

Jawab :

Perbandingannya berbalik nilai

maka: ⇒ ⇒ ⇒.

Jadi kecepatan rata-ratanya adalah 45 km/jam.

f) Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh tenaga profesional sebanyak 3 orang akanselesai dalam 20 hari, sedangkan jika non profesional sebanyak 5 orang akan selesaidalam 40 hari. Jika pekerjaan itu dikerjakan oleh 2 orang profesional dan 2 orang non profesional, dalam berapa hari akan selesai?

Jawab:

Karena 3 orang profesional mengerjakan pekerjaan dalam 20 hari maka dalam 1 hariseorang profesional menyelesaikan pekerjaan, sedangkan seorang nonprofesional dalam 1 hari menyelesaikan pekerjaan. Dengan demikian 2 orangprofesional dan 2 orang non profesional dalam 1 hari menyelesaikan pekerjaan.

Jadi 1 pekerjaan dapat diselesaikan dalam hari $\approx$ 24 hari.

4. Bilangan Berpangkat (Eksponen)

a. Pangkat (Eksponen) Bulat Positif

Pembelajaran bilangan berpangkat dimulai dengan mengingatkan kembali arti bilangan berpangkat. Untuk itu dapat dimulai dengan ilustrasi sebagai berikut.

Diambil sembarang bilangan, misalkan 2, kemudian dikalikan sebanyak 5 kali, jadi 2 x 2 x 2 x 2 x 2. Penulisan seperti ini terlalu panjang dan kurang praktis. Jadi cukup menuliskannya sebagai bilangan berpangkat yaitu 2^5.

Disini berarti pembelajaran bilangan berpangkat telah dimulai secara induktif (dimulai dari contoh), selanjutnya dengan memperhatikan pola, didapat kesimpulan umum.

Bilangan berpangkat adalah perkalian berulang dari bilangan tersebut.

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots a}_{p} = a^p$$

Keterangan:

a^p = bilangan berpangkat

a = bilangan pokok

Semula tampaknya bilangan berpangkat harus merupakan bilangan asli, namun dalam perkembangan selanjutnya dikenalkan bilangan berpangkat 0, bilangan berpangkat negatif, dan bilangan berpangkat rasional. Bilangan yang dipangkatkan juga berkembang bukan hanya bilangan cacah, tetapi bilangan bulat, bilangan rasional, dan bilangan riil.

Bentuk perpangkatan yang paling sederhana adalah pangkat bulat positif. Misal : 2^3artinya 2 x 2 x 2 , sehingga 2^3 = 8 dan 2 disebut bilangan pokok, 3 disebut pangkatatau eksponen serta 2^3 disebut bilangan berpangkat.

Pangkat ke-n dari bilangan riil a, dengan n bilangan bulat positif; dinyatakan dengana^n, didefinisikan sebagai berikut:

$a^n = a.\ a.\ a\ \ldots$ sebanyak n faktor

Dari definisi pangkat bulat positif di atas dapat diturunkansifat-sifat bilangan berpangkat sebagai berikut:

1) Perkalian dua bilangan berpangkat: $a^m.\ a^n = a^{m+n}$

   Contoh: $2^3 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3} \times \underbrace{2 \times 2}_{2} = 2^5$

   $\boxed{a^m.\ a^n = a^{p+q}}$

2) Pembagian dua bilangan berpangkat : $(\frac{a^m}{a^n}) = a^{m-n}$

   Contoh: $2^3 : 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3} : \underbrace{2 \times 2}_{2} = \frac{2x2x2}{2x2} = 2^1$

   $\boxed{a^p : a^q = a^{p-q}}$

3) Perpangkatan dua bilangan berpangkat : $(a^m)^n = a^{m.n}$

   Contoh: $(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3x3)x(3x3)x(3x3)x(3x3) = 3^{2x4} = 3^8$

   $\boxed{(a^p)^q = a^{pq}}$

4) Perpangkatan dua perkalian bilangan : $(ab)^n = a^n\ b^n$

   Contoh: $(2 \times 3)^2 = (2x3)x(2x3) = 2x3x2x3 = 2x2 \times 3x3 = 2^2 \times 3^2$

   $\boxed{(a.b)^p = a^p.b^p}$

5) Perpangkatan bilangan rasional:

Contoh:

$$\boxed{[\frac{a}{b}]^p = \frac{a^p}{b^p}}$$

b. Pangkat Nol dan Bulat Negatif

Sekarang kita perluas definisi pangkat bilangan bulat lainnya, yaitu pangkat nol danbulat negatif. Ini dilakukan sedemikian sehingga teorema yang berlaku pada pangkatbulat positif berlaku untuk semua bilangan bulat.

Ada dua akibat yang berhubungan dengan teorema dari perpangkatan di atas yaitu :

1) $a^0 = 1$ (jika $a \neq 0$)

2) , untuk $a \neq 0$

Jika rumus 1) harus berlaku untuk pangkat nol maka $a^0 . a^n = a^{0+n} = a^n$. Berdasarkan unsur identitas terhadap perkalian, yaitu 1 maka memenuhi

$1.a^n = a^n$.

Dengan membandingkan kedua persamaan ini kita harus mendefinisikan $a^0 = 1$. Jadi kita definisikan:

Jika a bilangan yang tak nol maka $a^0 = 1$. Jelas bahwa 0^0 tidak didefinisikan.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Contoh: } 2^3 : 2^3 = 2^{3-3} = 2^0 \\ \text{Padahal } 2^3 : 2^3 = \dfrac{2^3}{2^3} = \dfrac{2x2x2}{2x2x2} = \dfrac{8}{8} = 1 \end{array}\right\} \text{Jadi } 2^0 = 1$$

maka $\boxed{a^0 = 1}$

Bukti:

Sesuai dengan sifat pangkat yaitu $a^p.a^q = a^{p+q}$ untuk q=0 diperoleh $a^p.a^0 = a^p$. Tampak bahwa a^o berlaku seperti bilangan 1 sehingga didefinisikan $a^0 = 1$ untuk a ≠ 1. Sekarang jika rumus 1) harus berlaku untuk pangkat bilangan bulat negatif maka$a^n. a^{-n} = a^0 = 1$ bila a ≠0. Berdasar sifat invers maka maka dari itu kita definisikan:

Jika a bilangan riil dan –n adalah bilangan bulat negatif maka . Dengan menggunakan definisi ini maka :

Contoh: $2^2 : 2^5 = 2^{2-4} = 2^{-3}$

Padahal $2^2 : 2^5 = \frac{2^2}{2^5} = \frac{2x2}{2x2x2x2x2} = \frac{1}{2x2x2} = \frac{1}{2^3}$

Jadi $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

maka $\boxed{a^{-p} = \frac{1}{a^p}}$

Bukti:

Sesuai dengan sifat pangkat nomor 1 yaitu $a^p.a^q = a^{p+q}$ untuk q = -p diperoleh $a^p.a^{-p} = a^{p+(-p)} = a^0 = 1$.

Karena hasilkali $a^p.a^{-p} = 1$ maka a^p dan a^{-p} berkebalikan.

Sehingga $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

c. Pangkat Bulat dan Rasional

Dari uraian tersebut teorema diatas dapat berlaku untuk pangkat bulat, dan kitanyatakan dalam teorema.

Jika a, b adalah bilangan riil dan m, n adalah bilangan bulat maka:

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m.n}$
3. $(ab)n = a^n b^n$
4.
5.

Teorema tersebut di atas dapat diperluas untuk lebih dari dua faktor, misal $a^m.a^n.a^r = (a)^{m+n+r}$; $a^n.b^n.c^n = (abc)^n$dan seterusnya.

Contoh:

Sederhanakan: $(3^{-2} - 2^{-3})^{-1}$

Jawab : $(3^{-2} - 2^{-3})^{-1} = (\frac{1}{\frac{1}{9} - \frac{1}{8}}) = -\frac{72}{17}$

Rumus-rumus dari teorema di atas dapat juga kita perluas sehingga berlaku untuk pangkat bilangan rasional, baik bilangan rasional positif, nol maupun bilanganrasional negatif, dengan pengertian bahwa: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Contoh :

1). $9^{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9^1} = \sqrt[2]{3^2} = 3^1 = 3$ sehingga $3^2 = 9$

2). $\sqrt[4]{16} = 2$, $\Rightarrow \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{\frac{4}{4}} = 2^1 = 2$ sehingga $2^4 = 16$.

Dengan pengertian tersebut kita dapat mendefinisikan: Jika a dan b adalah bilangan riil dan n adalah bilangan bulat positif sehingga b^n = a maka b dinamakan akar pangkat n dari a, ditulis $b = \sqrt[n]{a}$. Untuk rumus : $(a^m)^n = a^{mn}$, tidak berlaku bila a < 0, m dan n bilangan genap positif.Hal ini dapat ditunjukkan dengan contoh: $(-2)^2)^{\frac{1}{2}}$, jika kita menghitung terlebih dahulu $(-2)^2$ maka $(-2)^2)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$. Sedangkan jika pangkatnya dikalikan terlebih dulu maka diperoleh : $((-2)^2)^{\frac{1}{2}} = (-2)^1 = -2$, berarti $((-2)^2)^{\frac{1}{2}} \neq ((-2)^2)^{\frac{1}{2}}$

Untuk menghilangkan kesalahan ini maka kita definisikan:

> Jika a bilangan riil, m dan n bilangan genap positif maka $(a^m)^{\frac{1}{n}} = |a|^{\frac{m}{n}}$, dalam kasus jika m = n maka $(a^m)^{\frac{1}{n}} = |a|$, bilamana n adalah bilangan genap positif.

> ✍ Ingatlah **:** Sifat-sifat penjumlahan dan perkalian bilangan berpangkat atau ekuivalen dengan Khususnya dalam kasus m = n maka (am)1/n = | a |, bilamana n adalah bilangan genap positif, atau ekuivalen dengan $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ bilamana n bilangan genap.

Dengan definisi ini maka kesalahan di atas tidak akan terjadi karena

$$((-2)^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(-2)2} = |-2|^{2(\frac{1}{2})} = |-2| = 2$$

Contoh soal

1. Sederhanakan $(\frac{p^2}{q^{-3}})^3 \cdot (\frac{2q}{p^3})^2$

   Pembahasan: $(\frac{p^2}{q^{-3}})^3 \cdot (\frac{2q}{p^3})^2 \Leftrightarrow (\frac{p^6}{q^{-9}}) \cdot (\frac{4q^2}{p^6}) \Leftrightarrow (p^6q^9).(4q^2p^{-6}) \Leftrightarrow 4p^{6+(-6)}q^{9+2}$

   $$\Leftrightarrow 4p^0q^{11} \Leftrightarrow 4q^{11}$$

2. Sederhanakan: $\frac{2x^3 + 4x^6}{x^{-2}}$.

   Pembahasan: $\frac{2x^3 + 4x^6}{x^{-2}} \Leftrightarrow \frac{2x^3}{x^{-2}} + \frac{4x^6}{x^{-2}} \Leftrightarrow 2x^3x^2 + 4x^6x^2$

   $$\Leftrightarrow 2x^{3+2} + 4x^{6+2} \Leftrightarrow 2x^5 + 4x^8$$

3. Carilah Nilai x yang memenuhi :

   Jawab :

4. Mengubah bentuk pangkat bulat negatif menjadi positif.

   a. $ab^{-4} = \frac{a}{b^4}$

   b. $6ab^{-2} = \frac{6a}{b^2}$

   c. $\frac{2}{5}pq^{-5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{p}{q^5} = \frac{2p}{5q^5}$

   d. $\frac{1}{x^{-2}y^{-3}} = x^2y^3$

5. Carilah Nilai x yang memenuhi :

   Jawab :

6. Mengubah bentuk pangkat bulat positif menjadi negatif.

a. $\frac{1}{3^5} = 3^{-5}$

b. $\frac{1}{a^4} = a^{-4}$

c. $\frac{1}{a^2b^5} = a^{-2}b^{-5}$

d. $\frac{1}{x^6y^3} = x^{-6}y^{-3}$

7. Hasil dari:

a. $(8^2)^{-3} = 8^{2(-3)} = 8^{-6} = \frac{1}{8^6} = \frac{1}{262144}$

b. $\frac{p^3r^4}{pr^3} = p^{3-1}r^{4-3} = p^2r$

c. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^4 = \frac{2^{-2.4}}{3^{-2.4}} = \frac{2^{-8}}{3^{-8}}$
$= \frac{1}{2^8}.3^8 = \frac{1}{256}.6561$
$= \frac{6561}{256}$

e. $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^5 = \frac{1^{-3.5}}{2^{-3.5}} = \frac{1^{-15}}{2^{-15}}$
$= 1.\ 2^{15} = 2^{15}$
$= 32768$

f. $\left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = 1 + \frac{3^{-3}}{2^{-3}} = 1 + \left(\frac{1}{3^3}.\ 2^3\right)$
$= 1 + \frac{2^3}{3^3} = 1 + \frac{8}{27}$
$= \frac{27}{27} + \frac{8}{27} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$

8. Bentuk sederhananya adalah:

a. $\frac{5p^{-2}q}{3^{-1}pq^{-1}} = 5.3.p^{-2-1}q^{1-(-1)} = 15p^{-3}q^2 = \frac{15q^2}{p^3}$

b. $\frac{6^2p^{-2}q}{2^2p^{-2}} = \frac{6^2}{2^2}p^{-2-(-2)}q = \frac{36}{4}p^0q = 9.1.q = 9q$

c. $\frac{3m^2n}{3^{-3}m^{-2}n^{-3}} = 3.3^3.m^{2-(-2)}n^{1-(-3)} = 3.27.m^4n^4 = 81m^4n^4$

9. Berdasarkan sifat-sifat bilangan berpangkat maka:

a. $a^5 \times a^6 = a^{5+6} = a^{11}$

b. $a^8 : a^2 = a^{8-2} = a^6$

c. $(x^3y^4)^5 = x^{3.5}y^{4.5} = x^{15}y^{20}$

d. $(a^6 \times a^2) : a^4 = a^{6+2-4} = a^4$

e. $(x^4y^2)^5 : (xy^3)^2 = x^{4.5}y^{2.5} : x^2y^{3.2}$
$= x^{20}y^{10} : x^2y^6$
$= x^{20-2}y^{10-6} = x^{18}y^4$

10. Hasil perkalian dari:

a. $3m^4n^2 \times 3mn^3 = 9m^{4+1}n^{2+3}$
$= 9m^5n^5$

b. $m^2pq^3 \times mp^2q^2 = m^{2+1}p^{1+2}q^{3+2}$
$= m^3p^3q^5$

d. $5u^3v \times 5^2uv^4 = 5^{1+2}u^{3+1}v^{1+4}$
$= 5^3u^4v^5$
$= 125u^4v^5$

e. $(-7)^4m^2(-n)^3 \times (-7)^3m(-n)^4$
$= (-7)^{4+3}m^{2+1}(-n)^{3+4}$
$= (-7)^7m^3(-n)^7$
$= -823543\ m^3(-n^7)$
$= 823543\ m^3n^7$

11. Hasil Pembagian

a. $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

b. $\frac{p^3r^4}{pr^3} = p^{3-1}r^{4-3} = p^2r$

d. $\frac{\left(\frac{5}{x}\right)^{13}}{\left(\frac{5}{x}\right)^8} = \left(\frac{5}{x}\right)^{13-8} = \left(\frac{5}{x}\right)^5$

e. $\frac{3m^2n^4}{3mn^2} = 3^{1-1}m^{2-1}n^{4-2} = 3^0mn^2 = mn^2$

12. Pangkat masing-masing faktor dicari dengan menyederhanakan bentuk-bentukdi bawah.

a. $(5^4)^6 = 5^{4.6} = 5^{24}$

b. $(3p^2)^5 = 3^5 p^{2.5} = 3^5 p^{10}$

c. $(4^5 pq^3)^6 = 4^{5.6} p^6 q^{3.6} = 4^{30} p^6 q^{18}$

d. $\left(\left(\frac{m}{n}\right)^4\right)^6 = \frac{m^{4.6}}{n^{4.6}} = \frac{m^{24}}{n^{24}}$

e. $(m^2 n)^4 = m^{2.4} n^4 = m^8 n^4$

f. $(6^6 p^2 q)^3 = 6^{6.3} p^{2.3} q^3 = 6^{18} p^6 q^3$

g. $(3^7 x^3 y^4)^3 = 3^{7.3} x^{3.3} y^{4.3} = 3^{21} x^9 y^{12}$

h. $\left(\left(\frac{5}{p}\right)^3\right)^4 = \frac{5^{3.4}}{p^{3.4}} = \frac{5^{12}}{p^{12}}$

d. Persamaan Eksponen

Persamaan eksponen adalah persamaan yang mengandung variabel dalam eksponen. Bentuk-bentuknya sebagai berikut:

a). $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$, dengan syarat a > 0 dan a ≠ 1

b). $a^{f(x)} = b^{f(x)} \Leftrightarrow f(x) = 0$, dengan syarat a, b > 0

c). $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, dengan syarat a, b > 0

d). $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$

Contoh:

1) Tentukan penyelesaian dari $5^{2x+1} = 2^{2x+1}$

Jawab: $5^{2x+1} = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

2) Selesaikan $2^{2x+1}+2^x=3$

Jawab: misalkan $2^x=y$ maka persamaannya menjadi

$$2^{2x+1}+2^x=3 \Leftrightarrow 2^{2x+1}+2^x-3=0 \Leftrightarrow 2y^2+y-3=0$$

$$2y^2+y-3=0 \Rightarrow (2y+3)(y-1)=0 \Rightarrow y=-1\frac{1}{2} \text{ atau } y=1$$

Untuk $y=-1\frac{1}{2} \Rightarrow 2^x=-1\frac{1}{2}$ y (persamaan ini tidak ada harga x yang memenuhi sebab nilai bilangan berpangkat dengan bilangan pokok 2 selalu positif)

Untuk $y=1 \Rightarrow 2^x=1 \Rightarrow x=0$ .Jadi himpunan penyelesaiannya {0}

Contoh soal dan pembahasan

1. Dengan menyamakan bilangan pokok maka

   a. $2^x=\frac{1}{4}$ b. $3^x=\frac{1}{27}$ c. $\frac{2^{-3}}{2^x}=2^4$

   Jawab :

   a. $2^x=4^{-1}$
   $2^x=(2^2)^{-1}$
   $2^x=2^{-2}$
   $x=-2$

   b. $3^x=27^{-1}$
   $3^x=(3^3)^{-1}$
   $3^x=3^{-3}$
   $x=-3$

   c. $\frac{2^{-3}}{2^x}=2^4 \Leftrightarrow 2^{-3}=2^4.2^x \Leftrightarrow 2^4.2^x=2^{-3}$
   $\Leftrightarrow 2^x=\frac{2^{-3}}{2^4} \Leftrightarrow 2^x=2^{-3-4} \Leftrightarrow 2^x=2^{-7}$
   $x=-7$

2. Carilah nilai x yang memenuhi:

$a.\ \ 2^{-3}.\,2^{x} = 2^{6} \Leftrightarrow 2^{x} = \dfrac{2^{6}}{2^{-3}} \Leftrightarrow 2^{x} = 2^{6-(-3)} \Leftrightarrow 2^{x} = 2^{9}$

$x = 9$

$b.\ \ 3^{x+1} = 81$

$3^{x+1} = 3^{4} \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 4-1$

$x = 3$

✍Ingatlah**: Persamaan Eksponen** Untuk lebih memahami tentang persamaan eksponen cobalah Anda kerjakan lembar kerjanya.

e. Bentuk Akar

Untuk memulai pembelajaran bentuk akar peserta diingatkan kembali tentang perpangkatan baru dilanjutkan ke akar dengan mengajukan pertanyaan sebagai berikut:

Kita sudah mengenal perpangkatan, Berapakah 2^3? Setelah dijawab 8, lalu pertanyaan dilanjutkan dengan berapa x berapa x berapa supaya hasilnya 8?

Disinilah letak konsep akar yaitu mencari bilangan pokok apabila pangkat dan hasil perpangkatannnya diketahui.

$2^{3} = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{8} = 2$, perhatikan $2 = 2^{3(\frac{1}{3})} \Leftrightarrow (2^{3})^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}$

Jadi $\sqrt[3]{8}$ dapat ditulis $8^{\frac{1}{3}}$, Secara umum $\sqrt[q]{a} = a^{\frac{1}{q}}$

Bentuk akar: yang dimaksud bentuk akar adalah akar-akar yang hasilnya bukan bilangan Rasional.

Misalnya $\sqrt{4}$, $\sqrt{100}$, $\sqrt{\frac{1}{9}}$, bukan bentuk akar karena hasilnya berturut-turut adalah 2, 10, dan 1/3.

Bentuk akar misalnya $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, dan sebagainya.

Tampak bahwa adanya tanda akar bukan berarti bilangan tersebut termasuk bentuk akar.

Suatu bilangan yang memuat tanda akar bukan berarti bentuk akar, misalnya $\sqrt{16}$ dan $\sqrt[3]{1728}$ bukanlan bentuk-bentuk akar, karena $\sqrt{16}$ dan $\sqrt[3]{1728}$ merupakan bilangan-bilangan rasional. Perlu diingat bahwa $\sqrt{a}$, telah kita definisikan sebagai akar kuadrat yang non negatif dari a, dimana a ≥ 0 , misalnya $\sqrt{16} = +4$ dan bukan -4. Lain halnya dengan $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$ dengan kata lain bahwa $x^2 = 16$ nilai x yang memenuhi adalah 4 dan -4.

Bentuk akar merupakan bilangan irasional, walaupun dalam perhitungan-perhitunganbentuk akar dapat didekati dengan bilangan-bilangan rasional, misalnya $\sqrt{7}$ dapat didekati dengan bilangan rasional 2,646 jika digunakan pendekatan telitisampai 3 angka dibelakang koma.

f. Operasi pada bentuk akar:

1) Penjumlahan dan Pengurangan

Bentuk akar dapat dijumlah atau dikurangkan bila akarnya sejenis

$a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dan $a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a-c)\sqrt{b}$

Contoh: $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$4\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$

Contoh : Sederhanakan $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{48}$

Jawab : $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{48} = \sqrt{25 \text{ x } 3} - \sqrt{49 \text{ x } 3} + \sqrt{16 \text{ x } 3}$

$= 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$
$= (5 - 7 + 4)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2) Perkalian dan Pembagian Bentuk Akar

a) Perkalian: $\sqrt{a}\,.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ dan $a\sqrt{b}\,.c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$

Contoh: Sederhanakan $\sqrt{8} \text{ x} \sqrt{12}$

Dengan menggunakan sifat $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$,diperoleh
$\sqrt{8} \text{ x} \sqrt{12} = \sqrt{96} = \sqrt{16 \text{ x } 6} = 4\sqrt{6}$, dengan cara lain diperoleh:

$\sqrt{8} \text{ x} \sqrt{12} = 2\sqrt{2} \text{ x } 2\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$

b) Pembagian: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Contoh : Sederhanakan $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$,

Dengan cara lain $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\dfrac{8}{12}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$

3) Merasionalkan Penyebut Pecahan

a) Pecahan-pecahan berbentuk $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$

Contoh : i) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{3}{2}\sqrt{2}$ ii) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

b) Pecahan-pecahan berbentuk $\dfrac{1}{a+\sqrt{b}}$ dan $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Bentuk-bentuk akar seperti $(a+\sqrt{b})$ dan$(a-\sqrt{b})$, disebut bentuk-bentukakar yang sekawan. Hasil perkaliannya adalah rasional, sebab hasildari $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - b$ bilangan pada ruas kanan adalah rasional. Sifat bentuk akar yang sekawan ini digunakan untuk merasionalkanpenyebut pecahan- pecahan yang berbentuk seperti diatas.

Contoh :

i) $\dfrac{2}{1+\sqrt{3}} = \dfrac{2}{1+\sqrt{3}} \times \dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \dfrac{2(1-\sqrt{3})}{1-3} = -1+\sqrt{3}$

ii) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \dfrac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3} = -\dfrac{1}{2} + \sqrt{3} - \dfrac{3}{2} = -2+\sqrt{3}$

c) Mengubah bilangan pangkat pecahan menjadi bentuk akar:

$$\left.\begin{array}{l} 2^{\frac{1}{3}} \text{ x } 2^{\frac{1}{3}} \text{ x } 2^{\frac{1}{3}} \text{ x } 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} \\ \\ \sqrt[3]{2} \text{ x } \sqrt[3]{2} \text{ x } \sqrt[3]{2} \text{ x } \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2x2x2x2} = \sqrt[3]{2^4} \end{array}\right\} \text{Jadi } 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4}$$

Jadi secara umum: $\boxed{a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}}$

Dengan syarat: $\sqrt[q]{a}$ terdefinisi pada bilangan Riil.

dapat ditulis : $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ **.**

4) Contoh soal dan pembahasan:

Sederhanakan :

a. $\sqrt{300}$ b. $\sqrt{\frac{49}{100}}$ c. $\sqrt{15}$ x $\sqrt{8}$

Pembahasan:

a) $\sqrt{300} = \sqrt{100x3} = 10\sqrt{3}$ ....sifat perkalian

b) $\sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{7}{10}$ ....sifat nomor 2

c) $\sqrt{15}$ x $\sqrt{8} = \sqrt{15x8} = \sqrt{120} = \sqrt{4x30} = 2\sqrt{30}$ =......sifat nomor 1

Rasionalkan penyebut pecahan akar berikut:

a. $\frac{3}{2+\sqrt{3}}$ b. $\frac{2}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

Pembahasan:

a) $\frac{3}{2+\sqrt{3}} = \frac{3}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{6-3\sqrt{3}}{4-3} = 6-3\sqrt{3}$

b) $\cdot \frac{2}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{2}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} \cdot \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

$$= \frac{2(2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{8-5}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{5})}{3} = \frac{1}{3}(4\sqrt{2}+2\sqrt{5})$$

g. Operasi aljabar pada bentuk akar

a) $12\sqrt{7}+9\sqrt{7}+4\sqrt{7}=(12+9+4)\sqrt{7}=25\sqrt{7}$

b) $15\sqrt{3}-5\sqrt{3}=(15-5)\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

c)
$$\begin{aligned}8\sqrt{50}-\sqrt{18}-3\sqrt{32} &= 8\sqrt{25\times 2}-\sqrt{9\times 2}-3\sqrt{16\times 2}\\ &= \left(8\times 5\times\sqrt{2}\right)-\left(3\times\sqrt{2}\right)-\left(3\times 4\times\sqrt{2}\right)\\ &= 40\sqrt{2}-3\sqrt{2}-12\sqrt{2}\\ &= (40-3-12)\sqrt{2}\\ &= 25\sqrt{2}\end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned}\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2 &= \left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\\ &= 2+\sqrt{10}+\sqrt{10}+5\\ &= 7+2\sqrt{10}\end{aligned}$$

e) $\frac{2}{5}\sqrt{15}\times\sqrt{5}=\frac{2}{5}\sqrt{15\times5}=\frac{2}{5}\sqrt{75}=\frac{2}{5}\sqrt{25\times3}=\frac{2}{5}\times5\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

f) $\left(3\sqrt{2a}\right)^2=(3)^2\left(\sqrt{2a}\right)^2=9\times2a=18a$

g) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{4}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)=3+\sqrt{12}-\sqrt{12}-4=-1$

h) Diketahui sebuah persegi panjang p = $\left(3+\sqrt{2}\right)$ cm ; *l* = $\left(3-\sqrt{2}\right)$cm

Maka Luas dan kelilingnya adalah

$$\begin{aligned}\text{Luas} &= p+l\\ &= \left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)\\ &= 9-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2\\ &= 7\text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Keliling} &= 2p+2l\\ &= 2\left(3+\sqrt{2}\right)+2\left(3-\sqrt{2}\right)\\ &= 6+2\sqrt{2}+6-2\sqrt{2}\\ &= 12\text{ cm}^2\end{aligned}$$

h. Operasi aljabar

a. $\sqrt{5}\left(\sqrt{5}\times\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}\times\sqrt{25}=\sqrt{5}\times5=5\sqrt{5}$

b.

$$\begin{aligned}\left(12-2\sqrt{5}\right)^2 &= \left(12-2\sqrt{5}\right)\left(12-2\sqrt{5}\right)\\ &= 144-24\sqrt{5}-24\sqrt{5}+20\\ &= 144-48\sqrt{5}+20\\ &= 164-48\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{CaraII} &= (12)^2-2(12)\left(2\sqrt{5}\right)+\left(-2\sqrt{5}\right)^2\\ &= 144-48\sqrt{5}+20\\ &= 164-48\sqrt{5}\end{aligned}$$

c. $\left(6-3\sqrt{5}\right)\left(6+3\sqrt{5}\right)=36+\cancel{18\sqrt{5}}-\cancel{18\sqrt{5}}-45=-9$

i. Merasionalkan pecahan

a. $\frac{9}{3\sqrt{5}} = \frac{9}{3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{15} = \frac{3}{5}\sqrt{5}$

b.
$$\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{4+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{4+\cancel{2\sqrt{3}}-\cancel{2\sqrt{3}}-3}$$
$$= \frac{7+4\sqrt{3}}{1} = 7+4\sqrt{3}$$

c.
$$\frac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{7}} \times \frac{5+\sqrt{7}}{5+\sqrt{7}}$$
$$= \frac{10\sqrt{3}+2\sqrt{21}}{25+\cancel{5\sqrt{7}}-\cancel{5\sqrt{7}}-7}$$
$$= \frac{10\sqrt{3}+2\sqrt{21}}{18} = \frac{5}{9}\sqrt{3}+\frac{1}{9}\sqrt{21}$$

d.
$$\frac{3}{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$$
$$= \frac{6\sqrt{5}-9\sqrt{2}}{20-\cancel{6\sqrt{10}}+\cancel{6\sqrt{10}}-18}$$
$$= \frac{6\sqrt{5}-9\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{5}-\frac{9}{2}\sqrt{2}$$

e.
$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{6-\sqrt{18}-\sqrt{18}+3}{6-\cancel{\sqrt{18}}+\cancel{\sqrt{18}}-3}$$
$$= \frac{9-2\sqrt{18}}{3} = 3-\frac{2}{3}\sqrt{9\times 2}$$
$$= 3-\frac{6}{3}\sqrt{2} = 3-2\sqrt{2}$$

5. Logaritma

a) Pengertian dan Sifat-sifat Logaritma

Pembelajaran konsep logaritma dapat dimulai dengan pertanyaan dalam bilangan berpangkat sebagai berikut: *Berapa* 2^3*? Setelah dijawab bahwa* $2^3=8$*. maka pertanyaan diubah menjadi 2 dipangkatkan berapa supaya menjadi 8?*

Disinilah letak konsep logaritma yaitu mencari pangkat jika bilangan pokok dan hasil perpangkatannya diketahui.

Pernyataan *"2 dipangkatkan berapa menjadi 8"* ditulis ${}^2\log 8 = \ldots$.

$$2^x = 8 \rightarrow {}^2\log 8 = x$$

Jadi secara umum:

$$\boxed{{}^a\log b = c \Leftrightarrow a^c = b \text{ , dimana } a, b, c \in \text{Real dan } a>0,\ a\neq 1,\ b>0}$$

Keterangan:

a disebut bilangan pokok logaritma (jika bilangan pokok 10 tidak ditulis)

b disebut bilangan yang dicari logaritmanya

c adalah hasil penarikan logaritma.

b) Sifat-sifat Logaritma

Berikut ini 10 sifat logaritma yang sering digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang berkaitan dengan logaritma disertai dengan buktinya, yaitu:

1) ${}^{a}\log xy = {}^{a}\log x + {}^{a}\log y$

Bukti: Misalkan $x = a^p$, $y = a^q$, $xy = a^r$

Maka $a^p . a^q = a^r \Leftrightarrow a^{p+q} = a^r \Leftrightarrow p + q = r$ ....1)

Padahal dari definisi $x = a^p \Leftrightarrow p = {}^{a}\log x$ ....2)

$y = a^q \Leftrightarrow q = {}^{a}\log y$......................3)

$xy = a^r \Leftrightarrow r = {}^{a}\log xy$......................4)

Substitusi 2), 3), 4) kedalam 1) didapat ${}^{a}\log x + {}^{a}\log y = {}^{a}\log xy$

2) ${}^{a}\log \dfrac{x}{y} = {}^{a}\log x - {}^{a}\log y$

Bukti: Misalkan $x = a^p$, $y = a^q$, $\dfrac{x}{y} = a^r$

Maka $\dfrac{a^p}{a^q} = a^r \Leftrightarrow a^{p-q} = a^r \Leftrightarrow p - q = r$ ....1)

Padahal dari definisi $x = a^p \Leftrightarrow p = {}^{a}\log x$ ....2)

$$y = a^q \Leftrightarrow q = {}^a\log y \text{.............}3)$$

$$\frac{x}{y} = a^r \Leftrightarrow r = {}^a\log \frac{x}{y} \text{................}4)$$

Substitusi 2), 3), 4) kedalam 1) didapat $^a\log x - {}^a\log y = {}^a\log \frac{x}{y}$

3) $^a\log x^n = n.\, {}^a\log x$

Bukti: $^a\log x^n = {}^a\log \underbrace{x.x.x....x}_{n \text{ faktor}}$

$= \underbrace{{}^a\log x + {}^a\log x + {}^a\log x + ...+ {}^a\log x}_{n \text{ suku}}$ (menurut sifat 1)

$= n.\, {}^a\log x$ (menurut definisi perkalian)

Jadi $^a\log x^n = n.\, {}^a\text{Log}\, x$

4) $^a\log x^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n}.\, {}^a\log x$

Bukti: $^a\log x^{\frac{m}{n}} = {}^a\log (x^{\frac{1}{n}})^m$ (menurut definisi pangkat)

$= m.\, {}^a\log (x^{\frac{1}{n}})$ (menurut sifat 3)

$= m.\, \frac{1}{n}.\, {}^a\log x$ (menurut sifat 3)

$= \frac{m}{n}.\, {}^a\log x$

5) $^a\log x = \dfrac{\log x}{\log a}$

Bukti:

misalkan ${}^{a}\log x = y \Leftrightarrow x = a^{y}$ (definisi)

$\Leftrightarrow \log x = \log a^{y}$ (kedua ruas dijadikan logaritma)

$\Leftrightarrow \log x = y \log a$ (menurut sifat 3)

$\Leftrightarrow y = \dfrac{\log x}{\log a}$ (perkalian diubah menjadi pembagian)

$\Leftrightarrow {}^{a}\log x = \dfrac{\log x}{\log a}$ (karena ${}^{a}\log x = y$)

6) ${}^{a}\log x.\ {}^{x}\log y = {}^{a}\log y$

Bukti : ${}^{a}\log x.\ {}^{x}\log y = \dfrac{\log x}{\log a} . \dfrac{\log y}{\log x}$ (Sifat nomor 5)

$= \dfrac{\log y}{\log a}$ (penyederhanaan perkalian pecahan)

$= {}^{a}\log y$ (Sifat nomor 5)

7) ${}^{a^m}\log x^n = \dfrac{n}{m} .{}^{a}\log x$

Bukti: ${}^{a^m}\log x^n = \dfrac{\log x^n}{\log a^m}$ (Sifat nomor 5)

$= \dfrac{n.\log x}{m.\log a}$ (Sifat nomor 3)

$= \frac{n}{m} . \frac{\log x}{\log a}$ (Sifat perkalian pecahan)

$= \frac{n}{m} . {}^{a}\log x$ (Sifat nomor 5)

8) $a^{{}^{a}\log x} = x$

Bukti : Misal ${}^{a}\log x = y$

${}^{a}\log x = y \Leftrightarrow a^{y} = x$ (menurut definisi logaritma)

$\Leftrightarrow a^{{}^{a}\log x} = x$ (y disubstitusi dengan ${}^{a}\log x$)

9) ${}^{a}\log x = \frac{{}^{p}\log x}{{}^{p}\log a}$

Bukti : Bukti dibalik dari kanan ke kiri, Misalkan $\frac{{}^{p}\log x}{{}^{p}\log a} = y$

$\Leftrightarrow {}^{p}\log x = y . {}^{p}\log a$ (bentuk pembagian diubah menjadi perkalian)

$\Leftrightarrow$ $x = p^{(y . {}^{p}\log a)}$ (definisi logaritma)

$\Leftrightarrow$ $x = p^{({}^{p}\log a)(y)}$ (sifat komutatif perkalian)

$\Leftrightarrow$ $x = (p^{{}^{p}\log a})^{y}$ (Sifat perpangkatan)

$\Leftrightarrow$ $x = a^{y}$ (menurut sifat 6)

$\Leftrightarrow$ $y = {}^{a}\log x$ (menurut definisi logaritma)

$$\Leftrightarrow \frac{{}^{p}\log x}{{}^{p}\log a} = {}^{a}\log x \quad \text{(dari pemisalan)}$$

10) ${}^{a}\log 1 = 0$

Bukti: Misal ${}^{a}\log 1 = y$

Menurut definisi logaritma menjadi $a^{y} = 1$. Maka bilangan yang memenuhi

persamaan tersebut adalah $y = 0$ sebab $a^{o} = 1$.

Sehingga ${}^{a}\log 1 = 0$

11) ${}^{a}\log x = {}^{a}\log y$ maka $x = y$

Bukti: Misal ${}^{a}\log x = p$ dan ${}^{a}\log y = q$

Dari ${}^{a}\log x = p$ maka $x = a^{p}$

Dari ${}^{a}\log y = q$ maka $y = a^{q}$

Karena ${}^{a}\log x = {}^{a}\log y$ maka $p = q$

Karena $p = q$ maka $a^{p} = a^{q}$

Karena $a^{p} = a^{q}$ maka $x = y$ (terbukti)

Rangkuman sifat-sifat logaritma:

1. ${}^{a}\log xy = {}^{a}\log x + {}^{a}\log y$	2. ${}^{a}\log x . {}^{x}\log y = {}^{a}\log y$
3. ${}^{a}\log \frac{x}{y} = {}^{a}\log x - {}^{a}\log y$	4. ${}^{a^m}\log x^n = \frac{n}{m} . {}^{a}\log x$
5. ${}^{a}\log x^{n} = n . {}^{a}\log x$	6. $a^{{}^{a}\log x} = x$

7. $^{a}\log x^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} \cdot {}^{a}\log x$.	8. $^{a}\log x = \frac{^{p}\log x}{^{p}\log a}$
9. $^{a}\log x = \frac{\log x}{\log a}$	10. $^{a}\log 1 = 0$
	11. Jika $^{a}\log x = {}^{a}\log y$ maka $x = y$

✍Ingatlah : **sifat logaritma** $^{a^m}\log x^n = \frac{n}{m} \cdot {}^{a}\log x$

Contoh soal dan pembahasan:

1. Hitunglah $^{2}\log 4 + {}^{2}\log 12 - {}^{2}\log 6$

   Jawab : $^{2}\log 4 + {}^{2}\log 12 - {}^{2}\log 6 = {}^{2}\log \frac{4 \times 12}{6} = 2\log 8 = 3$

2. Jika $\log 2 = 0{,}3010$; $\log 3 = 0{,}4771$, hitunglah log 15

   Jawab : $\log 15 = \log \frac{3 \times 10}{2}$

   $= \log 3 + \log 10 - \log 2$
   $= 0{,}4771 + 1 - 0{,}3010$
   $= 1{,}1761$

3. Tentukan nilai dari:a. $^{\sqrt{3}}\log 27$ b. $^{\sqrt{2}}\log \frac{1}{8}$ c. $^{\frac{1}{3}}\log 3\sqrt{3}$

Pembahasan:

a. $^{\sqrt{3}}\log 27 = {}^{3^{\frac{1}{2}}}\log 3^{3} = \frac{3}{\frac{1}{2}}\,{}^{3}\log 3 = 6$

b. $^{\sqrt{2}}\log\frac{1}{8} = {}^{2^{\frac{1}{2}}}\log\frac{1}{2^3} = {}^{2^{\frac{1}{2}}}\log 2^{-3} = \frac{-3}{\frac{1}{2}}.{}^2\log 2 = -6$

c. $^{\frac{1}{3}}\log 3\sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3\sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3 + {}^{3^{-1}}\log\sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3 + {}^{3^{-1}}\log 3^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{-1}\,{}^3\log 3 + \frac{\frac{1}{2}}{-1}\,{}^3\log 3 = -1 + (-\frac{1}{4}) = -1\frac{1}{4}$

Hitunglah:

a. $^{25}\log 125 + {}^5\log\frac{1}{5} + {}^4\log 2 = ...$ b. $^3\log 81 - {}^9\log 3 - {}^2\log\sqrt{2} = ...$

Pembahasan:

a. $^{25}\log 125 + {}^5\log\frac{1}{5} + {}^4\log 2 = {}^{5^2}\log 5^3 + {}^5\log 5^{-1} + {}^{2^2}\log 2$

$= \frac{3}{2} + (-1) + \frac{1}{2} = 0$

b. $^3\log 81 - {}^9\log 3 - {}^2\log\sqrt{2} = {}^3\log 3^4 + {}^{3^2}\log 3 + {}^2\log 2^{\frac{1}{2}}$

$= 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5$

4. Tentukan x pada persamaan logaritma berikut:

a. $^2\log(3x - 1) = 3$ b. $\log(\log x) = 1$

Pembahasan:

a. $^{2}log\ (3x - 1) = 3 \Leftrightarrow {}^{2}log\ (3x - 1) = {}^{2}log\ 2^{3} \Leftrightarrow {}^{2}log\ (3x - 1) = {}^{2}log\ 8$

$\Leftrightarrow (3x - 1) = 8 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$

b. $log(log\ x) = 1 \Leftrightarrow log(log\ x) = log\ 10 \Leftrightarrow log\ x = 10 \Leftrightarrow x = 10^{10}$

5. Sederhanakan

Jawab :

6. Tentukan nilai x jika

Jawab:

$2x = 8$ maka $x = 4$

7. Diketahui log 2 = 0,3010 log 3 = 0,4771, tentukan nilai dari log 180

Jawab: log 180 = log 18 x 10

= log 3^2 x 2 x 10 = 2 log 3 + log 2 + log 10

= 2 . 0,4771 + 0,3010 + 1 = 2, 2552

8. Hitung log 2 + log 4 + log 125

Jawab:

log 2 + log 4 + log 125 = log 2 x 4 x 125= log 1000= 3

9. Hitunglah $^{5}.\,^{4}.\,^{3}$

Jawab:

$^{5}.\,^{4}.\,^{3} = \,^{5}.\,^{3}.\,^{4}$

$= {}^{5}\log 3^{3}.\,{}^{3}\log 4^{3}.\,{}^{4}\log 5^{3}$

$= 3.3\,{}^{5}\log 5^{3} = 3.3.3 = 27$

c) Menggunakan Daftar Logaritma

Pada daftar logaritma disusun dengan bilangan pokok 10 yang biasanya tidakdituliskan bilangan pokoknya, misal : log 10 = 1; log 100 = 2 dan seterusnya. Sebelum mencari mantise (bagian desimal dari hasil pengambilan logaritma) maka perlu diketahui karakteristiknya dahulu.

Berikut ini ditunjukkan cara mencari logaritma suatu bilangan dengan menggunakan daftar:

Misalnya : log 4866 = ……

Bilangan 4866 berada diantara 1000 dan 10000 yaitu : $10^{3} < 4866 < 10^{4}$

didapat: $\log 10^{3} < \log 4866 < \log 10^{4}$

$\Leftrightarrow 3 < \log 4866 < 4$ berartimempunyai karakteristik 3 .

Untuk mencari mantise bilangan 4866 tertulis di dalam daftar log adalah 6872 Jadi log 4866 = 3,6872.

Terlihat sebagai berikut :

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
450										
.										
.										
486							6872			

Semua nilai log dari bilangan-bilangan seperti 0,04866; 4,866; 48,66; 486,6; 48660 mempunyai mantise yang sama yaitu 6872 (mantise dengan 4 desimal) yang berbeda hanya karakteristiknya, yaitu:

log 0,04866 , karakteristiknya –2 , sehingga log 0,04866 = 0,6872 - 2

log 4,866 , karakteristiknya 0 , sehingga log 4,866 = 0,6872

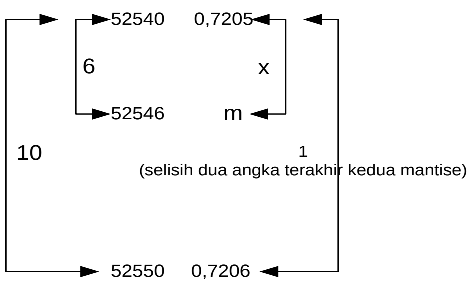
log 48,66 , karakteristiknya 1 , sehingga log 4,866 = 1,6872

dan seterusnya

Sekarang bagaimana bila bilangan yang dicari mantise logaritmanya tidak ada didalam daftar ?

Misalnya log 52546 yang matisenya m.

Dari daftar nampak bahwa log 52540 mantisenya adalah 0,7205 danlog 52550 mantisenya adalah 0,7206sehingga terdapat hubungan:



Nilai x = m – 0,7205. Kita lakukan penambahan sebanding:

$\frac{x}{1} = \frac{6}{10} \Rightarrow x = 0{,}6$, oleh karena nilai x ditentukan pada angka terakhir sehingga diperoleh: m = 0,7205 + 0,00006 = 0,72056 maka log 52546 = 4,72056.

Bagaimana mencari antilogaritmanya? Operasi penarikan antilogaritma suatu bilangan merupakan operasi invers dari operasi penarikan logaritma, dengan pengertian bahwa jika log N = a maka N disebut antilogaritma dari a

Contoh :

1) Carilah x , jika log x = 1,2041

Karena karakteristiknya 1 maka x adalah bilangan antara 10 dan 100. Kemudian carilah dalam daftar log untuk mencari tempat mantise 2041. Ternyata ada didalam kolom 0 pada N=16. Jadi x=16 sehingga log 16 = 1,2041

2) Carilah x, jika log x = 0,1399 – 2

Karakteristiknya adalah –2, berarti x bilangan 0,0……….

Mantise 1399 terdapat di dalam kolom 0 pada N = 138.

Jadi x = 138 dengan karakteristik –2 sama dengan 0,0138 atau

log 0,0138 = 0,1399 – 2

3) Dengan daftar logaritma hitunglah : $\frac{18{,}26 \text{ x } (4{,}16)^2}{\sqrt{145{,}5}}$

Jawab:

$$
\begin{aligned}
\log x &= \log 18{,}26 \text{ x } 2\log 4{,}16 - \frac{1}{2}\log 145{,}5 \\
&= 1{,}2615 + 2(0{,}6191) - \frac{1}{2}(2{,}1629) \\
&= 1{,}2615 + 1{,}2382 - 1{,}0825 \\
\log x &= 1{,}4184 \\
x &= 26{,}2
\end{aligned}
$$

4) Carilah x dari $^{x}\log 0{,}5 = -0{,}6572$

Jawab:

$$
\begin{aligned}
&^{x}\log 0{,}5 = -0{,}6572\\
&x^{-0{,}6572} = 0{,}5\\
&-0{,}6572 \log x = \log 0{,}5\\
&-\log x = \frac{0{,}6990 - 1}{-0{,}6572} = \frac{-0{,}3010}{-0{,}6572}\\
&\log x = 0{,}4580\\
&\quad x = 2{,}872
\end{aligned}
$$

Ingatlah : Logaritma natural yang dinotasikan sebagai **ln** adalah logaritma dengan basis *e*, yaitu sebuah konstanta yang disebut sebagai konstanta Euler. Besarnya konstanta Euler.*(e* = 2.718281828459..) Bedanya logaritma natural dengan logaritma yang dinotasikan dengan **log** adalah basis dari logarima natural adalah *e*. Sedangkan logaritma yang dinotasikan dengan **log** adalah logaritma dengan basis 10. Pada penulisannya **ln***a* berarti ^{e}**log***a*, sedangkan **log***a* berarti ^{10}**log***a*.

d) Persamaan Logaritma

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma perlu diperhatikan syarat-syarat dari bentuk $^{a}\log b = c$ yaitu: a sebagai bilangan pokok harus dipenuhi, a > 0 dan a ≠1, sedangkan bsebagai bilangan yang ditarik logaritmanya harus dipenuhi b > 0. Perlu diketahui bahwa $\log\log x$ berbeda dengan $\log^{2} x$ karena $\log\log x = \log(\log x)$ sedangkan $\log^{2} x = (\log x)(\log x)$

Contoh:

Tentukan penyelesaian dari : $\log(x-2) + \log(x-1) = \log 6$

Jawab:

Syarat yang harus dipenuhi adalah :

i) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ ii) $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

Dari syarat i) dan ii) maka syaratnya cukup x > 2

Maka : $\log (x-2) + \log (x-1) = \log 6$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \log (x-2)(x-1) = \log 6 \\
&\Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 6 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 6 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x-4)(x+1) = 0 \\
&\Rightarrow x = 4 \text{ atau } x = -1
\end{aligned}$$

Karena syarat yang harus dipenuhi x> 2 maka himpunan penyelesainnya = {4}

Cobalah Anda selesaikan soal-soal persamaan logaritma pada lembar kerjanya.

✍Ingatlah: Untuk persamaan logaritma bentuk ${}^{a}\log f(x) = {}^{b}\log f(x)$ karena basis kedua ruas berbeda, agar nilai kedua ruas bisa sama maka kedua ruas harus bernilai nol. Berdasarkan sifat, ${}^{g}\log 1 = 0$,kedua ruas akan bernilai nol jika numerusnya sama dengan 1, yaitu f(x)=1.

$$\Rightarrow {}^{a}\log f(x) = {}^{b}\log f(x) \quad \Rightarrow {}^{a}\log 1 = {}^{b}\log 1 \quad \Rightarrow 0 = 0$$

Contoh Soal dan Pembahasan

1. Mengubah bentuk perpangkatan ke dalam bentuk logaritma

a. $5^2 = 25 \Leftrightarrow 2 = {}^{5}\log 25$ f. $10^{-1} = 0{,}1 \Leftrightarrow -1 = {}^{10}\log 0{,}1$

b. $a^b = c \Leftrightarrow b = {}^{a}\log c$

c. $2^7 = 128 \Leftrightarrow 7 = {}^2\log 128$

d. $20^0 = 1 \Leftrightarrow 0 = {}^{20}\log 1$

e. $4^1 = 4 \Leftrightarrow 1 = {}^4\log 4$

g. $100^{\frac{1}{2}} = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2} = {}^{100}\log 10$

h. $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} = {}^{16}\log \frac{1}{8}$

i. $6^{\frac{3}{2}} = 6\sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = {}^6\log 6\sqrt{6}$

2. Mengubah bentuk logaritma ke dalam bentuk pangkat

a. ${}^6\log 36 = 2 \Leftrightarrow 6^2 = 36$

b. ${}^3\log 81 = 4 \Leftrightarrow 3^4 = 81$

c. ${}^{10}\log 100 = 2 \Leftrightarrow 10^2 = 100$

d. ${}^5\log 1 = 0 \Leftrightarrow 5^0 = 1$

e. ${}^{10}\log 0,01 = -2 \Leftrightarrow 10^{-2} = 0,01$

f. ${}^3\log \frac{1}{9} = -2 \Leftrightarrow 3^{-2} = \frac{1}{9}$

g. ${}^p\log q = r \Leftrightarrow p^r = q$

3. Menentukan nilai x

$a.\ {}^4\log x = 3 \Leftrightarrow 4^3 = x$
$\Leftrightarrow x = 64$

$b.\ {}^5\log x = 1 \Leftrightarrow 5^1 = x \Leftrightarrow x = 5$

$c.\ {}^4\log x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4^{\frac{1}{2}} = x \Leftrightarrow x = 2$

$d.\ {}^x\log 32 = 5 \Leftrightarrow x^5 = 32 \Leftrightarrow x = 2$

4. Menghitung nilai logaritma

a. $^4\log 64 \Leftrightarrow {}^4\log 4^3 \Leftrightarrow 3.{}^4\log 4 = 3$

b. $^3\log 81 \Leftrightarrow {}^3\log 3^4 \Leftrightarrow 4.{}^3\log 3 = 4$

c. $^2\log \frac{1}{32} \Leftrightarrow {}^2\log 2^{-5} \Leftrightarrow -5.{}^2\log 2 = -5$

d. $^{\sqrt{5}}\log \frac{1}{5} \Leftrightarrow {}^{5^{\frac{1}{2}}}\log 5^{-1} \Leftrightarrow \dfrac{\log 5^{-1}}{\log 5^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow \dfrac{-1}{\frac{1}{2}}\dfrac{\log 5}{\log 5} = -2$

e. $^5\log 5\sqrt{5} \Leftrightarrow {}^5\log 5.5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow {}^5\log 5^{1+\frac{1}{2}} \Leftrightarrow {}^5\log 5^{\frac{3}{2}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}.{}^5\log 5 = \dfrac{3}{2}$

5. Tentukan nilai x yang memenuhi : $^3\log 2x = {}^5\log 2x$

Jawab:

$$\left.\begin{aligned} &^3\log 2x = {}^5\log 2x \\ &\Rightarrow 2x = 1 \\ &\Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah{0,5}

6. Tentukan nilai x yang memenuhi $^4\log(x^2 + 2x - 14) = {}^7\log(x^2 + 2x - 4)$

Jawab:

$$\begin{aligned} &^4\log(x^2 + 2x - 14) = {}^7\log(x^2 + 2x - 14) \\ &\Rightarrow (x^2 + 2x - 14) = 1 \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 14 - 1) = 0 \\ &\Rightarrow (x^2 + 2x - 15) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 5) = 0 \\ &\Rightarrow (x - 3) = 0 \text{ atau } (x + 5) = 0 \\ &\Rightarrow x = 3 \text{ atau } x = -5 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {3,-5}

7. Tentukan nilai x yang memenuhi : ${}^{6}\log 6x^2 - {}^{6}\log 2x = {}^{13}\log 6x^2 - {}^{13}\log 2x$

$${}^{6}\log 6x^2 - {}^{6}\log 2x = {}^{13}\log 6x^2 - {}^{13}\log 2x$$

$$\Rightarrow {}^{6}\log\frac{6x^2}{2x} = {}^{13}\log\frac{6x^2}{2x} \Leftrightarrow {}^{6}\log 3x = {}^{13}\log 3x = 1$$

$$\Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{\frac{1}{3}\}$

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Pengantar

Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Bilangan, Pengukuran, dan Aproksimasi kesalahan. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah:

a. Sejarah Bilangan dan macam-macam bilangan, pada bagian ini Anda akan belajar tentang sejarah bilangan dan konsep bilangan

b. Operasi pada Bilangan Riil, pada bagian ini Anda akan belajar tentang operasi penjumlahan, pengurangan perkalian dan pembangian pada bilangan riil.

c. Bilangan Berpangkat, pada bagian ini dibahas tentang konsep bilangan berpangkat, pangkat nol, bulat negatif, pangkat rasional dan sifat-sifat operasi pada bilangan berpangkat.

d. Bentuk Akar, pada bagian ini dibahas tentang konsep akar, sifat-sifat bentuk akar dan operasi bentuk pada bilangan bentuk akar.

e. Logaritma, topik ini merupakan kelanjutan dari bentuk bilangan berpangkat. Di dalamnya dibahas tentang konsep dan pengertian logaritma, sifat-sifat logaritma, menggunakan daftar logaritma dan persamaan logaritma.

2. Aktifitas

Aktivitas pembelajaran yang dilakukan untuk mempelajari modul ini adalah sebagai berikut:

Aktivitas 0: Membaca dan mengidentifikasi Isi materi (Mengamati)

Mengawali proses pembelajaran, diskusikan bersama rekan guru untuk mengidentifikasi hal-hal berikut:

1. Ada berapa aktivitas yang harus Anda ikuti dalam mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan topik-topik untuk masing-masing aktivitas.

2. Kompetensi apa yang diharapkan tercapai setelah mempelajari bahan belajar ini? Sebutkan!

3. Anda saat ini mengikuti pelatihan dengan pola tatap muka. Apa saja yang harus Anda lakukan saat tatap muka?

Lembar Kerja 0.0 Mengindentifikasi isi

Bacalah materi tentang bilangan, operasi bilangan, logaritma, dan eksponensial yang terdapat dalam modul ini, kemudian catatlah hal-hal yang belum Anda pahami dari hasil membaca tersebut.

Catatan :

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di atas dengan menggunakan LK 00.

Aktivitas 1: Memahami Konsep Bilangan

Dari hasil membaca materi pada kegiatan sebelumnya buatlah catatan-catatan penting yang berkaitan dengan konsep bilangan, operasi bilangan, logaritma dan eksponensial. Diskusikan dengan teman kelompok, kemudian selesaikankanlah secara mandiri pertanyaan dibawah ini:

1. Anda diminta membuat kronologis sejarah terciptanya bilangan yang kita kenal sekarang.

2. Anda diminta melengkapi Tabel yang mennjukan hubungan antara sifat operasi dengan macam sistem bilangan. Berilah tanda √ artinya berlaku dan x artinya tidak

Sifat-sifat sistem	Bilangan Asli	Bilangan Bulat	Bilangan Rasional	Bilangan Riil
(+) dan (x) tertutup				√
(-) tertutup				√
(:) tertutup (pembagi ≠0)				√
(+) dan (x) komutatif				√
(+) dan (x) assosiatif				√
Distributif (x) terhadap (+) (x) terhadap (-)				√
Unsur satuan (+)				√
Unsur satuan (x)				√
Invers (+)				√
Invers (x)		X		√

Lembar Kerja 1: Memahami Konsep Bilangan

1. Buatlah kronologis sejarah terciptanya bilangan yang kita kenal sekarang.
2. Buatlah urutan waktu pertama kali dalam sejarahnya bilang itu ditemukan!
3. Carilah informasi di internet, kebudayaan manakah yang pertama kali mengenal bilangan?

Aktivitas 2: Mengenal sejarah Bilangan

Bacalah materi pada modul ini, kemudian buatlah diagram keterkaitan macam-macam bilangan yang Anda ketahui

1. Anda diminta membuat urutan ditemukannya bilangan
2. Anda diminta mencari informasi di internet berkaitan dengan ditemukannya bilangan

Lembar Kerja 2:

1. Buatlah urutan waktu pertama kali dalam sejarahnya bilangan itu ditemukan!
2. Carilah informasi di internet, kebudayaan manakah yang pertama kali mengenal bilangan?

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Buatlah diagram macam-macam bilangan yang menggambarkan keterkaitan setiap bilangan.

Aktivitas 3: Melatih Konsep Bilangan prima

Pada aktivitas ini Anda diminta untuk mengerjakan soal-soal permasalahan yang berkaitan dengan konsep bilangan yaitu bilangan prima dan mengumpulkan informasi tentang aplikasinya.

1. Anda diminta menentukan langkah-langkah menemukansemua bilangan prima di bawah 30 dengan metode Saringan Erasthotenes?

2. Anda diminta menganalisis permasalahan-permsalahan yang berkaitan dengan bilangan riil.

Lembar Kerja 3.1: Bilangan Prima

1. Buatlah penjelasan singkat mengenai perkembangan teori bilangan yang merupakan hasil karya Erathosthenes,
2. Coba Anda berlatih dengan contoh bilangan, dengan cara yang dilakukan Erathosthenes, dalam menentukan bilangan prima pada sekumpulan bilangan.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 3.2: Bilangan Prima

1. Seorang peneliti di sebuah lembaga penelitian sedang mengamati pertumbuhan suatu bakteri di sebuah laboratorium mikrobiologi. Pada kultur bakteri tertentu, satu bakteri membelah menjadi r bakteri setiap jam. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa jumlah bakteri pada akhir 3 jam adalah 10.000 bakteri dan setelah 2 jam kemudian, jumlah bakteri tersebut menjadi 40.000 bakteri. Peneliti tersebut ingin mengetahui banyak bakteri sebagai hasil pembelahan dan mencari tahu banyak bakteri dalam pada akhir 8 jam.
2. Suatu zat yang disuntikkan ke dalam tubuh manusia akan dikeluarkan dari darah melalui ginjal. Setiap 1 jam separuh zat itu dikeluarkan oleh ginjal. Bila 100 mg zat itu disuntikkan ke tubuh manusia, berapa miligram zat itu tersisa dalam darah setelah: 1) 1 jam? 2) 2 jam? 3) 3 jam? 4) Buatlah model matematika pengurangan zat tersebut dari tubuh melalui ginjal! 5) Gambar pasangan titik (waktu, jumlah zat) pada koordinat kartesius untuk 8 jam pengamatan.
3. Carilah informasi berkenaan dengan aplikasi konsep Bilangan operasi bilangan, logaritma, dan eksponensial pada bidang-bidang kejuruan. Informasi bisa berupa pernyataan materi ataupun soal analogi yang bisa kita gunakan untuk menjawab persoalan pada aktivitas 2.

Lembar Kerja 3.3

1. Buatlah diagram venn yang menggambarkan irisan dan gabuangan dari setiap jenis bilangan.
2. Diskusikan dengan teman Anda berkaitan dengan operasi hitung untuk setiap himpunan bilangan yang anda buat.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 4 : Menganalisis keterkaitan macam-macam bilangan

Pada aktifitas ini Anda diminta menganalisis keterkaitan macam-macam bilangan. Kerjakankalah pada lembar kerja yang disediakan.

1. Anda diminta menentukan operasi sistem bilangan.
2. Anda diminta berdiskusi tentang operasi hitung pada bilangan bulat.
3. Anda diminta memahami bilangan komposit
4. Anda diminta menemukan bilangan prima kembar

Lembar Kerja 4.1: Keterkaitan Bilangan dan Operasi Hitung

1. Sistem bilangan Biner
   a. Tentukan $10110_2 + 10110_2 = \cdots$. b. Tentukan $10110_2 : 101_2 = \cdots$
2. Sistem bilangan Okta
   a. Tentukan $325_8 \times 46_8 = \cdots$ b. Tentukan $135_8 : 23_8 = \cdots$
3. Sistem bilangan Hexadesimal
   a. Tentukan $4A00_{16} - F0A_{16} = \cdots$
   b. . Tentukan $2677_{16} : C_{16} = \cdots$

Lembar Kerja 4.2: Bilangan prima dan komposit

1. Apa kaitan bilangan prima dengan bilangan komposit?
2. Dapatkah Anda mendapatkan bilangan prima dari 1 sampai dengan 500? Amati hasil yang Anda peroleh, adakah hal-hal yang menakjubkan menurut Anda tentang bilangan prima?

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 5: Memahami konsep Bilangan Irrasional

Kegiatan kali ini Anda diminta untuk memahmi konsep bilangan irrasional. Lakukan kegiatan ini dengan diskusi dalam kelompok dan presentasikan, serta mintalah masukan dari teman-teman Anda kemudian dari hasil masukan tersebut lakukan perbaikan terhadap soal dan jawaban yang telah dibuat sebelumnya.

1. Anda diminta memberikan contoh-contoh himpuan bilangan yang Anda kenal

2. Anda diminta untuk berdiskusi mengenai bilangan Irrasional π dan **e.**

3. Anda diminta untuk mendiskusi keberadaan bilangan irrasional.

Lembar Kerja 5.1: Bilangan Irrasional

1. Buatlah diagram yang menghubungkan jenis bilangan yang anda kenal, dan berikan contoh bilangannya
2. Apa pendapat Anda mengenai bilangan π dan **e**. Coba diskusikan dengan temanmu tentang kedua bilangan tersebut.
3. Bagaimana bila bilangan itu tidak pernah ada.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 5.2: Rangkuman

1. Buatlah rangkuman yang berkaitan dengan sifat-sifat operasi pada bilangan. Buatlah diagram yang menghubungkan jenis bilangan yang anda kenal
2. Berikan contoh soal untuk setiap sifat-sifatnya

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lakukan presentasi di depan kelas dan mintalah masukan dari teman-teman Anda kemudian dari hasil masukan tersebut lakukan perbaikan terhadap jawaban yang telah dibuat sebelumnya

Aktivitas 6 : Bilangan Rasional

Pada kegiatan kali ini Anda diminta untuk melakukan latihan mengerjakan soal-soal dan permasalahan yang berkaitan dengan bilangan rasional.

1. Anda diminta mengubah bilangan desimal kedalam bentuk pecahan

2. Anda diminta membedakan perbandingan senilai dengan perbandingan berbalik nilai.

Lembar Kerja 6.1: Bilangan Rasional

1. Ubahlah bilang desimal ini kedalam bentuk pecahan: 0,123456789123456789........
2. Buatlah penjelasan sederhana menurut Anda perbedaan perbandingan senilai dengan perbandingan berbalik nilai!

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Masih ingat dengan cerita Tetua yang membantu menyelesaikan pembagian harta peninggalan untuk tiga orang anaknya? Coba telaah kembali dan Kerjakan lembar kerjanya. Dapatkah Anda membuat hal yang serupa dengan permasalahan tersebut?

Lembar Kerja 6.2: Bilangan Pecahan

1. Penjelasan apa yang bisa Anda sampaikan berkaitan dengan cerita diatas?
2. Buatlah bentuk cerita seperti diatas dengan bilangan berupa sejumlah uang yang dibagikan kepada tiga orang.
3. Dapatkah Anda membuat hal serupa untuk bilangan pecahan yang lainnya.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 6.3: Bilangan Phi (π)

1. Menemukan bilangan Phi (π), Buatlah tabel dengan tiga kolom. Kolom pertama isi dengan keliling lingkaran, kolom kedua dengan diameter (Anda bisa juga mengukur jari-jari lingkarannya) dan kolom ketiga berisi perbandingan antara keliling dan diameter. Apa yang kamu temukan?

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Coba perhatikan Lembar Kerja berikut :

Lembar Kerja 6.4: Mencari Rasional Lain

- Mungkinkah akan ada bilangan-bilangan lain yang akan memperkaya bilangan dalam matematika seperti halnya bilangan π, e dan bilangan yang lainnya.
- Mungkinkah Anda yang akan bilangan baru "x" di kemudian hari dan menjadi bagian dari matematika?
- Tidak ada kata terlambat! Cobalah mulai memikirkannya!

Aktivitas 7 : Bilangan Berpangkat

Pada kegiatan kali ini Anda diminta untuk melakukan latihan mengerjakan soal-soal dan permasalahan yang berkaitan dengan bilangan berpangkat.

1. Anda diminta menentukan nilai suatu bilangan berpangkat.
2. Anda diminta menentukan nilai x dari persamaan bilangan berpangkat

Lembar Kerja 7.1: Bilangan pangkat

Tentukan Nilai P:

1. $P = 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}$; $a = 25$; $b = 81$
2. $P = 2a^{-\frac{1}{2}}b^{2}$; $a = 256$; $b = 4$
3. $P = \dfrac{16}{a^{\frac{3}{4}}b^{2}}$; $a = 16$; $b = 6$
4. $P = \dfrac{a^{2}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{4}}}$; $a = 4$; $b = 16$
5. $P = \dfrac{\sqrt[4]{a^{3}}}{\sqrt[3]{b^{2}}}$; $a = 81$; $b = 125$

Lembar Kerja 7.2: Persamaan Bilangan berpangkat

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan eksponen dibawah ini:

1. $4^{x+2} = \left(\dfrac{1}{16}\right)^{x+2}$
2. $\sqrt[3]{2^{x}} = 8^{x-2}$
3. $\sqrt{3^{x-2}} = \sqrt[3]{3^{x+3}}$
4. $4^{x+3} = \sqrt[4]{2^{x+2}}$
5. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1} = \left(\dfrac{1}{32}\right)^{x-1}$
6. $16^{x+3} = \sqrt[4]{64^{x+4}}$

(*Petunjuk pelajarilah contoh-contohnya)*

Aktivitas 8 : Bilangan Akar dan Logaritma

Pada kegiatan kali ini Anda diminta untuk melakukan latihan mengerjakan soal-soal dan permasalahan yang berkaitan dengan bilangan akar.

1. Anda diminta menentukan jumlah bilangan akar.
2. Anda diminta menentukan nilai x dari persamaan logaritma
3. Anda diminta menghitung nilai logaritma suatu bilangan

Lembar Kerja 8.1: Bilangan Akar

Tentukanlah Nilai dari :

1. $2\sqrt{28} + 3\sqrt{63} + 5\sqrt{112} = \ldots$
2. $8\sqrt{50} - \sqrt{18} - 3\sqrt{32} = \ldots$

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 8.2: Bilangan Akar

Selesaikan soal dibawah ini:

1. $\dfrac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \ldots$
2. $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \ldots$

(*Petunjuk: diskusikan jawaban Anda dengan teman))*

Lembar Kerja 8.3: Logaritma

Tentukanlah nilai x yang memenuhi:

1. ${}^{4}\log x = 3$
2. ${}^{4}\log x = \frac{1}{2}$
3. ${}^{3}\log \sqrt{3} = x$
4. ${}^{3}\log \left(\frac{1}{9}\right) = x$
5. ${}^{\sqrt{2}}\log \sqrt{8} = x$

(*Petunjuk lakukan dengan cara diskusi)*

Lembar Kerja 8.4: Logaritma

Menghitung Nilai Logaritma:

1. ${}^{4}\log 64 = \ldots$
2. ${}^{3}\log 81 = \ldots$
3. ${}^{10}\log 10.000 = \ldots$
4. ${}^{5}\log 5\sqrt{5} = \ldots$
5. ${}^{2}\log 4\sqrt{2} = \ldots$
6. ${}^{2}\log \frac{1}{32} = \ldots$
7. ${}^{125}\log 25 = \ldots$
8. ${}^{\sqrt{5}}\log \frac{1}{5} =$

(*Petunjuk: Coba diskusikan jawaban yang Anda buat)*

Lembar Kerja 8.5: Logaritma

Jika $^{8}\log 5 = p$, tentukan nilai logaritma berikut!

1. $^{4}\log \frac{1}{5}$
2. $^{64}\log 125 = \ldots$
3. $^{2}\log \sqrt{5} = \ldots$
4. $^{512}\log \sqrt[3]{5} = \ldots$

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 8.9

Tentukanlah nilai x yang memenuhi :

1. $^{4}\log x = 3$
2. $^{4}\log x = \frac{1}{2}$
3. $^{3}\log \sqrt{3} = x$
4. $^{3}\log \left(\dfrac{1}{9}\right) = x$
5. $^{\sqrt{2}}\log \sqrt{8} = x$

(*Petunjuk lakukan dengan cara diskusi)*

Lembar Kerja 8.10

Menghitung Nilai Logaritma:

1. ${}^{4}\log 64 = \ldots$
2. ${}^{3}\log 81 = \ldots$
3. ${}^{10}\log 10.000 = \ldots$
4. ${}^{5}\log 5\sqrt{5} = \ldots$
5. ${}^{2}\log 4\sqrt{2} = \ldots$
6. ${}^{2}\log \frac{1}{32} = \ldots$
7. ${}^{125}\log 25 = \ldots$
8. ${}^{\sqrt{5}}\log \frac{1}{5} =$

(*Petunjuk: Coba diskusikan jawaban yang Anda buat)*

Lembar Kerja 8.11

Jika ${}^{8}\log 5 = p$, tentukan nilai logaritma berikut!

1. ${}^{4}\log \frac{1}{5}$
2. ${}^{64}\log 125 = \ldots$
3. ${}^{2}\log \sqrt{5} = \ldots$
4. ${}^{512}\log \sqrt[3]{5} = \ldots$

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 9 : Persamaan Loogaritma

Setelah melatih dengan mengerjakan soal-soal logaritma, pada kegiatan kali ini Anda diminta untuk mempelajari persamaan logaritma sederhana.

1. Anda diminta untuk menyelesaikan soal-soal persamaan logaritma.
2. Anda diminta untuk menyelesaikan soal-soal aplikasi logaritma.

Lembar Kerja 8.12

Jika ${}^{4}\log 3 = p,\ {}^{9}\log 8 = q$, maka

a. ${}^{4}\log 18 =$

b. ${}^{2}\log\sqrt{3} + {}^{\sqrt{3}}\log 64 =$

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 9.1

1. Tentukan nilai a yang memenuhi persamaan dibawah ini:
   a. ${}^{2}\log 2a = {}^{2}\log(a+4)$
   b. ${}^{3}\log(3a-7) = {}^{3}\log(a+1)$
2. Hitunglah:
   a. ${}^{9}\log 64 \times {}^{25}\log 27 \times {}^{16}\log 25$
   b. ${}^{3}\log 16 \times \left({}^{4}\log 9 + {}^{4}\log 3\right) =$
3. Tentukan nilai x yang memenuhi ${}^{2}\log^{2} x + 5.{}^{2}\log x + 6 = 0$

Lembar Kerja 9.2

1. Kerja suatu motor (w) dirumuskan dengan w = ln V_2 - ln V_1. Diketahui V_1= 0,01, V_2= 0,5 dan log 5 = 06989. Tentukan besarnya kerja motor tersebut!
2. Diberikan rumus. Diketahui V_0 = 100 Volt, k = 0,0075, t =3,5 detik dan log e 0,434. Tentukan nilai Log V yang memenuhi persamaan tersebut!

$V = V_0 \,.\, e^{-kt}$

Aktivitas 10 : Logaritma Natural

Setelah melatih dengan mengerjakan soal-soal logaritma, pada kegiatan kali ini Anda diminta untuk mempelajari logaritma natural.

1. Anda diminta untuk mencari informasi sejarah logaritma.
2. Anda diminta mengenal matematikawan John Napier.
3. Anda diminta menyelesaikan perkalian dengan menggunakan Batang Napier.

Lembar Kerja 10.1: Logaritma Natural

Coba carilah informasi yang berkaitan dengan sejarah logaritma, jawablah pertanyaan dibawah ini:

1. Siapakah John Napier?
2. Bagaimanakah konsep Logaritma yang dikemukakan John Napier?
3. Coba selesaikan perkalian 46785399 x 7 dengan menggunakan Batang Napier?
4. Apakah yang dimaksud bilangan e, ceritakan bagaimana ditemukannya bilangan e?
5. Coba presentasikan hasil pekerjaan Anda?

(*Petunjuk lakukan pencarian di internet dan diskusikan dengan teman))*

Cobalah perhatikan halaman ini. Apa yang pendapat Anda dan apakah Anda bisa menemukan sama halnya dengan lembar ini.

1. Perhatikan!

$$\begin{aligned}
2{,}002 \cdot 4 &= 8{,}008\\
2{,}002 \cdot 37 &= 74{,}074\\
2{,}002 \cdot 98 &= 196{,}196\\
2{,}002 \cdot 123 &= 246{,}246\\
2{,}002 \cdot 444 &= 888{,}888\\
2{,}002 \cdot 555 &= 1{,}111{,}110
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
142{,}857 \cdot 2 &= 285{,}714\\
142{,}857 \cdot 3 &= 428{,}571\\
142{,}857 \cdot 4 &= 571{,}428\\
142{,}857 \cdot 5 &= 714{,}285\\
142{,}857 \cdot 6 &= 857{,}142
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
76{,}923 \cdot 1 &= 076{,}923\\
76{,}923 \cdot 10 &= 769{,}230\\
76{,}923 \cdot 9 &= 692{,}307\\
76{,}923 \cdot 12 &= 923{,}076\\
76{,}923 \cdot 3 &= 230{,}769\\
76{,}923 \cdot 4 &= 307{,}692
\end{aligned}$$

$$142{,}857 \cdot 7 = 999{,}999.$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot 1 &= 1\\
11 \cdot 11 &= 121\\
111 \cdot 111 &= 12{,}321\\
1{,}111 \cdot 1{,}111 &= 1{,}234{,}321\\
11{,}111 \cdot 11{,}111 &= 123{,}454{,}321\\
111{,}111 \cdot 111{,}111 &= 12{,}345{,}654{,}321\\
1{,}111{,}111 \cdot 1{,}111{,}111 &= 1{,}234{,}567{,}654{,}321\\
11{,}111{,}111 \cdot 11{,}111{,}111 &= 123{,}456{,}787{,}654{,}321\\
111{,}111{,}111 \cdot 111{,}111{,}111 &= 12{,}345{,}678{,}987{,}654{,}321
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot 8 + 1 &= 9\\
12 \cdot 8 + 2 &= 98\\
123 \cdot 8 + 3 &= 987\\
1{,}234 \cdot 8 + 4 &= 9{,}876\\
12{,}345 \cdot 8 + 5 &= 98{,}765\\
123{,}456 \cdot 8 + 6 &= 987{,}654\\
1{,}234{,}567 \cdot 8 + 7 &= 9{,}876{,}543\\
12{,}345{,}678 \cdot 8 + 8 &= 98{,}765{,}432\\
123{,}456{,}789 \cdot 8 + 9 &= 987{,}654{,}321
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12345679 \cdot 9 &= 111{,}111{,}111\\
12345679 \cdot 18 &= 222{,}222{,}222\\
12345679 \cdot 27 &= 333{,}333{,}333\\
12345679 \cdot 36 &= 444{,}444{,}444\\
12345679 \cdot 45 &= 555{,}555{,}555\\
12345679 \cdot 54 &= 666{,}666{,}666\\
12345679 \cdot 63 &= 777{,}777{,}777\\
12345679 \cdot 72 &= 888{,}888{,}888\\
12345679 \cdot 81 &= 999{,}999{,}999
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12345679 \cdot 9 &= 111{,}111{,}111\\
12345679 \cdot 18 &= 222{,}222{,}222\\
12345679 \cdot 27 &= 333{,}333{,}333\\
12345679 \cdot 36 &= 444{,}444{,}444\\
12345679 \cdot 45 &= 555{,}555{,}555\\
12345679 \cdot 54 &= 666{,}666{,}666\\
12345679 \cdot 63 &= 777{,}777{,}777\\
12345679 \cdot 72 &= 888{,}888{,}888\\
12345679 \cdot 81 &= 999{,}999{,}999
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
987654321 \cdot 9 &= 08\ 888\ 888\ 889\\
987654321 \cdot 18 &= 17\ 777\ 777\ 778\\
987654321 \cdot 27 &= 26\ 666\ 666\ 667\\
987654321 \cdot 36 &= 35\ 555\ 555\ 556\\
987654321 \cdot 45 &= 44\ 444\ 444\ 445\\
987654321 \cdot 54 &= 53\ 333\ 333\ 334\\
987654321 \cdot 63 &= 62\ 222\ 222\ 223\\
987654321 \cdot 72 &= 71\ 111\ 111\ 112\\
987654321 \cdot 81 &= 80\ 000\ 000\ 001
\end{aligned}$$

Menakjubkan bukan? Sekecil Apapun tentunya akan berguna

(*Sumber "Math Wonder to Inspire Teacher and student"*)

E. Rangkuman

- Bilangan muncul merupakan sebagai pengetahuan praktis untuk kebutuhan hidup.

- Macam-macam Bilangan: Bilangan Asli (*Natural),* Bilangan Genap, Bilangan Ganjil, Bilangan Prima, Bilangan Komposit, Bilangan Cacah, Bilangan Bulat, Bilangan Pecahan, Bilangan Rasional, Bilangan Irasional, Bilangan Riil, Bilangan Khayal, Bilangan Kompleks

- Operasi Bilangan Riil: Sifat ketertutupan dan ketunggalan, Sifat komutatif (pertukaran), Sifat assosiatif (pengelompokan), Sifat distributif (penyebaran), Adanya unsur identitas (satuan), adanya negatif atau invers terhadap penjumlahan dan adanya kebalikan atau invers terhadap perkalian

- Ingatlah : Bilangan Biner adalah sistem bilangan berbasis 2 terdiri dari angka 0 dan 1

- Ingatlah : Bilangan Octa adalah sistem bilangan berbasis 8 terdiri dari angka 0 sampai 7

- Ingatlah : Bilangan Hexadesimal adalah sistem bilangan berbasis 16 terdiri dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), dan F(15)

- Operasi hitung dalam matematka: Penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian

- Membandingkan dua benda artinya membandingkan ukuran kedua benda itu.

- Bilangan pecahan: Pecahan biasa, campuran, dan persen

- Perbandingan dikatakan senilai jika salah satu ukuran bertambah dengan m kali maka ukuran yang lain juga bertambah m kali.

Perbandingan senilai, jika: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

- Perbandingan dikatakan berbalik nilai i jika salah satu ukuran bertambah dengan m kali maka ukuran yang lain juga bertambah 1/m kali.

Perbandingan berbalik nilai jika: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

- Bilangan Berpangkat (Eksponen), sifat-sifat operasi bilangan berpangkat:

1. $a^m . a^n = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $(a^p)^q = a^{pq}$
4. $(a.b)^p = a^p . b^p$
5. $\left[\frac{a}{b}\right]^p = \frac{a^p}{b^p}$
6. $a^0 = 1$
7. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

- Bentuk Akar

Operasi pada bilangan bentuk akar:

1. $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dan $a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a-c)\sqrt{b}$
2. $\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $a\sqrt{b} . c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$; $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
3. $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
4. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

✍ Logaritma:

$^{a}\log b = c \Leftrightarrow a^{c} = b$, dimana *a, b, c*∈ Riil dan *a*> 0, *a*≠ 1, *b*> 0

Sifat-sifat logaritma:

1. $^{a}\log xy = {}^{a}\log x + {}^{a}\log y$
2. $^{a}\log \dfrac{x}{y} = {}^{a}\log x - {}^{a}\log y$
3. $^{a}\log x^{n} = n.{}^{a}\log x$
4. $^{a}\log x^{\frac{m}{n}} = \dfrac{m}{n}.{}^{a}\log x$
5. $^{a}\log x = \dfrac{\log x}{\log a}$
6. $^{a}\log x.{}^{x}\log y = {}^{a}\log y$
7. $^{a^{m}}\log x^{n} = \dfrac{n}{m}.{}^{a}\log x$
8. $a^{{}^{a}\log x} = x$
9. $^{a}\log x = \dfrac{{}^{p}\log x}{{}^{p}\log a}$
10. $^{a}\log 1 = 0$
11. $^{a}\log x = {}^{a}\log y$ maka $x = y$

F. Tes Formatif

Kerjakanlah soal-soal dibawah ini dengan cermat.

1. Yahya meminjam uang di koperasi sebesar Rp. 2.000.000,- dengan perjanjianbunga tunggal 10 % per tahun. Hitunglah besar bunga, apabila modal (uang) tersebut dibayar selama:

   a. 2 tahun. c. 15 hari.

   b. 3 bulan. d. 2 th, 3 bulan, 15 hari.

2. Tunjukkan bahwa 0, 356356356…………… adalah bilangan rasional!

3. Pada peta Jawa Timur tertera tertera skala 1: 6.000.000. Jarak kota Banyuwangi dan Surabaya pada peta adalah 5 cm. Berapakah jarak sesungguhnya antara kedua kota itu?

4. Tinggi pintu dan jendela rumah pada suatu maket berturut-turut 8 cm dan 4cm. Tinggi jendela sebenarnya 1 m. Berapakah tinggi pintu sebenarnya?

5. Ali membeli 2 mangkuk bakso, ia harus membayar Rp 6.000,00. Jika Aanmentraktir teman-temannya habis 8 mangkuk, berapa ia harus bayar?

6. Harga 2 buku tulis adalah Rp 3.000,00. Berapakah harga 3 buah buku tulis? Masalah di atas merupakan masalah senilai.

7. Seorang ayah akan membagikan sejumlah uang kepada tiga orang anaknya. Anak pertama memperoleh bagian, anak kedua bagian. Berapa bagian yang diperoleh anak ketiga?

8. Lisa membeli 2 buah apel dan Tini membeli 8 buah apel, harga seluruhnya Rp 12.000,00. Berapakah banyaknya uang yang harus dikeluarkan masing-masing oleh Lisa dan Tini?

9. Seorang pemborong dapat menyelesaikan pembangunan jembatan selama 64 hari dengan pekerja 48 orang. Berapa pekerjakah yang diperlukan bila pembangunan jembatan ingin dipercepat selesai menjadi 24 hari?

10. Tentukan nilai dari:

    a. ${}^{\sqrt{3}}\log 27$ b. ${}^{\sqrt{2}}\log \frac{1}{8}$ c. ${}^{\frac{1}{3}}\log 3\sqrt{3}$

11. Hitunglah:

    a. ${}^{25}\log 125 + {}^{5}\log\frac{1}{5} + {}^{4}\log 2 =$ b. ${}^{3}\log 81 - {}^{9}\log 3 - {}^{2}\log \sqrt{2} =$

12. Tentukan *x* pada persamaan logaritma berikut:

    a. ${}^{2}\log (3x - 1) = 3$ b. $\log(\log x) = 1$

13. Untuk mengecat dinding seluas 3 meter persegi seorang tukang cat memerlukan waktu 5 menit. Berapakah waktu yang diperlukan untuk mengecat dinding seluas 100 meter persegi?

14. Untuk menyelesaikan pembuatan lemari 3 orang tukang kayu bekerja bersama-sama dan mereka memerlukan waktu 20 jam kerja efektif. Jika pekerjanya ditambah menjadi 5 orang, berapa jam waktu yang diperlukan?

15. Suatu pekerjaan jika diselesaikan 4 orang selesai 20 hari. Setelah dikerjakan 4 hari ternyata pekerjaan tersebut harus terhenti selama 8 hari. Berapa pekerja tambahan yang diperlukan agar pekerjaan selesai tepat pada waktunya?

16. Sederhanakan $(\frac{p^2}{q^{-3}})^3 . (\frac{2q}{p^3})^2$

17. Sederhanakan: $(\frac{2x^3 + 4x^6}{x^{-2}})^3$.

18. Sederhanakan:

    a. $\sqrt{300}$ b. $\sqrt{\frac{49}{100}}$

19. Misalkan sebuah isotop radioaktif meluruh dengan kecepatan 15% per hari. Jika sekarang ada 40 kg, tentukan

    a. Banyaknya radioaktif setelah 6 hari

    b. Waktu yang diperlukan agar jumlah radioaktif tinggal 20 kg

20. Sebuah koloni bakteri dapat berkembang dengan kecepatan 20% per jam. Artinya dalam setiap jam bakteri itu akan bertambah sebanyak 1,2 kali jumlah semula. Misalkan koloni bakteri itu semula berjumlah 800, maka perkembangan bakteri dapat dilihat pada tabel berikut:

Waktu(jam)	0	1	2	3	t
Jumlah	800	960	1152	1382,4	$800(1,2)^t$

x1,2 x1,2 x1,2 x1,2

Tampak bahwa harga satu koloni bakteri akan meningkat sesuai dengan fungsi eksponen $J = 800(1,2)^t$ Berdasarkan fungsi tersebut tentukan jumlah bakteri:

a. 5 jam dari sekarang b. 5 jam yang lalu

G. Kunci Jawaban

1. Uang koperasi Rp. 2.000.000,- bunga tunggal 10 % per tahun.

a. $t = 2th$

$$\text{Besar bunga} = \frac{p}{100} \times M \times t$$
$$= \frac{10}{100} \times 2.000.000 \times 2$$
$$= 400.000$$

b. $n = 3$ bulan

$$\text{Besar bunga} = \frac{p}{100} \times M \times \frac{n}{12}$$
$$= \frac{10}{100} \times 2.000.000 \times \frac{3}{12}$$
$$= 50.000$$

c. $N = 15$ hari

$$\text{Besar bunga} = \frac{p}{100} \times M \times \frac{w}{360}$$
$$= \frac{10}{100} \times 2.000.000 \times \frac{15}{360}$$
$$= 8.333$$

d. $$\text{Besar bunga} = 400.000 + 50.000 + 8.333$$
$$= 458.333$$

2. Misalkan x = 0,356356356 ....

Maka 1000x =356,356356356 ....

1000x =356,356356356..........

x = 0,356356356 .... −

999x = 356

Maka x = , Karena $\frac{356}{999}$ bilangan rasional maka 0,356356356 bilangan rasional

3. Jarak dalam peta 5 cm, kala 1 : 6.000.000

Jarak sesungguhnya 5 x 6.000.000 = 30.000.000

4. Misal tinggi pintu x m, maka didapat model matematika :

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{1}$$
$$\Leftrightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

5. Perbandingan masalah senilai, Misal uang yang harus dibayar x rupiah.

$$\frac{6000}{2} = \frac{x}{8}$$
$$\Leftrightarrow 2x = 48000 \Rightarrow x = 24000$$

6. misalkan P harga sebuah buku

$$\frac{3000}{2} = \frac{P}{3}$$
$$\Leftrightarrow 2p = 9000 \Rightarrow x = 4500$$

Jadi harga 3 buah buku adalah Rp .4.500

7. Besar bagian uang anak ke tiga

8. Banyaknya uang yang harus dikeluarkan oleh Lisa = Rp 6.000,00 dan Tini = Rp 9.600,00

9. Hasi kali antara lama pekerjaan dan banyak pekerja = 3072 Misal banyaknya pekerja p orang, didapat model matematika 24p = 3072, maka p = 128. Jadi banyaknya pekerja 128 orang

10. a. ${}^{\sqrt{3}}\log 27 = {}^{3^{\frac{1}{2}}}\log 3^3 = \frac{3}{\frac{1}{2}}\,{}^{3}\log 3 = 6$

b. ${}^{\sqrt{2}}\log \frac{1}{8} = {}^{2^{\frac{1}{2}}}\log \frac{1}{2^3} = {}^{2^{\frac{1}{2}}}\log 2^{-3} = \frac{-3}{\frac{1}{2}}.{}^{2}\log 2 = -6$

c. ${}^{\frac{1}{3}}\log 3\sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3\sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3 + {}^{3^{-1}}\log \sqrt{3} = {}^{3^{-1}}\log 3 + {}^{3^{-1}}\log 3^{\frac{1}{2}}$

$$= \frac{1}{-1}\,{}^{3}\log 3 + \frac{\frac{1}{2}}{-1}\,{}^{3}\log 3 = -1 + (-\frac{1}{4}) = -1\frac{1}{4}$$

11. a. ${}^{25}\log 125 + {}^{5}\log\frac{1}{5} + {}^{4}\log 2 = {}^{5^2}\log 5^3 + {}^{5}\log 5^{-1} + {}^{2^2}\log 2$

$$= \frac{3}{2} + (-1) + \frac{1}{2} = 0$$

b. ${}^{3}\log 81 - {}^{9}\log 3 - {}^{2}\log\sqrt{2} = {}^{3}\log 3^4 + {}^{3^2}\log 3 + {}^{2}\log 2^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5$$

12. a. ${}^{2}\log(3x-1) = 3 \Leftrightarrow {}^{2}\log(3x-1) = {}^{2}\log 2^3 \Leftrightarrow {}^{2}\log(3x-1) = {}^{2}\log 8 \quad \Leftrightarrow \quad (3x-1) = 8 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$

b. $\log(\log x) = 1 \Leftrightarrow \log(\log x) = \log 10 \Leftrightarrow \log x = 10 \Leftrightarrow x = 10^{10}$

13. Perbandingan senilai

$$\frac{3}{100} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow 3x = 500 \Rightarrow x = \frac{500}{3} \Rightarrow x = 166\tfrac{2}{3} \text{ menit}$$

14. Perbandingan berbalik nilai

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{20} \Leftrightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{5} \Rightarrow x = 12 \text{ Jam}$$

15. Setelah 4 hari pekerjaan terhenti 8 hari, sisa pekerjaan untuk 20-4=16 hari yang seharusnya dapat diselesaikan oleh 4 orang, tetapi berenti 8 hari, maka tersisa 20 – 4 – 8 = 8 hari.

$$\frac{4}{x} = \frac{8}{16} \Leftrightarrow 8x = 4.16 \Leftrightarrow 8x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{8} \Leftrightarrow x = 8$$

Jadi agar selesai tepat pada waktunya, pekerjaan tersebut harus ditangani oleh 8 orang. Karena sudah ada 4 orang, pekerja yang harus ditambah sebanyak 4 orang.

16. $(\frac{p^2}{q^{-3}})^3.(\frac{2q}{p^3})^2 \Leftrightarrow (\frac{p^6}{q^{-9}}).(\frac{4q^2}{p^6})^2 \Leftrightarrow (p^6.p^{-6})(4q^2.q^9) \Leftrightarrow (1)(4q^{11})$

17. $\frac{2x^3 + 4x^6}{x^{-2}} \Leftrightarrow \frac{2x^3}{x^{-2}} + \frac{4x^6}{x^{-2}} \Leftrightarrow 2x^3x^2 + 4x^6x^2 \Rightarrow 2x^5 + 4x^8$

18. a. $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3}$

b. $\sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{100} = \frac{7}{10}$

19. Karena radioaktif itu meluruh maka jumlahnya akan berkurang dari jumlah semula. Setiap hari berkurang sebanyak 15% atau 0,15 kali jumlah sebelumnya. Maka yang tersisa adalah (1– 0,15) = 0,85 kali jumlah pada hari sebelumnya.

Perhatikan tabel berikut ini:

Waktu (hari)	0	1	2	4	*T*
Jumlah	40	....	.....	.....	$40(0,85)^t$

X0,85 X0,85 X0,8 X0,85

Tampak bahwa harga satu bungkus Indomie akan meningkat sesuai dengan fungsi eksponen $J = 40(0,85)^t$

a. Jika t = 6 hari maka $J = 40(0,85)^6 \approx 15,1$ .Jadi banyaknya radioaktif setelah 6 hari adalah 15,1 kg

b. Jika J = 20 maka $20 = 40(0,85)^t \Leftrightarrow \frac{20}{40} = (0,85)^t \Leftrightarrow 0,5 = (0,85)^t$

$0{,}5 = (0{,}85)^t \Leftrightarrow t = {}^{0{,}85}\log 0{,}5 \Leftrightarrow t = \dfrac{\log 0{,}5}{\log 0{,}85} \approx 4{,}265$

Jadi waktu yang diperlukan supaya tinggal 20 kg radioaktif kira-kira 4,265 hari. a. $\sqrt{300}$

20. a. $J(5) = 800(1{,}2)^5 \approx 1990{,}66$Jadi jumlah bakteri 5 jam yang akan datang sekitar 1991

b. $J(-5) = 800(1{,}2)^{-5} \approx 771{,}35$Jadi jumlah bakteri 5 jam yang lalu sekitar 771

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

Kegiatan Belajar 3 : Pengukuran

A. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 3 ini adalah melalui diskusi dan penugasan peserta diklat dapat menerapkan konsep pengukurandalam menyelesaikan masalah kejuruan

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah mengikuti kegiatan belajar ini adalah, peserta diklat dapat:

1. Menerapkan konsep kesalahan pengukuran.
2. Menerapkan konsep operasi hasil pengukuran.
3. Menggunakan konsep pengukuran untuk menyelesaikan masalah kejuruan.

C. Uraian Materi

Pengukuran

1. Pengertian Membilang dan Mengukur

Kita mengenal istilah membilang (menghitung) dan mengukur, kedua istilah tersebut memiliki arti yang berlainan. Membilang (menghitung) merupakan sesuatu yang eksak (pasti), contohnya: banyaknya siswa di suatu kelas, banyaknya buku dalam tas.Sedangkan mengukur merupakan pendekatan, seperti mengukur panjang, luas, masa, waktu, dan sebagainya.

Dalam pengukuran tingkat ketelitian sangatlah diperlukan, semakin teliti pengukuran kita maka semakin akurat perolehan dari pengukuran tersebut. Pembuatan nilai terhadap hasil pengukuran dan tidak berlaku untuk hal yang sifatnya eksak disebut Aproksimasi.

Sebelum Anda mempelajari hal pengukuran, alangkah baiknya Anda mengenal konsep satuan ukuran terkecil. Satuan ukuran terkecil adalah ukuran terkecil yang dapat diukur oleh suatu alat ukur. Untuk itu mengenal alat ukur dan cara pengukuran yang benar sangat penting dalam melakukan pengukuran. Beberapa alat ukur diantaranya: Mistar, Jangka Sorong, Mikrometer, dan lain sebagainya.

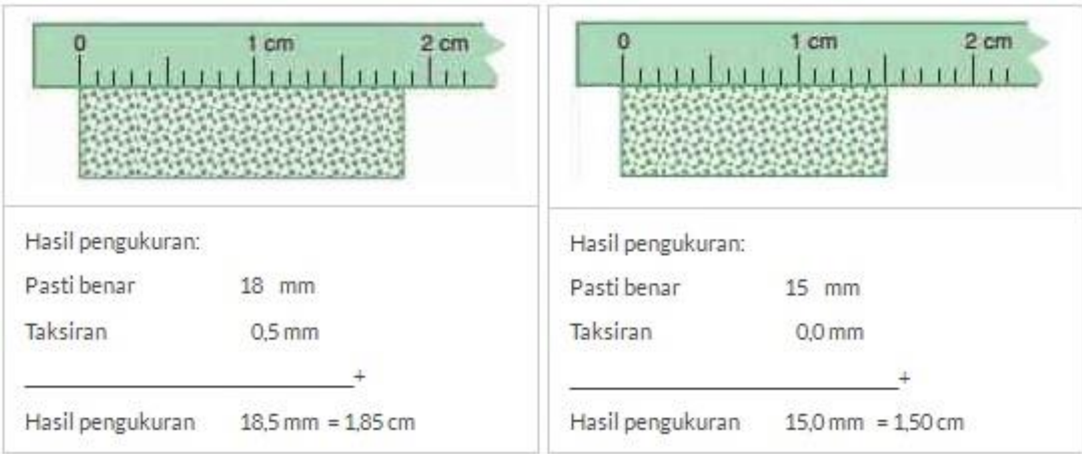
Kegiatan pengukuran memerlukan alat ukur yang sesuai. Ketepatan hasil ukur salah satunya ditentukan oleh jenis alat yang digunakan. Penggunaan suatu jenis alat ukur tertentu ditentukan oleh beberapa faktor, yaitu: ketelitian hasil ukur yang diinginkan, ukuran besaran yang diukur, dan bentuk benda yang akan diukur.

Gambar 11 Mikrometer Sekrup

Penggaris/mistar, jangka sorong, dan mikrometer sekrup merupakan contoh alat ukur panjang. Setiap alat ukur memiliki ketelitian yang berbeda sehingga Anda harus bisa memilih alat ukur yang tepat untuk sebuah pengukuran. Pemilihan alat ukur yang kurang tepat akan menyebabkan kesalahan pada hasil pengukuran.

a. Mistar (Penggaris)

Mistar atau penggaris adalah alat ukur panjang yang sering digunakan. Alat ukur ini memiliki skala terkecil 1 mm atau 0,1 cm. Mistar memiliki ketelitian pengukuran setengah dari skala terkecilnya yaitu 0,5 mm. Pada saat melakukan pengukuran dengan mistar, arah pandangan harus tegak lurus dengan dengan skala pada mistar dan benda yang diukur. Jika tidak tegak lurus maka akan menyebabkan kesalahan dalam pengukurannya, bisa lebih besar atau lebih kecil dari ukuran aslinya.

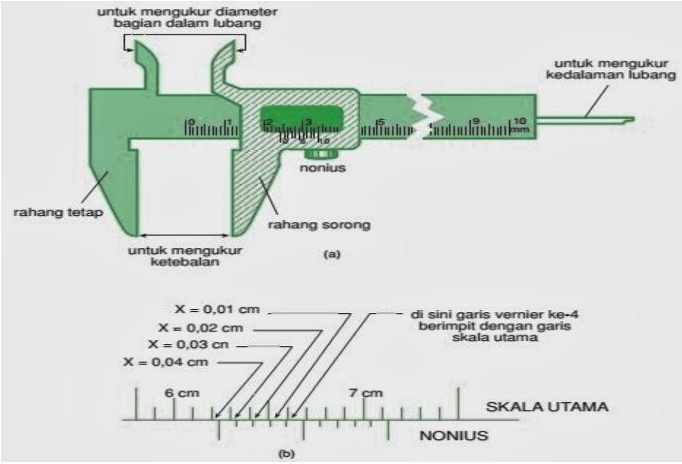


Gambar 12 Ilustrasi Mistar

b. Jangka Sorong

Jangka sorong juga merupakan alat pengukur panjang dan biasa digunakan untuk mengukur diameter suatu benda. Penemu jangka sorong adalah seorang ahli teknik berkebangsaan Prancis, Pierre Vernier. Jangka sorong terdiri dari dua bagian, yaitu rahang tetap dan geser (sorong). Skala panjang yang terdapat pada rahang tetap adalah *skala utama*, sedangkan skala pendek pada rahang geser adalah skala *nonius* atau *vernier*, diambil dari nama penemunya. Skala utama memiliki skala dalam cm dan mm. Sedangkan skala nonius memiliki panjang 9 mm dan dibagi 10 skala. Sehingga beda satu skala nonius dengan satu skala pada skala utama adalah 0,1 mm atau 0,01 cm. Jadi, skala terkecil pada jangka sorong adalah 0,1 mm atau 0,01 cm.

Contoh:



Gambar 13 Jangka Sorong

Gambar (a) menunjukkan bagian-bagian dari jangka sorong dan gambar (b) menunjukkan skala jangka sorong.

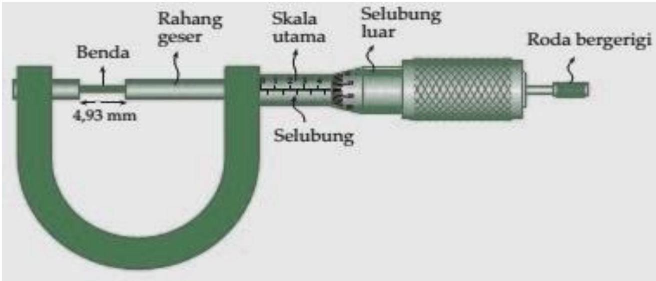
Panjang benda diukur dengan jangka sorong ditunjukkan oleh gambar (b). Pada gambar di atas skala utama (sku) 62 skala dan skala nonius (skn) 4 skala. Sehingga dapat diketahui panjang benda yang diukur dengan cara berikut:

$$\begin{aligned} \text{Panjang benda} &= \text{sku. } 1 \text{ mm} + \text{skn. } 0{,}1 \text{ mm} \\ &= 62.\ 1 \text{ mm} + 4.\ 0{,}1 \text{ mm} \\ &= 62 \text{ mm} + 0{,}4 \text{ mm} \\ &= 62{,}4 \text{ mm} \end{aligned}$$

c. Mikrometer Sekrup

Mikrometer sekrup biasa digunakan untuk mengukur benda-benda yang tipis, seperti tebal kertas dan diameter rambut. Mikrometer sekrup terdiri atas dua bagian, yaitu selubung (poros tetap) dan selubung luar (poros ulir). Skala panjang pada poros tetap merupakan *skala utama* sedangkan pada poros ulir merupakan *skala nonius*. Skala utama mikrometer sekrup mempunyai skala dalam mm, sedangkan skala noniusnya terbagi dalam 50 bagian. Satu bagian pada skala nonius mempunyai nilai 1/50 × 0,5 mm atau 0,01 mm. Jadi, mikrometer sekrup memiliki ketelitian yang lebih tinggi dari dua alat yang telah disebutkan sebelumnya, yaitu 0,01 mm.

Contoh:



Gambar 14 Mikrometer Sekrup

Pada mikrometer sekrup di atas, ditunjukkan bahwa sku = 9 skala dan skn = 43 skala maka panjang benda yang diukur dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut:

Panjang benda = (sku . 0,5 + skn . 0,01) mm
= (9 . 0,5 + 43 . 0,01) m = (4,5 + 0,43) mm
= 4,93 mm

2. Pembulatan

Pengertian pembulatan adalah cara menentukan hasil pengukuran dari sesuatu yang diukur. Kita kenal ada tiga cara pembulatan hasil pengukuran:

a. Pembulatan ke satuan terdekat.

b. Pembulatan ke angka desimal.

c. Pembulatan ke banyaknya angka signifikan (penting)

a. Pembulatan ke satuan terdekat

Aturan pembulatan suatu bilangan ke satuan terdekat yaitu:

1) Jika angka berikutnya lebih dari atau sama dengan 5 maka angka ini hilang dan angka di depannya ditambah satu.
2) Jika angka berikutnya kurang dari 5, angka ini dihilangkan dan angka di depannya tetap.

Contoh:

a) 74,5 cm = 75 cm (dibulatkan ke cm terdekat)

b) 28,3576 kg = 38,36 kg (dibulatkan ke perseratusan kg terdekat)

b. Pembulatan ke banyaknya tempat desimal

Cara pembulatannya ke banyaknya angka-angka desimal yaang dikehendaki, yaitu berapa angka yang berada di belakang koma.

Contoh:

1) 47,25369 = 47,2537 (dibulatkan ke-4 tempat desimal)

2) 47,25369 = 47,25 (dibulatkan ke-2 tempat desimal)

c. Pembulatan ke banyaknya angka signifikan (penting)

Ketentuan untuk menyatakan angka signifikan atau angka yang berarti (penting) sebagai berikut:

1) Semua angka selain nol adalah signifikan.

Contoh: 25,91 mempunyai 4 angka signifikan

5,4 mempunyai 2 angka signifikan

2) Semua angka nol di antara angka selain nol adalah signifikan.

Contoh: 1,025 mempunyai 4 angka signifikan

203 mempunyai 3 angka signifikan

3) Semua angka nol di belakang angka bukan nol pada bilangan bulat bukan signifikan.

Contoh: 33.000 mempunyai 2 angka signifikan

42.300 mempunyai 3 angka signifikan

4) Semua angka nol di depan angka bukan nol pada desimal bukan signifikan.

Contoh: 0,00251 mempunyai 3 angka signifikan

$2{,}5 \times 10^{-3}$ mempunyai 2 angka signifikan

5) Semua angka nol di belakang angka bukan nol pada desimal adalahsignifikan.

Contoh: 20,080 mempunyai 4 angka signifikan

0,510 mempunyai 3 angka signifikan

6) Semua angka nol pada bilangan yang diberi tanda khusus (strip atau bar) adalah signifikan.

Contoh: $\underline{500}$mempunyai 3 angka signifikan

12.$\underline{000}$ mempunyai 3 angka signifikan

✍Ingatlah: Mengukur adalah membandingkan sesuatu yang akan diukur dengan alat ukur yang digunakan.

3. Kesalahan Dalam Pengukuran

Dalam proses pengukuran sedikitnya ada tiga faktor yang terlibat yaitu alat ukur, benda ukur dan orang yang melakukan pengukuran. Hasil pengukuran tidak mungkin mencapai kebenaran yang absolut karena keterbatasan dari faktor-faktor tersebut.

Hasil pengukuran diperoleh dari pengukuran yang dianggap paling mendekati dengan harga geometris obyek ukur. Meskipun hasil pengukuran itu merupakan hasil yang dianggap benar, masih juga terjadi penyimpangan hasil pengukuran. Masih ada faktor lain lagi yang juga sering menimbulkan penyimpangan pengukuran yaitu lingkungan. Lingkungan yang kurang tepat akan mengganggu jalannya proses pengukuran.

a. Kesalahan pengukuran karena alat ukur

Adanya bermacam-macam sifat alat ukur akan menimbulkan banyak kesalahan dalam pengukuran. Oleh karena itu, untuk mengurangi terjadinya penyimpangan pengukuran sampai seminimal mungkin maka alat ukur yang akan dipakai harus dikalibrasi terlebih dahulu. Kalibrasi ini diperlukan disamping untuk mengecek kebenaran skala ukurnya juga untuk menghindari sifat-sifat yang merugikan dari alat ukur, seperti kestabilan nol, kepasifan, pengambangan, dan sebagainya.

b. Kesalahan pengukuan karena benda ukur

Tidak semua benda ukur berbentuk pejal yang terbuat dari besi, seperti rol atau bola baja, balok dan sebagainya. Kadang-kadang benda ukur terbuat dari bahan alumunium, misalnya kotak-kotak kecil, silinder, dan sebagainya. Benda ukur seperti ini mempunyai sifat elastis, artinya bila ada beban atau tekanan dikenakan pada benda tersebut maka akan terjadi perubahan bentuk. Bila tidak hati-hati dalam mengukur benda-benda ukur yang bersifat elastis maka penyimpangan hasil pengukuran pasti akan terjadi. Oleh karena itu, tekanan kontak dari sensor alat ukur harus diperkirakan besarnya.

Di samping benda ukur yang elastis, benda ukur tidak elastis pun tidak luput menimbulkan penyimpangan pengukuran misalnya batang besi yang mempunyai penampang memanjang dalam ukuran yang sama, seperti pelat besi, poros-poros yang relatif panjang dan sebagainya. Batang-batang seperti ini bila diletakkan di atas dua tumpuan akan terjadi lenturan akibat berat batang sendiri. Kadang-kadang diperlukan juga penjepit untuk memegang benda ukur agar posisinya mudah untuk diukur. Pemasangan penjepit ini pun harus diperhatikan betul-betul agar pengaruhnya terhadap benda kerja tidak menimbulkan perubahan bentuk sehingga bisa menimbulkan penyimpangan pengukuran.

c. Kesalahan pengukuran karena faktor si pengukur

Bagaimanapun presisinya alat ukur yang digunakan tetapi masih juga didapatkan adanya penyimpangan pengukuran, walaupun perubahan bentuk dari benda ukur sudah dihindari. Hal ini kebanyakan disebabkan oleh faktor manusia yang melakukan pengukuran. Manusia memang mempunyai sifat-sifat tersendiri dan juga mempunyai keterbatasan. Sulit diperoleh hasil yang sama dari dua orang yang melakukan pengukuran walaupun kondisi alat ukur, benda ukur dan situasi pengukurannya dianggap sama. Kesalahan pengukuran dari faktor manusia ini dapat dibedakan antara lain sebagai berikut: kesalahan karena kondisi manusia, kesalahan karena metode yang digunakan, kesalahan karena pembacaan skala ukur yang digunakan.

1) Kesalahan Karena Kondisi Manusia

Kondisi badan yang kurang sehat dapat mempengaruhi proses pengukuran yang akibatnya hasil pengukuran juga kurang tepat. Contoh yang sederhana, misalnya pengukur diameter poros dengan jangka sorong. Bila kondisi badan kurang sehat, sewaktu mengukur mungkin badan sedikit gemetar, maka posisis alat ukur terhadap benda ukur sedikit mengalami perubahan. Akibatnya, kalau tidak terkontrol tentu hasil pengukurannya juga ada penyimpangan. Atau mungkin juga penglihatan yang sudah kurang jelas walau pakai kaca mata sehingga hasil pembacaan skala ukur juga tidak tepat. Jadi, kondisi yang sehat memang diperlukan sekali untuk melakukan pengukuran, apalagi untuk pengukuran dengan ketelitian tinggi.

3) Kesalahan karena Metode Pengukuran yang Digunakan

Alat ukur dalam keadaan baik, badan sehat untuk melakukan pengukuran, tetapi masih juga terjadi penyimpangan pengukuran. Hal ini tentu disebabkan metode pengukuran yang kurang tepat. Kekurangtepatan metode yang digunakan ini berkaitan dengan cara memilih alat ukur dan cara menggunakan atau memegang alat ukur. Misalnya benda yang akan diukur diameter poros dengan ketelitian 0,1 milimeter. Alat ukur yang digunakan adalah mistar baja dengan ketelitian 0,1 milimeter. Tentu saja hasil pengukurannya tidak mendapatkan dimensi ukuran sampai 0,01 milimeter. Kesalahan ini timbul karena tidak tepatnya memilih alat ukur.

Cara memegang dan meletakkan alat ukur pada benda kerja juga akan mempengaruhi ketepatan hasil pengukuran. Misalnya posisi ujung sensor jam ukur, posisi mistar baja, posisi kedua rahang ukur jangka sorong, posisi kedua ujung ukur dari mikrometer, dan sebagainya. Bila posisi alat ukur ini kurang diperhatikan letaknya oleh si pengukur maka tidak bisa dihindari terjadinya penyimpangan dalam pengukuran.

4) Kesalahan karena Pembacaan Skala Ukur

Kurang terampilnya seseorang dalam membaca skala ukur dari alat ukur yang sedang digunakan akan mengakibatkan banyak terjadi penyimpangan hasil pengukuran. Kebanyakan yang terjadi karena kesalahan posisi waktu membaca skala ukur. Kesalahan ini sering disebut, dengan istilah *paralaks*. Paralaks sering kali terjadi pada si pengukur yang kurang memperhatikan bagaimana seharusnya dia melihat skala ukur pada waktu alat ukur sedang digunakan. Di samping itu, si pengukur yang kurang memahami pembagian divisi dari skala ukur dan kurang mengerti membaca skala ukur yang ketelitiannya lebih kecildaripada yang biasanya digunakannya juga akan berpengaruh terhadap ketelitian hasil pengukurannya.

Jadi, faktor manusia memang sangat menentukan sekali dalam proses pengukuran. Sebagai orang yang melakukan pengukuran harus menetukan alat ukur yang tepat sesuai dengan bentuk dan dimensi yang akan diukur. Untuk memperoleh hasil pengukuran yang betul-betul dianggap presisi tidak hanya diperlukan asal bisa membaca skala ukur saja, tetapi juga diperlukan pengalaman dan ketrampilan dalam menggunakan alat ukur. Ada beberapa faktor yang harus dimiliki oleh seseorang yang akan melakukan pengukuran yaitu:

- Memiliki pengetahuan teori tentang alat ukur yang memadai dan memiliki keterampilan atau pengalaman dalam praktik-praktik pengukuran.

- Memiliki pengetahuan tentang sumber-sumber yang dapat menimbulkan penyimpangan dalam pengukuran dan sekaligus tahu bagaimana cara mengatasinya.

- Memiliki kemampuan dalam persoalan pengukuran yang meliputi bagaimana menggunakannya, bagaimana, mengalibrasi, dan bagaimana memeliharanya.

d. Kesalahan karena faktor lingkungan

Ruang laboratorium pengukuran atau ruang-ruang lainnya yang digunakan untuk pengukuran harus bersih, terang, dan teratur rapi letak peralatan ukurnya. Ruang pengukuran yang banyak debu atau kotoran lainnya sudah tentu dapat menganggu jalannya proses pengukuran. Disamping si pengukur sendiri merasa tidak nyaman juga peralatan ukur bisa tidak normal bekerjanya karena ada debu atau kotoran yang menempel pada muka sensor mekanis dan benda kerja yang kadang-kadang tidak terkontrol oleh si pengukur.

Ruang pengukuran juga harus terang karena ruang yang kurang terang atau remang-remang dapat mengganggu dalam membaca skala ukur yang hal ini juga bisa menimbulkan penyimpangan hasil pengukuran. Akan tetapi, untuk penerangan ini ruang pengukuran sebaiknya tidak banyak diberi lampu penerangan. Sebab terlalu banyak lampu yang digunakan tentu sedikit banyak akan mengakibatkan suhu ruangan menjadi lebih panas. Padahal, menurut standar internasional bahwa suhu atau temperatur ruangan pengukur yang terbaik adalah 20°C apabila temperatur ruangan pengukur sudah mencapai 20°C, lalu ditambah lampu-lampu penerang yang terlalu banyak, maka temperatur ruangan akan berubah. Seperti kita ketahui bahwa benda padat akan berubah dimensi ukurannya bila terjadi perubahan panas. Oleh karena itu, pengaruh dari temperatur lingkungan tempat pengukuran harus diperhatikan.

Kesalahan dalam pengukuran dapat juga digolongkan menjadi kesalahan umum, kesalahan sistematis, kesalahan acak, dan kesalahan serius. Berikut akan kita bahas macam-macam kesalahan tersebut.

1) **Kesalahan Umum**

Kesalahan yang dilakukan oleh seseorang ketika mengukur termasuk dalam kesalahan umum. Kesalahan umum yaitu kesalahan yang disebabkan oleh pengamat. Kesalahan ini dapat disebabkan karena pengamat kurang terampil dalam menggunakan instrumen, posisi mata saat membaca skala yang tidak benar, dan kekeliruan dalam membaca skala.

2) **Kesalahan Sistematis**

Kesalahan yang disebabkan oleh kesalahan alat ukur atau instrumen disebut kesalahan sistematis. Kesalahan sistematis menyebabkan semua hasil data salah dengan suatu kemiripan. Kesalahan sistematis dapat terjadi karena:

- Kesalahan titik nol yang telah bergeser dari titik yang sebenarnya.
- Kesalahan kalibrasi yaitu kesalahan yang terjadi akibat adanya penyesuaian pembubuhan nilai pada garis skala saat pembuatan alat.
- Kesalahan alat lainnya. Misalnya, melemahnya pegas yang digunakan pada neraca pegas sehingga dapat memengaruhi gerak jarum penunjuk.

Hal ini dapat diatasi dengan:

- Standardisasi prosedur
- Standardisasi bahan
- Kalibrasi instrumen

3) **Kesalahan Acak**

Selain kesalahan pengamat dan alat ukur, kondisi lingkungan yang tidak menentu bisa menyebabkan kesalahan pengukuran. Kesalahan pengukuran yang disebabkan oleh kondisi lingkungan disebut kesalahan acak. Misalnya, fluktuasi-fluktuasi kecil pada saat pengukuran e/m (perbandingan muatan dan massa elektron). Fluktuasi (naik turun) kecil ini bisa disebabkan oleh adanya gerak Brown molekul udara, fluktuasi tegangan baterai, dan kebisingan (*noise*) elektronik yang besifat acak dan sukar dikendalikan.

4) **Kesalahan serius (*Gross error*)**

Tipe kesalahan ini sangat fatal sehingga konsekuensinya pengukuran harus diulangi. Contoh dari kesalahan ini adalah kontaminasi reagen yang digunakan, peralatan yang memang rusak total, sampel yang terbuang, dan lain lain. Indikasi dari kesalahan ini cukup jelas dari gambaran data yang sangat menyimpang, data tidak dapat memberikan pola hasil yang jelas, tingkat mampu ulang yang sangat rendah dan lain lain.

Untuk mengingatkan materi buatlah ringkasan kesalahan dalam pengukuran pada lembar kerjanya

✍Ingatlah: Kegiatan mengukur tidak akan luput dari kesalahan, apakah dalam kegiatan membilang bisa terjadi kesalahan? Mengapa kegiatan mengukur dengan teliti sangat penting dalam pekerjaan yang memerlukan ketelitian.

4. Ketidakpastian dalam Pengukuran

Kesalahan-kesalahan dalam pengukuran menyebabkan hasil pengukuran tidak bisa dipastikan sempurna. Dengan kata lain, terdapat suatu ketidakpastian dalam pengukuran. Hasil pengukuran harus dituliskan sebagai:

$$\mathbf{x = x_0 + \Delta x}$$

Keterangan:

x = hasil pengamatan — x_0 = pendekatan terhadap nilai benar.

Δx = nilai ketidakpastian

Arti dari penulisan tersebut adalah hasil pengukuran (x) yang benar berada di antara $x - \Delta x$ dan $x + \Delta x$. Penentuan x0 dan Δx tergantung pada pengukuran tunggal atau pengukuran ganda atau berulang.

a. Ketidakpastian dalam Pengukuran Tunggal

Pengukuran tunggal adalah pengukuran yang hanya dilakukan satu kali saja. Dalam pengukuran tunggal, pengganti nilai benar (x0) adalah nilai pengukuran itu sendiri. Setiap alat ukur atau instrumen mempunyai skala yang berdekatan yang disebut skala terkecil. Nilai ketidakpastian (Δx) pada pengukuran tunggal diperhitungkan dari skala terkecil alat ukur yang dipakai. Nilai dari ketidakpastian pada pengukuran tunggal adalah setengah dari skala terkecil pada alat ukur. Δx = ½ ukuran skala terkecil.

b. Ketidakpastian dalam Pengukuran Berulang

Terkadang pengukuran besaran tidak cukup jika hanya dilakukan satu kali. Ada kalanya kita mengukur besaran secara berulang-ulang. Ini dilakukan untuk mendapatkan nilai terbaik dari pengukuran tersebut. Pengukuran berulang adalah pengukuran yang dilakukan beberapa kali atau berulang-ulang. Dalam pengukuran berulang, pengganti nilai benar adalah nilai rata-rata dari hasil pengukuran. Jika suatu besaran fisis diukur sebanyak N kali, maka nilai rata-rata dari pengukuran tersebut dicari dengan rumus sebagai berikut.

$$x = \frac{\sum xi}{N}$$

Keterangan:

x = nilai rata-rata
Σxi = jumlah keseluruhan hasil pengukuran
N = jumlah pengukuran

Nilai ketidakpastian dalam pengukuran berulang dinyatakan sebagai simpangan baku, yang dapat dicari dengan rumus:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\Delta x = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N-1}}$$

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\Delta x = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x_i)^2}{N\text{-}1}}$$

Keterangan:

x0 : hasil pengukuran yang mendekati nilai benar
Δx : ketidakpastian pengukuran
N : banyaknya pengkuran yang dilakukan

Dengan adanya ketidakpastian dalam pengukuran maka tingkat ketelitian hasil pengukuran dapat diligat dari ketidakpastian relatif diperoleh dari hasil bagi antara nilai ketidakpastian (Δx) dengan nilai benar dikalikan dengan rumus 100%.

$$\text{Ketidakpastian relatif} = \frac{\Delta x}{x} \text{ x } 100\%$$

Ketidakpastian relatif dapat digunakan untuk mengetahui tingkat ketelitian pengukuran. Semakin kecil nilai ketidakpastian relatif makin tinggi ketelitian pengukuran.

5. Kesalahan

Perbedaan atau selisih antara pengukuran sebenarnya dengan hasil pengukuran disebut kesalahan. Orang selalu berusaha untuk memperkecil kesalahan hasil pengukuran dengan menggunakan alat ukur yang lebih teliti, namun tidak mungkin kesalahan dihilangkan keseluruhan. Oleh karena itu kita kenal unsur-unsurdalam suatu pengukuran, yaitu:

a. Satuan Ukur Terkecil (ST)

Satuan ukur terkecil adalah satu angka yang diperhitungkan sebagai tingkat ketelitian alat ukur. MisalnyaSebuah benda kerja diukur dengan tiga alat ukur masing-masing hasilnya adalah 25 satuan ukur; 25,0 satuan ukur; dan 25,04 satuan ukur. Satuan terkecil dari tiga kali pengukuran itu masing-masing adalah 1 satuan; 0,1 satuan; dan 0,01 satuan.

b. Salah Mutlak (SM)

Salah mutlak = setengah dari satuan ukur terkecil

$$\boxed{SM = \frac{1}{2} \text{ x } ST}$$

Contoh:

Tentukan salah mutlak dari hasil pengukuran panjang 5 cm!

Jawab: HP = 5 cm ST = 1 cm

$$SM = \frac{1}{2} \text{ x } ST = \frac{1}{2} \text{ x } 1 = 0{,}5 \text{ cm.}$$

Batas atas pengukuran (BA) adalah hasil pengukuran ditambah salah mutlaknya. BA = HP + SM

Batas bawah pengukuran (BB) adalah hasil pengukuran dikurangi salah mutlaknya. BB = HP – SM

c. Salah Relatif (SR)

Perhatikan kesalahan pengukuran ini:

Kesalahan 1 gram pada pengukuran berat gula relatif tidak penting dibanding dengan pengukuran emas. Yang dimaksud salah relatif yaitu perbandingan antara salah mutlak dengan hasil pengukuran.

$$\text{Salah relatif} = \frac{\text{Salah Mutlak}}{\text{Hasil pengukuran}} \quad \text{atau} \quad \boxed{SR = \frac{SM}{HP}}$$

Contoh:

Tentukan salah relatif dari hasil pengukuran panjang 5 cm!

Jawab: HP = 5 cm ST = 1 cm

$$SM = \frac{1}{2} \text{ x } ST = \frac{1}{2} \text{ x } 1 = 0{,}5 \text{ cm.}$$

$$SR = \frac{SM}{HP} = \frac{0{,}5}{5} = 0{,}1 \text{ cm}$$

d. Persentase Kesalahan (PK)

Persentase kesalahan sama dengan salah relatif kali 100 persen.

Persentase Kesalahan = Salah Relatif x 100%

$$\boxed{PK = SR \text{ x} 100\%}$$

Contoh:

Tentukan persentase kesalahan dari hasil pengukuran 2,5 m!

Jawab:

HP = 2,5 m ST = 0,1 m

$SM = \frac{1}{2}$ x ST = x 0,1 = 0,05 cm. $SR = \frac{SM}{HP} = \frac{0{,}05}{2{,}5}$ = 0,02 cm

PK =0,02 x 100% = 2%

e. Toleransi (T)

Toleransi dalam pengukuran adalah selisih antara pengukuran terbesar dengan pengukuran terkecil yang masih dapat diterima.

$$\boxed{T = BA - BB}$$

Contoh:

1) Dari hasil pengukuran 5 cm, tentukan toleransinya!

   Jawab: HP = 5 cm   ST = 1 cm

   $SM = \frac{1}{2}$ x ST = x 1 = 0,5 cm

   BA = HP + SM = 5 + 0,5 = 5,5

   BB = HP – SM = 5 – 0,5 = 4,5

   T = BA – BB = 5,5 – 4,5 = 1 cm

2) Ukuran benda yang dapat diterima ditulis (1,5 ± 0,02) m. Tentukan toleransinya!

   Jawab: BA = 1,5 + 0,02 =1,52 m

   BB = 1,5 – 0,02 = 1,48 m

   T = BA –BB = 1,52 – 1,48 = 0,04 m

6. Operasi Hasil Pengukuran

a. Penjumlahan Hasil Pengukuran

Jika dua pengukuran atau lebih dijumlahkan maka salah mutlaknya adalah jumlah salah mutlk dari pengukuran-pengukuran awal. Penjumlahan hasil pengukuran dapat dibedakan menjadi dua yaitu jumlah maksimum dan jumlah minimum, yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

Jumlah maksimum = BA1 + BA2

Jumlah minimum = BB1 – BB2

BA1 = Batas atas pengukuran pertama

BA2 = Batas atas pengukuran kedua

BB1 = Batas bawah pengukuran pertama

BB2 = Batas bawah pengukuran kedua

Contoh:

1) Tentukan batas-batas penjumlahan dari dua pengukuran 5,2 cm dan 3,6 cm (apabila masing-masing dibulatkan satu angka di belakang koma)

Jawab:

ST = 0,1 cm

SM masing-masing pengukuran = 0,5 x 0,1 = 0,05 cm

Pengukuran pertama 5,2 cm terletak dalam jangkauan (5,2 ± 0,05) cm, berarti:

BA1 = 5,2 + 0,05 = 5,25 cm   BB1= 5,2 – 0,05 = 5,15 cm

Pengukuran kedua 3,6 cm terletak dalam jangkauan (3,6 ± 0,05) cm, berarti:

BA2 = 3,6 + 0,05 = 3,65 cm BB2 = 3,6 – 0,05 = 3,55 cm

Jumlah sebenarnya 5,2 + 3,6 = 8,8 dan salah mutlaknya 0,05 + 0,05 = 0,10 cm.

Maka batas-batas pengukuran = (8,8 ± 0,10) cm.

Jumlah maksimum = BA1 + BA2

= 5,25 + 3,65 = 8,90 cm (tidak boleh ditulis 8,9)

Jumlah minimum = BB1 + BB2

= 5,15 + 3,55 = 8,70 cm (tidak boleh ditulis 8,7)

Jadi batas-batas penjumlahan dua pengukuran adalah 8,70 cm dan 8,90 cm.

2) Carilah jumlah maksimum dan minimum dari hasil-hasil pengukuran 8 m dan 4 m!

Jawab:

BA1 = 8,5 m BA2 = 4,5 m

Jumlah maksimum = BA1 + BA2 = 8,5 + 4,5 = 13 m

BB1 = 7,5 m BB2 = 3,5 m

Jumlah minimum = BB1 + BB2 = 7,5 + 3,5 = 11 m

b. Pengurangan Hasil Pengukuran

Seperti halnya penjumlahan, pengurangan atau selisih juga dibedakan menjadi dua, yaitu:

Selisih maksimum = BAterbesar – BBterkecil

Selisih minimum = BBterbesar – BAterkecil

Contoh:

1) Tentukan batas-batas pengurangan dari dua pengukuran 5 cm dan 3 cm.

   Bulatkan masing-masing ke sentimeter terdekat!

   Jawab:

   ST = 1 cm

   SM masing-masing pengukuran = 0,5 x 1 = 0,5 cm

   Pengukuran terbesar 5 cm terletak dalam jangkauan (5 ± 0,5) cm, berarti:

   BA terbesar = 5 + 0,5 = 5,5 cm BB terbesar = 5 – 0,5 = 4,5 cm

   Pengukuran terkecil 3,6 cm terletak dalam jangkauan (3 ± 0,5) cm, berarti:

   BA terkecil = 3 + 0,5 = 3,5 cm BB terkecil = 3 – 0,5 = 2,5 cm

   Selisih sebenarnya = 5 – 3 = 2 cm dan salah mutlaknya = 0,5 + 0,5 = 1,0 cm.

   Maka batas-batas pengukuran = (2 ± 1,0) cm.

   Selisih maksimum = BAterbesar – BBterkecil

   = 5,5 – 2,5 = 3,0 cm (tidak boleh ditulis 3)

Selisih minimum = BBterbesar – BAterkecil

= 4,5 – 3,5 = 1,0 cm (tidak boleh ditulis 1)

Jadi, batas-batas pengurangan dari dua pengukuran di atas terletak antara 1,0 cm dan 3,0 cm.

2) Carilah selisih maksimum dan minimum dari hasil-hasil pengukuran 12,5 m dan 9,4 m!

Jawab:

Hasil pengukuran (1) =12,5 m Hasil pengukuran (2) = 9,4 m

BA1 = 12,55 m BB1 = 12,45 m

BA2 = 9,45 m BB2 = 9,35

Selisih maksimum = BA1- BB2 = 12,55 – 9,35 = 3,20 m

Selisih minimum = BB1 – BA2 = 12,45 – 9,45 = 3,00 m

c. Perkalian Hasil Pengukuran

Dari dua pengukuran jika dikalikan akan diperoleh dua macam hasil kali, yaitu:

Hasil kali maksimum = BA1 x BA2 Hasil kali minimum = BB1 x BB2

Contoh:

1) Hitung batas-batas luas yang mungkin dari sebuah persegi panjang yang memiliki panjang 4,5 m dan lebar 3,4 m!

Jawab:

ST = 0,1 cm

SM masing-masing pengukuran = 0,5 x 0,1 = 0,05 cm

Pengukuran pertama 4,5 cm terletak dalam jangkauan (4,5 ± 0,05) cm, berarti:

BA1 = 4,5 + 0,05 = 4,55 cm   BB1= 4,5 – 0,05 = 4,45 cm

Pengukuran kedua 3,4 cm terletak dalam jangkauan (3,4 ± 0,05) cm, berarti:

BA2 = 3,4 + 0,05 = 3,45 cm   BB2 = 3,4 – 0,05 = 3,35 cm

Perkalian maksimum = BA1 x BA2 = 4,55 x 3,45 = 15,6975 cm^2

Perkalian minimum = BB1 x BB2 = 4,45 x 3,35 = 14,9075 cm^2

Jadi, batas luas persegi panjang adalah 14,9075 cm^2 sampai 15,6975 cm^2.

2) Tentukan luas maksimum dan luas minimum persegi panjang dengan panjang 8 cm dan lebar 5 cm!

Jawab:

BA1 = 8,5 m   BA2 = 5,5 m

BB1 = 7,5 m   BB2= 4,5 m

Luas maksimum = BA1 x BA2 = 8,5 x 5,5 = 46,75 m^2

Luas minimum = BB1 x BB2 = 7,5 x 4,5 = 33,25 m^2

Untuk latihan selanjutnya Anda coba berlatih pada lembar kerjanya, dimana Anda diminta untuk melengkapi tabel yang memuat, satuan pengukuran terkecil, salah mutlak, salah relatif, prosentase kesalahan, ukuran maksimum-minimum dan toleransi.

Contoh soal dan pembahasan

1. Rita mengukur panjang sisi-sisi suatu segitiga dan diperoleh bahwa panjang sisi-sisi segitiga tersebut adalah 80,21dm; 123,10dm, dan 124,05dm. Tentukan keliling minimum dari segitiga tersebut berdasarkan hasil pengukuran yang dilakukan Rita.

   Penyelesaian:

   Salah mutlak dari hasil pengukuran pajang setiap segitiga adalah 0,005dm. Ukuran minimal dari panjang sisi-sisi segitiga adalah: 80,205dm; 123,095dm, dan 124,045dm. Keliling minimal segitiga berdasarkan hasil pengukuran Rita adalah: (80,205 + 123,095 + 124,045)dm = 327,345 dm.

2. Hasil dua pengukuran panjang masing-masing adalah 32,5km dan 28,7km. Tentukan selisih maksimum dari hasil dua pengukuran tersebut.

   Penyelesaian:

   Dari contoh 15, salah mutlak dari selisih dua pengukuran 32,5km dan 28,7km adalah 0,10km

   Selisih maksimum dua pengukuran 32,5km dan 28,7km
   = (32,5km - 28,7km) + (salah mutlak dari selisih pengukuran 32,5km dan 28,7km)
   = 3,8km + 0,10km
   = 3,90km

3. Untuk mencari luas suatu persegipanjang, Ari mengukur panjang dua sisi persegipanjang tersebut. Hasil pengukuran Ari menunjukkan bahwa panjang dua sisi persegipanjang tersebut adalah 125,22dm dan 101,13dm. Berapakah luas maksimum persegipanjang dari hasil pengukuran Ari tersebut?

   Penyelesaian:

   Salah mutlak pengukuran panjang sisi-sisi persegipanjang yang dilakukan Ari adalah 0,005dm. Ukuran maksimum dari panjang sisi-sisi pada persegi panjang adalah

125,225 dm dan 101,135 dm. Luas maksimum dari persegipanjang berdasarkan hasil pengukuran Ari adalah:

$$125{,}225\text{dm} \times 101{,}135\text{dm} = 12664{,}63\text{dm}^2 \text{ (dibulatkan ke dua angka desimal).}$$

4. Hasil pengukuran panjang adalah 2,5cm. Tentukan toleransi dari pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

Dari contoh 10 dan 11, ukuran terbesar dari pengukuran adalah 2,55cm dan ukuran terkecil dari pengukuran adalah 2,45cm.

Jadi toleransi kesalahan = ukuran terbesar - ukuran terkecil

= 2,55cm - 2,45cm = 0,10cm

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Pengantar

Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Pengukuran dan Aproksimasi kesalahan. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah:

a. Membilang dan mengukur, pada bagian ini Anda belajar membedakan pengertian membilang dan mengukur.

b. Pengukuran, pada bagian ini Anda akan mengenal beberapa contoh alat ukur dengan cara menggunakannya.

c. Pembulatan, pada bagian ini Anda akan mengenal hasil dari suatu pengukuran yaitu berupa pembulatan kesatuan ukuran terdekat, Pembulatan ke angka desimal dan pembulatan ke banyaknya angka signifikan.

d. Kesalahan dalam pengukuran, dalam bagian ini materi yang akan anda pelajari adalah kesalahan pengukuran karena alat ukur, kesalahan pengukuan karena benda ukur, kesalahan pengukuran karena faktor si pengukur, dan kesalahan karena faktor lingkungan

e. Ketidakpastian dalam pengukuran pada bagian ini anda akan belajar konsep dasar tentang: ketidakpastian dalam pengukuran tunggal dan ketidakpastian dalam pengukuran berulang,

f. Kesalahan, pada bagian ini Anda akan mempelajari antara lain: Satuan Ukur Terkecil (ST), Salah Mutlak (Absolut) (SM), Salah Relatif (SR), Persentase Kesalahan (PK) dan Toleransi (T).

g. Operasi Hasil Pengukuran, pada bagian ini Anda akan mempelajari beberapa operasi yaitu: Penjumlahan Hasil Pengukuran, Pengurangan Hasil Pengukuran, Perkalian Hasil Pengukuran, dan Pembagian hasil pengukuran.

h. Aproksimasi Kesalahan, pada bagian ini Anda mempelajari: Pengertian Aproksimasi Pembulatan Kesatuan Ukuran Terdekat, Pembulatan Kebanyak Angka Desimal, Pembulatan Kebanyak Angka Signifikan.

2. Aktifitas

Aktivitas pembelajaran yang dilakukan untuk mempelajari modul ini adalah sebagai berikut:

a. Membedakan konsep membilang dan mengukur

b. Memahami kesalahan dalam pengukuran yaitu : kesalahan karena alat ukur, kesalahan karena benda ukur, kasalahan karena pengukur, kesalahan karena faktor lingkungan, dan konsep ketidakpastian dalam pengukuran.

c. Menerapkan konsep kesalahan pengukuran dalam operasi hasil pengukuran yaitu : Penjumlahan, Pengurangan dan Perkalian

Aktivitas 1: Membaca Isi materi

Bacalah materi tentang pengukuran yang terdapat dalam modul ini, kemudian catatlah hal-hal yang belum Anda pahami dari hasil membaca tersebut. Dengan berdiskusi, saling bertanya (*sharing knowledge*) sambil mengumpulkan informasi/mencoba dan mengasosiasikan, serta mengkomunikasikan dalam proses dan hasil pada setiap aktivitas Lembar Kerja. Dalam Lembar Kerja 1.1, Anda diminta untuk:

1. membedakan membilang, mengukur dan menilai
2. memberikan contoh-contoh alat ukur
3. memahami alat ukur dengan satuan ukuran terkecilnya

Lembar Kerja 1.1 : Mengukur

1. Apakah yang dimaksud dengan membilang, mengukur, dan menilai? Berikan penjelasan yang dapat membedakannya!
2. Apakah setiap kegiatan mengukur selalu menggunakan alat ukur? Berikan beberapa contoh yang lain selain yang ada dalam modul ini!
3. Apakah setiap alat ukur memiliki satuan ukuran terkecil? Bilamana alat ukur yang tidak memiliki satuan ukuran terkecil
4. Berikan penjelasan bahwa satuan ukuran terkecil dapat menentukan ketelitian dalam mengukur

Aktivitas 2 : Mempelajari cara pengukuran beberapa Alat ukur

Dari membaca materi mengenal alat ukur, Anda diminta melakukan kegiatan untuk mencari beberapa alat ukur dan mempelajari cara menggunakannnya pada bidang-bidang kejuruan. Anda diminta untuk mencari beberapa alat ukur dan menjelaskan cara menggunakannya. Dengan berdiskusi, saling bertanya (*sharing knowledge*) sambil mengumpulkan informasi/mencoba dan mengasosiasikan, serta mengkomunikasikan dalam proses dan hasil pada setiap aktivitas Lembar Kerja

Lembar Keria 2.1: Alat ukur

Carilah beberapa contoh alat ukur dan buatlah penjelasan sederhana cara menggunakannya!

(*Petunjuk lakukan dengan mencari di internet dan diskusikan))*

Aktivitas 3:Membuat Ringkasan yang berkaitan dengan kesalahan dalam pengukuran

Pada kegiatan berikutnya Anda berlatih membuat ringkasan atau resume materi yang telah dipelajari yang berkaitan dengan kesalahan dalam pengukuran.

Dengan berdiskusi, saling bertanya (*sharing knowledge*) sambil mengumpulkan informasi/mencoba dan mengasosiasikan, serta mengkomunikasikan dalam proses dan hasil pada setiap aktivitas Lembar Kerja

Lembar Kerja 3.1 : Kesalahan

1. Buatlah ringkasan tentang kesalahan dalam pengukuran
2. Buatlah analisis akibat yang berkaitan dengan kesalahan dalam pengukuran!

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 4: Membuat panduan cara menggunakan beberapa alat ukur yang digunakan di SMK

Setelah membuat ringkasan materi pengukuran, kali ini Anda diminta untuk membuat panduan sederhana dan ringkas beberapa alat ukur yang sering digunakan di SMK. Anda diminta membuat minimal 3 buah panduan alat ukur dengan cara mencari materi di internet kemudian memperagakannya.

Dengan berdiskusi, saling bertanya (*sharing knowledge*) sambil mengumpulkan informasi/mencoba dan mengasosiasikan, serta mengkomunikasikan dalam proses dan hasil pada setiap aktivitas Lembar Kerja.

Lembar Kerja 4.1 : Penggunaan Alat Ukur

Buatlah panduan cara menggunakan alat ukur yang berkaitan dengan alat ukur yang digunakan di SMK. Lakukanlah peragaan cara menggunakannya

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 5: Melatih aplikasi Konsep Pengukurandalam kehidupan sehari-hari.

Setelah mempelajari materi dan mempelajari contoh-contoh yang diberikan, Anda diminta untuk berlatih mengaplikasikan konsep pengukuran dalam kehidupan sehari-hari dengan mengerjakan lembar kerja.

Lembar Kerja 5.1

1. a. Lengkapilah Tabel Salah Mutlak berikut ini.

No	Pengukuran	Salah mutlak
a.	120 gram	... gram
b.	50,63 gram	... detik
c.	21,932 ampere	... ampere
d.	0,5 Ω	... Ω
e.	1,7152 liter	... liter

Lembar Kerja 5.1

1.b. Lengkapilah Tabel Salah Mutlak berikut ini.

No	Pengukuran	Kesalahan relatif	% Kesalahan
a.	2,63 mm	...	... %
b.	3 detik	...	... %
c.	1,250 cm	...	... %
d.	1,6512 gram	...	... %
e.	2,157 liter	...	... %

2. Lengkapilah Tabel Salah Mutlak berikut ini.

No	Pengukuran	Salah mutlak
a.	120 gram	... gram
b.	50,63 gram	... detik
c.	21,932 ampere	... ampere
d.	0,5 Ω	... Ω
e.	1,7152 liter	... liter

Lembar Kerja 5.2

1. Lengkapilah tebel hasil pengukuran berikut ini.

Pengukuran	SPT	Salah Mutlak	Salah Relatif	% Kesalahan	Ukuran		Toleransi
					Maksimum	Minimum	
3,1 L							
7,6 cm							
8,12 kg							
12,18 m							
16,185 g							
48 detik							
59 jam							
0,12 ton							
0,08 km							

2. Lengkapilah Tabel Jumlah dan Selisih berikut ini :

Pengukuran		Ukuran		Jumlah maksimum	Selisih maksimum
		Maksimum	Minimum		
12 g dan 17 g	12 g				
	17 g				
4,3 m dan 4,7 m	4,3 m				
	4,7 m				
2,4 ton dan 8 ton	2,4 ton				
	8 ton				
1,42 kg dan 0,90 kg	1,42 kg				
	0,9 kg				

3. Isilah Tabel Luas dibawah ini :

Pengukuran		Ukuran		Luas	
		Maksimum	Minimum	Maksimum	Minimum
Panjang	$(7 \pm 0,5)$ cm				
Lebar	$(4 \pm 0,5)$ cm				

(Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)

E. Rangkuman

1. Membilang (menghitung) merupakan sesuatu yang eksak (pasti), contohnya: banyaknya siswa di suatu kelas, banyaknya buku dalam tas.

2. Mengukur merupakan pendekatan, seperti mengukur panjang, luas, masa, waktu dan sebagainya.

3. Kesalahan Hasil Pengukuran: Perbedaan atau selisih antara pengukuran sebenarnya dengan hasil pengukuran disebut kesalahan..

4. Jenis kesalahan, yaitu:

a. Satuan Ukur Terkecil (ST) :Satuan ukur terkecil adalah satu angka yang diperhitungkan sebagai tingkat ketelitian alat ukur.

b. Salah Mutlak (SM) :Salah mutlak = setengah dari satuan ukur terkecil

b. SM = x ST

c. Salah Relatif (SR) salah relatif yaitu perbandingan antara salah mutlak dengan hasil pengukuran.

5. Batas Pengukuran:

a. Batas atas pengukuran (BA) adalah hasil pengukuran ditambah salah mutlaknya. BA = HP + SM

b. Batas bawah pengukuran (BB) adalah hasil pengukuran dikurangi salah mutlaknya. BB = HP – SM

6. Persentase Kesalahan (PK):Persentase kesalahan sama dengan salah relatif kali 100 persen. Persentase Kesalahan = Salah Mutlak x 100%

7. Toleransi (T):Toleransi dalam pengukuran adalah selisih antara pengukuran terbesar dengan pengukuran terkecil yang masih dapat diterima.

   T = BA – BB

8. Penjumlahan Hasil Pengukuran

   Jika dua pengukuran atau lebih dijumlahkan, maka salah mutlaknya adalah jumlah salah mutlk dari pengukuran-pengukuran awal.

9. Penjumlahan hasil pengukuran dapat dibedakan menjadi dua yaitu jumlah maksimum dan jumlah minimum, yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

   Jumlah maksimum = BA1 + BA2

   Jumlah minimum = BB1 – BB2

   BA1 = Batas atas pengukuran pertama

   BA2 = Batas atas pengukuran kedua

   BB1 = Batas bawah pengukuran pertama

   BB2 = Batas bawah pengukuran kedua

10. Pengurangan Hasil Pengukuran

    Selisih maksimum = BA terbesar – BB terkecil

    Selisih minimum = BBterbesar – BAterkecil

11. Perkalian Hasil Pengukuran

    Hasil kali maksimum = BA1 x BA2

    Hasil kali minimum = BB1 x BB2

    persegi yang sisinya (5 ± 0,2) cm !

F. Tes Formatif

Tes Formatif

1. Jumlah maksimum dari pengukuran 5 liter dan 7 liter adalah ... liter
2. Jumlah minimum dari pengukuran 2,3 kg dan 2,5 kg adalah ... kg
3. Selisih maksimum dari pengukuran 9 m dan 7m adalah...
4. Selisih minimum dari peukuran 12,5 cm dan 17,2 cm adalah ... cm.
5. Keliling maksimum dari sebuah segitiga dengan ukuran sisi-sisinya 6 cm, 8 cm, dan 10 cm adalah...
6. Panjang minimum kawat untuk membuat sebuah segilima beraturan dengan sisi 20 cm adalah ...
7. Luas maksimum sebuah daerah persegi panjang dengan ukuran panjang 30 dm dan lebar 20 dm adalah ... dm2.
8. Luas minimum sebuah kolam yang berbentuk persegi dengan sisi 50 meter adalah ... m2.
9. Luas maksimum daerah segitiga siku – siku dengan sisi alas 10 cm dan tinggi 5 cm adalah ... cm2.
10. Luas minimum daerah layang – layang dengan panjang diagonal – diagonalnya 50 cm dan 30 cm adalah ... cm2.
11. Observasilah pintu disekitar Anda, kemudian ukurlah panjang dan lebar/tinggi nya. Buatlah kesimpulan dari observasi Anda!

G. Kunci Jawaban

1. (13liter) 2. (4,7 kg) 3. (3m) 4. (4,6cm) 5. (25,5cm)

6. (97,5cm) 7. (625,25dm^2) 8. (2450,25m^2) 9. (28,875cm^2) 10. (730,125cm^2)

KEGIATAN PEMBELAJARAN 4

Kegiatan Belajar 4 : Aproksimasi Kesalahan

A. Tujuan

Tujuan dari kegiatan pembelajaran 5 ini adalah melalui diskusi dan penugasan peserta diklat dapat menerapkan konsep aproksimasi kesalahan dalam menyelesaikan masalah kejuruan dengan .

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi yang harus dikuasai setelah mengikuti kegiatan belajar ini adalah, peserta diklat dapat:

1. Menaksir (menduga) hasil operasi beberapa bilangan
2. Konsep menaksir dan Aproksimasi
3. Menentukan di antara bangun bangun yang mempunyai luas/keliling terbesar jika diketahui keliling/luasnya sama
4. Membandingkan beberapa hasil operasi dua bilangan

C. Aproksimasi Kesalahan

1. Pengertian Aproksimasi dan Menaksir

Sebelum mempelajari tentang Aproksimasi, alangkah baiknya Anda mengingat kembali dengan kata “Menaksir”. Apa yang Anda ingat dengan kata menaksir. Menaksir itu adalah mengira-ngira. Oleh karena itu jika hasil penaksiran berbeda sedikit dengan kenyataan sebenarnya (dengan batas tertentu. Kemudian disebut toleransi) sudah dianggap baik/benar.

Aproksimasi adalah pendekatan hasil pengukuran, misalnya panjang, masa, luas dan waktu dari suatu benda yang diukur karena hasil dari suatu pengukuran tidak memberikan ketelitian yang mutlak (absolut). Yang termasuk dalam aproksimasi yaitu: pengukuran, penimbangan, dan penakaran. Yang bukan termasuk aproksimasi yaitu hasil dari membilang dan menghitung.

2. Pembulatan

Secara umum, langkah-langkah untuk melakukan pembulatan terhadap suatu bilangan desimal sampai n tempat desimal adalah sebagai berikut:

- Perhatikan bilangan desimal yang akan dibulatkan.
- Jika bilangan tersebut akan dibulatkan sampai n tempat desimal, maka cek angka yang berada tepat pada posisi ke-(n+1) di sebelah kanan tanda koma.
- Apabila nilainya kurang dari 5 maka bulatkan ke bawah.
- Apabila nilainya lebih dari atau sama dengan 5 maka bulatkan ke atas.

a. Pembulatan Kesatuan Ukuran Terdekat

Jika angka dibelakang koma ≥ 5 maka nilai depannya ditambah 1.

Jika angka dibelakang koma < 5 maka nilainya tetap.

Contoh:

197,5 m = 198 m

19,8 kg = 20 kg

17,2 detik = 17 detik

Contoh
513,7 kg = 14 kg; dibulatkan ke kilogram terdekat.

101,12 m = 101,1 m; dibulatkan ke persepuluh meter terdekat.

15431 m2 = 15430 m2; dibulatkan ke puluhan meter persegi terdekat.

b. Pembulatan kebanyak Angka Desimal.

Pembulatan mengikuti banyak desimal yang diinginkan, misalnya satu, dua, atau tiga desimal.

Contoh : 9,36835

Dibulatkan empat angka desimal = 9,3684

Dibulatkan tiga desimal = 9,368.

Contoh

8,47571 = 8,4757 dibulatkan sampai empat tempat desimal.

= 8,476 dibulatkan sampai tiga tempat desimal.

= 8,48 dibulatkan sampai dua tempat desimal.

= 8,5 dibulatkan sampai satu tempat desimal.

Contoh:

1) Bulatkan 4,136 sampai:

a. 1 tempat desimal. b. 2 tempat desimal.

Penyelesaian:

a. 4,136 akan dibulatkan sampai 1 tempat desimal sehingga kita cek angka yang berada pada posisi kedua di sebelah kanan tanda koma, yaitu 3. Karena nilainya kurang dari 5 ($3<5$) maka lakukan pembulatan ke bawah menjadi 4,1. Kita menuliskan $4{,}136=4{,}1$ (sampai 1 tempat desimal).

b. 4,136 akan dibulatkan sampai 2 tempat desimal sehingga kita cek angka yang berada pada posisi ketiga di sebelah kanan tanda koma, yaitu 6. Karena nilainya lebih dari 5 ($6>5$) maka lakukan pembulatan ke atas menjadi 4,14. Kita menuliskan $4{,}136=4{,}14$ (sampai 2 tempat desimal).

2) Bulatkan 7,6378 sampai:

a. Bilangan bulat terdekat.

b. 1 tempat desimal.

c. 2 tempat desimal.

Penyelesaian:

a. Karena 7,6378 lebih dekat ke 8 daripada ke 7 maka 7,6378 dibulatkan ke atas menjadi 8. Kita menuliskan $7{,}6378\approx 8$.

b. 7,6378 akan dibulatkan sampai 1 tempat desimal, sehingga kita cek angka yang berada pada posisi kedua di sebelah kanan tanda koma, yaitu 3. Karena nilainya kurang dari 5 ($3<5$), maka lakukan pembulatan ke bawah menjadi 7,6. Kita menuliskan $7{,}6378=7{,}6$ (sampai 1 tempat desimal).

c. 7,6378 akan dibulatkan sampai 2 tempat desimal, sehingga kita cek angka yang berada pada posisi ketiga di sebelah kanan tanda koma, yaitu 7. Karena nilainya lebih dari 5 ($7>5$), maka lakukan pembulatan ke atas menjadi 7,64. Kita menuliskan $7{,}6378=7{,}64$ (sampai 2 tempat desimal).

3) Tuliskan 8,6052 sampai:

a. 3 tempat desimal

b. 2 tempat desimal

Penyelesaian:

a. 8,6052 akan dibulatkan sampai 3 tempat desimal sehingga kita cek angka yang berada pada posisi keempat di sebelah kanan tanda koma, yaitu 2. Karena nilainya kurang dari 5 ($2<5$) maka lakukan pembulatan ke bawah menjadi 8,605. Kita menuliskan $8{,}6052=8{,}605$ (sampai 3 tempat desimal).

b. 8,6052 akan dibulatkan sampai 2 tempat desimal sehingga kita cek angka yang berada pada posisi ketiga di sebelah kanan tanda koma, yaitu 5. Karena nilainya sama dengan 5 maka lakukan pembulatan ke atas menjadi 8,61. Kita menuliskan $8{,}6052=8{,}61$ (sampai 2 tempat desimal).

4) Bulatkan bilangan-bilangan berikut sampai puluhan terdekat:

a. 137

b. 353

Penyelesaian:

a. Karena 137 lebih dekat ke 140 daripada ke 130 maka 137 dibulatkan ke atas sampai puluhan terdekat menjadi 140. Kita menuliskan $137 \approx 140$.

b. Karena 353 lebih dekat ke 350 daripada ke 360 maka 353 dibulatkan ke bawah sampai puluhan terdekat menjadi 350. Kita menuliskan $353 \approx 350$.

c. Pembulatan Kebanyak Angka Signifikan.

Angka penting menunjuk ke angka-angka pada suatu bilangan, tidak termasuk angka 0 yang posisinya di sebelah kiri dari seluruh angka lain yang bukan 0. Angka penting digunakan untuk melambangkan derajat keakuratan. Semakin banyak angka penting yang dimiliki oleh suatu bilangan, semakin besar derajat keakuratan dari bilangan tersebut.

Pandang beberapa bilangan berikut: 84,015; 0,0063; 0,05600. Pada bilangan 84,015 terdapat 5 angka penting. Pada bilangan 0,0063 hanya terdapat 2 angka penting. Adapun pada bilangan 0,05600 terdapat 4 angka penting, karena dua angka 0 terakhir digunakan untuk menunjukkan keakuratan dari bilangan tersebut.

Berikut ini beberapa aturan untuk menentukan banyak angka penting:

- Semua angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 214 mempunyai 3 angka penting.

- Angka 0 yang terdapat diantara angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 603 mempunyai 3 angka penting.

- Pada bilangan desimal, semua angka 0 sebelum angka bukan 0 yang pertama bukan merupakan angka penting. Sebagai contoh, 0,006 hanya mempunyai 1 angka penting.

- Angka 0 setelah angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 23000 mempunyai 5 angka penting, dan 2,00 mempunyai 3 angka penting.

- Apabila suatu bilangan cacah sudah dibulatkan, angka 0 yang terletak di sebelah kanan dari angka bukan 0 terakhir bisa merupakan angka penting ataupun bukan merupakan angka penting, tergantung dari bilangan itu dibulatkan sampai ke berapa. Sebagai contoh, apabila dibulatkan sampai ratusan terdekat, 23000 hanya mempunyai 2 angka penting. Apabila dibulatkan sampai puluhan terdekat, 23000 mempunyai 3 angka penting.

- Untuk melakukan pembulatan dari suatu bilangan sehingga mempunyai n angka penting yang ditentukan, kita mengikuti aturan berikut:

- Perhatikan nilai dari angka yang berada pada posisi ke-n, dimulai dari kiri ke kanan dari angka pertama yang bukan 0. Selanjutnya cek nilai angka pada posisi ke-(n+1) yang tepat berada di sebelah kanan angka ke-n.

- Apabila angka ke-(n+1) nilainya kurang dari 5, hapuskan angka ke-(n+1) dan seluruh angka di sebelah kanannya. Sebagai contoh, 2,04045=2,040 (4 angka penting), 0,400127=0,400 (3 angka penting).

- Apabila angka ke-(n+1) nilainya lebih dari atau sama dengan 5, tambahkan 1 ke nilai angka ke-n dan hapuskan angka ke-(n+1) dan seluruh angka di sebelah kanannya.

Contoh:

1. Tentukan banyaknya angka penting dari bilangan-bilangan berikut:

a. . 3,1208	5 angka penting
b. 0,0005	1 angka penting
c. 0,10005	5 angka penting
d. 3,56780	6 angka penting
e 73000 (sampai ribuan terdekat)	2 angka penting

2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk yang mempunyai banyak angka penting seperti ditunjukkan:

   a. 0,003468; supaya mempunyai 3 angka penting.

   b. 0,07614; supaya mempunyai 2 angka penting.

   c. 14,408; supaya mempunyai 5 angka penting.

   d. 28,7026; supaya mempunyai 4 angka penting.

Penyelesaian:

a. Untuk menyatakan dalam bentuk yang mempunyai 3 angka penting, kita cek angka keempat dari kiri yang bukan 0. Ternyata angkanya adalah 8. Karena nilainya lebih dari 5, kita tambahkan 1 ke angka ketiga dari kiri yang bukan 0. Sehingga 0,003468=0,00347 (sampai 3 angka penting).

b. Untuk menyatakan dalam bentuk yang mempunyai 2 angka penting, kita cek angka ketiga dari kiri yang bukan 0. Ternyata angkanya adalah 1. Karena nilainya kurang dari 5, kita hapuskan angka ketiga dan seluruh angka di sebelah kanannya. Sehingga 0,07614=0,076 (sampai 2 angka penting).

c. 14,4089=14,409 (sampai 5 angka penting).

d. 28,7026=28,70 (sampai 4 angka penting).

Banyaknya signifikan adalah banyaknya bilangan nyata. Jika dinyatakan sebagai letak koma desimal maka angka nol (0) bukan angka signifikan.

Contoh :

0,009764809 = 7 signifikan

0,0010 = 2 signifikan

1,8 x 10^3 mempunyai 2 signifikan yaitu 1 dan 8.

Contoh

30,5 mempunyai 3 angka signifikan.

0,3011 mempunyai 4 angka signifikan.

0,007 mempunyai 1 angka signifikan.

0,100 mempunyai 3 angka signifikan.

3. Angka Penting (Signifikan)

Angka penting menunjuk ke angka-angka pada suatu bilangan, tidak termasuk angka 0 yang posisinya di sebelah kiri dari seluruh angka lain yang bukan 0. Angka penting digunakan untuk melambangkan derajat keakuratan. Semakin banyak angka penting yang dimiliki oleh suatu bilangan, semakin besar derajat keakuratan dari bilangan tersebut.

Pandang beberapa bilangan berikut: 84,015; 0,0063; 0,05600. Pada bilangan 84,015 terdapat 5 angka penting. Pada bilangan 0,0063 hanya terdapat 2 angka penting. Adapun pada bilangan 0,05600 terdapat 4 angka penting karena dua angka 0 terakhir digunakan untuk menunjukkan keakuratan dari bilangan tersebut.

Berikut ini beberapa aturan untuk menentukan banyak angka penting:

- Semua angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 214 mempunyai 3 angka penting.

- Angka 0 yang terdapat di antara angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 603 mempunyai 3 angka penting.

- Pada bilangan desimal, semua angka 0 sebelum angka bukan 0 yang pertama bukan merupakan angka penting. Sebagai contoh, 0,006 hanya mempunyai 1 angka penting.

- Angka 0 setelah angka bukan 0 merupakan angka penting. Sebagai contoh, 23000 mempunyai 5 angka penting, dan 2,00 mempunyai 3 angka penting.

- Apabila suatu bilangan cacah sudah dibulatkan, angka 0 yang terletak di sebelah kanan dari angka bukan 0 terakhir bisa merupakan angka penting ataupun bukan merupakan angka penting, tergantung dari bilangan itu dibulatkan sampai ke berapa. Sebagai contoh, apabila dibulatkan sampai ratusan terdekat, 23000 hanya mempunyai 2 angka penting. Apabila dibulatkan sampai puluhan terdekat, 23000 mempunyai 3 angka penting.

Untuk melakukan pembulatan dari suatu bilangan sehingga mempunyai n angka penting yang ditentukan, kita mengikuti aturan berikut:

- Perhatikan nilai dari angka yang berada pada posisi ke-n, dimulai dari kiri ke kanan dari angka pertama yang bukan 0. Selanjutnya cek nilai angka pada posisi ke-(n+1) yang tepat berada di sebelah kanan angka ke-n.

- Apabila angka ke-(n+1) nilainya kurang dari 5, hapuskan angka ke-(n+1) dan seluruh angka di sebelah kanannya. Sebagai contoh, 2,04045=2,040 (4 angka penting), 0,400127=0,400 (3 angka penting).

- Apabila angka ke-(n+1) nilainya lebih dari atau sama dengan 5, tambahkan 1 ke nilai angka ke-n dan hapuskan angka ke-(n+1) dan seluruh angka di sebelah kanannya.

Contoh:

1. Tentukan banyaknya angka penting dari bilangan-bilangan berikut:

a. 0,0401	d. 0,10005
b. 3,1208	e. 3,56780
c. 0,0005	f. 73000 (sampai ribuan terdekat)

Penyelesaian:

a. 3 angka penting.

b. 5 angka penting.

c. 1 angka penting.

d. 5 angka penting.

e. 6 angka penting.

f. 2 angka penting.

2. Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk yang mempunyai banyak angka penting seperti ditunjukkan:

a. 0,003468; supaya mempunyai 3 angka penting.

b. 0,07614; supaya mempunyai 2 angka penting.

c. 14,408; supaya mempunyai 5 angka penting.

d. 28,7026; supaya mempunyai 4 angka penting.

Penyelesaian:

a. Untuk menyatakan dalam bentuk yang mempunyai 3 angka penting, kita cek angka keempat dari kiri yang bukan 0. Ternyata angkanya adalah 8. Karena nilainya lebih dari 5, kita tambahkan 1 ke angka ketiga dari kiri yang bukan 0. Sehingga 0,003468=0,00347 (sampai 3 angka penting).

b. Untuk menyatakan dalam bentuk yang mempunyai 2 angka penting, kita cek angka ketiga dari kiri yang bukan 0. Ternyata angkanya adalah 1. Karena nilainya kurang dari 5, kita hapuskan angka ketiga dan seluruh angka di sebelah kanannya. Sehingga 0,07614=0,076 (sampai 2 angka penting).

c. 14,4089=14,409 (sampai 5 angka penting).

d. 28,7026=28,70 (sampai 4 angka penting).

4. Estimasi (Penaksiran)

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menggunakan estimasi (penaksiran) apabila untuk memperoleh jawaban akhir yang pasti diperkirakan tidak memungkinkan ataupun tidak diperlukan. Estimasi sering menggunakan pembulatan, baik pembulatan ke bawah, pembulatan ke atas, ataupun pembulatan sampai n tempat desimal.

Secara umum, langkah-langkah untuk melakukan penaksiran adalah sebagai berikut:

a. Selalu cari bilangan-bilangan yang nantinya akan memudahkan dalam melakukan perhitungan, misalnya satuan, puluhan, ratusan, atau ribuan. Sebagai contoh, $45{,}4\times 95{,}72\approx 45\times 100$.

b. Selalu ingat bilangan desimal sederhana yang ekuivalen dengan bilangan pecahan, misalnya $0{,}25=1/4$,$0{,}5=1/2$,$0{,}125=1/8$.

c. Dalam melakukan perhitungan, supaya hasil estimasinya mendekati jawaban sebenarnya, satu faktor dibulatkan ke atas dan satu faktor lain dibulatkan ke bawah. Sebagai contoh, $3578\times 4127\approx 3600(\uparrow)\times 4000(\downarrow)$.

d. Untuk ekspresi berupa pecahan, bulatkan sampai ke bilangan yang mudah untuk dilakukan pembagian. Sebagai contoh, $18{,}52\times 4{,}311{,}79\approx 20\times 4/2$.

Contoh:

1. Taksirlah hasil perhitungan berikut:

a. $59{,}67-24{,}265+11{,}32$ b. $58{,}75\times 47{,}5\div 44{,}65$

Penyelesaian:

a. Kita bulatkan 59,67 ke 60, kemudian 24,265 ke 20, dan 11,32 ke 10. Sehingga $59{,}67-24{,}265+11{,}32\approx 60-20+10=50$.

b. Kita bulatkan 58,75 ke 60, kemudian 47,5 ke 50, dan 44,65 ke 40. Sehingga $58{,}75\times 47{,}5\div 44{,}65\approx 60\times 50\div 40=75$.

2. Taksirlah hasil perhitungan berikut:

a. $26,5+19,85-8,21$

c. $5015\div198$

b. $7,56\times4,105$

Penyelesaian:

a. $26,5+19,85-8,21\approx27+20-8=39$

b. $7,56\times4,105\approx8\times4=32$

c. $5015\div198\approx5000\div200=25$

3. Taksirlah hasil perhitungan berikut sampai 1 angka penting:

a. $39,7\times1,61$

b. $39,7\div1,61$

c. $\sqrt{39,7}$

d. $139,7$

Penyelesaian:

a. $39,7\times1,61\approx40\times1,6=64\approx60$ (sampai 1 angka penting)

Keterangan:

- 39,7 (punya 3 angka penting) dibulatkan menjadi 40 (punya 2 angka penting).
- 1,61 (punya 3 angka penting) dibulatkan menjadi 1,6 (punya 2 angka penting).
- 64 (punya 2 angka penting) dibulatkan menjadi 60 (punya 1 angka penting).

b. $39,7\div1,61\approx40\div1,6=25\approx30$ (sampai 1 angka penting)

c. $\sqrt{39{,}7} \approx \sqrt{36} = 6$ (sampai 1 angka penting)

Keterangan:

- 39,7 dibulatkan menjadi 36 (bilangan kuadrat terdekat)

d. 139,7≈140=0,025≈0,03 (sampai 1 angka penting)

5. Kesalahan

Seseorang sedang melakukan pengukuran terhadap panjang suatu ruas jalan tol dan panjang kertas A4. Hasil pengukurannya untuk jalan tol didapat 9.950 *m* dan hasil pengukuran untuk panjang kertas adalah 29 *cm*. Padahal panjang sebenarnya untuk jalan tol adalah 10.000 *m* dan panjang sebenarnya untuk kertas A4 adalah 29,7 *cm*. Disini terjadi kesalahan pengukuran untuk jalan tol sebesar 50 *m* atau 5.000 *cm.* Dan kesalahan pengukuran untuk panjang kertas A4 adalah 0,7 *cm*. Pengukuran yang manakah yang lebih teliti?

Definisi 1:

Kesalahan (*error*) didefinisikan sebagai selisih antara nilai sebenarnya dan nilai hasil pengukuran, atau***Kesalahan = nilai sebenarnya – nilai pengukuran***

Secara simbolik dinyatakan dengan: $e_t = x_t - x_a$

Dengan $e_t$merupakan kesalahan pengukuran, $x_s$adalah nilai sebenarnya (*true value*) dan $x_a$adalah nilai pengukuran atau nilai pendekatan (aproksimasi).

Dengan definisi pada persamaan, kesalahan dapat bernilai positif dan dapat pula bernilai negatif. Kesalahan akan bernilai negatif apabila nilai pengukuran lebih besar dari nilai sebenarnya.

Untuk memperjelas pengertian dan pemahaman terhadap definisi di atas, lihat contoh berikut ini.

Contoh 1:

Pada kasus pengukuran jalan tol dan panjang kertas A4 di atas, kesalahan dapat ditabelkan seperti berikut ini.

Pengukuran	Panjang Sebenarnya x_t	Hasil Pengukuran x_a	Kesalahan e_t
Panjang Jalan Tol	10.000 *m*	9.950 *m*	5.000 *cm*
Panjang Kertas A4	29,7 *cm*	29 *cm*	0,7 *cm*

Kesalahan pada pengukuran jalan tol (5.000 *cm*) jauh lebih besar jika dibandingkan dengan kesalahan pada pengukuran panjang kertas A4 (0,7 *cm*). Namun demikian kesalahan pengukuran pada jalan tol tersebut lebih bisa diterima, karena kalau dibandingkan dengan nilai sebenarnya kesalahan tersebut hanya sebesar 10.000 *m* dibagi 50 *m* atau sebesar 0,005. Sedangkan kesalahan pengukuran panjang kertas A4 dibandingkan dengan nilai sebenarnya adalah 29,7 *cm* dibagi 0,7 *cm* adalah 0,02357.

Oleh karena itu, dibuat suatu definisi tentang kesalahan relatif dan prosentase kesalahan relatif seperti berikut ini.

Definisi 2:

Kesalahan relatif (*relatif error*) didefinisikan sebagai kesalahan dibagi dengan nilai sebenarnya, atausecara simbolik dinyatakan dengan e_r.

Dengan $e_r$merupakan kesalahan relatif, $e_t$adalah nilai kesalahan dan $x_t$adalah nilai sebenarnya.

Definisi 3:

Prosentase kesalahan relatif didefinisikan sebagai kesalahan relatif dikalikan 100%, ataudengan pe_ryang merupakan prosentase kesalahan relatif, $e_t$adalah nilai kesalahan dan $x_t$adalah nilai sebenarnya.

Contoh 2:

Pada kasus pengukuran jalan tol dan panjang kertas A4 di atas, kesalahan dapat ditabelkan seperti berikut ini.

Pengukuran	x_t	x_a	e_t	e_r	pe_r
Panjang Jalan Tol	10.000 m	9.950 m	5.000 cm	0,005	0,5%
Panjang Kertas A4	29,7 cm	29 cm	0,7 cm	0,02357	2%

Jadi kesalahan relatif pada pengukuran panjang jalan tol lebih kecil dari kesalahan relatif pada pengukuran panjang kertas A4.

Pada pembahasan kesalahan di atas, nilai sebenarnya telah diketahui. Namun demikian pada sebagian besar permasalahan pengukuran nilai sebenarnya ini belum diketahui. Jika nilai sebenarnya tidak atau belum diketahui, maka rumusan persamaan sampai dengan persamaan tidak dapat digunakan. Untuk itu diperlukan adanya suatu rumusan lain yang dapat dipakai untuk memperkirakan seberapa besar kesalahan dari suatu pengukuran.

Misal seseorang melakukan pengukuran terhadap lebar dari meja, lebar meja yang sebenarnya tidak diketahui. Pada saat melakukan pengukuran terbaca 75 cm. Ini bukan berarti lebar meja yang sebenarnya adalah 75 cm. Hanya pada alat ukur terbaca lebih dekat ke 75 cm daripada ke 74 cm atau ke 76 cm. Bisa dikatakan bahwa lebar meja tersebut diantara 74.5 cm dan 76.5 cm. Artinya kesalahan pengukuran yang masih dapat diterima adalah 0,5 cm. Secara tidak formal, nilai 76,5 cm dikatakan sebagai batas atas pengukuran (nilai ukuran terbesar), nilai 74,5 cm merupakan batas bawah pengukuran (nilai ukuran terkecil), dan nilai 0,5 cm sebagai kesalahan mutlak pengukuran.Rentang batas atas dan batas bawah ini dinamakan sebagai satuan pengukuran terkecil.

Selanjutnya akan dibahas beberapa definisi kesalahan yang terkait dengan pengukuran terhadap objek yang nilai sebenarnya tidak diketahui.

Definisi 4:

Satuan pengukuran terkecil adalah tingkat ketelitian dalam pengukuran.

Contoh 3:

Dalam pengukuran lebar meja, digunakan satuan pengukuran cm. Hasil pengukuran lebar meja adalah 75 cm. Dalam pengukuran ini mempunyai satuan pengukuran terkecil 1 cm.

Contoh 4:

Dalam pengukuran lebar jalan, digunakan satuan pengukuran m. Hasil pengukuran lebar jalan adalah 7,5 m. Dalam pengukuran ini mempunyai satuan pengukuran terkecil 0,1 m.

Contoh 5:

Dalam pengukuran luas dasar kolam bentuk persegi panjang, digunakan satuan pengukuran m^2. Hasil pengukuran luas tersebut adalah adalah 45,50 m^2. Dalam pengukuran ini mempunyai satuan pengukuran terkecil 0,01 m^2.

Contoh 6:

Dalam pengukuran volume air di dalam tandon bentuk tabung, digunakan satuan pengukuran m^3. Hasil pengukuran volume air tersebut adalah adalah 1,5 m^3. Dalam pengukuran ini mempunyai satuan pengukuran terkecil 0,1 m^3.

Definisi 5:

Salah mutlak dalam suatu pengukuran adalah setengah kali satuan pengukuran terkecil, atau secara simbolik dinyatakan denganSM yangmerupakan salah mutlak, u adalah satuan ukuran terkecil. Dengan definisi pada persamaan, salah mutlak selalu bernilai positif. Untuk memperjelas pengertian dan pemahaman terhadap definisi di atas, lihat contoh berikut ini.

Contoh 7:

Seseorang melakukan pengukuran lebar sungai. Hasil pengukuran tercatat 3,5 m. Tentukan salah mutlak dari pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

Satuan pengukuran terkecil dari hasil pengukuran tersebut adalah u=0,1 *m.*

Dengan menggunakan definisi , salah mutlak pengukuran adalah

Contoh 8:

Suatu produk air minum kemasan dalam botol, tertulis isi 0,75 liter. Tentukan salah mutlak dari isi kemasan air minum tersebut.

Penyelesaian:

Satuan pengukuran terkecil dari hasil pengukuran tersebut adalah u=0,01 liter.

Dengan menggunakan definisi , salah mutlak pengukuran adalah .

Contoh 9:

Wijaya melakukan pengukuran luas ruangan dan hasil pengukuran tercatat 20,25 m^2. Alex si tukang keramik mengatakan luas keramik ini adalah 400,00 cm^2. Tentukan salah mutlak dari pengukuran yang dilakukan Wijaya dan Alex tersebut.

Penyelesaian:

- Hasil pengukuran Wijaya adalah 20,25 m^2. Dengan menggunakan definisi , salah mutlak pengukuran Wijaya adalah. Atau dalam ukuran cm^2 menjadi .... cm^2

- Hasil pengukuran Alex adalah 400,00 cm^2. Dengan menggunakan definisi , salah mutlak pengukuran Alex adalah ......

Dengan hanya menggunakan definisi salah mutlak, perbandingan kesalahan dari dua pengukuran sulit untuk dibandingkan. Oleh karena itu, dibuat suatu definisi kesalahan yang merujuk pada nilai pengukurannya. Selanjutnya akan didefinisikan salah relatif dan prosentase salah relatif.

Definisi 6:

Salah relatif didefinisikan sebagai salah mutlak dibagi dengan nilai pengukuran, atausecara simbolik dinyatakan dengan*SR* yangmerupakan salah relatif, *SM* adalah salah mutlak nilai dan $x_a$adalah nilai pengukuran.

Definisi 7:

Prosentase salah relatif didefinisikan sebagai salah relatif dikalikan 100%, atau

Dengan pe_rmerupakan prosentase salah relatif, $e_t$adalah salah mutlak nilai dan $x_t$adalah nilai sebenarnya.

Contoh 10:

Seseorang melakukan pengukuran lebar sungai pada contoh 7. Hasil pengukuran tercatat 3,5 *m.* Tentukan salah relatif dan prosentase salah relatif dari pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

Dari contoh 7, didapat salah mutlak.

- Salah Relatif = ...

Dengan menggunakan persamaan, didapat salah relatif sebagai berikut

- Prosentase Salah Relatif =.......

Dengan menggunakan persamaan, didapat prosentase salah relatif sebagai berikut

Contoh 11:

Kembali ke contoh 10, Wijaya melakukan pengukuran luas ruangan dan hasil pengukuran tercatat 20,25 m^2. Alex si tukang keramik mengatakan luas keramik ini adalah 400,00 cm^2. Tentukan salah relatif dan prosentase salah relatif dari pengukuran yang dilakukan Wijaya dan Alex tersebut. Dari hasil perhitungan kesalahan tersebut, manakah yang lebih teliti? Wijaya atau Alex?

Penyelesaian:

Hasil pengukuran Wijaya adalah 20,25 m^2. Dengan menggunakan definisi didapat:

- Salah mutlak = ...

- Salah relatif = ...

- Prosentase salah relatif

- Hasil pengukuran Alex adalah 400,00 cm^2. Dengan menggunakan definisi , , dan, didapat:

- Salah mutlak = ...

- Salah relatif = ...

- Prosentase salah relatif = ...

Perbandingan kesalahan dari dua pengukuran Wijaya dan Alex, secara prosentase kesalahan relatifnya, pengukuran Alex mempunyai kesalahan yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan yang dilakukan oleh Wijaya.

Definisi 8:

Ukuran terbesar dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran ditambah dengan salah mutlak dari pengukuran. Atau dengan x_a adalah nilai hasil pengukuran dan *SM* adalah salah mutlak dari pengukuran.

Definisi 9:

Ukuran terkecil dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran dikurangi dengan salah mutlak dari pengukuran. Atau dengan $x_a$adalah nilai hasil pengukuran dan *SM* adalah salah mutlak dari pengukuran.

Contoh 12:

Panjang dari lapangan sepak bola adalah 100 *m*. Tentukan ukuran terbesar dan ukuran terkecil dari pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

- Satuan pengukuran terkecil dari pengukuran adalah u = 1 *m*.

- Salah mutlak dari pengukuran isi air adalah .....

- Ukuran terbesar pengukuran adalah .....

- Ukuran terkecil pengukuran adalah ....

Contoh 13:

Misal nilai hasil pengukuran isi air dalam botol adalah 1,5 liter. Tentukan ukuran terbesar dan ukuran terkecil dari pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

- Satuan pengukuran terkecil dari pengukuran adalah u = 0,1 liter.

- Salah mutlak dari pengukuran isi air adalah $\frac{1}{2}\ x\ \ satuan\ \ ukuran\ \ terkecil$

SM = $\frac{1}{2}\ x\ \ 0{,}1\ liter$ = 0,05 liter

- Ukuran terbesar pengukuran adalah 1,55 liter

- Ukuran terkecil pengukuran adalah 1,45 liter

Definisi 10:

Toleransi kesalahan pengukuran adalah selisih antara ukuran terbesar dengan

ukuran terkecil dari pengukuran.

Teorema 1:

Tolerasi kesalahan sama dengan dua kali salah mutlak.

Bukti:

Berdasarkan Definisi 8, Definisi 9, dan Definisi10 dapat diturunkan.Jadi toleransi kesalahan dapat dicari dengan mengalikan salah mutlak dengan 2.

Contoh 14:

Misal nilai hasil pengukuran isi air dalam botol adalah 1,5 liter. Tentukan toleransi kesalahan pengukuran tersebut.

Penyelesaian:

Dari contoh 13 didapat:

- Salah mutlak dari pengukuran isi air adalah SM = 0,05 liter

- Ukuran terbesar pengukuran adalah Ukuran terbesar = 1,55 liter

- Ukuran terkecil pengukuran adalah Ukuran terkecil = 1,45 liter

Dengan menggunakan persamaan, didapat nilai toleransi kesalahan:

Atau dengan menggunakan persamaan, didapat nilai toleransi kesalahan:

Toleransi kesalahan = Ukuran terbesar – Ukuran terkecil

= .... - ....

= .....liter

Atau dengan menggunakan persamaan, didapat nilai toleransi kesalahan

Toleransi Keslahan = 2 SM = 2 (0,05 liter)= 0,1 liter.

Teorema 2:

Jika xamenyatakan nilai hasil pengukuran, maka ukuran terbesar dari pengukuran tersebut sama dengan nilai hasil pengukuran ditambah setengah kali toleransi kesalahan.

Bukti:

Berdasarkan persamaan dan didapat :

Toleransi Kesalahan = 2SM = Ukuran terbesar – Ukuran terkecil

SM $= \frac{1}{2}(Ukuran\ terbesar - Ukuran\ terkecil)$

$= (\text{xa}+ \frac{1}{2}(Toleransi\ Kesalahan)) - (\text{xa}- \frac{1}{2}(Toleransi\ Kesalahan))$

dalam bentuk penulisannya $(\text{xa}\pm \frac{1}{2}(Toleransi\ Kesalahan))$

Teorema 3:

Jika xa menyatakan nilai hasil pengukuran maka ukuran terkecil dari pengukuran tersebut sama dengan nilai hasil pengukuran dikurangi dua kali toleransi kesalahan.

Bukti:

Berdasarkan persamaan dan didapat :

Ukuran terkecil = xa- $(\textit{Toleransi Kesalahan})$

Dalam pernyataan ukuran sebagai ukuran standarisasi, penulisan ukuran standar tersebut biasa dinyatakan dalam bentuk: (xa± $\frac{1}{2}(\textit{Toleransi Kesalahan})$)

Contoh 15:

Pada suatu pengukuran, didapat ukuran terbesar yang dapat diterima 12,4 mm dan ukuran terkecil yang dapat diterima adalah 11,8 mm. Tentukan toleransi kesalahan pengukuran.

Penyelesaian:

Toleransi kesalahan = Ukuran terbesar – ukuran terkecil

= 12,4 mm – 11,8 mm

= 0,6 mm

Contoh 16:

Ukuran standar baut diameter 10 mm mempunyai tolerasi kesalahan 0,2 mm. Ukuran standar diameter baut tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk (10 + 0,1) mm. Jika ada suatu perusahaan yang akan memproduksi baut yang memenuhi ukuran standar tersebut, maka berapakah ukuran terbesar dan ukuran terkecil yang diperbolehkan agar memenuhi standar tersebut?

Penyelesaian:

- Ukuran terbesar diameter baut yang diperbolehkan adalah

Ukuran terbesar = (xa+ $^{(Toleransi\ Kesalahan)}$)=(10 mm + 2. (0,1)) = 10,2 mm

10 mm + 0,2 mm = 10,2 mm

- Ukuran terkecil diameter baut yang diperbolehkan adalah ....

10 mm − 0,2 mm = 9,8 mm

6. Latihan Soal

1. Suatu produk kertas ukuran F4, tertulis berat dari kertas adalah 80 gsm. Setelah dilakukan penimbangan didapat hasil 79,75 gsm. Tentukan kesalahan, kesalahan relatif, dan prosentase kesalahan relatif dari berat kertas tersebut.

2. Diketahui bahwa lebar dari kertas A4 adalah 21 *cm* dan panjangnya adalah 29,7 *cm.* Atau diketahui ukuran kertas A4 adalah 21 x 29,7 *cm.* Andi mengambil selembar kertas A4 dari sebuah produk dan melakukan pengukuran lebar kertas tersebut adalah 20,8 *cm* dan pengukuran panjangnya didapat 29,5 *cm*. Tentukan kesalahan, kesalahan relatif, dan prosentase kesalahan relatif dari

    a. Ukuran lebar dari kertas A4 yang diukur oleh Andi tersebut.

b. Ukuran panjang dari kertas A4 yang diukur oleh Andi tersebut.

c. Ukuran luas dari kertas A4 yang diukur oleh Andi tersebut.

3. Seperti pada contoh nomor 2, cobalah Anda lakukan pengukuran sendiri dan kemudian tentukan kesalahan, kesahan relatif, dan prosentase kesalahan relatif dari hasil pengukuran Anda.

4. Sebuah produk rokok menginginkan produknya mempunyai kandungan 14 MG Tar dan 1,0 MG Nicotine. Nilai kandungan ini dituliskan pada bungkus rokok. Bagian uji kualitas dari perusahan tersebut mengambil sebuah sampelproduk dan melakukan pengujian kandungan Tar dan Nicotine. Hasil pengujian didapat 14,5 MG Tar dan 1,45 MG Nicotine. Berapakah nilai kesalahan, kesalahan relatif, dan prosentase kesalahan relatif dari produk tersebut.

5. Sebuah produk minuman ringan dalam kaleng mencantukan isi bersih dari minumannya adalah 330 *ml.* Balai Pengawas Obat dan Makanan (POM) melakukan pengujian, mengambil sebuah produk dan menuangkan dalam sebuah gelas ukur. Hasil pengukuran isi dari minuman kaleng tersebut adalah 315 *ml.* Tentukan kesalahan, kesalahan relatif, dan prosentase kesalahan relatif dari ukuran isi tersebut.

6. Seorang pramuniaga dari mini market, menimbang anggur yang dipilih oleh seorang pembeli. Hasil dari penimbangan tersebut adalah 0,75 Kg. Tentukan satuan ukuran terkecil, salah mutlak, salah relatif, prosentase salah relatif dari hasil penimbangan yang dilakukan oleh pramuniaga tersebut.

7. Dalam laga formula satu (F1), Michael Schummacer memasuki pitch. Timnya melakukan penggantian roda dengan catatan waktu 6,9 detik. Tentukan satuan ukuran terkecil, salah mutlak, salah relatif, prosentase salah relatif dari waktu pencatatan penggantian roda oleh Tim tersebut.

8. Besaran bilangan – bilangan berikut ini didapatkan dari hasil pengukuran.

   a. 176 Ha

   b. 19,5 gallon

   d. 5,751 ton

   e. 10.000 m^3/hari

c. 6,95 detik

Tentukan satuan ukuran terkecil, salah mutlak, salah relatif, prosentase salah relatif dari pengukuran di atas.

9. Besaran bilangan – bilangan berikut ini didapatkan dari hasil pengukuran.

   a. 176 Ha d. 5,751 ton

   b. 19,5 gallon e. 10.000 m^3/hari

   c. 6,95 detik

   Tentukan ukuran terbesar dan ukuran terkecil dari pengukuran di atas.

10. Berikut ini merupakan pernyatan standar pengukuran. Tentukan nilai pengukuran terbesar dan nilai pengukuran terkecil yang dapat diterima, dan tentukan juga toleransi kesalahannya.

    a. (6,22 $\pm$ 0,12) cm. d. (100,536 $\pm$ 0,123) mm.

    b. (4,1 $\pm$ 0,5) detik. e. (2,5 $\pm$ 0,01) *ton.*

    c. (50,0 $\pm$ 0,1) gr.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Pengantar

Dalam kegiatan ini Anda akan melakukan serangkaian kegiatan untuk mencapai kompetensi berkaitan dengan Penaksiran dan Aproksimasi kesalahan. Kegiatan-kegiatan tersebut akan terbagi dalam beberapa topik, di antaranya adalah:

1) Pembulatan, pada bagian ini Anda belajar langkah-langkah untuk melakukan pembulatan, pembulatan kesatuan ukuran terdekat, Pembulatan kebanyak angka desimal dan Pembulatan kebanyak Angka signifikan

2) Angka Signifikan, pada bagian ini Anda akan mempelajari tentang aturan untuk menentukan angka signifikan.

3) Penaksiran (Estimasi), pada bagian ini Anda akan mempelajari langkah-langkah penaksiran

4) Kesalahan, pada bagian ini Anda akan mempelajari definisi kesalahan (error), kesalahan relatif, prosentase kesalahan relatif, satuan pengukuran terkecil, salah mutlak, salah relatif, ukuran terbesar, ukuran terkecil, dan toleransi kesalahan pengukuran

2. Aktifitas

Aktivitas pembelajaran yang dilakukan untuk mempelajari modul ini adalah sebagai berikut:

a. Membedakan Konsep penaksiran dan pendekatan

b. Menerapkan 3 cara pembulatan yaitu : pembulatan ke satuan terdekat, pembulatan ke angka desimal dan pembulatan ke banyaknya angka signifikan

c. Memahami kesalahan dalam pengukuran yaitu : kesalahan karena alat ukur, kesalahan karena benda ukur, kasalahan karena pengukur, kesalahan karena faktor lingkungan, dan konsep ketidakpastian dalam pengukuran.

d. Menerapkan konsep kesalahan pengukuran dalam operasi hasil pengukuran yaitu : Penjumlahan, Pengurangan dan Perkalian

Aktivitas pembelajaran yang dilakukan untuk mempelajari modul ini adalah sebagai berikut:

Aktivitas 1: Membaca Isi materi Penaksiran

Bacalah materi tentang penaksiran yang terdapat dalam modul ini, kemudian catatlah hal-hal yang belum Anda pahami dari hasil membaca tersebut. Anda diminta untuk mengerjakan Lembar Kerja :

1. Anda diminta menjelaskan mengenai penaksiran suatu ukuan
2. Anda diminta memahami beberapa cara penaksiran
3. Anda diminta melakukan penaksian suatu ukuran dari obek tertentu.

Dengan berdiskusi, saling bertanya (*sharing knowledge*) sambil mengumpulkan informasi/mencoba dan mengasosiasikan, serta mengkomunikasikan dalam proses dan hasil pada setiap aktivitas Lembar Kerja.

Lembar Kerja 1.1 : Penaksian ukuran benda Membilang dan Mengukur

1. Apakah yang dimaksud penaksiran?
2. Untuk apa dilakukan penaksiran?
3. Penaksiran yang baik sepeti apa?
4. Apa yang terjadi jika tidak ada kegiatan penaksiran?

Lembar Kerja 1.2 :

Carilah beberapa contoh objek yang taksir dan buatlah penjelasan sederhana cara mengapa dilakukan penaksiran!

(*Petunjuk lakukan dengan mencari di internet dan diskusikan)*)

Aktivitas 2: Membaca Isi materi

Bacalah materi tentang penaksiran (estimasi) dan pendekatan (aproksimasi) yang terdapat dalam modul ini, kemudian catatlah hal-hal yang belum Anda pahami dari hasil membaca tersebut. Anda diminta untuk mengerjakan Lembar Kerja.

1. Anda diminta untuk memahami pengertian menaksir
2. Anda diminta membedakan cara penaksiran dan pendekatan

Lembar Kerja 2.1: Pengertian penaksiran

1. Buatlah ringkasan tentang penaksiran ukuran atau objek tertentu
2. Buatlah analisis akibat dampak penaksiran bagi anda dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari!

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 2.2: Penaksiran

1. Apakah yang dimaksud dengan menaksir sebuah ukuran?
2. Apakah yang membedakan cara penaksiran dan pendekatan?

Aktivitas 3 : Mempelajari cara untuk menaksir benda yang besar

Pada aktivitas kali ini Anda diminta melakukan kegiatan untuk mencari contoh beberapa panaksiran. Anda diminta memberikan beberapa contoh kegiatan menaksir

1. Anda diminta memperagakan / contoh penaksian

Aktivitas 4 : Membedakan Penaksiran (estimasi) dan Pendekatan (aproksimasi)

Pada kegiatan berikutnya Anda berlatih membat ringkasan atau resume materi yang telah dipelajari yang berkaitan dengan penaksiran dan pendekatan dalam dalam suatu pengukuran.

1. Anda diminta membuat ringkasan sederhana yang membedakan kegiatan penaksiran dan pendekatan
2. Anda diminta mencari beberapa aktivitas yang dilakukan pramuka dalam kegiatan penaksiran.

Lembar Kerja 4.1: Penaksiran

1. Buatlah ringkasan sederhana dari kegiatan estimasi dan aproksimasi!
2. Apa yang membedakan penaksiran dan pendekatan?

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 4.2: Penaksiran

Buatlah suatu kegiatan penaksiran yang biasa dilakukan oleh pramuka. Jelaskan pada teman diskusi Anda.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 5: Melatih aplikasi Konsep Pengukuran dalam kehidupan sehari-hari.

Setelah mempelajari materi dan mempelajari contoh-contoh yang diberikan, Anda diminta untuk berlatih mengaplikasikan konsep pengukuran dalam kehidupan sehari-hari dengan mengerjakan lembar kerja.

1. Anda diminta mengerjakan soal yang berkaitan dengan pembulatan.
2. Anda diminta menentukan angka penting dari suatu bilanagan desimal.

Lembar Kerja 5.1: Pembulatan

1. Bulatkanlah hasil pengukuran berikut ini:
   a. 213,652 cm = ... cm (persepuluhan sentimeter terdekat).
   b. 47,57 kg = ... kg (perseratusan sentimeter terdekat).
   c. 1.983,48 m = ... m (meter terdekat).
2. Waktu tempuh = 2.739,21 detik, dibulatkan ke satuan ukuran:
   a. persepuluhan detik terdekat = ... detik.
   b. perseratusan detik terdekat = ... detik
   c. detik terdekat = ... detik.
3. Massa 732,1453 gram, dibulatkan hingga:
   a. Satu tempat desimal = ... gram.
   b. Dua tempat desimal = ... gram.
   c. Tiga tempat desimal = ... gram.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 5.2: Angka Penting

1. Banyaknya angka penting dari bilangan:
   a. 57,12 detik = ... angka penting.
   b. 12,56 ampere = ... angka penting.
   c. 5,19 Ω = ... angka penting.
2. Massa benda = 0,025017 gram, dibulatkan hingga:
   a. Satu angka penting = ... gram.
   b. Dua angka penting = ... gram.
   c. Tiga angka penting = ... gram.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 5.3

1. 347,8457 meter, Bulatkanlah ke satuan ukuran:
   a. Meter terdekat = ... meter
   b. Perseratus meter terdekat = ... meter
   c. Persepuluh meter terdekat = ... meter
   d. Sentimeter terdekat = ... cm
   e. Dekameter terdekat = ... dam
2. Bulatkan sampai satu tempat desimal!
   a. 89,19 = ...
   b. 67,257 = ...
   c. 782,189 = ...
3. Tentukan banyaknya angka penting pada bilangan berikut kemudian sebutkan bilangan tersebut
   a. 72,05 = ... angka penting (.......................)
   b. 80,001 = ... angka penting (.......................)
   c. 0,0009 = ... angka penting (.......................)
4. Bulatkan bilangan-bilangan berikut sesuai angka penting yang ada di dalam tanda kurung.
   a. 0,00519 (2) = ...
   b. 5,621 (1) = ...
   c. 2,716 (3) = ...
   d. 3,1416 (4) = ...

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Lembar Kerja 5.4

1. Nyatakan 99,5473 sebagai pecahan desimal dibulatkan sampai:
   a. Dua tempat desimal = ...
   b. Dua angka penting = ...
   c. Tiga tempat desimal = ...
   d. Tiga angka penting = ...
2. Diameter piston 3,924 cm, tentukanlah:
   a. Banyaknya angka penting = ...
   b. Hasil pembulatan satu tempat desimal = ... cm.
   c. Pembulatan sampai sentimeter terdekat = ... cm.
3. Besar tegangan 218,75 volt, tentukanlah:
   a. Banyaknya angka penting = ...
   b. Bila dinyatakan dalam volt terdekat = ... volt.
4. Besar arus 5,392 ampere, dibulatkan ke persepuluh ampere = ... ampere.

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

Aktivitas 6 : Penyusunan instrument penilaian

Pada kegiatan pada aktifitas 6, Anda diminta untuk berlatih menyusun instumen penilaian pada materi **Bilangan, Operasi Bilangan, Logaritma, Eksponensial, pengukuran dan aproksimasi** dengan mengacu pada teknik penulisan soal dari puspendik. Diskusikan dengan rekan saudara jika mengalami kendala dalam menyelesaikan LEMBAR KERJA 06 ini. Disarankan anda membaca bahan bacaan mengenai panduan teknik penulisan soal dari puspendik tersebut. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat, dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

Lembar Kerja 6: Instrumen

1. Buatlah kisi-kisi penulisan soal mengenai materi **Bilangan, Operasi Bilangan, Logaritma, Eksponensial, pengukuran dan aproksimasi.**
2. Buatlah 20 soal berupa 15 soal pilihan ganda dan 5 soal uraian sesuai dengan kisi-kisi penulisan soal yang telah anda buat.

Aktivitas 7 : Praktik penggunaan alat ukur dan konsep Pengukuran

Pada kegiatan pada aktifitas 7, Anda diminta untuk mendemonstrasikan penggunaan alat ukur seperti *feeler gauge*, micrometer secrup dan jangka sorong yang sering digunakan dalam bidang Teknik. Kerjakan dengan penuh tanggung jawab, cermat, dan percaya dirilah bahwa anda pasti bisa.

Lembar Kerja 7: Praktik

1. Demonstrasikan langkah-langkah penggunaan micrometer sekrup dalam pengukuran suatu benda?!
2. Demonstrasikan langkah-langkah penggunaan jangka sorong dalam pengukuran suatu benda?!

Lembar Kerja 5.7

Isilah Tabel Toleransi dibawah ini :

Pengukuran	Ukuran		Toleransi
	Maksimum	Minimum	
(20 ± 1) g			
(18 ± 2) m			
$(4{,}2 \pm 0{,}1)$ detik			
$(2{,}5 \pm 0{,}5)$ kg			
$(15 \pm 0{,}05)$ detik			

(*Petunjuk lakukan dengan cara penelaahan dan diskusi)*

E. Rangkuman

Aproksimasi adalah pendekatan hasil pengukuran, misalnya panjang, masa, luas dan waktu dari suatu benda yang diukur karena hasil dari suatu pengukuran tidak memberikan ketelitian yang mutlak (absolut)

Pembulatan: Pembulatan Kesatuan Ukuran Terdekat, Pembulatan Kebanyak Angka Desimal dan Pembulatan Kebanyak Angka Signifikan.

Angka Penting (Signifikan): Angka Penting adalah angka yang diperoleh dari hasil pengukuran suatu alat pengukur.

Estimasi (Penaksiran). Taksiran merupakan perkiraan terdekat dari suatu hasil operasi hitung.

Kesalahan (*error*) didefinisikan sebagai selisih antara nilai sebenarnya dan nilai hasil pengukuran, atau ***Kesalahan = nilai sebenarnya – nilai pengukuran.***

Kesalahan relatif (*relatif error*) didefinisikan sebagai kesalahan dibagi dengan nilai sebenarnya, atau Secara simbolik dinyatakan dengan: e_r

Prosentase kesalahan relatif didefinisikan sebagai kesalahan relatif dikalikan100%.

Satuan pengukuran terkecil adalah tingkat ketelitian dalam pengukuran.

Salah mutlak dalam suatu pengukuran adalah setengah kali satuan pengukuran terkecil,

Salah relatif didefinisikan sebagai salah mutlak dibagi dengan nilai pengukuran

Prosentase salah relatif didefinisikan sebagai salah relatif dikalikan 100%,

Ukuran terbesar dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran ditambah dengan salah mutlak dari pengukuran

Ukuran terkecil dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran dikurangi dengan salah mutlak dari pengukuran

Toleransi kesalahan pengukuran adalah selisih antara ukuran terbesar denganukuran terkecil dari pengukuran

F. Tes Formatif

Kerjakanlah soal-soal dibawah ini dengan cermat.

1. Nyatakan 103,49573 sebagai pecahan desimal dibulatkan sampai:
   a. Dua tempat desimal = ...
   b. Dua angka penting = ...
   c. Tiga tempat desimal = ...
   d. Tiga angka penting = ...

2. Diameter piston 4,49524 cm, tentukanlah:
   a. Banyaknya angka penting = ...
   b. Hasil pembulatan satu tempat desimal = ... cm.
   c. Pembulatan sampai sentimeter terdekat = ... cm.

3. Besar tegangan 218,475 volt, tentukanlah:
   a. Banyaknya angka penting = ...
   b. Bila dinyatakan dalam volt terdekat = ... volt.

4. Besar arus 5,792 ampere,
   a. dibulatkan ke persepuluh ampere = ... ampere.
   b. dibulatkan ke perseseratus ampere = ... ampere.

5. Diberikan data dalam tabel di bawah ini :

Hasil Pengukuran	SPT	Salah Mutlak	Salah Relatif	% Kesalahan	Ukuran		Toleransi
					Maksimum	Minimum	
3,1 kg							
7,6 kg							
8,12 kg							
12,18 kg							
16,185 kg							

   a. Dari data di atas buatlah permasalahan nyata yang mungkin terjadi dalam kehidupan

b. sehari-hari.

a. Isilah tabel diatas

b. Buatlah analisis dan evaluasi yang mungkin diperoleh dari permasalahan di atas

6. Diberikan data dalam tabel di bawah ini :

Pengukuran		Ukuran		Jumlah maksimum	Selisih maksimum
12,5 mm	6,2 mm				
19,25 mm	11,35 mm				
21,5 mm	7,4 mm				
11,35 mm	5,2 mm				
10,55 mm	6,3 mm				

a. Dari data di atas buatlah permasalahan nyata yang mungkin terjadi dalam kehidupan sehari-hari.

b. Isilah tabel diatas!

b. Buatlah analisis dan evaluasi yang mungkin diperoleh dari permasalahan di atas!

PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, peserta diklat berhak untuk mengikuti tes untuk menguji kompetensi yang telah dipelajari. Apabila peserta diklat dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini maka peserta berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada widyaiswara untuk uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak institusi atau asosiasi yang berkompeten apabila peserta telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul maka hasil yang berupa nilai dari widyaiswara atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak institusi atau asosiasi profesi. Selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat peserta berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh institusi atau asosiasi profesi.

UJI KOMPETENSI

1. Bentuk Desimal dari Heksadesimal D2F adalah ...
   A. 936
   B. 924
   C. 893
   D. 872
   E. 863 Jawab : e

2. Nilai dari adalah ...
   A.
   B.
   C.
   D.
   E. Jawab : a

3. Bilangan biner dari angka desimal 27 adalah ...
   A. 11110
   B. 11101
   C. 11010
   D. 11011
   E. 10101 Jawab : d

4. Selisih minimum dari pengukuran 12,5 cm dan 17,2 cm adalah ...
   A. 4,45
   B. 4,50
   C. 4,55
   D. 4,60
   E. 4,70

5. Luas maksimum segitiga dengan panjang alas 10cm dan tinggi 5cm adalah ...
   A. 26,875
   B. 27,875
   C. 28,875
   D. 29,875
   E. 30,875
   Jawab : d

6. Panjang minimum kawat untuk membuat segilima beraturan dengan sisi20cm adalah ...
   A. 97,0
   B. 97,5
   C. 100
   D. 102,0
   E. 102,5

   Jawab : c

7. Nilai dari $\dfrac{{}^{3}\log\sqrt{6}}{\left({}^{3}\log 18\right)^{2}-\left({}^{3}\log 2\right)^{2}}$ = ...
   A. $\frac{1}{8}$
   B. $\frac{1}{2}$
   C. 1
   D. 2
   E. 8

   Jawab : a

8. Nilai dari $\dfrac{{}^{27}\log 9+{}^{2}\log 3\cdot{}^{\sqrt{3}}\log 4}{{}^{3}\log 2-{}^{3}\log 18}$ = ...
   A. $-\frac{14}{3}$
   B. $-\frac{14}{6}$
   C. $-\frac{10}{6}$
   D. $\frac{14}{6}$
   E. $\frac{14}{3}$

   Jawab : b

9. Jika $^{7}\log 2 = a$ dan $^{2}\log 3 = b$ maka $^{6}\log 14 = \ldots$

A. $\dfrac{a}{a+b}$

B. $\dfrac{a+1}{b+1}$

C. $\dfrac{a+1}{a(b+1)}$

D. $\dfrac{b+1}{a+1}$

E. $\dfrac{b+1}{b(a+1)}$

Jawab : c

10. Nilai dari $^{r}\log \dfrac{1}{p^5} \cdot {}^{q}\log \dfrac{1}{r^3} \cdot {}^{p}\log \dfrac{1}{q} = \ldots$

A. 15

B. 5

C. –3

D. $\frac{1}{15}$

E. 5

Jawab : a

11. Diketahui $^{2}\log 5 = x$ dan $^{2}\log 3 = y$. Nilai $^{2}\log 300^{\frac{3}{4}} = \ldots$

A. $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y + \frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y + 2$

C. $2x + y + 2$

D. $2x + \frac{3}{4}y + \frac{3}{2}$

E. $2x + \frac{3}{2}y + 2$

Jawab : a

12. Naila dan Rashad berdiri pada suatu antrian. Pada antrian tersebut, perbandingan antara banyaknya orang di depan dan di belakang Naila 1 : 3, Sedangankan perbandingan antara banyak orang di depan dan di belakang Rashad 5 : 2, Berapa banyak orang antara Naila dan rashad mengantri jika paling sedikit orang yang mengantri adalah ...

A. . 10

B. 11

C. 12

D. 13

E. 14

13. Bentuk sederhana dari $\left(\dfrac{27a^{-5}b^{-3}}{3^5a^{-7}b^{-5}}\right)^{-1}$ adalah ...

A. $(3\,ab)^2$

B. $3\,(ab)^2$

C. $9\,(ab)^2$

D. $\dfrac{3}{(ab)^2}$

E. $\dfrac{9}{(ab)^2}$

14. Bentuk sederhana dari $\dfrac{36x^2y^2}{15ab}\cdot\dfrac{5b(ab)^2}{24x^3y^2}$ adalah ...

A. $\dfrac{5a}{2x}$

B. $\dfrac{ab^2}{2x}$

C. $\dfrac{ay}{2x}$

D. $\dfrac{ab}{2y}$

E. $\dfrac{3b}{2x}$

15. Bentuk $\frac{(2x^3y^{-4})^{-3}}{4x^{-4}y^2}$ dapat disederhanakan menjadi ...

A. $\left(\frac{y^2}{2x}\right)^5$

B. $\left(\frac{2y^2}{x}\right)^5$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{x}\right)^5$

D. $\frac{y^{10}}{32x^5}$

E. $\frac{y^{14}}{2x^5}$

16. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt[3]{a^4\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a}}}$ adalah ...

A. $\frac{1}{\sqrt[6]{a^5}}$

B. $\sqrt[6]{a^5}$

C. $a\sqrt[5]{a}$

D. $\frac{1}{\sqrt[6]{a}}$

E. $\sqrt[6]{a}$

17. Hasil dari (= ...

A.

B.

C.

D.

E.

18. Akar – akar persamaan 2.34x – 20.32x + 18 = 0 adalah x1 dan x2. Nilai x1 + x2 = ...

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

19. Bentuksederhanadari(1 + 3 $\sqrt{2}$) – (4 – $\sqrt{50}$) adalah ....

A. – 2 $\sqrt{2}$ – 3

B. – 2 $\sqrt{2}$ + 5

C. 8 $\sqrt{2}$ – 3

D. 8 $\sqrt{2}$ + 3

E. 8 $\sqrt{2}$ + 5

20. Jika2log 3 = a dan 3log 5 = b, maka 15log 20 = ...

A. $\frac{2}{a}$

B. $\frac{2+ab}{a(1+b)}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{b+1}{2ab+1}$

E. $\frac{a(1+b)}{2+ab}$

17. Nilai dari ${}^{r}\log\frac{1}{p^5}.{}^{q}\log\frac{1}{r^3}.{}^{p}\log\frac{1}{q} = ...$

A. – 15

B. – 5

C. – 3

D. $\frac{1}{15}$

E. 5

18. Nilai dari $\dfrac{7x^{-\frac{3}{2}}\sqrt[6]{y^5}}{\left(x^{\frac{5}{4}}-6y^{-\frac{1}{3}}\right)x^{-2}}$ untuk x = 4 dan y = 27 adalah ....

A. $(1+2\sqrt{2})9\sqrt{2}$

B. $(1+2\sqrt{2})9\sqrt{3}$

C. $(1+2\sqrt{2})18\sqrt{3}$

D. $(1+2\sqrt{2})27\sqrt{2}$

E. $(1+2\sqrt{2})27\sqrt{3}$

19. Akar – akar persamaan $3^{2x+1} - 28.3^x + 9 = 0$ adalah x_1 dan x_2. Jika x1 > x2, maka nilai $3x_1 - x_2$ = ...

A. – 5

B. – 1

C. 4

D. 5

E. 7

20. Akar – akar persamaan $2.3^{4x} - 20.3^{2x} + 18 = 0$ adalah x_1 dan x_2. Nilai$x_1 + x_2$ = ...

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 4

21. Nilai x yang memenuhi persamaan ${}^2\log.{}^2\log(2^{x+1} + 3) = 1 + {}^2\log x$ adalah ....

A. ${}^2\log 3$

B. ${}^3\log 2$

C. – 1 atau 3

D. 8 atau ½

E. $\log\frac{2}{3}$

22. Penyelesaian pertidaksamaan log (x – 4) + log (x + 8) < log (2x + 16) adalah ....
    A. $x > 6$
    B. $x > 8$
    C. $4 < x < 6$
    D. $-8 < x < 6$
    E. $6 < x < 8$

23. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan : $2 \log x \leq \log (2x + 5) + 2 \log 2$ adalah ....
    A. $-\frac{5}{2} < x \leq 8$
    B. $-2 \leq x \leq 10$
    C. $0 < x \leq 10$
    D. $-2 < x < 0$
    E. $-\frac{5}{2} \leq x < 0$

24. Himpunan penyelesaian persamaan $2.9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$ adalah ....
    A. { ½ , 1 }
    B. { –½ , –1 }
    C. { –½ , 1 }
    D. { 0 , $^3\log$ ½ }
    E. { ½ , $^{½}\log 3$ }

25. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\sqrt[3]{\frac{1}{8^{2x}}} > \frac{64^{3x}}{2^{18x-36}}$ adalah ....
    A. $x < -14$
    B. $x < -15$
    C. $x < -16$
    D. $x < -17$
    E. $x < -18$

26. Himpunanpenyelesaianpersamaan ${}^{x}\log(\ 10x^3 - 9x\ ) = {}^{x}\log x^5$ adalah ....

A. { 3 }

B. { 1,3 }

C. { 0,1,3 }

D. { –3, –1,1,3 }

E. { –3, –1,0,1,3 }

27. Nilai x yang memenuhi $3^{x^2-3x+4} < 9^{x-1}$ adalah ....

A. $1 < x < 2$

B. $2 < x < 3$

C. $-3 < x < 2$

D. $-2 < x < 3$

E. $-1 < x < 2$

28. Jika x_1 dan x_2 adalah akar – akar persamaan $({}^{3}\log x)^2 - 3.{}^{3}\log x + 2 = 0$, maka $x_1.x_2$ = ...

A. 2

B. 3

C. 8

D. 24

E. 27

29. Penyelesaianpertidaksamaan $\left(\frac{1}{9}\right)^{1-\frac{1}{2}x} > \sqrt[6]{243^{x-1}}$ adalah ....

DAFTAR PUSTAKA

Abdul kodir dkk, 1976, *Matematika untuk SMA*, Jakarta, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan

E.T. Ruseffendi, 1989, *Dasar – dasar Matematika Modern danKomputer untuk Guru*, Bandung, Tarsito

Gerard Polla dkk, 1982, *Matematika untuk SMTK*, Jakarta, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan.

Handayani, Sri., Damari, Ari. 2009. *Fisika untuk SMA dan MA kelas X.* Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional**.**

Nurachmandani, Setya. 2009. *Fisika 1 untuk SMA/MA kelas X.* Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.

PAUL CALTER, 1979, *Theory and Problems of Technical Mathematics*, Schaum's outline, Mc-GRAW.HILL BOOK COMPANY

ST. NEGORO – B. HARAHAP, 1985, *Ensiklopedia Matematika*, Jakarta, Ghalia Indonesia.

SUMADI, 2008, *Matematika: Sekolah Menengah Kejuruan (SMK)/Madrasah Aliyah Kejuruan (MAK) Kelas XI Kelompok Teknologi,Kesehatan, dan Pertanian,* Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional

Posamentier, Alfred S.2003, *Math wonders to inspire teachers and students* Association for Supervision and Curriculum Development USA,

Widodo, Tri. 2009. *FISIKA untuk SMA/MA kelas X*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional.

GLOSARIUM

Angka Penting (Signifikan): Angka Penting adalah angka yang diperoleh dari hasil pengukuran suatu alat pengukur.

Aproksimasi adalah pendekatan hasil pengukuran, misalnya panjang, masa, luas dan waktu dari suatu benda yang diukur karena hasil dari suatu pengukuran tidak memberikan ketelitian yang mutlak (absolut)

Bilangan Asli (A)/ *Natural Numbers* :Bilangan Asli adalah bilangan bulat positif, bilangan asli adalah suatu bilangan yang mula-mula dipakai untuk membilang.

Bilangan Bulat (B)/ *Integers* Bilangan Bulat adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam notasi desimal dengan tidak terdapa1t bilangan dibelakang koma selain nol.

Bilangan Cacah (C)/*Whole Numbers* Bilangan Cacah adalah bilangan nol dan bilangan bulat positif. Bilangan cacah merupakan bilangan bulat positif yang dimulai dari nol. C = {0,1,2,3,4,...}

Bilangan Ganjil (Gj) : Bilangan Ganjil adalah bilangan yang bukan kelipatan 2, juga disebut bilangan gasal, yang dirumuskan dengan 2n -1, n∈ AGj = {1,3,5,7,...}

Bilangan Genap (G) : Bilangan Genap adalah bilangan-bilangan kelipatan 2, yang dirumuskan dengan 2n, n ∈ A G = {2,4,6,8,...}

Bilangan Irasional (I): Bilangan irasional adalah bilangan yang merupakan lawan dari bilangan rasional, jadi bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk a/b, a dan b ∈B serta b ≠0, dengan a dan b saling prima.

Bilangan Khayal (Kh): Bilangan khayal adalah suatu bilangan yang hanya bisa dikhayalkan alam pikiran, tetapi kenyataannya tidak ada.

Bilangan Kompleks (K): Bilangan Kompleks adalah suatu bilangan yang terdiri dari bilangan riil dan bilangan khayal.

Bilangan Komposit (Km): Bilangan Komposit adalah suatu bilangan yang dapat dibagi olehbilanganyang lain. Bilangan komposit merupakan lawan dari bilangan prima, jadi bilangan komposit adalah bilangan yang memiliki lebih dari dua faktor bilangan asli. Km = {4,6,8,9,...}

Bilangan Pecahan (Pc): Bilangan Pecahan adalah suatu bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk

Bilangan Prima (P): Bilangan prima adalah bilangan yang memiliki tepat dua faktor bilangan asli, aitu bilangan itu sendiri dan 1. P = {2,3,5,7,...}

Bilangan Rasional (Q): Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk a/b dimana a dan b merupakan bilangan riil yang saling prima dan b tidak nol.dalam bentuk a/b, a dan b $\in$B serta b $\neq$0.

Bilangan riil : Bilangan nyata. Bilangan nyata yang dimaksud disinii adalah semua bilangan yang secara tertulisdapat dipelajari dan diajarkan secara aksiomatik.Bilangan riil terdiri dari dua jenis bilangan yaitubilangan rasional dan irasional.

Bilangan Riil: Bilangan riil disebut bilangan nyata yang artinya bahwa bilangan riil bilangan yang dapat dinyatakan dalam perhitungan secara nyata

Estimasi (Penaksiran). Taksiran merupakan perkiraan terdekat dari suatu hasil operasi hitung.

Kesalahan (*error*) didefinisikan sebagai selisih antara nilai sebenarnya dan nilai hasil pengukuran, atau ***Kesalahan = nilai sebenarnya – nilai pengukuran.***

Kesalahan relatif (*relatif error*) didefinisikan sebagai kesalahan dibagi dengan nilai sebenarnya, atau Secara simbolik dinyatakan dengan: e_r

Pembulatan: Pembulatan Kesatuan Ukuran Terdekat, Pembulatan Kebanyak Angka Desimal dan Pembulatan Kebanyak Angka Signifikan.

Prosentase kesalahan relatif didefinisikan sebagai kesalahan relatif dikalikan100%.

Prosentase salah relatif didefinisikan sebagai salah relatif dikalikan 100%,

Salah mutlak dalam suatu pengukuran adalah setengah kali satuan pengukuran terkecil,

Salah relatif didefinisikan sebagai salah mutlak dibagi dengan nilai pengukuran

Satuan pengukuran terkecil adalah tingkat ketelitian dalam pengukuran.

Toleransi kesalahan pengukuran adalah selisih antara ukuran terbesar denganukuran terkecil dari pengukuran

Ukuran terbesar dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran ditambah dengan salah mutlak dari pengukuran

Ukuran terkecil dari suatu pengukuran adalah nilai hasil pengukuran dikurangi dengan salah mutlak dari pengukuran

Angka Penting (Signifikan): Angka Penting adalah angka yang diperoleh dari hasil pengukuran suatu alat pengukur.

Aproksimasi adalah pendekatan hasil pengukuran, misalnya panjang, masa, luas dan waktu dari suatu benda yang diukur karena hasil dari suatu pengukuran tidak memberikan ketelitian yang mutlak (absolut).

MODUL

PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN

Kelompok Kompetensi

A

MATEMATIKA TEKNIK

SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN (SMK)

EDISI REVISI 2018

Terintegrasi Penguatan Pendidikan Karakter dan
Pengembangan Soal Keterampilan Berpikir Aras Tinggi
(HOTS)

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan
2018

Jalan Jenderal Sudirman, Gedung D Lantai 12, Senayan, Jakarta 10270 Telefon / Fax: (021)57974108

http://gtk.kemdikbud.go.id/