

# MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN



Kelompok  
Kompetensi

## MATA PELAJARAN MATEMATIKA

Sekolah Menengah Pertama (SMP)

TERINTEGRASI PENGUATAN  
PENDIDIKAN KARAKTER  
DAN PENGEMBANGAN SOAL



Edisi  
Revisi  
2017

### PEDAGOGIK

Penilaian dalam Pembelajaran  
Matematika SMP 1

### PROFESIONAL

Geometri 2



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
2017

**MODUL  
PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN**

**MATA PELAJARAN  
MATEMATIKA  
SEKOLAH MENENGAH PERTAMA (SMP)  
TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER  
DAN PENGEMBANGAN SOAL**

**KELOMPOK KOMPETENSI G**

**PEDAGOGIK:  
PENILAIAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP 1**

Penulis:

**Prof. Dr., Nanang Priatna, M.Pd., [nanang\\_priatna@yahoo.com](mailto:nanang_priatna@yahoo.com)**

**Dr. Rachmadi Widdiharto, M.A., [rachmadiw@yahoo.com](mailto:rachmadiw@yahoo.com)**

Penelaah:

**Idris Harta, M.A., Ph.D., [idrisharta@gmail.com](mailto:idrisharta@gmail.com)**

**PROFESIONAL:  
GEOMETRI 2**

Penulis:

**AL Krismanto, M.Sc, [kristemulawak@yahoo.co.id](mailto:kristemulawak@yahoo.co.id)**

**Drs. Murdanu, M.Pd., [danubengkel@yahoo.co.id](mailto:danubengkel@yahoo.co.id)**

**Marfuah, S.Si., M.T, [marfuah@p4tkmatematika.org](mailto:marfuah@p4tkmatematika.org)**

**Hanan Windro Sasongko, S.Si., M.Pd., [hananwindro@gmail.com](mailto:hananwindro@gmail.com)**

Penelaah:

**Dr. Abdurrahman As'ari, M.Pd., M.A., [abdur.rahman.fmipa@um.ac.id](mailto:abdur.rahman.fmipa@um.ac.id)**

**Dr. Sumardiyono, M.Pd., [matematikasejak2014@gmail.com](mailto:matematikasejak2014@gmail.com)**

Desain Grafis dan Ilustrasi:

**Tim Desain Grafis**

*Copyright © 2017*

Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial

tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

## Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas dan berkarakter prima. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian Pemerintah maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan merupakan upaya Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan dalam upaya peningkatan kompetensi guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui Uji Kompetensi Guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik dan profesional pada akhir tahun 2015. Peta profil hasil UKG menunjukkan kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan pedagogik dan profesional. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG pada tahun 2016 dan akan dilanjutkan pada tahun 2017 ini dengan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru. Tujuannya adalah untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru dilaksanakan melalui tiga moda, yaitu: 1) Moda Tatap Muka, 2) Moda Daring Murni (*online*), dan 3) Moda Daring Kombinasi (kombinasi antara tatap muka dengan daring).

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat



dan melaksanakan peningkatan kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru moda tatap muka dan moda daring untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, April 2017

Direktur Jenderal Guru  
dan Tenaga Kependidikan,



**Sumarna Surapranata, Ph.D.**

★ NIP. 195908011985031002



## Kata Pengantar

Puji dan syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT atas selesainya Modul Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru jenjang Sekolah Menengah Pertama mata pelajaran Ilmu Pengetahuan Alam (IPA), Ilmu Pengetahuan Sosial (IPS), Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaraan (PPKn), Matematika, Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Seni Budaya, serta Pendidikan Jasmani, Olahraga, dan Kesehatan. Modul ini merupakan dokumen wajib untuk Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan.

Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru merupakan tindak lanjut dari hasil Uji Kompetensi Guru (UKG) 2015 dan bertujuan meningkatkan kompetensi guru dalam melaksanakan tugasnya sesuai dengan mata pelajaran yang diampunya.

Sebagai salah satu upaya untuk mendukung keberhasilan suatu program diklat, Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar pada tahun 2017 melaksanakan review, revisi, dan mengembangkan modul paska UKG 2015 yang telah terintegrasi Penguatan Pendidikan Karakter (PPK) dan Penilaian Berbasis Kelas, serta berisi materi pedagogik dan profesional yang akan dipelajari oleh peserta selama mengikuti Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan.

Modul Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan bagi Guru jenjang Sekolah Menengah Pertama ini diharapkan dapat menjadi bahan bacaan wajib bagi para peserta diklat untuk dapat meningkatkan pemahaman tentang kompetensi pedagogik dan profesional terkait dengan tugas pokok dan fungsinya.



Terima kasih dan penghargaan yang tinggi disampaikan kepada para pimpinan PPPPTK IPA, PPPPTK PKn/IPS, PPPPTK Bahasa, PPPPTK Matematika, PPPPTK Penjas-BK, dan PPPPTK Seni Budaya yang telah mengizinkan stafnya dalam menyelesaikan modul Pendidikan Dasar jenjang Sekolah Menengah Pertama ini. Tidak lupa saya juga sampaikan terima kasih kepada para widyaiswara, Pengembang Teknologi Pembelajaran (PTP), dosen perguruan tinggi, dan guru-guru hebat yang terlibat di dalam penyusunan modul ini.

Semoga Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan ini dapat meningkatkan kompetensi guru sehingga mampu meningkatkan prestasi pendidikan anak didik kita.

Jakarta, April 2017

Direktur Pembinaan Guru  
Pendidikan Dasar



**Poppy Dewi Puspitawati**

NIP. 196305211988032001



# MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN



Kelompok  
Kompetensi

## PEDAGOGIK

Penilaian dalam  
Pembelajaran Matematika  
SMP 1



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
2017

**MODUL  
PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN**

**MATA PELAJARAN  
MATEMATIKA  
SEKOLAH MENENGAH PERTAMA (SMP)  
TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER**

**KELOMPOK KOMPETENSI G**

**PEDAGOGIK:  
PENILAIAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP 1**

Penulis:

**Prof. Dr., Nanang Priatna, M.Pd., [nanang\\_priatna@yahoo.com](mailto:nanang_priatna@yahoo.com)  
Dr. Rachmadi Widdiharto, M.A., [rachmadiw@yahoo.com](mailto:rachmadiw@yahoo.com)**

Penelaah:

**Idris Harta, M.A., Ph.D., [idrisharta@gmail.com](mailto:idrisharta@gmail.com)**

Desain Grafis dan Ilustrasi:

**Tim Desain Grafis**

*Copyright © 2017*

Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar  
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan  
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial  
tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

## Daftar Isi

	Hal.
<b>Kata Sambutan</b> .....	<b>iii</b>
<b>Kata Pengantar</b> .....	<b>v</b>
<b>Daftar Isi</b> .....	<b>ix</b>
<b>Daftar Gambar</b> .....	<b>xi</b>
<b>Daftar Tabel</b> .....	<b>xii</b>
<b>Pendahuluan</b> .....	<b>1</b>
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan.....	2
C. Peta Kompetensi .....	2
D. Ruang Lingkup .....	5
E. Cara Penggunaan Modul .....	6
<b>Kegiatan Pembelajaran 1 Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika</b> .....	<b>13</b>
A. Tujuan.....	13
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	13
C. Uraian Materi.....	14
D. Aktivitas Pembelajaran .....	22
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	23
F. Rangkuman.....	23
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	24
<b>Kegiatan Pembelajaran 2 Pengolahan Data Hasil Penilaian dalam Pembelajaran Matematika</b> .....	<b>25</b>
A. Tujuan.....	25
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	25
C. Uraian Materi.....	25
D. Aktivitas Pembelajaran .....	39
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	40
F. Rangkuman.....	41
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	41
<b>Kegiatan Pembelajaran 3 Ketuntasan Belajar, Pelaporan, dan Pemanfaatan Hasil Penilaian</b> .....	<b>43</b>
A. Tujuan.....	43
B. Indikator Pencapaian Kompetensi .....	43
C. Uraian Materi.....	44
D. Aktivitas Pembelajaran .....	58
E. Latihan/Kasus/Tugas .....	58
F. Rangkuman.....	59
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut .....	59



<b>Evaluasi</b> .....	<b>63</b>
<b>Penutup</b> .....	<b>69</b>
<b>Daftar Pustaka</b> .....	<b>71</b>
<b>Glosarium</b> .....	<b>73</b>





## Daftar Gambar

	Hal.
Gambar 1. Alur Model Pembelajaran Tatap Muka.....	6
Gambar 2. Alur Pembelajaran Tatap Muka Penuh.....	7
Gambar 2. Alur Pembelajaran Tatap Muka model In-On-In.....	9
Gambar 4 . Skema Pengolahan Nilai Sikap.....	35





## Daftar Tabel

	Hal.
Tabel 1. Peta Kompetensi.....	2
Tabel 2. Daftar Lembar Kerja Modul.....	12
Tabel 3. Rubrik Soal Uraian .....	26
Tabel 4. Contoh Rubrik Penilaian Jawaban Siswa.....	27
Tabel 5. Peluang Tebakan pada Bentuk B-S .....	30
Tabel 6. Peluang Tebakan pada Bentuk Pilihan Ganda 4 Option .....	30
Tabel 7. Contoh Pengisian Capaian Nilai Ekstrakurikuler .....	47
Tabel 8. Contoh Pengisian Capaian Nilai Ekstrakurikuler .....	48
Tabel 9. Deskripsi Pengisian Kompetensi Pada Rapor.....	48



# Pendahuluan

## A. Latar Belakang

Penilaian dalam proses pendidikan merupakan komponen yang tidak dapat dipisahkan dari komponen lainnya khususnya pembelajaran. Penilaian merupakan proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk mengukur pencapaian hasil belajar peserta didik. Penilaian hasil belajar oleh pendidik dilakukan untuk memantau proses, kemajuan belajar, dan perbaikan hasil belajar peserta didik secara berkesinambungan. Penilaian hasil belajar oleh pendidik memiliki peran antara lain untuk membantu peserta didik mengetahui capaian pembelajaran (*learning outcomes*). Berdasarkan penilaian hasil belajar oleh pendidik, pendidik dan peserta didik dapat memperoleh informasi tentang kelemahan dan kekuatan pembelajarannya.

Dengan mengetahui kelemahan dan kekuatannya, pendidik dan peserta didik memiliki arah yang jelas mengenai apa yang harus diperbaiki dan dapat melakukan refleksi mengenai apa yang dilakukannya dalam pembelajaran. Selain itu bagi peserta didik memungkinkan melakukan proses transfer cara belajar tadi untuk mengatasi kelemahannya (*transfer of learning*). Sedangkan bagi guru, hasil penilaian hasil belajar merupakan alat untuk mewujudkan akuntabilitas profesionalnya, dan dapat juga digunakan sebagai dasar dan arah pengembangan pembelajaran remedial atau program pengayaan bagi peserta didik yang membutuhkan, serta memperbaiki rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) dan proses pembelajaran pada pertemuan berikutnya.

Sementara itu, kebijakan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan terkait pentingnya Penguatan Pendidikan Karakter (PPK) dengan lima nilai kristalisasi karakter: religius, nasionalis, mandiri, gotong royong, dan integritas melalui Gerakan Nasional Revolusi Mental (GNRM), diupayakan untuk bisa diintegrasikan pada modul pengembangan keprofesian berkelanjutan guru ini. Kemampuan guru matematika dalam teknik penyusunan soal yang mengarah pada *Higher Order*



## Pendahuluan

*Thinking Skills (HOTS)* juga diupayakan untuk dipaparkan guna mendukung pelaksanaan penilaian berbasis kelas.

## B. Tujuan

Modul ini disusun sebagai bahan belajar mandiri bagi guru atau bahan ajar pendamping bagi peserta dan fasilitator mengenai materi konsep penilaian, aspek-aspek proses dan hasil belajar matematika serta prosedur penilaian, pengolahan data hasil penilaian, dan ketuntasan belajar, pelaporan, dan pemanfaatan hasil penilaian dalam pembelajaran matematika.

Tujuan belajar yang ingin dicapai adalah peserta memiliki pemahaman mengenai konsep penilaian, aspek-aspek proses dan hasil belajar matematika serta prosedur penilaian, pengolahan data hasil penilaian, dan ketuntasan belajar, pelaporan, dan pemanfaatan hasil penilaian dalam pembelajaran matematika.

## C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang terkait dengan modul ini adalah kompetensi pedagogik, dengan peta kompetensinya sebagai berikut.

Tabel 1. Peta Kompetensi

STANDAR KOMPETENSI GURU		INDIKATOR ESENSIAL/ INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI (IPK)
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATEMATIKA	
8. Menyelenggarakan penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.	8.1 Memahami prinsip-prinsip penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar sesuai dengan karakteristik mata pelajaran yang diampu.	8.1.1 Menjelaskan tujuan, fungsi, dan prinsip-prinsip penilaian dalam proses pembelajaran
		8.1.2 Menerapkan prinsip-prinsip penilaian dalam pembelajaran
		8.1.3 Mengidentifikasi prinsip-prinsip penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar sesuai dengan karakteristik

STANDAR KOMPETENSI GURU		INDIKATOR ESENSIAL/ INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI (IPK)	
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATEMATIKA		
		mapel matematika SMP/MTs	
		8.1.4 Mengidentifikasi jenis instrumen dan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi sikap spiritual dan sosial.	
		8.1.5 Mengidentifikasi jenis instrumen dan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi pengetahuan dan keterampilan	
		8.2 Menentukan aspek-aspek proses dan hasil belajar yang penting untuk dinilai dan dievaluasi sesuai dengan karakteristik mata pelajaran yang diampu.	
		8.2.1 Menjelaskan aspek-aspek penilaian proses dan hasil belajar	
			8.2.2 Mengidentifikasi aspek penilaian sikap, pengetahuan, dan keterampilan.
			8.2.3 Menentukan aspek-aspek proses dan hasil belajar yang penting untuk dinilai dan dievaluasi sesuai dengan karakteristik mapel matematika SMP/MTs
			8.3 Menentukan prosedur penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.
			8.3.1 Menjelaskan prosedur penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.
			8.3.2 Menjelaskan prosedur penilaian sikap, pengetahuan, dan keterampilan.
			8.3.3 Menentukan prosedur penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.
		8.5 Mengadministrasikan penilaian proses dan hasil belajar secara berkesinambungan	
8.5.1. Menentukan prosedur sistem pengadministrasian			

STANDAR KOMPETENSI GURU		INDIKATOR ESENSIAL/ INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI (IPK)
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATEMATIKA	
	dengan menggunakan berbagai instrumen.	penilaian proses dan hasil belajar
		8.5.2. Menyusun laporan hasil evaluasi dan penilaian pembelajaran
	8.6 Menganalisis hasil penilaian proses dan hasil belajar untuk berbagai tujuan.	8.6.1. Mengidentifikasi hasil evaluasi proses dan hasil belajar sesuai dengan prinsip-prinsip penilaian hasil belajar.
		8.6.2. Mengolah hasil penilaian proses dan hasil belajar untuk berbagai tujuan.
		8.6.3. Menyimpulkan hasil penilaian proses dan hasil belajar
9. Memanfaatkan hasil penilaian dan evaluasi untuk kepentingan pembelajaran.	9.1 Menggunakan informasi hasil penilaian dan evaluasi untuk menentukan ketuntasan belajar	9.1.1 Menentukan Kreteria Ketuntasan belajar dengan menggunakan penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar
		9.1.2. Mengkonstruksikan hasil penilaian dan evaluasi dengan KKM yang sudah ditentukan
	9.3 Mengkomunikasikan hasil penilaian dan evaluasi kepada pemangku kepentingan.	9.3.1 Membuat laporan penilaian dan evaluasi proses dan hasil pembelajaran
		9.3.2 Mengkomunikasikan penilaian dan evaluasi proses dan hasil pembelajaran kepada siswa, wali murid/orang tua, kepala sekolah, pemangku kepentingan, dan pemerintah
9.4 Memanfaatkan informasi hasil penilaian dan evaluasi	9.4.1 Memanfaatkan informasi hasil penilaian dan evaluasi	

STANDAR KOMPETENSI GURU		INDIKATOR ESENSIAL/ INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI (IPK)
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATEMATIKA	
	pembelajaran untuk meningkatkan kualitas pembelajaran.	pembelajaran sebagai bahan penyusunan rancangan pembelajaran yang akan dilakukan selanjutnya.
		9.4.2 Memanfaatkan informasi hasil penilaian dan evaluasi pembelajaran sebagai bahan perbaikan dan pengayaan proses belajar
		9.4.3 Memanfaatkan informasi penilaian untuk pengembangan penilaian pembelajaran

#### D. Ruang Lingkup

Ruang lingkup materi dalam modul ini meliputi:

1. Pengertian penilaian, pengukuran, dan evaluasi dalam pembelajaran.
2. Jenis dan bentuk penilaian.
3. Pengertian tes dan nontes.
4. Fungsi, dan prinsip-prinsip penilaian dalam proses pembelajaran.
5. Penilaian autentik dalam pembelajaran matematika.
6. Aspek-aspek penilaian dan komponen penilaian hasil belajar.
7. Penilaian pencapaian kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan.
8. Prosedur penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.
9. Mengolah dan menyusun laporan hasil penilaian proses dan hasil belajar.
10. Pengertian tentang kriteria ketuntasan belajar minimal (KKM).
11. Pelaporan hasil penilaian, program remedial, dan program pengayaan.

### E. Cara Penggunaan Modul

Secara umum, cara penggunaan modul pada setiap Kegiatan Pembelajaran disesuaikan dengan skenario setiap penyajian mata diklat. Modul ini dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran guru, baik untuk moda tatap muka dengan model tatap muka penuh maupun model tatap muka In-On-In. Alur model pembelajaran secara umum dapat dilihat pada bagan dibawah.

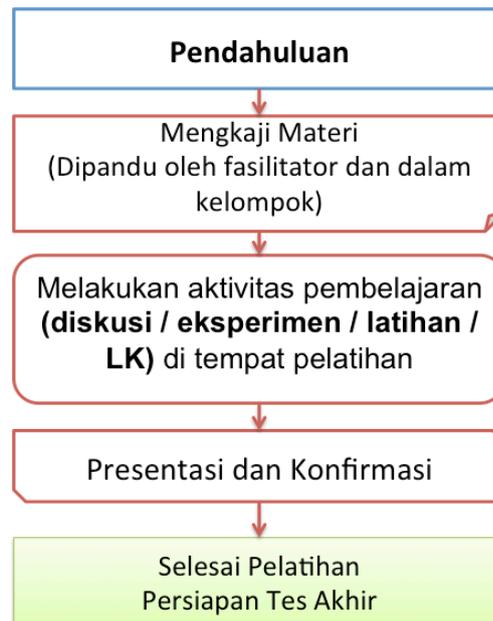


Gambar 1. Alur Model Pembelajaran Tatap Muka

#### E.1 Deskripsi Kegiatan Diklat Tatap Muka Penuh

Kegiatan pembelajaran diklat tatap muka penuh adalah kegiatan fasilitasi peningkatan kompetensi guru melalui model tatap muka penuh yang dilaksanakan oleh unit pelaksana teknis dilingkungan ditjen. GTK maupun lembaga diklat lainnya. Kegiatan tatap muka penuh ini dilaksanakan secara terstruktur pada suatu waktu yang di pandu oleh fasilitator.

Tatap muka penuh dilaksanakan menggunakan alur pembelajaran yang dapat dilihat pada alur di bawah.



Gambar 2. Alur Pembelajaran Tatap Muka Penuh

Kegiatan pembelajaran tatap muka pada model tatap muka penuh dapat dijelaskan sebagai berikut,

#### a. Pendahuluan

Pada kegiatan pendahuluan fasilitator memberi kesempatan kepada peserta diklat untuk mempelajari :

- latar belakang yang memuat gambaran materi
- tujuan kegiatan pembelajaran setiap materi
- kompetensi atau indikator yang akan dicapai melalui modul.
- ruang lingkup materi kegiatan pembelajaran
- langkah-langkah penggunaan modul

#### b. Mengkaji Materi

Pada kegiatan mengkaji materi modul kelompok kompetensi: G – Pedagogi – Penilaian -1, fasilitator memberi kesempatan kepada guru sebagai peserta untuk mempelajari materi yang diuraikan secara singkat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar. Guru sebagai peserta dapat mempelajari materi secara individual maupun berkelompok dan dapat mengkonfirmasi permasalahan kepada fasilitator.

**c. Melakukan aktivitas pembelajaran**

Pada kegiatan ini peserta melakukan kegiatan pembelajaran sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul dan dipandu oleh fasilitator. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan yang akan secara langsung berinteraksi di kelas pelatihan bersama fasilitator dan peserta lainnya, baik itu dengan menggunakan diskusi tentang materi, melaksanakan praktik, dan latihan kasus.

Lembar kerja pada pembelajaran tatap muka penuh adalah bagaimana menerapkan pemahaman materi-materi yang berada pada kajian materi.

Pada aktivitas pembelajaran materi ini juga peserta secara aktif menggali informasi, mengumpulkan dan mengolah data sampai pada peserta dapat membuat kesimpulan kegiatan pembelajaran.

**d. Presentasi dan Konfirmasi**

Pada kegiatan ini peserta melakukan presentasi hasil kegiatan sedangkan fasilitator melakukan konfirmasi terhadap materi dan dibahas bersama. pada bagian ini juga peserta dan penyaji *me-review* materi berdasarkan seluruh kegiatan pembelajaran

**e. Persiapan Tes Akhir**

Pada bagian ini fasilitator didampingi oleh panitia menginformasikan tes akhir yang akan dilakukan oleh seluruh peserta yang dinyatakan layak tes akhir.

**E.2 Deskripsi Kegiatan Diklat Tatap Muka In-On-In**

Kegiatan diklat tatap muka dengan model In-On-In adalah kegiatan fasilitasi peningkatan kompetensi guru yang menggunakan tiga kegiatan utama, yaitu *In Service Learning 1* (In-1), *on the job learning* (On), dan *In Service Learning 2* (In-2). Secara umum, kegiatan pembelajaran diklat tatap muka In-On-In tergambar pada alur berikut ini.



Gambar 3. Alur Pembelajaran Tatap Muka model In-On-In

Kegiatan pembelajaran tatap muka pada model In-On-In dapat dijelaskan sebagai berikut,

#### a. Pendahuluan

Pada kegiatan pendahuluan disampaikan bertepatan pada saat pelaksanaan *In service learning 1* fasilitator memberi kesempatan kepada peserta diklat untuk mempelajari :

- latar belakang yang memuat gambaran materi
- tujuan kegiatan pembelajaran setiap materi
- kompetensi atau indikator yang akan dicapai melalui modul.
- ruang lingkup materi kegiatan pembelajaran
- langkah-langkah penggunaan modul

## **b. In Service Learning 1 (IN-1)**

- **Mengkaji Materi**

Pada kegiatan mengkaji materi modul kelompok kompetensi G: Pedagogi – Penilaian – 1; fasilitator memberi kesempatan kepada guru sebagai peserta untuk mempelajari materi yang diuraikan secara singkat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar. Guru sebagai peserta dapat mempelajari materi secara individual maupun berkelompok dan dapat mengkonfirmasi permasalahan kepada fasilitator.

- **Melakukan aktivitas pembelajaran**

Pada kegiatan ini peserta melakukan kegiatan pembelajaran sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul dan dipandu oleh fasilitator. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan/metode yang secara langsung berinteraksi di kelas pelatihan, baik itu dengan menggunakan metode berfikir reflektif, diskusi, *brainstorming*, simulasi, maupun studi kasus yang kesemuanya dapat melalui Lembar Kerja yang telah disusun sesuai dengan kegiatan pada IN1.

Pada aktivitas pembelajaran materi ini peserta secara aktif menggali informasi, mengumpulkan dan mempersiapkan rencana pembelajaran pada *on the job learning*.

## **c. On the Job Learning (ON)**

- **Mengkaji Materi**

Pada kegiatan mengkaji materi modul kelompok kompetensi H: Pedagogi – Penilaian -2; guru sebagai peserta akan mempelajari materi yang telah diuraikan pada *in service learning 1* (IN1). Guru sebagai peserta dapat membuka dan mempelajari kembali materi sebagai bahan dalam mengerjakan tugas-tugas yang ditagihkan kepada peserta.

- **Melakukan aktivitas pembelajaran dan Penyelesaian Latihan /Kasus/Tugas**

Pada kegiatan ini peserta melakukan kegiatan pembelajaran di sekolah maupun di kelompok kerja berbasis pada rencana yang telah disusun pada IN1 dan sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan/metode praktik, eksperimen, sosialisasi, implementasi, *peer discussion* yang secara langsung di dilakukan di sekolah maupun kelompok kerja melalui tagihan berupa Lembar Kerja yang telah disusun sesuai dengan kegiatan pada IN.

Pada aktivitas pembelajaran materi pada IN, peserta secara aktif menggali informasi, mengumpulkan dan mengolah data dengan melakukan pekerjaan dan menyelesaikan tagihan pada *on the job learning*.

**d. In Service Learning 2 (IN-2)**

Pada kegiatan ini peserta melakukan presentasi produk-produk tagihan ON yang akan di konfirmasi oleh fasilitator dan dibahas bersama. pada bagian ini juga peserta dan penyaji me-review materi berdasarkan seluruh kegiatan pembelajaran

**e. Persiapan Tes Akhir**

Pada bagian ini fasilitator didampingi oleh panitia menginformasikan tes akhir yang akan dilakukan oleh seluruh peserta yang dinyatakan layak tes akhir.

**E. 1. Lembar Kerja**

Modul pembinaan karir guru kelompok kompetensi G : Pedagogi – Penilaian – 1; terdiri dari beberapa kegiatan pembelajaran yang didalamnya terdapat aktivitas-aktivitas pembelajaran sebagai pendalaman dan penguatan pemahaman materi yang dipelajari.

Modul ini mempersiapkan lembar kerja yang nantinya akan dikerjakan oleh peserta, lembar kerja tersebut dapat terlihat pada table berikut.

Tabel 2. Daftar Lembar Kerja Modul

No	Kode LK	Nama LK	Keterangan
1.	LK.01.	Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika	TM, IN1
2.	LK.02.	Pengolahan Data Hasil Penilaian dalam Pembelajaran Matematika	TM, IN1
3.	LK.03.	Ketuntasan Belajar, Pelaporan, dan Pemanfaatan Hasil Penilaian	TM, IN1
4.		Latihan/Kasus/Tugas pada masing-masing Kegiatan Pembelajaran diselesaikan pada kegitaatan <i>On the job learning</i>	ON

Keterangan.

TM : Digunakan pada Tatap Muka Penuh

IN1 : Digunakan pada In service learning 1

ON : Digunakan pada on the job learning

## Kegiatan Pembelajaran 1

### Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika

#### A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini, peserta diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian penilaian, pengukuran, dan evaluasi dalam pembelajaran
2. menjelaskan tujuan, fungsi, dan prinsip-prinsip penilaian dalam proses pembelajaran
3. mengidentifikasi jenis instrument, teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi sikap spiritual dan sosial
4. mengidentifikasi jenis instrument, teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi pengetahuan dan keterampilan.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta dapat:

1. menjelaskan pengertian penilaian, pengukuran, dan evaluasi dalam pembelajaran
2. menjelaskan jenis dan bentuk penilaian
3. menjelaskan pengertian tes dan nontes
4. membedakan penilaian, pengukuran, evaluasi, dan tes
5. menjelaskan tujuan, fungsi, dan prinsip-prinsip penilaian dalam proses pembelajaran
6. menjelaskan ketuntasan belajar dalam pembelajaran
7. mengidentifikasi jenis instrument, teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi sikap spiritual dan sosial
8. mengidentifikasi jenis instrument, teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi pengetahuan dan keterampilan.

## C. Uraian Materi

### 1. Konsep Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik

Kualitas pembelajaran dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah sistem penilaian (*assesment*) yang dilakukan oleh guru. Setiap penilaian didasarkan pada tiga elemen mendasar yang saling berhubungan, yaitu: aspek prestasi yang akan dinilai (kognisi), tugas-tugas yang digunakan untuk mengumpulkan bukti tentang prestasi siswa (observasi), dan metode yang digunakan untuk menganalisis bukti yang dihasilkan dari tugas-tugas (interpretasi) (NRC: 2001).

Istilah penilaian (*assesment*) terdiri dari tiga kegiatan, yakni pengukuran, penilaian, dan evaluasi (Permendikbud No. 81A tahun 2013). Ketiga istilah tersebut memiliki makna yang berbeda, walaupun memang saling berkaitan. Pengukuran adalah kegiatan membandingkan hasil pengamatan dengan suatu kriteria atau ukuran. Penilaian adalah proses mengumpulkan informasi/bukti melalui pengukuran, menafsirkan, mendeskripsikan, dan menginterpretasi bukti-bukti hasil pengukuran. Evaluasi adalah proses mengambil keputusan berdasarkan hasil-hasil penilaian. Sementara itu, menurut Griffin dan Nix (Mardapi, 2008) menyebutkan bahwa pengukuran, asesmen dan evaluasi adalah hierarkhi. Pengukuran membandingkan hasil pengamatan dengan kriteria, asesmen menjelaskan dan menafsirkan hasil pengukuran, sedangkan evaluasi adalah penetapan nilai atau implikasi suatu kebijakan atau peraturan. Lebih lanjut Djemari Mardapi (2012) menyebutkan pengukuran pada dasarnya merupakan kuantifikasi suatu objek atau gejala. Semua gejala atau objek dinyatakan dalam bentuk angka atau skor, dan objek yang diukur bisa berupa fisik atau non-fisik.

Berdasarkan Permendikbud No.23 tahun 2016 tentang Standar Penilaian disebutkan bahwa, penilaian adalah proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk mengukur pencapaian hasil belajar peserta didik. Penilaian hasil belajar oleh pendidik adalah proses pengumpulan informasi/bukti tentang capaian pembelajaran peserta didik dalam kompetensi sikap spiritual dan sikap sosial, kompetensi pengetahuan, dan kompetensi keterampilan yang dilakukan secara terencana dan sistematis, selama dan setelah proses pembelajaran. Penilaian dilakukan melalui observasi, penilaian diri, penilaian antar peserta didik, ulangan,

penugasan, tes praktek, proyek, dan portofolio yang disesuaikan dengan karakteristik kompetensi.

Aspek yang dinilai dalam penilaian matematika meliputi pemahaman konsep (*comprehension*), melakukan prosedur, representasi dan penafsiran, penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah dan sikap. Penilaian dalam aspek representasi melibatkan kemampuan untuk menyajikan kembali suatu permasalahan atau obyek matematika melalui hal-hal berikut: memilih, menafsirkan, menerjemahkan, dan menggunakan grafik, tabel, gambar, diagram, rumus, persamaan, maupun benda konkret untuk memotret permasalahan sehingga menjadi lebih jelas. Penilaian dalam aspek penafsiran meliputi kemampuan menafsirkan berbagai bentuk penyajian seperti tabel, grafik, menyusun model matematika dari suatu situasi.

Penilaian aspek penalaran dan bukti meliputi identifikasi contoh dan bukan contoh, menyusun dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*), menjelaskan hubungan, membuat generalisasi, menggunakan contoh kontra, membuat kesimpulan, merencanakan dan mengkonstruksi argumen-argumen matematis, menurunkan atau membuktikan kebenaran rumus dengan berbagai cara.

Penilaian pemecahan masalah dalam matematika merupakan proses untuk menilai kemampuan menerapkan pengetahuan matematika yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal, baik dalam konteks matematika maupun di luar matematika.

Penilaian hasil belajar oleh pendidik dilaksanakan dalam bentuk penilaian autentik dan non-autentik. Penilaian autentik merupakan pendekatan utama dalam penilaian hasil belajar oleh pendidik. Penilaian autentik adalah bentuk penilaian yang menghendaki peserta didik menampilkan sikap, menggunakan pengetahuan dan keterampilan yang diperoleh dari pembelajaran dalam melakukan tugas pada situasi yang sesungguhnya. Bentuk penilaian autentik mencakup: (1) penilaian berdasarkan pengamatan, (2) tugas ke lapangan, (3) portofolio, (4) proyek, (5) produk, (6) jurnal, (7) kerja laboratorium, dan (8) unjuk kerja, serta (9) penilaian diri. Penilaian diri merupakan teknik penilaian sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang dilakukan sendiri oleh peserta didik secara reflektif. Bentuk penilaian non-autentik mencakup: (1) tes, (2) ulangan, dan (3) ujian.

## 2. Fungsi dan Tujuan Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik

Secara umum, penilaian hasil belajar oleh pendidik dilaksanakan untuk memenuhi fungsi formatif dan sumatif dalam penilaian. Secara lebih khusus penilaian hasil belajar oleh pendidik berfungsi untuk:

- a. memantau kemajuan belajar;
- b. memantau hasil belajar; dan
- c. mendeteksi kebutuhan perbaikan hasil belajar peserta didik secara berkesinambungan.

Penilaian hasil belajar oleh pendidik memiliki tujuan untuk:

- a. mengetahui tingkat penguasaan kompetensi;
- b. menetapkan ketuntasan penguasaan kompetensi;
- c. menetapkan program perbaikan atau pengayaan berdasarkan tingkat penguasaan kompetensi; dan
- d. memperbaiki proses pembelajaran.

## 3. Prinsip-prinsip Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik

Berdasarkan pada Permendikbud N0. 23 tahun 2016 tentang Standar Penilaian, disebutkan bahwa, prinsip umum penilaian hasil belajar oleh pendidik meliputi: sah, objektif, adil, terpadu, terbuka, holistik dan berkesinambungan, sistematis, akuntabel, dan edukatif.

- a. *Sah*, berarti penilaian didasarkan pada data yang mencerminkan kemampuan yang diukur.
- b. *Objektif*, berarti penilaian didasarkan pada prosedur dan kriteria yang jelas, tidak dipengaruhi subjektivitas penilai.
- c. *Adil*, berarti penilaian tidak menguntungkan atau merugikan peserta didik karena berkebutuhan khusus serta perbedaan latar belakang agama, suku, budaya, adat istiadat, status sosial ekonomi, dan gender.
- d. *Terpadu*, berarti penilaian oleh pendidik merupakan salah satu komponen yang tak terpisahkan dari kegiatan pembelajaran.
- e. *Terbuka*, berarti prosedur penilaian, kriteria penilaian, dan dasar pengambilan keputusan dapat diketahui oleh pihak yang berkepentingan.

- f. *Holistik/menyeluruh* dan *berkesinambungan*, berarti penilaian oleh pendidik mencakup semua aspek kompetensi dengan menggunakan berbagai teknik penilaian yang sesuai, untuk memantau perkembangan kemampuan peserta didik.
- g. *Sistematis*, berarti penilaian dilakukan secara berencana dan bertahap dengan mengikuti langkah-langkah baku.
- h. *Beracuan kriteria*, berarti penilaian didasarkan pada ukuran pencapaian kompetensi yang ditetapkan.
- i. *Akuntabel*, berarti penilaian dapat dipertanggungjawabkan, baik dari segi teknik, prosedur, maupun hasilnya.

Prinsip khusus untuk penilaian autentik meliputi:

- a. materi penilaian dikembangkan dari kurikulum;
- b. bersifat lintas muatan atau mata pelajaran;
- c. berkaitan dengan kemampuan peserta didik;
- d. berbasis kinerja peserta didik;
- e. memotivasi belajar peserta didik;
- f. menekankan pada kegiatan dan pengalaman belajar peserta didik;
- g. memberi kebebasan peserta didik untuk mengkonstruksi responnya;
- h. menekankan keterpaduan sikap, pengetahuan, dan keterampilan;
- i. mengembangkan kemampuan berpikir divergen;
- j. menjadi bagian yang tidak terpisahkan dari pembelajaran;
- k. menghendaki balikan yang segera dan terus menerus;
- l. menekankan konteks yang mencerminkan dunia nyata;
- m. terkait dengan dunia kerja;
- n. menggunakan data yang diperoleh langsung dari dunia nyata; dan
- o. menggunakan berbagai cara dan instrument.

#### **4. Lingkup dan Sasaran Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik**

Lingkup penilaian hasil belajar oleh pendidik mencakup kompetensi sikap spiritual, kompetensi sikap sosial, kompetensi pengetahuan, dan kompetensi keterampilan.



## Kegiatan Pembelajaran 1

Sasaran penilaian hasil belajar oleh pendidik terhadap kompetensi sikap spiritual dan kompetensi sikap sosial meliputi tingkatan sikap: menerima, menanggapi, menghargai, menghayati, dan mengamalkan nilai spiritual dan nilai sosial. Sasaran penilaian hasil belajar oleh pendidik terhadap kompetensi pengetahuan meliputi tingkatan kemampuan mengetahui, memahami, menerapkan, menganalisis, dan mengevaluasi pengetahuan faktual, pengetahuan konseptual, pengetahuan prosedural, dan pengetahuan metakognitif.

Sasaran penilaian hasil belajar oleh pendidik terhadap kompetensi keterampilan mencakup keterampilan abstrak dan keterampilan konkrit. Keterampilan abstrak merupakan kemampuan belajar yang meliputi: mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan. Keterampilan konkrit merupakan kemampuan belajar yang meliputi: meniru, melakukan, menguraikan, merangkai, memodifikasi, dan mencipta.

### **5. Skala Penilaian dan Ketuntasan**

Penilaian hasil belajar oleh pendidik untuk kompetensi sikap, kompetensi pengetahuan, dan kompetensi keterampilan menggunakan skala penilaian. Predikat untuk sikap spiritual dan sikap sosial dinyatakan dengan A = sangat baik, B = baik, C = cukup, dan D = kurang. Skala penilaian untuk kompetensi pengetahuan dan kompetensi keterampilan diperoleh dengan cara merata-ratakan hasil pencapaian kompetensi setiap KD selama satu semester. Nilai akhir selama satu semester pada rapor ditulis dalam bentuk angka 0 – 100 dan predikat serta dilengkapi dengan deskripsi singkat kompetensi yang menonjol berdasarkan pencapaian KD selama satu semester.

Ketuntasan belajar merupakan tingkat minimal pencapaian kompetensi sikap, kompetensi pengetahuan, dan kompetensi keterampilan meliputi: (1) ketuntasan penguasaan substansi; dan (2) ketuntasan belajar dalam konteks kurun waktu belajar. Kriteria ketuntasan minimal kompetensi sikap ditetapkan dengan predikat B = baik. Skor rerata untuk ketuntasan kompetensi pengetahuan dan keterampilan disesuaikan dengan kriteria ketuntasan minimal (KKM) masing-masing kelas/satuan pendidikan.

## 6. Instrumen Penilaian

Penilaian hasil belajar oleh pendidik dilaksanakan dengan menggunakan instrumen penilaian. Dalam Permendikbud Nomor 53 Tahun 2015 dinyatakan bahwa instrumen penilaian harus memenuhi persyaratan: (1) substansi yang merepresentasikan kompetensi yang dinilai; (2) konstruksi yang memenuhi persyaratan teknis sesuai dengan bentuk instrumen yang digunakan; dan (3) penggunaan bahasa yang baik dan benar serta komunikatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik. Penilaian hasil belajar peserta didik dalam pembelajaran matematika dapat dilakukan dengan teknik penilaian tes dan nontes. Tes adalah serangkaian pertanyaan atau latihan atau alat lain yang digunakan untuk mengukur keterampilan, pengetahuan, intelegensi, kemampuan atau bakat yang dimiliki oleh individu atau kelompok. Teknik penilaian tes terdiri dari tes tulis, tes lisan, tes praktek. Penilaian dengan teknik tes tulis dapat menggunakan: (1) soal obyektif, (2) soal isian, dan (3) soal uraian/terbuka. Penilaian dengan teknik tes lisan menggunakan daftar pertanyaan lisan. Teknik nontes biasanya digunakan untuk mengevaluasi bidang sikap atau keterampilan.

### ***Penilaian Kompetensi Ranah Sikap dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs***

Pendidik melakukan penilaian kompetensi sikap melalui observasi, penilaian diri, penilaian “teman sejawat” (*peer evaluation*) oleh peserta didik dan jurnal. Instrumen yang digunakan untuk observasi, penilaian diri, dan penilaian antarpeserta didik adalah daftar cek atau skala penilaian (*rating scale*) yang disertai rubrik, sedangkan pada jurnal berupa catatan pendidik.

### ***Penilaian Kompetensi Ranah Pengetahuan dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs***

Pendidik menilai kompetensi pengetahuan melalui tes tulis, tes lisan, dan penugasan. Instrumen tes tulis berupa soal pilihan ganda, isian, jawaban singkat, benar-salah, menjodohkan, dan uraian. Instrumen uraian dilengkapi pedoman penskoran. Kompetensi ranah pengetahuan dalam pembelajaran matematika dimaknai sebagai perilaku yang diharapkan dari peserta didik ketika mereka berhadapan dengan konten matematika, dan dapat terdiri atas domain: (1) pemahaman, (2) penyajian dan penafsiran, (3) penalaran dan pembuktian.



## Kegiatan Pembelajaran 1

### ***Penilaian Kompetensi Ranah Keterampilan dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs***

Pendidik menilai kompetensi keterampilan melalui penilaian kinerja, yaitu penilaian yang menuntut peserta didik mendemonstrasikan suatu kompetensi tertentu dengan menggunakan tes praktik, proyek, dan penilaian portofolio. Instrumen yang digunakan berupa daftar cek atau skala penilaian (*rating scale*) yang dilengkapi rubrik.

- a. Tes praktik adalah penilaian yang menuntut respon berupa keterampilan melakukan suatu aktivitas atau perilaku sesuai dengan tuntutan kompetensi.
- b. Proyek adalah tugas-tugas belajar (*learning tasks*) yang meliputi kegiatan perancangan, pelaksanaan, dan pelaporan secara tertulis maupun lisan dalam waktu tertentu.
- c. Penilaian portofolio adalah penilaian yang dilakukan dengan cara menilai kumpulan seluruh karya peserta didik dalam bidang tertentu yang bersifat reflektif-integratif untuk mengetahui minat, perkembangan, prestasi, dan/atau kreativitas peserta didik dalam kurun waktu tertentu. Karya tersebut dapat berbentuk tindakan nyata yang mencerminkan kepedulian peserta didik terhadap lingkungannya.

## **7. Prosedur Penilaian**

Prosedur penilaian dimaksudkan sebagai langkah-langkah terurut yang harus ditempuh dalam melaksanakan penilaian. Langkah-langkah tersebut merupakan tahapan dari kegiatan permulaan sampai kegiatan akhir dalam rangka pelaksanaan penilaian.

Pelaksanaan penilaian diawali dengan pendidik merumuskan indikator pencapaian kompetensi pengetahuan dan keterampilan yang dijabarkan dari Kompetensi Dasar (KD) pada mata pelajaran matematika. Indikator pencapaian kompetensi untuk KD pada KI-3 dan KI-4 dirumuskan dalam bentuk perilaku spesifik yang dapat terukur dan/atau diobservasi. Indikator pencapaian kompetensi dikembangkan menjadi indikator soal yang diperlukan untuk penyusunan instrumen penilaian. Indikator tersebut digunakan sebagai rambu-rambu dalam penyusunan butir soal atau tugas.

Instrumen penilaian memenuhi persyaratan substansi/materi, konstruksi, dan bahasa.

Persyaratan substansi merepresentasikan kompetensi yang dinilai, persyaratan konstruksi memenuhi persyaratan teknis sesuai dengan bentuk instrumen yang digunakan, dan persyaratan bahasa adalah penggunaan bahasa yang baik dan benar serta komunikatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik.

Indikator pencapaian pengetahuan dan keterampilan merupakan ukuran, karakteristik, atau ciri-ciri yang menunjukkan ketercapaian suatu KD tertentu dan menjadi acuan dalam penilaian KD mata pelajaran. Setiap Indikator pencapaian kompetensi dapat dikembangkan menjadi satu atau lebih indikator soal pengetahuan dan keterampilan. Sedangkan untuk mengukur pencapaian sikap digunakan indikator penilaian sikap yang dapat diamati.

Menurut Suharsimi (2006) langkah-langkah dalam penyusunan tes adalah:

1. Menentukan tujuan mengadakan tes
2. Membuat pembatasan terhadap bahan yang akan diteskan
3. Menderetkan semua Indikataor Pencapaian Kompetensi (IPK) yang memuat aspek pengetahuan, sikap dan keterampilan
4. Menyusun tabel spesifikasi yang memuat pokok materi dan aspek-aspek yang akan diukur
5. Menuliskan butir-butir soal sesuai Indikator Pencapaian Kompetensi

### D. Aktivitas Pembelajaran

#### LK 01: Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika.

1. Guna penguatan nilai karakter gotong royong, dan pemahaman dari materi yang disampaikan, diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai pengertian-pengertian berikut, kemudian berikan contohnya.

No.	Pengertian	Contoh dalam pembelajaran matematika (deskripsikan)
1	Penilaian	
2	Pengukuran	
3	Evaluasi	
4	Jenis Penilaian	
5	Bentuk Penilaian	
6	Tes, Nontes	
7	Ketuntasan Belajar	
8	Penilaian Autentik	

2. Secara individu maupun kelompok, coba Anda diskusikan mengenai jenis instrumen dan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi *sikap spiritual* dan *sosial*.

No.	Jenis Instrumen		Teknik Penilaian	
	Sikap Spiritual	Sikap Sosial	Sikap Spiritual	Sikap Sosial
1				
2				

3. Secara individu maupun kelompok, coba Anda diskusikan mengenai jenis instrumen dan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi *pengetahuan* dan *keterampilan*.

No.	Jenis Instrumen		Teknik Penilaian	
	Pengetahuan	Keterampilan	Pengetahuan	Keterampilan
1				
2				

## E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi penilaian dalam pembelajaran matematika, jawablah latihan berikut ini secara jujur dan mandiri.

1. Jelaskanlah pengertian penilaian, pengukuran, dan evaluasi dalam pembelajaran matematika!
2. Jelaskanlah jenis dan bentuk penilaian hasil belajar oleh pendidik!
3. Jelaskanlah tujuan, fungsi, dan prinsip-prinsip penilaian dalam proses pembelajaran.
4. Apakah yang dimaksud dengan ketuntasan belajar dalam pembelajaran?
5. Jelaskan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi sikap spiritual dan sosial pada mata pelajaran matematika.
6. Jelaskanlah jenis instrumen dan teknik penilaian proses dan hasil belajar pada kompetensi pengetahuan dan keterampilan.

## F. Rangkuman

Istilah penilaian (*assesment*) terdiri dari tiga kegiatan, yakni pengukuran, penilaian, dan evaluasi. Pengukuran adalah kegiatan membandingkan hasil pengamatan dengan suatu kriteria atau ukuran. Penilaian adalah proses mengumpulkan informasi/bukti melalui pengukuran, menafsirkan, mendeskripsikan, dan menginterpretasi bukti-bukti hasil pengukuran. Evaluasi adalah proses mengambil keputusan berdasarkan hasil-hasil penilaian.

Penilaian sikap adalah penilaian terhadap kecenderungan perilaku peserta didik sebagai hasil pendidikan, baik di dalam kelas maupun di luar kelas.

Penilaian pengetahuan merupakan penilaian untuk mengukur kemampuan peserta didik berupa pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif, serta kecakapan berpikir tingkat rendah sampai tinggi.

Penilaian keterampilan adalah penilaian untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik terhadap kompetensi dasar pada KI-4. Penilaian keterampilan menuntut peserta didik mendemonstrasikan suatu kompetensi tertentu.

## **G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut**

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar atau lebih dari 75% dari latihan/tugas, maka Anda dianggap telah menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan pelajari kembali dan berdiskusi dengan teman untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.

## Kegiatan Pembelajaran 2

### Pengolahan Data Hasil Penilaian dalam Pembelajaran Matematika

#### A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini, peserta diharapkan dapat:

1. menyusun laporan hasil evaluasi dan penilaian pembelajaran
2. mengolah hasil penilaian proses dan hasil belajar
3. menyimpulkan hasil penilaian proses dan hasil belajar.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Peserta dapat:

1. menentukan prosedur sistem pengadministrasian penilaian proses dan hasil belajar
2. mengidentifikasi hasil evaluasi proses dan hasil belajar sesuai dengan prinsip-prinsip penilaian hasil belajar
3. mengolah hasil penilaian proses dan hasil belajar untuk berbagai tujuan
4. menyimpulkan hasil penilaian proses dan hasil belajar.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Pengertian Bobot, Skor dan Nilai

Bobot adalah bilangan yang dikenakan terhadap setiap butir soal yang nilainya ditentukan berdasarkan usaha siswa dalam menyelesaikan soal itu. Bobot untuk suatu butir soal disebut skor untuk butir soal tersebut. Skor untuk keseluruhan butir soal dari suatu perangkat tes yang diperoleh seorang disebut skor tes dari orang tersebut. Skor disebut skor aktual artinya skor kenyataan (empirik) yang diperoleh siswa. Jika seluruh soal dalam perangkat tes itu dapat dijawab dengan benar (tanpa salah), sesuai dengan harapan pembuat soal, skor untuk menyatakan kondisi ini

## Kegiatan Pembelajaran 2

disebut skor maksimum ideal. Jika skor (data mentah) tersebut diolah lebih lanjut dengan menggunakan aturan dan kriteria tertentu sehingga dapat diinterpretasikan, hasil pengolahan tersebut dinamakan nilai. Nilai ini bisa berupa bilangan (kuantitatif) dan bisa pula berupa huruf atau kategori (kualitatif).

### 2. Acuan Penilaian

Menurut Woodworth (1961) ada dua jenis pedoman yang bisa digunakan untuk menentukan nilai (mengubah skor menjadi nilai) sebagai hasil evaluasi, yaitu:

- Penilaian Acuan Patokan (PAP), dengan cara membandingkan skor yang diperoleh seorang individu (siswa) dengan suatu standar yang sifatnya mutlak (absolut).
- Penilaian Acuan Normatif (PAN), dengan cara membandingkan skor yang diperoleh seorang individu (siswa) dengan skor yang diperoleh siswa lainnya dalam kelompok tes tersebut.

### 3. Penentuan Skor

Pada butir soal dengan tipe subyektif (bentuk uraian), untuk mengurangi unsur subyektivitas dan perbedaan hasil pemeriksaan yang mencolok, pembuat soal hendaknya menyusun rambu-rambu penilaian yang harus diberikan kepada pemeriksa. Pertama kali tentulah menentukan besarnya skor (bobot) yang akan diberikan untuk masing-masing butir soal berdasarkan kriteria di atas. Rubrik soal uraian/terbuka dapat mengacu dari *analytic scoring scale* (NCTM, dalam lampiran III Permendikbud 58/2014, PMP Matematika, hal. 384) sebagai berikut.

Tabel 3. Rubrik Soal Uraian

Aspek	Skor	Uraian
<b>Pemahaman Soal</b>	0	Tidak ada usaha memahami soal
	1	Salah interpretasi soal secara keseluruhan
	2	Salah interpretasi pada sebagian besar soal
	3	Salah interpretasi pada sebagian kecil soal
	4	Interpretasi soal benar seluruhnya
<b>Penyelesaian Soal</b>	0	Tidak ada usaha
	1	Perencanaan penyelesaian yang tidak sesuai
	2	Sebagian prosedur benar, tetapi kebanyakan salah

Aspek	Skor	Uraian
<b>Menjawab Soal</b>	3	Prosedur substansial benar, tetapi masih terdapat kesalahan
	4	Prosedur penyelesaian tepat, tanpa kesalahan aritmetika
	0	Tanpa jawab atau jawab salah yang diakibatkan prosedur penyelesaian yang tidak tepat
	1	Salah komputasi, tiada pernyataan jawab, pelabelan salah
	2	Penyelesaian benar
<b>Skor maksimal 10</b> <b>Skor minimal 0</b>		

### Contoh Teknik dan Instrumen Penilaian Kompetensi Pengetahuan

Teknik Penilaian : Tes Tertulis

Bentuk Instrumen : Soal Uraian

Kompetensi Dasar (KD) : Menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel (Kelas VII)

Contoh indikator pencapaian kompetensi pada KD tersebut adalah siswa mampu menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel.

Contoh indikator penulisan butir soal (indikator soal/indikator penilaian) yang relevan adalah "Diberikan suatu pertidaksamaan linear satu variabel, siswa dapat menyelesaikan pertidaksamaan tersebut".

Contoh instrumen penilaiannya:

"Tentukan nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $2x - 6 \geq 8x + 5$ ".

Tabel 4. Contoh Rubrik Penilaian Jawaban Siswa

No	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor
1.	<i>Pemahaman terhadap konsep pertidaksamaan linear satu variabel</i>	Penyelesaian dihubungkan dengan konsep pertidaksamaan linear satu variabel	5
		Sudah menghubungkan penyelesaian dengan konsep pertidaksamaan linear satu variabel, namun belum benar	3
		Penyelesaian sama sekali tidak dihubungkan dengan konsep	1

## Kegiatan Pembelajaran 2

No	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor
		pertidaksamaan linear satu variabel	
		Tidak ada respon/jawaban	0
2.	<i>Kebenaran jawaban akhir soal</i>	Jawaban benar	5
		Jawaban hampir benar	3
		Jawaban salah	1
		Tidak ada respon/jawaban	0
3.	<i>Proses perhitungan</i>	Proses perhitungan benar	5
		Proses perhitungan sebagian besar benar	3
		Proses perhitungan sebagian kecil saja yang benar	2
		Proses perhitungan sama sekali salah	1
		Tidak ada respon/jawaban	0
		<b>Skor maksimal</b>	<b>15</b>
		<b>Skor minimal</b>	<b>0</b>

Bagaimana dengan pemberian skor pada soal tipe objektif?

### **Contoh:**

Misalkan seorang siswa dapat menjawab 8 soal dengan benar dari 10 soal yang harus dikerjakan, sisanya dijawab salah. Jika soal tersebut berbentuk B-S, apakah tingkat penguasaan siswa tersebut sebesar 80%?

Menurut teori probabilitas option B dan S masing-masing mempunyai nilai kemungkinan yang sama untuk dipilih, yaitu  $\frac{1}{2}$ . Kemungkinan siswa menjawab benar soal tipe objektif sangatlah besar, dengan demikian diperoleh hubungan bahwa, "Jumlah jawaban yang benar sama dengan banyak jawaban yang benar-benar dikuasai ditambah dengan banyak jawaban yang ditebak". Jika kita misalkan jawaban siswa yang benar-benar dikuasai sebagai  $x$ , maka dipenuhi persamaan:

$$8 = x + (10 - x) \frac{1}{2}$$

Diperoleh  $x = 6$

Jadi tingkat penguasaan siswa tersebut sebenarnya adalah 60%.

Jika soal tersebut berbentuk pilihan ganda dengan 4 option, maka tingkat penguasaan siswa tersebut dapat dicari melalui hubungan

$$8 = x + (10 - x) \frac{1}{4}$$

Diperoleh  $x = 7$

Jadi tingkat penguasaan siswa tersebut sebenarnya adalah 70%.

Misalkan disajikan 100 butir soal bentuk pilihan ganda dengan 5 option. Seorang siswa dapat menjawab benar sebanyak 60 soal. Berapa butir soalkah yang benar-benar dikuasai oleh siswa tersebut?

Untuk menyelesaikan soal tersebut, dimisalkan banyak butir soal yang dijawab dengan yakin (dikuasai, tidak ditebak) sebanyak  $x$  butir. Sisanya, yaitu  $(100 - x)$  butir dijawab dengan tebakan. Dari kedua kondisi tersebut diperoleh:

$$60 = x + (100 - x) \frac{1}{5}$$

atau  $x = 50$

Jadi banyak butir soal yang benar-benar dikuasai sebanyak 50 butir atau 50% dari seluruh materi tes.

Jika soal tersebut berbentuk B-S, maka diperoleh persamaan

$$60 = x + (100 - x) \frac{1}{2}$$

atau  $x = 20$

Jadi banyak butir soal yang benar-benar dikuasai hanya 20 butir atau 20% saja. Dengan cara yang sama kita bisa menentukan jumlah soal dengan tipe B-S yang dijawab dengan benar agar kita bisa mencapai tingkat penguasaan yang dikehendaki. Misalnya, jika kita ingin mendapatkan tingkat penguasaan sebesar 50%, maka jumlah soal yang harus dijawab dengan benar sebesar 75 butir soal.

Dari contoh-contoh di atas, tampak bahwa untuk soal bentuk B-S, sebuah soal yang dapat dijawab dengan benar tanpa membaca soal (apalagi dipikirkan) mempunyai peluang sebesar 50% untuk mendapatkan jawabannya yang benar. Sedangkan untuk soal bentuk pilihan ganda, peluangnya adalah 25% jika disajikan 4 option dan 20% untuk 5 option.



## Kegiatan Pembelajaran 2

Peluang untuk memperoleh minimal 70% soal dapat dijawab dengan benar dengan cara menebak, menurut buku *"Improving The Classroom Test"* yang dikutip oleh Ruseffendi (1984) untuk tipe objektif bentuk B-S adalah seperti tampak di bawah ini:

Tabel 5. Peluang Tebakan pada Bentuk B-S

Banyak Soal	Peluang
10	$\frac{1}{6}$
25	$\frac{1}{50}$
50	$\frac{1}{350}$
100	$\frac{1}{10.000}$

Untuk soal bentuk pilihan ganda dengan 4 option adalah seperti tampak pada tabel berikut:

Tabel 6. Peluang Tebakan pada Bentuk Pilihan Ganda 4 Option

Banyak Soal	Peluang
10	$\frac{1}{1000}$
25	$\frac{1}{1.000.000}$

Dari kedua tabel di atas tampak bahwa makin banyak soal yang disajikan untuk tipe objektif, makin sedikit peluang testi untuk menebak jawabannya. Oleh karena itu, jika kita menyajikan soal berbentuk pilihan (B-S atau P-G) haruslah memperhitungkan banyaknya soal agar unsur tebakan yang akan dilakukan oleh siswa dapat ditekan menjadi lebih sedikit. Dengan kata lain, penyajian soal bentuk tersebut haruslah cukup banyak. Perbandingan banyak soal untuk bentuk B-S dan bentuk P-G, agar unsur spekulatifnya sama adalah 200 bentuk B-S ekuivalen dengan 25 soal bentuk P-G.

Pada contoh-contoh di atas, tampak bahwa tingkat penguasaan sebenarnya relatif lebih kecil daripada jumlah jawaban yang benar. Untuk menanggulangi masalah tersebut maka pemberian skor untuk soal tipe objektif menggunakan rumus-rumus di bawah ini:



- a) Rumus skor untuk soal bentuk B-S

$$S = (J_B - J_S) \times b$$

dengan:

$S$  = Skor

$J_B$  = Jumlah jawaban yang benar

$J_S$  = Jumlah jawaban yang salah

$b$  = bobot soal

- b) Rumus Skor untuk soal bentuk Pilihan Ganda (P-G)

$$S = \left( J_B - \frac{J_S}{(n-1)} \right) \times b$$

dengan  $n$ : banyak option yang disediakan pada setiap item (butir soal).

- c) Rumus untuk soal yang memasangkan

$$S = \left( J_B - \frac{J_S}{(n_1-1)(n_2-1)} \right) \times b$$

dengan  $n_1$  = banyak stem (soal) pada kolom sebelah kiri

$n_2$  = banyak alternatif jawaban pada kolom sebelah kanan

- d) Rumus untuk soal yang bentuk isian/uraian.

$$S = J_B \times b$$

tanpa pengurangan (hukuman) sebab tidak ada pilihan.

Misalkan suatu tes matematika terdiri dari 10 bentuk Benar-Salah, 20 butir bentuk P-G dengan 4 option, 5 butir bentuk memasangkan dengan 7 alternatif jawaban, dan 10 butir isian. Mengingat kadar kesulitan dan usaha siswa dalam mengerjakan setiap bentuk soal tersebut berlainan maka bobot untuk soal bentuk B-S ditentukan 1, bentuk P-G bobotnya 3, bentuk memasangkan bobotnya  $1\frac{1}{2}$ , dan bentuk isian bobotnya 2, jika seorang siswa dapat menjawab benar B-S sebanyak 7 soal, bentuk P-G sebanyak 15 soal, bentuk memasangkan sebanyak 2 soal, dan bentuk isian sebanyak 8 soal, maka skor yang diperoleh siswa tersebut adalah ...

Penyelesaian:

Skor total siswa tersebut, sebagai berikut:

$$\text{Skor}_{(B-S)} = (7 - 3) \times 1 = 4,0$$

$$\text{Skor}_{(P-G)} = \left( 15 - \frac{5}{3} \right) \times 3 = 40,0$$

## Kegiatan Pembelajaran 2

$$\text{Skor}_{(M-I)} = \left(2 - \frac{3}{4.6}\right) \times 1\frac{1}{2} = 2,8$$

$$\text{Skor}_{(Isian)} = (8 \times 5) = 40$$

Jadi total Skor adalah 86,8

Jika seorang siswa dapat menjawab soal tersebut dengan benar, maka skor (maksimum ideal) yang diperoleh adalah:

$$10 \times 1,0 = 10,0$$

$$20 \times 3,0 = 60,0$$

$$5 \times 1,5 = 7,5$$

$$10 \times 5 = 50,0.$$

Skor maksimal ideal = 127,5

Jadi tingkat penguasaan siswa tersebut adalah:  $\frac{86,8}{127,5} \times 100\% = 67\%$

## 4. Skala Penilaian

Hasil pengolahan data skor evaluasi peserta didik menghasilkan nilai yang memiliki makna berbeda-beda sesuai dengan skala penilaian yang digunakan. Skala penilaian merupakan rentang nilai, yang mana rentang tersebut dapat menggambarkan tingkat penguasaan peserta didik. Berikut ini adalah teknik-teknik untuk menentukan rentang-rentang nilai berdasarkan skala penilaian:

### a. Skala Sepuluh

Skala sepuluh memiliki rentang nilai: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dan 10

Teknik penggunaan skala 10 lebih mudah menggunakan kurva normal, yaitu membaginya menjadi 10 bagian. Sehingga jarak antar selang adalah 0,6s.

Konversi nilai dari skala 10 menjadi sebagai berikut:

$$\bar{x} + 2,25 s \leq 10$$

$$\bar{x} + 1,75 s \leq 9 < \bar{x} + 2,25 s$$

$$\bar{x} + 1,25 s \leq 8 < \bar{x} + 1,75 s$$

$$\bar{x} + 0,75 s \leq 7 < \bar{x} + 1,25 s$$

$$\bar{x} + 0,25 s \leq 6 < \bar{x} + 0,75 s$$

$$\bar{x} - 0,25 s \leq 5 < \bar{x} + 0,25 s$$

$$\bar{x} - 0,75 s \leq 4 < \bar{x} - 0,25 s$$

$$\bar{x} - 1,25 s \leq 3 < \bar{x} - 0,75 s$$

$$\bar{x} - 1,75 s \leq 2 < \bar{x} - 1,25 s$$

$$1 < \bar{x} - 1,75 s$$

### b. Skala Baku

Skala baku disebut juga skala z, nilainya disebut nilai baku atau nilai z. Dasarnya adalah kurva normal baku yang memiliki nilai rerata  $\bar{Z} = 0$  dan simpangan baku  $S = 1$ . Panjang interval dari kurva normal baku adalah  $-3 \leq Z \leq 3$  sebab 99,74% nilai berada pada interval itu, sehingga sisanya dapat diabaikan. Rumus Z:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

Kegunaan skala baku adalah untuk menentukan kedudukan seseorang siswa dalam kelompoknya. Oleh karena itu perhitungan nilai Z diolah dari skor aktual yang diperoleh siswa.

Contoh kasus:

Misalkan kita akan membandingkan kedudukan siswa 1 (56) dan siswa 3 (76). Sehingga diperoleh  $Z_1 = -0,274$  dan  $Z_2 = 0,809$  berdasarkan nilai Z yang diperoleh bahwa kedudukan  $Z_2$  lebih baik dari pada  $Z_1$ .

Kegunaan lain dari skala baku ini adalah untuk menentukan kedudukan seorang siswa pada dua kelompok tes (atau lebih) yang berlainan.

### c. Skala Seratus

Nilai yang digunakan pada skala seratus adalah nilai  $T$  yang bergerak pada interval 0 sampai dengan 100. Nilai  $T$  ini didasari oleh nilai z dengan hubungan  $T = 50 + 10z$ , dengan demikian pada skala 100 ini tidak akan ditemui nilai negatif atau pecahan, seperti halnya skala baku. Dengan interval lainnya, skala 100 ini lebih cermat dalam membedakan kemampuan siswa pada suatu tes.

Salah satu fungsi skala seratus ini adalah seperti skala z yaitu mengetahui kedudukan seseorang pada dua kelompok tes atau mengetahui kedudukan seseorang siswa dalam kelompoknya.

Contoh kasus:

$$T_1 = 50 + 10(-0,274) = 47,26$$

$$T_2 = 50 + 10(0,809) = 58,09$$

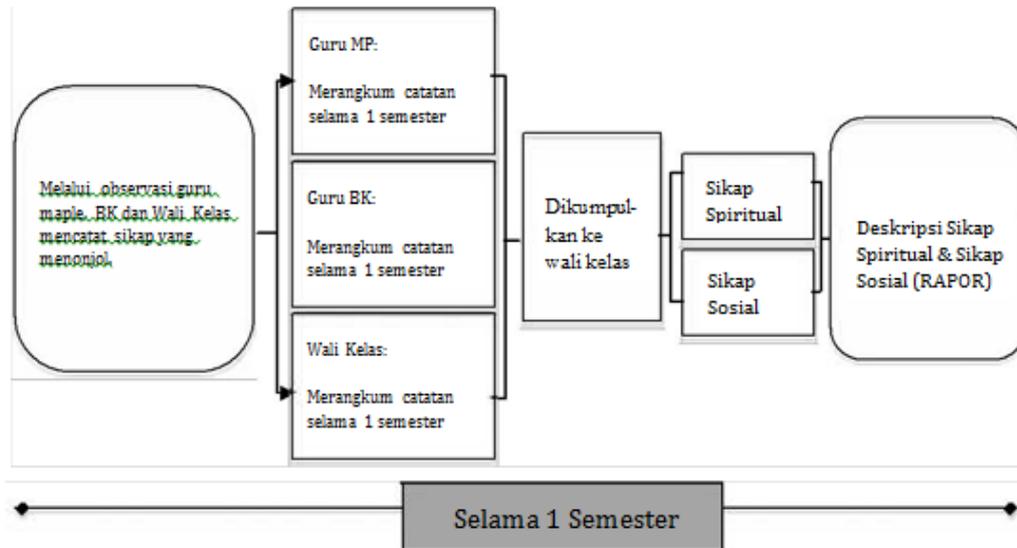
## 5. Pengolahan Hasil Penilaian

### a. Nilai Sikap Spiritual dan Sikap Sosial

Langkah-langkah menyusun rekapitulasi penilaian sikap untuk satu semester.

- 1) Wali kelas, guru mata pelajaran, dan guru BK mengelompokkan (menandai) catatan-catatan jurnal ke dalam sikap spiritual dan sikap sosial.
- 2) Wali kelas, guru mata pelajaran, dan guru BK membuat rumusan deskripsi singkat sikap spiritual dan sikap sosial sesuai dengan catatan-catatan jurnal untuk setiap peserta didik yang ditulis dengan kalimat positif.
- 3) Wali kelas mengumpulkan deskripsi singkat (rekap) sikap dari guru mata pelajaran dan guru BK.
- 4) Deskripsi yang ditulis pada sikap spiritual dan sikap sosial adalah perilaku yang menonjol, sedangkan sikap spiritual dan sikap sosial yang belum mencapai kriteria (indikator) dideskripsikan sebagai perilaku yang perlu pembimbingan.
- 5) Dalam hal peserta didik tidak ada catatan apapun dalam jurnal, sikap peserta didik tersebut diasumsikan berperilaku sesuai indikator kompetensi.
- 6) Rekap hasil observasi sikap spritual dan sikap sosial yang dilakukan oleh wali kelas sebagai deskripsi untuk mengisi buku rapor pada kolom hasil belajar sikap.

Berikut ini skema pengolahan nilai sikap.



Gambar 4 . Skema Pengolahan Nilai Sikap

Rambu-rambu deskripsi pencapaian sikap:

- 1) Sikap yang ditulis adalah sikap spritual dan sikap sosial.
- 2) Deskripsi sikap terdiri atas keberhasilan dan/atau ketercapaian sikap yang diinginkan dan belum tercapai yang memerlukan pembinaan dan pembimbingan.
- 3) Substansi sikap spiritual adalah hal-hal yang berkaitan dengan menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- 4) Substansi sikap sosial adalah hal-hal yang berkaitan dengan menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli, santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- 5) Hasil penilaian pencapaian sikap dalam bentuk predikat dan deskripsi.
- 6) Predikat untuk sikap spiritual dan sikap sosial dinyatakan dengan A = sangat baik, B = baik, C = cukup, dan D = kurang. Deskripsi dalam bentuk kalimat positif, memotivasi dan bahan refleksi.



## Kegiatan Pembelajaran 2

*Contoh kesimpulan hasil deskripsi sikap spiritual oleh wali kelas.*

Agung:

Selalu bersyukur dan berdoa sebelum melakukan kegiatan serta memiliki toleran pada agama yang berbeda; ketaatan beribadah mulai berkembang.

*Contoh kesimpulan hasil deskripsi sikap sosial oleh wali kelas.*

Agung:

Memiliki sikap santun, disiplin, dan tanggung jawab yang baik, responsif dalam pergaulan; sikap kepedulian mulai meningkat.

Catatan:

Kriteria penilaian sikap dibuat oleh satuan pendidikan disesuaikan dengan peraturan dan karakteristik satuan pendidikan sebagai rujukan untuk menentukan nilai akhir deskripsi sikap peserta didik pada rapor.

### **b. Nilai Pengetahuan**

Nilai pengetahuan diperoleh dari hasil penilaian harian selama satu semester untuk mengetahui pencapaian kompetensi pada setiap KD pada KI-3. Penilaian harian dapat dilakukan melalui tes tertulis dan/atau penugasan, maupun lisan, dan lain-lain sesuai dengan karakteristik masing-masing KD. Pelaksanaan penilaian harian dapat dilakukan setelah pembelajaran satu KD atau lebih. Penilaian harian dapat dilakukan lebih dari satu kali untuk KD dengan cakupan materi luas dan kompleks sehingga penilaian harian tidak perlu menunggu pembelajaran KD tersebut selesai.

Berikut contoh pengolahan nilai KD pada KI-3.

Hasil penilaian pengetahuan yang dilakukan oleh pendidik dengan berbagai teknik penilaian dalam satu semester direkap dan didokumentasikan pada tabel pengolahan nilai sesuai dengan KD yang dinilai. Jika dalam satu KD dilakukan penilaian lebih dari satu kali maka nilai akhir KD tersebut merupakan nilai rerata. Nilai akhir pencapaian pengetahuan mata pelajaran tersebut diperoleh dengan cara merata-ratakan hasil pencapaian kompetensi setiap KD selama satu semester. Nilai akhir selama satu semester pada rapor ditulis dalam bentuk angka pada skala 0 – 100 dan predikat serta dilengkapi dengan

deskripsi singkat kompetensi yang menonjol berdasarkan pencapaian KD selama satu semester.

Contoh pengolahan nilai pengetahuan mata pelajaran Matematika kelas VIII semester 1.

No	Nama	KD	Hasil Penilaian Harian					Penilaian Akhir Semester	Rerata (Pembulatan)
			1	2	3	4	...		
1	Yeni	3.1	75	68				70	71
		3.2	60	66				70	65
		3.3	86	80	90			80	84
		3.4	80					95	88
		3.5	88					80	84
Nilai Rapor									78

Keterangan:

1. Penilaian harian dilakukan oleh pendidik dengan cakupan meliputi seluruh indikator dari satu kompetensi dasar
2. Penilaian akhir semester merupakan kegiatan yang dilakukan oleh satuan pendidikan untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik pada akhir semester. Cakupan penilaian meliputi seluruh indikator yang merepresentasikan semua KD pada semester tersebut.
3. KD 3.1 dilakukan tagihan penilaian sebanyak 3 kali, maka nilai pengetahuan pada KD 3.1. adalah  $\frac{75+68+70}{3} = 71$
4. Nilai rapor =  $\frac{71 + 65 + 84 + 88 + 84}{5} = 78$
5. Deskripsi berisi kompetensi yang sangat baik dikuasai oleh peserta didik dan/atau kompetensi yang masih perlu ditingkatkan. Pada nilai di atas yang dikuasai peserta didik adalah KD 3.4 dan yang perlu ditingkatkan pada KD 3.2.

Contoh deskripsi: "Memiliki kemampuan mendeskripsikan operasi aritmetika pada fungsi, namun perlu peningkatan pemahaman masalah kontekstual menggunakan konsep sistem persamaan linear dua variabel".

## Kegiatan Pembelajaran 2

### c. Nilai Keterampilan

Nilai keterampilan diperoleh dari hasil penilaian unjuk kerja/kinerja/praktik, proyek, produk, portofolio, dan bentuk lain sesuai karakteristik KD mata pelajaran. Hasil penilaian pada setiap KD pada KI-4 adalah nilai optimal jika penilaian dilakukan dengan teknik yang sama dan objek KD yang sama. Penilaian KD yang sama yang dilakukan dengan proyek dan produk atau praktik dan produk, maka hasil akhir penilaian KD tersebut dirata-ratakan. Untuk memperoleh nilai akhir keterampilan pada setiap mata pelajaran adalah rerata dari semua nilai KD pada KI-4 dalam satu semester. Selanjutnya, penulisan capaian keterampilan pada rapor menggunakan angka pada skala 0 – 100 dan predikat serta dilengkapi deskripsi singkat capaian kompetensi.

#### **Contoh 1:**

Berikut cara pengolahan nilai keterampilan mata pelajaran Matematika kelas IX yang dilakukan melalui praktik pada KD 4.1 sebanyak 1 kali dan KD 4.2 sebanyak 2 kali. KD 4.3 dan KD 4.4 dinilai melalui satu proyek. Selain itu KD 4.4 juga dinilai melalui satu kali produk.

KD	Praktik		Produk		Proyek		Portofolio		Nilai Akhir (Pembulatan)
4.1	87								87
4.2	66	75							75
4.3					92				92
4.4			75		82				79
	<b>Rerata</b>								<b>83</b>

Keterangan:

- 1) Pada KD 4.1, 4.2, dan 4.3 Nilai Akhir diperoleh berdasarkan nilai optimum, sedangkan untuk 4.4 diperoleh berdasarkan rata-rata karena menggunakan proyek dan produk.
- 2) Nilai akhir semester diperoleh dengan cara merata-ratakan nilai akhir pada setiap KD.
- 3) Nilai rapor  $= \frac{92 + 75 + 87 + 78,50}{4} = 83,13$  (pembulatan)

- 4) Nilai rapor keterampilan dilengkapi deskripsi singkat kompetensi yang menonjol berdasarkan pencapaian KD pada KI-4 selama satu semester.
- 5) Deskripsi nilai keterampilan di atas adalah: *“Memiliki keterampilan menemukan rumus luas daerah bangun datar”*.

Dokumen hasil penilaian keterampilan (praktik, produk, proyek) dikumpulkan dalam bentuk portofolio yang merupakan lampiran rapor yang diberikan kepada orangtua/wali dan sebagai informasi awal pendidik di kelas berikutnya. Penilaian keterampilan oleh satuan pendidikan untuk mata pelajaran tertentu dapat dilakukan melalui penilaian akhir semester, penilaian akhir tahun, dan/atau ujian sekolah.

## D. Aktivitas Pembelajaran

### L.K 02: Pengolahan Data Hasil Penilaian Dalam Pembelajaran Matematika

Guna penguatan nilai karakter gotong royong dan pemahaman materi di atas, diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai pengertian-pengertian berikut, kemudian berikan contohnya.

No.	Pengertian	Contoh dalam pembelajaran matematika
1	Skor	
2	Skor Maksimal Ideal	
3	Penilaian Acuan Patokan (PAP)	
4	Penilaian Acuan Normatif (PAN)	
5	Skala Sepuluh	
6	Skala Baku	
7	Skala Seratus	

1. Diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai pengolahan hasil penilaian dalam pembelajaran matematika. Kemudian berikan contohnya.

No	Pengolahan Penilaian	Contoh dalam pembelajaran matematika
1	Nilai Sikap Spiritual dan Sosial	
3	Nilai Pengetahuan	
4	Nilai Keterampilan	

## Kegiatan Pembelajaran 2

2. Diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai teknik pengolahan data skor soal tipe objektif dalam pembelajaran matematika. Kemudian lengkapi tabel berikut.

No	Tipe Soal Objektif	Contoh Pengolahan Data Hasil Penilaian
1	Benar-Salah	
2	Pilihan Ganda dengan 4 Option	
3	Pilihan Ganda dengan 5 Option	
4	Bentuk Soal Memasangkan	

### E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi penilaian dalam pembelajaran matematika, jawablah latihan berikut ini secara jujur dan mandiri.

1. Jelaskanlah perbedaan antara skor dengan nilai. Berikan contohnya!
2. Buatlah contoh hasil penilaian untuk kompetensi pengetahuan, kemudian lakukan pengolahan data hasil penilaian tersebut, serta interpretasikan hasilnya.
3. Buatlah contoh hasil penilaian untuk kompetensi keterampilan, kemudian lakukan pengolahan data hasil penilaian tersebut, serta interpretasikan hasilnya.
4. Buatlah contoh hasil penilaian untuk soal tipe objektif bentuk Benar-Salah, kemudian lakukan pengolahan data hasil penilaian tersebut, serta interpretasikan hasilnya.
5. Buatlah contoh hasil penilaian untuk soal tipe objektif bentuk Pilihan Ganda dengan 4 option, kemudian lakukan pengolahan data hasil penilaian tersebut, serta interpretasikan hasilnya.
6. Buatlah contoh hasil penilaian untuk soal tipe objektif bentuk Pilihan Ganda dengan 5 option, kemudian lakukan pengolahan data hasil penilaian tersebut, serta interpretasikan hasilnya.
7. Buatlah contoh soal uraian/terbuka dan rubrik penilaiannya mengacu pada analytic scoring scale (NCTM, dalam lampiran III Permendikbud 58/2014, PMP Matematika, hal 384).
8. Apa kelebihan dan kekurangan penilaian menggunakan PAN dan PAP. Jelaskan, berikan contoh kasusnya.

## F. Rangkuman

- Skor adalah bilangan yang merupakan data mentah (*raw data*) dari hasil suatu evaluasi, belum diolah lebih lanjut. Jika skor (data mentah) tersebut diolah lebih lanjut dengan menggunakan aturan dan kriteria tertentu sehingga dapat diinterpretasikan, hasil pengolahan tersebut dinamakan nilai.

Ada dua jenis pedoman yang bisa digunakan untuk menentukan nilai (mengubah skor menjadi nilai) sebagai hasil evaluasi, yaitu: penilaian Acuan Patokan (PAP) dan Penilaian Acuan Normatif (PAN).

- Terdapat perbedaan penskoran untuk jenis soal berikut.
  - Soal B-S adalah dengan rumus  $\text{Skor} = (J_B - J_S) \times b$ , dimana:

$$S = \text{Skor}$$

$$J_B = \text{Jumlah jawaban yang benar}$$

$$J_S = \text{Jumlah jawaban yang salah}$$

$$b = \text{bobot soal}$$

- Soal bentuk Pilihan Ganda (P-G) adalah dengan rumus:

$$S = \left( J_B - \frac{J_S}{(n-1)} \right) \times b$$

dimana  $n$ : banyak option yang disediakan pada setiap item (butir soal).

- Soal bentuk memasangkan dengan rumus:

$$S = \left( J_B - \frac{J_S}{(n_1-1)(n_2-1)} \right) \times b$$

dimana  $n_1$  = banyak stem (soal) pada kolom sebelah kiri

$n_2$  = banyak alternatif jawaban pada kolom sebelah kanan

- Soal bentuk isian/uraian dengan rumus  $S = J_B \times b$

tanpa pengurangan (hukuman) sebab tidak ada pilihan.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar atau lebih dari 75% dari latihan/tugas, maka Anda dianggap telah menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan pelajari kembali dan berdiskusi dengan teman kelompok untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.



## Kegiatan Pembelajaran 2





## **Kegiatan Pembelajaran 3**

### **Ketuntasan Belajar, Pelaporan, dan Pemanfaatan Hasil Penilaian**

#### **A. Tujuan**

Peserta diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian tentang ketuntasan belajar dan kriteria ketuntasan belajar
2. menjelaskan cara pelaporan hasil penilaian
3. merancang program remedial dan pengayaan
4. mengkomunikasikan hasil penilaian dan evaluasi kepada pemangku kepentingan.

#### **B. Indikator Pencapaian Kompetensi**

Setelah mempelajari modul ini, peserta diharapkan dapat:

1. menjelaskan pengertian tentang ketuntasan belajar
2. menentukan kriteria ketuntasan belajar untuk mata pelajaran
3. menjelaskan cara pelaporan hasil penilaian
4. menggunakan informasi hasil penilaian dan evaluasi untuk menentukan ketuntasan belajar
5. menggunakan informasi hasil penilaian dan evaluasi untuk merancang program remedial dan pengayaan
6. mengomunikasikan hasil penilaian dan evaluasi kepada pemangku kepentingan
7. memanfaatkan informasi hasil penilaian dan evaluasi pembelajaran sebagai bahan penyusunan rancangan pembelajaran yang akan dilakukan selanjutnya.



## C. Uraian Materi

### 1. Ketuntasan Belajar

Konsep belajar tuntas dilandasi oleh pandangan bahwa semua atau hampir semua siswa akan mampu mempelajari pengetahuan atau keterampilan dengan baik asal diberikan waktu yang sesuai dengan kebutuhannya.

Menurut Bloom (1968) pembelajaran tuntas merupakan satu pendekatan pembelajaran yang difokuskan pada penguasaan siswa dalam sesuatu hal yang dipelajari. Anderson & Block (1975) mengungkapkan bahwa pembelajaran tuntas pada dasarnya merupakan seperangkat gagasan dan tindakan pembelajaran secara individu yang dapat membantu siswa untuk belajar secara konsisten. Asumsi yang digunakan dalam pembelajaran tuntas ini yaitu jika setiap siswa diberikan waktu sesuai dengan yang diperlukan untuk mencapai suatu tingkat penguasaan dan jika siswa tersebut menghabiskan waktu yang diperlukan, maka besar kemungkinan siswa akan mencapai tingkat penguasaan itu.

Ketuntasan belajar adalah tingkat minimal pencapaian kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan meliputi ketuntasan penguasaan substansi dan ketuntasan belajar dalam konteks kurun waktu belajar.

- a. Nilai ketuntasan kompetensi sikap dituangkan dalam bentuk predikat, yakni predikat sangat baik (SB), baik (B), cukup (C), dan kurang (K). Ketuntasan belajar untuk sikap (KD pada KI-1 dan KI-2) ditetapkan dengan predikat baik (B)
- b. Nilai ketuntasan kompetensi pengetahuan dan keterampilan dituangkan dalam bentuk angka, yakni 0 – 100 tergantung dari masing-masing kelas dan satuan pendidikannya. Ketuntasan belajar untuk pengetahuan ditetapkan dengan skor rerata dari penilaian kompetensi pengetahuan. Sedangkan ketuntasan belajar dari penilaian kompetensi keterampilan ditetapkan dengan skor rerata optimum dari penilaian kompetensi keterampilan.

## 2. Pelaporan dan Pemanfaatan Hasil Penilaian

### a. Pelaporan Data Hasil Penilaian

Melalui hasil penilaian kita dapat mengetahui kemampuan dan perkembangan siswa, selain itu juga dapat memberi gambaran tingkat keberhasilan pendidikan pada sekolah yang bersangkutan. Menurut Sudjana (2011) laporan data hasil penilaian bukan hanya mengenai prestasi atau hasil belajar, melainkan juga mengenai kemajuan dan perkembangan belajar siswa di sekolah seperti motivasi belajar, disiplin, kesulitan belajar, atau sikap siswa terhadap mata pelajaran. Oleh sebab itu, guru perlu mencatat perkembangan dan kemajuan belajar siswa secara teratur dan berkelanjutan.

- 1) Laporan kepada Kepala Sekolah
- 2) Laporan kepada Wali Kelas
- 3) Laporan kepada Guru Pembimbing

### b. Pemanfaatan Data Hasil Penilaian

- 1) Manfaat data penilaian hasil belajar formatif (ulangan harian)

Data hasil penilaian formatif menurut Sudjana (2011) dapat dimanfaatkan guru untuk berbagi kepentingan, yaitu sebagai berikut:

- a) Memperbaiki program pembelajaran atau rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP);
- b) Meninjau kembali dan memperbaiki tindakan mengajarnya dalam memilih dan menggunakan metode mengajar;
- c) Mengulang kembali materi pembelajaran yang belum dikuasai para siswa sebelum melanjutkan dengan materi baru; dan
- d) Melakukan diagnosis kesulitan belajar para siswa sehingga dapat ditemukan faktor penyebab kegagalan siswa dalam menguasai tujuan pembelajaran.

- 2) Manfaat data penilaian hasil belajar sumatif (ulangan akhir semester)

Tes sumatif dilaksanakan pada akhir suatu satuan program, misalnya pada akhir semester yang bertujuan untuk mengukur tingkat penguasaan hasil belajar siswa. Seperti halnya data hasil penilaian formatif, menurut Sudjana (2011) data



### Kegiatan Pembelajaran 3

hasil penilaian sumatif juga bermanfaat bagi guru untuk keperluan sebagai berikut.

- a) Membuat laporan kemajuan belajar siswa (dalam hal ini menentukan nilai prestasi belajar untuk mengisi rapor siswa) setelah mempertimbangkan pula nilai dari hasil tes formatif;
  - b) Menata kembali seluruh pokok bahasan dan subpokok bahasan setelah melihat hasil tes sumatif terutama kelompok materi yang belum dikuasainya;
  - c) Melakukan perbaikan dan penyempurnaan alat penilaian tes sumatif yang telah digunakan berdasarkan hasil-hasil yang telah diperoleh atau dicapai siswa; dan
  - d) Merancang program belajar bagi siswa pada semester berikutnya.
- 3) Manfaat data hasil penilaian proses pembelajaran

Data hasil penilaian proses pembelajaran sangat bermanfaat bagi guru, siswa, dan kepala sekolah. Guru dapat mengetahui kemampuan dirinya sebagai pendidik, baik kekurangan maupun kelebihan. Guru juga dapat mengetahui pendapat dan aspirasi para siswanya dalam berbagai hal yang berkenaan dengan proses pembelajaran. Sementara bagi kepala sekolah, dapat mengetahui tingkat capaian kualitas pembelajaran dan output siswanya.

Implementasi ketuntasan belajar adalah:

- a) Lanjut KD berikutnya, jika tuntas
- b) Remedial individu, jika belum tuntas
- c) Remedial klasikal, jika 75% siswa belum tuntas
- d) Kemampuan peserta didik tidak dibandingkan terhadap kelompoknya, tetapi dibandingkan terhadap kriteria yang ditetapkan

### 3. Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM)

- a. KKM ditentukan oleh Satuan Pendidikan dengan mempertimbangkan: *karakteristik kompetensi dasar, daya dukung, dan karakteristik peserta didik.*
- b. KKM *tidak* dicantumkan dalam buku hasil belajar, melainkan pada buku penilaian guru.

- c. KKM maksimal 100 %, KKM ideal 75 %. Satuan pendidikan dimungkinkan menentukan KKM di bawah KKM ideal, tetapi secara bertahap perlu meningkatkan KKM-nya hingga mencapai KKM ideal/ maksimal.
- d. Peserta didik yang belum mencapai KKM, diberi kesempatan mengikuti program *remedial* sepanjang semester yang diikuti.
- e. Peserta didik yang sudah mencapai atau melampaui KKM, diberi program *pengayaan*.

#### 4. Petunjuk Teknis Pengisian Rapor SMP

- a. Buku laporan hasil belajar diisi dengan tulisan rapi dan jelas.
- b. Nama peserta didik di halaman judul, data satuan pendidikan di lembar 2, serta petunjuk penggunaan di lembar 3 dan 4, ditulis menggunakan huruf kapital secara jelas dan rapi.
- c. Lembar 5 diisi dengan data peserta didik dan dilengkapi dengan pas foto terbaru berukuran 3 × 4 cm.
- d. Lembar capaian kompetensi semester 1 dan 2 diisi dengan:
  - 1) Identitas satuan pendidikan dan identitas peserta didik.
  - 2) Pada kolom pengetahuan dan keterampilan diisi dengan perolehan nilai dari tiap guru mata pelajaran pada kolom pengetahuan dan keterampilan.

Berikut contoh pengisian rapor.

Tabel 7. Contoh Pengisian Capaian Nilai Ekstrakurikuler

Kegiatan Ekstrakurikuler	Nilai	Keterangan
1. Praja Muda Karana (PRAMUKA)	SB	Sangat Baik. Juara I Lomba Tingkat provinsi
2. Usaha Kesehatan Sekolah (UKS)	B	Baik, aktif dalam setiap kegiatan

### Kegiatan Pembelajaran 3

Lembar catatan deskripsi kompetensi mata pelajaran diisi dengan:

- Identitas satuan pendidikan dan identitas peserta didik.
- Catatan deskripsi pengetahuan, keterampilan, sikap spiritual, dan sikap sosial tiap mata pelajaran diperoleh dari guru mata pelajaran.
- Catatan deskripsi pengetahuan, keterampilan, sikap spiritual, dan sosial tiap mata pelajaran ditulis dengan jelas dan rapi.

Tabel 8. Contoh Pengisian Capaian Nilai Ekstrakurikuler

Kegiatan Ekstrakurikuler	Nilai	Keterangan
1. Praja Muda Karana (PRAMUKA)	SB	Sangat Baik. Juara I Lomba Tingkat provinsi
2. Usaha Kesehatan Sekolah (UKS)	B	Baik, aktif dalam setiap kegiatan

Tabel 9. Deskripsi Pengisian Kompetensi Pada Rapor

No.	Mata Pelajaran	Kompetensi	Catatan
<b>Kelompok A</b>			
1	Pendidikan Agama dan Budi Pekerti	Pengetahuan	Baik, sudah memahami seluruh kompetensi, terutama dalam memahami makna khulafaurrasyidin. Terus berlatih agar lebih baik dalam kompetensi yang lain.
		Keterampilan	Sudah terampil dalam hafalan surat-surat yang ditentukan, namun masih perlu banyak berlatih dalam hafalan QS. Al Baqarah (2):153.
		Sikap Spiritual dan Sosial	Sudah konsisten menunjukkan sikap beriman bertaqwa, jujur, dan perlu peningkatan rasa percaya diri.
<b>Kelompok B</b>			
2	Pendidikan Jasmani, Olahraga dan Kesehatan	Pengetahuan	Sudah memahami semua konsep keterampilan, kecuali konsep gaya hidup sehat untuk mencegah berbagai penyakit. Perlu lebih disiplin dalam

No.	Mata Pelajaran	Kompetensi	Catatan
			memahami konsep gaya hidup sehat.
		Keterampilan	Sudah menguasai permainan dan olah raga, terutama mempraktikkan teknik dasar Dapat diikutsertakan dalam lomba OSN tingkat kota.
		Sikap Spiritual dan Sosial	Sudah menunjukkan usaha maksimal dalam setiap aktivitas gerak jasmani, sportif dalam bermain, perlu peningkatan dalam menghargai perbedaan. perlu terus dikembangkan sikap, sportif dalam bermain dan menghargai perbedaan.

## 5. Pelaporan Hasil Penilaian Pembelajaran dalam Rapor

Hasil penilaian oleh pendidik setiap semester diolah untuk dimasukkan ke dalam buku laporan hasil belajar (rapor). Nilai rapor merupakan gambaran pencapaian kemampuan peserta didik dalam satu semester. Nilai sikap, pengetahuan dan keterampilan dalam rapor diperoleh dari berbagai jenis penilaian dengan teknik dan perhitungan yang telah ditetapkan.

Merujuk pada buku Panduan Penilaian untuk Pendidik dan Satuan Pendidikan, yg diterbitkan oleh Direktorat Dikdasmen Desember 2016, disebutkan bahwa laporan hasil penilaian dalam bentuk rapor ditetapkan dalam rapat dewan guru berdasarkan hasil penilaian oleh pendidik dan hasil penilaian oleh Satuan Pendidikan. Hasil penilaian aspek pengetahuan dan aspek keterampilan dilaporkan dalam bentuk nilai, predikat, dan deskripsi. Hasil penilaian aspek sikap dilaporkan dalam bentuk predikat dan deskripsi.

Hasil pengolahan nilai rapor digunakan sebagai dasar penetapan kenaikan kelas dan program tindak lanjut. Pada kegiatan ini, yang diolah adalah semua nilai pada aspek pengetahuan, maupun aspek keterampilan, sedangkan untuk aspek sikap yang diolah adalah deskripsinya.

### Kegiatan Pembelajaran 3

Ketuntasan belajar pada kenaikan kelas adalah ketuntasan dalam kurun waktu 1 (satu) tahun. Jika terdapat mata pelajaran yang tidak mencapai KKM pada semester gasal atau genap, maka:

- 1) dihitung rerata nilai mata pelajaran semester gasal dan genap.
- 2) dihitung rerata KKM mata pelajaran tersebut pada semester gasal dan genap, selanjutnya dibandingkan dengan KKM rerata pada mata pelajaran tersebut. Jika hasil pada nilai rerata lebih dari nilai rerata KKM, maka mata pelajaran tersebut dinyatakan TUNTAS, dan sebaliknya jika nilai rerata kurang dari nilai rerata KKM, maka mata pelajaran tersebut dinyatakan BELUMTUNTAS.

Contoh Pengolahan Nilai Peserta Didik

Aspek Pengetahuan pada Mata Pelajaran Matematika

Mata Pelajaran	Semester Gasal		Semester Genap		Hasil Pengolahan		Keterangan
	Nilai KKM	Nilai Akhir	Nilai KKM	Nilai Akhir	Rerata Nilai KKM	Rerata Nilai Akhir	
Matematika	60	70	62	56	61	$(70+56):2=63$	TUNTAS karena hasil pengolahan nilai peserta didik diatas nilai KKM

Berikut ini adalah gambaran untuk pengolahan nilai rapor pada aspek pengetahuan.

## Contoh Pengolahan Nilai Rapor untuk Aspek Pengetahuan

Nama : Atsil

Mata pelajaran : Matematika

Kelas/Semester: VII/1

No.	KD	Penilaian Harian			Nilai PH
		Tulis	Penugasan		
1	3.1	85	90	84	85.8
2	3.2	80	88	-	83.2
3	3.3	70	71	-	70.4
4	3.4	80	85	82	81.4
5	3.5	90	94	-	91.6
Rata-rata					82.5

Dalam melakukan penghitungan Nilai Penilaian Harian (NPH) satuan pendidikan dapat melakukan pembobotan terhadap teknik tes tulis dan penugasan.

Misalnya disepakati bahwa bobot untuk tes tulis 60% dan penugasan 40%, maka NPH untuk;

- $KD\ 3.1 = (60\% \times 85) + \{40\% \times (90+84):2\}$   
 $= 51 + 34,8$   
 $= 85,8$
- $KD\ 3.2 = (60\% \times 80) + (40\% \times 88)$   
 $= 48 + 35,2$   
 $= 83,2$
- dst (hasilnya lihat pada data di atas).



### Kegiatan Pembelajaran 3

Berikut ini adalah data nilai aspek pengetahuan salah satu siswa bernama Atsil untuk mata pelajaran Matematika pada Semester 1.

No.	KD	Penilaian Harian			NPH	Rata-rata NPH	NPTS	NPAS	Nilai Rapor
		Tes Tulis	Penugasan						
1	3.1	85	90	84	85,8	82,5	80	78	?
2	3.2	80	88	-	83,2				
3	3.3	70	71	-	70,4				
4	3.4	80	85	82	81,4				
5	3.5	90	94	-	91,6				

Berdasarkan data nilai PH, PTS, dan PAS, satuan pendidikan dapat melakukan pembobotan menentukan nilai rapor. Misalnya disepkati oleh satuan pendidikan bahwa bobot untuk NPH = 50%, NPTS = 25%, dan NPAS = 25%, maka perhitungan nilai rapor adalah:

$$\begin{aligned}\text{Nilai rapor} &= (50\% \times 82,5) + (25\% \times 80) + (25\% \times 78) \\ &= 41,25 + 20 + 19,5 \\ &= 80,75 \\ &= 81 \text{ (dibulatkan)}\end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, nilai Atsil untuk mata pelajaran Matematika aspek pengetahuan di rapor adalah 81.



Berikut ini adalah gambaran untuk pengolahan nilai rapor pada aspek keterampilan

Nama : Atsil  
Mata pelajaran : Matematika  
Kelas/Semester : VII/1

No.	KD	Praktik		Produk			Nilai KD
1	4.1	90	80	-	-	-	90
2	4.2	-	86	-	-	-	86
3	4.3	75	-	-	-	-	75
4	4.4	-	-	80	90	86	88
5	4.5	85	-	-	-	-	85
Nilai rata-rata KD							84,5
Nilai Rapor							85

- Untuk KD 4.1. penilaian menggunakan nilai optimum karena teknik penilaian yang dilakukan sama, yaitu praktik dan dilakukan lebih dari satu kali penilaian
- Untuk KD 4.4. penilaian menggunakan nilai optimum pada produk (90) kemudian dirata-rata dengan nilai proyek (86), sehingga diperoleh nilai 88.
- Nilai akhir semester diperoleh berdasarkan rata-rata nilai akhir keseluruhan KD keterampilan yang dibulatkan yaitu:

$$(90+86+75+88+85):5 = 84,8 = 85 \text{ (dibulatkan)}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, nilai Atsil untuk mata pelajaran Matematika aspek keterampilan di rapor adalah 85.

## 6. Pembelajaran Remedial dan Pengayaan

Konsekuensi dari pembelajaran tuntas adalah tuntas atau belum tuntas. Bagi peserta didik yang belum mencapai KKM maka dilakukan tindakan remedial dan bagi peserta didik yang sudah mencapai atau melampaui ketuntasan belajar dilakukan pengayaan. Pembelajaran remedial dan pengayaan dilaksanakan untuk



### Kegiatan Pembelajaran 3

kompetensi pengetahuan dan keterampilan, sedangkan sikap tidak ada remedial atau pengayaan namun menumbuhkembangkan sikap, perilaku, dan pembinaan karakter setiap peserta didik.

Berikut bentuk pelaksanaan remedial dan pengayaan:

- a. Bentuk Pelaksanaan Remedial
  - 1) Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda.
  - 2) Pemberian bimbingan secara khusus, misalnya bimbingan perorangan.
  - 3) Pemberian tugas-tugas latihan secara khusus.
  - 4) Pemanfaatan tutor sebaya.
- b. Bentuk Pelaksanaan Pengayaan
  - 1) Belajar kelompok.
  - 2) Belajar mandiri.
  - 3) pembelajaran berbasis tema.

## 7. Kriteria Kenaikan Kelas

Merujuk pada buku Banduan Penilaian oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan untuk Sekolah Menengah Pertama – Direktorat Jendral Dikdasmen, (Desember 2016), peserta didik dinyatakan naik kelas apabila memenuhi persyaratan sebagai berikut.

- a. Menyelesaikan seluruh program pembelajaran dalam dua semester pada tahun pelajaran yang diikuti.
- b. Deskripsi sikap sekurang-kurangnya minimal BAIK yaitu memenuhi indikator kompetensi sesuai dengan kriteria yang ditetapkan oleh satuan pendidikan.
- c. Deskripsi kegiatan ekstrakurikuler pendidikan kepramukaan minimal BAIK sesuai dengan kriteria yang ditetapkan oleh satuan pendidikan.
- d. Tidak memiliki lebih dari 2 (dua) mata pelajaran yang masing-masing nilai pengetahuan dan/atau keterampilan di bawah KKM. Apabila ada mata pelajaran yang tidak mencapai ketuntasan belajar pada semester ganjil dan/atau semester genap, nilai akhir diambil dari rerata semester ganjil dan genap pada mata pelajaran yang sama pada tahun pelajaran tersebut.
- e. Satuan pendidikan dapat menambahkan kriteria lain sesuai dengan kebutuhan masing-masing.

Berikut contoh penentuan kenaikan kelas berdasarkan KKM setiap mata pelajaran.

**Contoh 1:**

No	Mata Pelajaran	KKM	Semester 1		Semester 2		Rerata		Ket	
			Penge-tahuan	Keteram-pilan	Penge-tahuan	Keteram-pilan	Penge-tahuan	Keteram-pilan		
Kelompok A										
1	Pend. Agama dan Budi Pekerti	75							Terda pat 2 mata pelaja-ran tidak tuntas, sehing ga peser-ta didik terse-but NAIK KELAS	
2	Pend. Pancasila dan Kewargane-garaan	70								
3	Bahasa Indonesia	70	<b>60</b>	62	<b>60</b>	70	<b>60</b>	66		
4	Matematika	65	<b>58</b>	60	60	60	<b>59</b>	60		
5	Ilmu Pengetahuan Alam	60								
6	Ilmu Pengetahuan Sosial	65								
7	Bahasa Inggris	60								
Kelompok B										
8	Seni Budaya	70								
9	Pend. Jasmani, Olahraga dan Kesehatan	65	<b>62</b>	65	70	65	66	65		
10	Prakarya dan Kewirausaha-an	65								

Keterangan:

- Dengan memperhatikan KKM masing-masing mata pelajaran, pada semester 1, terdapat 3 mata pelajaran tidak tuntas yang terdiri atas Bahasa Indonesia, Matematika, dan PJOK.
- Pada semester 2, terdapat 1 mata pelajaran tidak tuntas yaitu Bahasa Indonesia.
- Untuk mengetahui banyaknya ketuntasan yaitu merata-ratakan nilai setiap aspek pada mata pelajaran yang sama. Pada contoh diatas nilai semester 1

### Kegiatan Pembelajaran 3

pada aspek pengetahuan mata pelajaran PJOK = 62 dan semester 2 aspek pengetahuan = 70, maka reratanya = 66 (tuntas). Semester 1 pada aspek keterampilan = 65 dan semester 2 = 65, maka reratanya = 65 (tuntas).

- Kesimpulan jumlah mata pelajaran yang tidak tuntas adalah 2 yaitu Bahasa Indonesia dan Matematika, maka peserta didik yang bersangkutan **NAIK KELAS** (dengan syarat deskripsi sikap menunjukkan berperilaku BAIK).

#### Contoh 2:

No	Mata Pelajaran	KKM	Semester 1		Semester 2		Rerata		Ket	
			Penge- tahuan	Keteram- pilan	Penge- tahuan	Keteram- pilan	Pengeta- huan	Keteram- pilan		
Kelompok Umum A (Umum)										
1	Pend. Agama dan Budi Pekerti	75							Terdapat 3 mata pelajaran tidak tuntas, sehingga peserta didik tersebut <b>TIDAK NAIK KELAS</b>	
2	Pend. Pancasila dan Kewarganegaraan	70								
3	Bahasa Indonesia	70	<b>60</b>	62	<b>60</b>	70	<b>60</b>	66		
4	Matematika	65	<b>58</b>	60	60	60	<b>59</b>	60		
5	Ilmu Pengetahuan Alam	60								
6	Ilmu Pengetahuan Sosial	65								
7	Bahasa Inggris	60								
Kelompok B (Umum)										
8	Seni Budaya	70								
9	Pend. Jasmani, Olahraga dan Kesehatan	65	<b>62</b>	<b>64</b>	70	<b>62</b>	66	<b>63</b>		
10	Prakarya dan Kewirausahaan	65								

Keterangan:

Pada contoh di atas, peserta didik TIDAK NAIK KELAS karena ada 3 mata pelajaran yang tidak tuntas setelah merata-ratakan nilai setiap aspek pada mata pelajaran yang sama.

Berikut contoh penentuan kenaikan kelas berdasarkan KKM yang sama untuk semua mata pelajaran.

**Contoh 3:**

Kriteria Ketuntasan Minimal = 65

No	Mata Pelajaran	Semester 1		Semester 2		Rerata		Ket	
		Penge-tahuan	Keteram-pilan	Penge-tahuan	Keteram-pilan	Penge-tahuan	Keteram-pilan		
Kelompok Umum A (Umum)									
1	Pend. Agama dan Budi Pekerti							Terdapat 3 mata pelajaran tidak tuntas, sehingga peserta didik tersebut TIDAK NAIK KELAS	
2	Pend. Pancasila dan Kewarganegaraan								
3	Bahasa Indonesia	60	65	60	65	60	65		
4	Matematika	58	65	65	65	62	65		
5	Ilmu Pengetahuan Alam								
6	Ilmu Pengetahuan Sosial								
7	Bahasa Inggris								
Kelompok B (Umum)									
8	Seni Budaya								
9	Pend. Jasmani, Olahraga dan Kesehatan	64	63	70	65	67	64		
10	Prakarya dan Kewirausahaan								

## D. Aktivitas Pembelajaran

### LK 03: Ketuntasan Belajar, Pelaporan, dan Pemanfaatan Hasil Penilaian

1. Guna penguatan nilai karakter gotong royong, diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai pengertian-pengertian berikut, kemudian berikan contohnya.

No.	Pengertian	Contoh dalam pembelajaran matematika
1	Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM)	
2	Pembelajaran Remedial	
3	Pembelajaran Pengayaan	
4	Kriteria Kenaikan Kelas	
5	Deskripsi Pengisian Kompetensi Pengetahuan, Keterampilan, dan sikap pada Rapor	

2. Diskusikan di dalam kelompok Anda mengenai penentuan kenaikan kelas. Kemudian berikan contoh penentuan kenaikan kelas berdasarkan KKM.
  - a. Naik kelas (dua buah contoh). Berikan alasannya!
  - b. Tidak naik kelas (dua buah contoh). Berikan alasannya!

## E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi penilaian dalam pembelajaran matematika, jawablah latihan berikut ini secara jujur dan mandiri.

1. Faktor-faktor apa yang menentukan dalam penetapan kriteria ketuntasan minimal (KKM)? Jelaskan!
2. Jelaskan maksud dari pengayaan dan remedial dalam pembelajaran matematika? Kapan kegiatan tersebut dilakukan?
3. Data hasil penilaian dapat dimanfaatkan oleh berbagai pihak. Oleh siapa saja data hasil penilaian dimanfaatkan? Coba Anda jelaskan!

## F. Rangkuman

Ketuntasan belajar adalah tingkat minimal pencapaian kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan meliputi ketuntasan penguasaan substansi dan ketuntasan belajar dalam konteks kurun waktu belajar.

Seorang siswa dapat naik kelas jika sudah memenuhi KKM yang telah ditetapkan untuk setiap mata pelajaran untuk aspek pengetahuan dan keterampilan dan berkategori baik untuk aspek sikap serta ditunjang kriteria lain seperti kegiatan ekstrakurikuler dan kehadiran siswa.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dianggap telah menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan pelajari kembali dan berdiskusi dengan teman kelompok untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan.



### Kegiatan Pembelajaran 3



## Kunci Jawaban Latihan

Berikut adalah petunjuk penyelesaian soal latihan yang terdapat pada kegiatan Pembelajaran 1, 2 dan 3.

### A. Kegiatan Pembelajaran 1.

1. Lihat pada uraian tentang konsep penilaian hasil belajar oleh pendidik!
2. Lihat pada uraian tentang konsep penilaian hasil belajar oleh pendidik!
3. Lihat pada uraian materi tentang fungsi dan tujuan penilaian!
4. Lihat pada uraian materi tentang skala penilaian dan ketuntasan!
5. Lihat pada uraian materi tentang instrumen penilaian!
6. Lihat pada uraian materi tentang instrumen penilaian!

### B. Kegiatan Pembelajaran 2.

1. Lihat pada uraian materi tentang pengertian skor dan nilai!
2. Lihat pemaparan contoh pada pengolahan nilai!
3. Lihat pemaparan contoh pada pengolahan nilai!
4. Lihat pemaparan contoh pada pengolahan nilai!
5. Lihat pada uraian materi tentang teknik dan instrumen penilaian!
6. Lihat pada uraian materi tentang teknik dan instrumen penilaian!
7. Lihat pada uraian materi dan contoh pada penentuan skor!
8. **Kelebihan PAN:** acuan hasil belajar dapat terkontrol, karena nilai yang diperoleh bisa mencerminkan tingkat penguasaan siswa

#### **Kekurangan PAN:**

- a. kondisi siswa peserta tes tidak diperhatikan baik secara individu maupun kelompok
- b. kurang memperhatikan bahwa pada hakekatnya setiap penilaian itu bersifat relatif. Artinya acuan mutlak bagi penilai (guru) yang satu dengan yang lainnya pada umumnya tidak sama, begitu pula jika ditinjau dari butir soalnya
- c. hanya tes yang benar-benar terstandar yang pengolahannya cocok dengan menggunakan sistem PAP

**Kelebihan PAP:** kedudukan relatif siswa dalam kelompoknya dapat diketahui, sesuai dengan sifat dari nilai tersebut yang tidak mutlak (relatif)



Kunci Jawaban Latihan

**Kekurangan PAP:** tingkat penguasaan siswa terhadap materi tes tidak dapat diketahui, sehingga kualitas hasil belajar siswa tidak dapat terkontrol.

C. Kegiatan Pembelajaran 3.

1. Lihat pada uraian tentang KKM!
2. Lihat pada uraian tentang pengayaan dan remedial!
3. Lihat contoh penentuan kenaikan kelas berdasarkan KKM setiap mata pelajaran!
4. Lihat contoh penentuan kenaikan kelas berdasarkan KKM setiap mata pelajaran!
5. Lihat pada uraian pemanfaatan data hasil penilaian!

## Evaluasi

Untuk memantapkan pemahaman Anda mengenai materi penilaian dalam pembelajaran matematika, jawablah latihan berikut ini secara jujur dan mandiri.

Pilihlah salah satu jawaban di bawah ini yang paling tepat dengan cara memberi tanda silang (X) pada huruf A, B, C, atau D.

1. Berikut ini yang *tidak* termasuk bentuk penilaian non-autentik yaitu ....
  - A. Unjuk kerja
  - B. Tes
  - C. Ulangan
  - D. Ujian
2. Pengertian objektif pada prinsip umum penilaian hasil belajar adalah ....
  - A. Penilaian didasarkan pada data yang mencerminkan kemampuan yang diukur
  - B. Penilaian dapat dipertanggungjawabkan, baik dari segi teknik, prosedur, maupun hasilnya
  - C. Penilaian didasarkan pada ketercapaian tujuan
  - D. Penilaian didasarkan pada prosedur dan kriteria yang jelas, tidak dipengaruhi subjektivitas penilai
3. Berikut ini yang *bukan* merupakan tujuan penilaian hasil belajar oleh pendidik yaitu ....
  - A. Menetapkan ketuntasan penguasaan kompetensi
  - B. Menetapkan program perbaikan atau pengayaan berdasarkan tingkat penguasaan kompetensi
  - C. Mengetahui tingkat penguasaan sikap
  - D. Memperbaiki proses pembelajaran



## Evaluasi

4. Penilaian didasarkan pada ukuran pencapaian kompetensi yang ditetapkan adalah prinsip umum penilaian yang dikenal dengan istilah ... .
  - A. beracuan norma
  - B. beracuan kriteria
  - C. terpadu
  - D. holistik
  
5. Dari hasil penilaian proses dan hasil belajar matematika, diketahui bahwa semua peserta didik melampaui KKM. Tindakan yang perlu dilakukan oleh seorang guru selanjutnya adalah ....
  - A. Mempertahankan metode pembelajaran yang telah digunakan untuk seluruh kegiatan pembelajaran selanjutnya
  - B. Mendeteksi faktor utama penyebab keberhasilan pembelajaran yang dapat dioptimalkan untuk mendukung kegiatan pengayaan
  - C. Merevisi penilaian proses belajar matematika yang menyebabkan peserta didik mudah melampaui KKM
  - D. Memberikan pilihan kepada peserta didik untuk mengikuti atau tidak mengikuti kegiatan pengayaan
  
6. Agar dapat mengetahui bagaimana peningkatan hasil belajar di sekolah, maka harus dilaporkan data hasil penilaian kepada semua pihak di bawah ini, *kecuali...*
  - A. Kepala sekolah
  - B. Wali kelas
  - C. Masyarakat sekitar sekolah
  - D. Komite sekolah
  
7. Bentuk-bentuk pelaksanaan remedial antara lain adalah ...
  - A. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda
  - B. Belajar kelompok
  - C. Belajar mandiri
  - D. Pembelajaran berbasis tema

8. Hasil ulangan akhir semester mata pelajaran matematika di kelas VIIID yang terdiri dari 40 siswa, diperoleh hasil sebagai berikut: sebanyak 24 orang memperoleh nilai 70 ke atas, sebanyak 10 orang memperoleh nilai antara 50 sampai dengan 70, yang lain memperoleh nilai 50 ke bawah. Jika nilai KKM matematika adalah 70, maka persentase siswa yang belum lulus adalah ...
- A. 40%
  - B. 60%
  - C. 15%
  - D. 25%
9. Instrumen penilaian yang paling tepat digunakan untuk menilai keterampilan siswa dalam memecahkan masalah secara tertulis pada topik perbandingan di Kelas VII SMP adalah...
- A. Lembar penilaian diri dengan lembar pengamatan
  - B. Daftar pertanyaan untuk wawancara dan lembar pengamatan
  - C. Soal uraian tentang perbandingan dan lembar penilaian diri
  - D. Soal uraian tentang perbandingan dan daftar pertanyaan untuk wawancara
10. Dari hasil penilaian dan evaluasi proses pembelajaran matematika diperoleh data bahwa siswa kelas VII SMP yang belum tuntas sebanyak 5%, maka program remedial yang sesuai adalah ....
- A. Memberikan tugas-tugas matematika yang dikerjakan secara berkelompok pada siswa yang belum tuntas
  - B. Memberikan pembelajaran ulang matematika secara klasikal dengan metode dan media yang berbeda bagi siswa yang belum tuntas
  - C. Memberikan tugas matematika secara perorangan yang dikerjakan secara mandiri di rumah bagi siswa yang belum tuntas
  - D. Memberikan bimbingan matematika perorangan secara khusus untuk siswa yang belum tuntas



## Evaluasi

11. Siswa kelas VIII belajar tentang; “Menghitung Keliling dan Luas Lingkaran”. Siswa melakukan kegiatan: 1) menemukan rumus keliling dan luas lingkaran, 2) menghitung keliling dan luas lingkaran.

Kemampuan siswa setelah mengikuti proses belajar tersebut yang tidak penting dinilai adalah ....

- A. Menuliskan rumus keliling dan luas lingkaran
  - B. Menjelaskan teknis bekerja dalam menghitung keliling dan luas lingkaran
  - C. Menjelaskan makna dari rumus keliling dan luas lingkaran
  - D. Menentukan keliling dan luas lingkaran menggunakan rumus yang telah ditemukan
12. Pernyataan tentang pengolahan hasil penilaian sikap berikut ini yang tepat adalah ... .
- A. Data hasil penilaian sikap diperoleh dari Guru BK dan Wali Kelas
  - B. Guru mata pelajaran tidak perlu menilai sikap siswa ketika siswa belajar di kelas
  - C. Data hasil penilaian sikap diperoleh dari Guru BK, Guru Mata Pelajaran dan Wali Kelas
  - D. Hanya Wali Kelas yang berkewajiban menyusun deskripsi perkembangan sikap siswa
13. Data hasil penilaian dari proses pembelajaran sehari-hari bermanfaat dalam ... .
- A. mengetahui pendapat dan aspirasi siswa terkait proses pembelajaran
  - B. memperbaiki Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)
  - C. melakukan diagnosis kesulitan belajar yang dialami siswa
  - D. memperbaiki soal-soal yang telah diberikan kepada siswa
14. Bentuk pelaksanaan remidi yang bisa dilakukan antara lain adalah ... .
- A. belajar kembali dengan tutor sebaya
  - B. belajar kembali secara mandiri
  - C. belajar kembali dalam kelompok
  - D. belajar berbasis

15. Hasil penilaian perkembangan sikap siswa dilaporkan dalam bentuk ...
- A. deskripsi
  - B. nilai angka
  - C. predikat
  - D. predikat dan deskripsi
16. Siswa Kelas IX belajar tentang “Memahami konsep kesebangunan dan kekongruenan melalui pengamatan”. Siswa melakukan kegiatan: (a) menemukan perbedaan makna dari dua bangun yang sebangun dan dua bangun yang kongruen, (b) menemukan sifat dua bangun yang sebangun dan dua bangun yang kongruen, dan (c) mengidentifikasi dua bangun yang sebangun dan dua bangun yang kongruen. Kemampuan siswa setelah mengikuti proses belajar tersebut yang **tidak penting** dinilai adalah ...
- A. mengidentifikasi pasangan gambar benda nyata yang sebangun dan yang kongruen
  - B. menjelaskan teknis bekerja dalam menemukan sifat dua bangun sebangun dan dua bangun kongruen
  - C. menjelaskan sifat-sifat dari dua bangun yang sebangun dan dua bangun yang kongruen
  - D. mengidentifikasi bukti-bukti kesebangunan atau kekongruenan suatu pasangan bangun datar
17. Data hasil ulangan akhir semester (UAS) Matematika dari 32 siswa di kelas VIII B adalah 4 siswa memperoleh nilai kurang dari 50, 8 siswa memperoleh nilai antara 50 sampai 75, selebihnya memperoleh nilai 75 atau di atas 75. Jika nilai KKM Matematika adalah 75, maka persentase siswa yang sudah memenuhi KKM adalah ... %.
- A. 12,50
  - B. 25,00
  - C. 37,50
  - D. 62,50



## Evaluasi

18. Pada prinsipnya, pembelajaran pengayaan diberikan segera kepada siswa yang telah mencapai KKM. Jika sekitar separuh banyak siswa di kelas dapat mencapai KKM, maka pembelajaran pengayaan yang paling tepat adalah ... .
- A. Belajar mandiri
  - B. Belajar dengan bimbingan guru
  - C. Belajar kelompok
  - D. Belajar dengan tutor sebaya
19. Pernyataan tentang pelaporan hasil penilaian kepada orang tua/wali siswa berikut ini yang **tidak benar** adalah ... .
- A. Capaian kompetensi sikap dinyatakan dalam bentuk angka, pedikat dan deskripsi
  - B. Capaian kompetensi pengetahuan dinyatakan dalam bentuk angka, pedikat dan deskripsi
  - C. Capaian kompetensi keterampilan dinyatakan dalam bentuk angka, pedikat dan deskripsi
  - D. Perkembangan sikap siswa yang dilaporkan terdiri atas sikap sosial dan sikap spiritual
20. Penilaian proses dan hasil belajar yang dilakukan oleh seorang guru menunjukkan hasil bahwa ada sedikit peserta didik yang belum mencapai nilai 75 dari skala 0-100. **Tindakan pertama** yang perlu dilakukan oleh guru tersebut dengan kondisi seperti itu adalah .... .
- A. melakukan pembelajaran remedial
  - B. memastikan penyebab terjadinya kondisi tersebut.
  - C. menyiapkan program untuk pembelajaran pengayaan
  - D. mendiagnosis kesulitan yang dialami sedikit siswa tersebut

## Penutup

Penilaian hasil belajar oleh pendidik memiliki peran yang sangat penting dalam meningkatkan mutu pembelajaran. Melalui penilaian ini guru dapat memantau kemajuan belajar, hasil belajar, dan mendeteksi kebutuhan perbaikan hasil belajar peserta didik secara berkesinambungan. Melalui penilaian ini juga guru dapat mengetahui tingkat penguasaan kompetensi, menetapkan ketuntasan penguasaan kompetensi, menetapkan program perbaikan atau pengayaan berdasarkan tingkat penguasaan kompetensi, serta memperbaiki proses pembelajaran.

Setelah mempelajari modul ini diharapkan para peserta dapat melaksanakan penilaian dan menyusun laporan pencapaian kompetensi peserta didik meliputi kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Modul ini tidak lepas dari kekurangan dan kekeliruan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif untuk perbaikan modul dan pemanfaatannya, senantiasa diharapkan.

Akhirnya, jika ditemukan ada kekeliruan dalam modul atau saran konstruktif untuk perbaikan, silakan disampaikan langsung ke PPPPTK Matematika, Jl. Kaliurang Km. 6, Sambisari, Depok, Sleman, DIY, (0274) 881717, atau melalui email [sekretariat@p4tkmatematika.org](mailto:sekretariat@p4tkmatematika.org) atau ke penulis nanang\_priatna@yahoo.com atau langsung melalui email penulis.



## Daftar Pustaka

- Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2015). *Panduan Penilaian untuk Sekolah Menengah Pertama*.
- Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2016). *Panduan Penilaian oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan untuk Sekolah Menengah Pertama*.
- Maryono, I. (2015). *Penilaian dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah* (Makalah). Bandung: Sekolah Pascasarjana UPI.
- National Research Council (NRC). (2001). *Knowing what Students Know The Science and Design of Educational Assessment*. Washington, DC: National Academy Press.
- Puspendik, (2016). *Panduan Penulisan Soal*, Puspendik, Kemdikbud, Jakarta
- Puspendik, (2016). *Materi Pelatihan Guru Implementasi Kurikulum 2013 thn 2016 SMA, Teknik Penulisan Soal Order Tinggi (Higher Order Thinking Skills)*, Kemdikbud, Jakarta.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 58 Tahun 2014 tentang *Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah* Lampiran III Tentang Pedoman Mata Pelajaran Matematika.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 54 Tahun 2013 tentang *Standar Kompetensi Lulusan Pendidikan Dasar dan Menengah*.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 64 Tahun 2013 tentang *Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah*.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 53 Tahun 2015 tentang *Penilaian Hasil Belajar oleh Pendidik dan Satuan Pendidikan pada Pendidikan dasar dan Menengah*.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 81A Tahun 2013 tentang Implementasi Kurikulum 2013.
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 23 Tahun 2016 tentang Standar Penilaian Pendidikan.



## Daftar Pustaka

Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan sebagaimana telah beberapa kali diubah terakhir Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 13 Tahun 2015 tentang *Perubahan Kedua tentang Standar Nasional Pendidikan*.

Sudjana, N. (2011). *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Suharsimi, A. (2006). *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bina Aksara.

Suherman, E. (2003). *Evaluasi Pembelajaran Matematika*. Bandung: FPMIPA UPI.

Zetrolista (2015). *Ketuntasan Belajar dan Pelaporan Penilaian Proses dan Hasil Belajar Matematika* (Makalah). Bandung: Sekolah ascasarjana UPI.

## Glosarium

- Evaluasi : proses mengambil keputusan berdasarkan hasil-hasil penilaian.
- Ketuntasan belajar : tingkat minimal pencapaian kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan meliputi ketuntasan penguasaan substansi dan ketuntasan belajar dalam konteks kurun waktu belajar
- Pembelajaran tuntas : suatu pendekatan pembelajaran untuk memastikan bahwa semua siswa menguasai hasil pembelajaran yang diharapkan dalam suatu unit pembelajaran sebelum berpindah ke unit pembelajaran berikutnya
- Pengukuran : kegiatan membandingkan hasil pengamatan dengan suatu kriteria atau ukuran
- Penilaian : proses mengumpulkan informasi/bukti melalui pengukuran, menafsirkan, mendeskripsikan, dan menginterpretasi bukti-bukti hasil pengukuran
- Skor : bilangan yang merupakan data mentah (*raw data*) dari hasil suatu evaluasi



## Kunci Jawaban Evaluasi

- |     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|
| 1.  | A | 11. | B |
| 2.  | D | 12. | C |
| 3.  | C | 13. | A |
| 4.  | B | 14. | A |
| 5.  | B | 15. | D |
| 6.  | C | 16. | B |
| 7.  | C | 17. | D |
| 8.  | A | 18. | C |
| 9.  | C | 19. | A |
| 10. | D | 20. | D |



# MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN



Kelompok  
Kompetensi

## PROFESIONAL Geometri 2



Edisi  
Revisi  
2017



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
2017

**MODUL  
PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN**

**MATA PELAJARAN  
MATEMATIKA  
SEKOLAH MENENGAH PERTAMA (SMP)  
TERINTEGRASI PENGUATAN PENDIDIKAN KARAKTER  
DAN PENGEMBANGAN SOAL**

**KELOMPOK KOMPETENSI G**

**PROFESIONAL:  
GEOMETRI 2**

Penulis:

**AL Krismanto, M.Sc, [kristemulawak@yahoo.co.id](mailto:kristemulawak@yahoo.co.id)  
Drs. Murdanu, M.Pd., [danubengkel@yahoo.co.id](mailto:danubengkel@yahoo.co.id)  
Marfuah, S.Si., M.T, [marfuah@p4tkmatematika.org](mailto:marfuah@p4tkmatematika.org)  
Hanan Windro Sasongko, S.Si., M.Pd., [hananwindro@gmail.com](mailto:hananwindro@gmail.com)**

Penelaah:

**Dr. Abdurrahman As'ari, M.Pd., M.A., [abdur.rahman.fmipa@um.ac.id](mailto:abdur.rahman.fmipa@um.ac.id)  
Dr. Sumardiyono, M.Pd., [matematikasejak2014@gmail.com](mailto:matematikasejak2014@gmail.com)**

Desain Grafis dan Ilustrasi:

**Tim Desain Grafis**

*Copyright © 2017*

Direktorat Pembinaan Guru Pendidikan Dasar  
Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan  
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial  
tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan

## Daftar Isi

	Hal.
<b>Kata Sambutan</b> .....	iii
<b>Kata Pengantar</b> .....	v
<b>Daftar Isi</b> .....	ix
<b>Daftar Gambar</b> .....	xi
<b>Daftar Tabel</b> .....	xiv
<b>Pendahuluan</b> .....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan.....	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	4
<b>Kegiatan Pembelajaran 1 Transformasi Geometri</b> .....	13
A. Tujuan.....	13
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	13
C. Uraian Materi.....	13
D. Aktivitas Pembelajaran.....	31
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	35
F. Rangkuman.....	36
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	36
<b>Kegiatan Pembelajaran 2 Pengenalan Trigonometri</b> .....	39
A. Tujuan.....	39
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	39
C. Uraian Materi.....	39
D. Aktivitas Pembelajaran.....	46
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	51
F. Rangkuman.....	52
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	52
<b>Kegiatan Pembelajaran 3 Bangun Ruang Sisi Datar</b> .....	55
A. Tujuan.....	55
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	55
C. Uraian Materi.....	56
D. Aktivitas Pembelajaran.....	88
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	96
F. Ringkasan.....	97
G. Umpan Balik/Tindak Lanjut.....	98
<b>Kegiatan Pembelajaran 4 Bangun Ruang Sisi Lengkung</b> .....	99
A. Tujuan.....	99
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	99



C. Uraian Materi .....	100
D. Aktivitas Pembelajaran.....	117
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	123
F. Ringkasan .....	123
G. Umpan Balik/Tindak Lanjut .....	124
<b>Evaluasi .....</b>	<b>131</b>
<b>Penutup .....</b>	<b>137</b>
<b>Daftar Pustaka .....</b>	<b>139</b>
<b>Glosarium .....</b>	<b>141</b>
<b>Lampiran .....</b>	<b>143</b>



## Daftar Gambar

	Hal.
Gambar 1. Alur Pembelajaran Tatap Muka.....	4
Gambar 2. Alur Pembelajaran Tatap Muka Penuh.....	5
Gambar 3. Alur Pembelajaran Tatap Muka model In-On-In .....	7
Gambar 4 Contoh transformasi di alam .....	14
Gambar 5 Translasi.....	15
Gambar 6 Translasi.....	15
Gambar 7. Translasi A ke A'.....	16
Gambar 8. Translasi jajargenjang .....	16
Gambar 9. Translasi berurutan.....	17
Gambar 10. Contoh terapan translasi .....	18
Gambar 11. Rotasi.....	19
Gambar 12. Rotasi 2 kali berurutan.....	19
Gambar 13. Rotasi dan simetri putar .....	20
Gambar 14. Bangun-bangun datar yang memiliki simetri putar.....	21
Gambar 15. Rotasi pada koordinat.....	21
Gambar 16. Pencerminan.....	23
Gambar 17. Pencerminan dua kali dengan sumbu sejajar .....	24
Gambar 18. Pencerminan dua kali dengan sumbu berpotongan .....	25
Gambar 19. Contoh simetri di alam .....	26
Gambar 20. Sumbu simetri pada polygon beraturan .....	26
Gambar 21. Pencerminan di bidang koordinat.....	27
Gambar 22. Dilatasi .....	29
Gambar 23. <i>Pantograph</i> .....	29
Gambar 24. Dilatasi bangun ABCD.....	30
Gambar 25. Ilustrasi jalan.....	40
Gambar 26. Perbandingan pada lingkaran .....	41
Gambar 27. Proyeksi jarak tempuh pada bidang datar .....	41
Gambar 28. Perbandingan pada sudut.....	42
Gambar 29. Ilustrasi perbandingan trigonometri sebuah sudut.....	43



Gambar 30. Tabel Nilai Trigonometri .....	44
Gambar 31. Tombol trigonometri pada kalkulator <i>scientific</i> .....	45
Gambar 32. Bidang banyak-bidang banyak Beraturan .....	57
Gambar 33.Kubus dan Kerangka Kubus.....	58
Gambar 34. Kubus ABCD.EFGH.....	59
Gambar 35. Visualisasi dari Definisi Prisma.....	61
Gambar 36.Visualisasi Empat Jenis Prisma.....	63
Gambar 37. Prisma tegak Segitiga <i>ABC.DEF</i> dan Prisma condong Segitiga <i>KLM.PQR</i>	63
Gambar 38. <i>Paralelepipedum</i> ABCD.EFGH.....	65
Gambar 39. Rhoemboeder ABCD.EFGH.....	66
Gambar 40. Balok ABCD.EFGH .....	67
Gambar 41. Visualisasi Definisi Limas .....	68
Gambar 42. Contoh-contoh Limas .....	69
Gambar 43. Visualisasi Tinggi Limas Segitiga A.BCD.....	70
Gambar 44.Dua Limas Beraturan dan Aphotemanya .....	71
Gambar 45. Contoh Diagonal sisi dalam Kubus ABCD.EFGH .....	73
Gambar 46. Contoh Bidang diagonal dalam Kubus <i>ABCD EFGH</i> .....	75
Gambar 47. Keempat Diagonal Ruang dalam Kubus <i>ABCD.EFGH</i> .....	76
Gambar 48. Balok <i>ABCD.EFGH</i> dengan Empat Diagonal sisi .....	77
Gambar 49. Contoh Bidang diagonal dalam Balok <i>ABCD.EFGH</i> .....	78
Gambar 50. Keempat Diagonal Ruang dalam Balok <i>ABCD.EFGH</i> .....	80
Gambar 51. Empat Macam Jaring-jaring Kubus Pertama.....	80
Gambar 52. Penyusunan Jaring-jaring Balok .....	81
Gambar 53. Contoh Jaring-jaring Prisma Tegak.....	82
Gambar 54.Jaring-jaring Limas Segitiga Samasisi dan Limas Persegi .....	84
Gambar 55. Visualisasi Volume Kubus ABCD.EFGH.....	85
Gambar 56. Visualisasi perhitungan volume prisma tegak segitiga.....	86
Gambar 57. Kubus dan Keempat Diagonal ruang sebagai Pendekatan Pengukuran Volume Limas... 87	
Gambar 58.Visualisasi Definisi Tabung/Silinder.....	100
Gambar 59. Contoh-contoh Tabung/Silinder.....	101
Gambar 60.Tabung-tegak dan Tabung-condong .....	102
Gambar 61.Visualisasi Definisi Kerucut .....	102
Gambar 62.Visualisasi Selimut dan Bidang alas Kerucut.....	103



Gambar 63. Visualisasi Penentuan Jenis Kerucut .....	104
Gambar 64. Bola dan Objek-objek Geometri yang Berkaitan.....	105
Gambar 65. Tiga Kemungkinan suatu Bidang Memotong suatu Bola.....	107
Gambar 66. Juring-dalam-bola.....	108
Gambar 67. Jaring-jaring Tabung-tegak.....	109
Gambar 68. Kerucut dan Jaring-jaringnya .....	110
Gambar 69. Bola dalam Tabung .....	112
Gambar 70. Sketsa Ukuran Sel-sel Hasil Pemotongan pada Bola dan Selimut Tabung..	113
Gambar 71. Sketsa Perhitungan Volume Bola.....	116



## Daftar Tabel

	Hal.
Tabel 1. Kompetensi Profesional.....	3
Tabel 2. Daftar Lembar Kegiatan (LK) Modul.....	10
Tabel 3. Tabel Lima Bidang banyak Beraturan .....	57



## Pendahuluan

### A. Latar Belakang

Salah satu Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional 2015-2019 adalah penguatan pendidikan karakter (PPK) pada anak-anak usia sekolah pada semua jenjang pendidikan untuk memperkuat nilai-nilai moral, akhlak, dan kepribadian peserta didik dengan memperkuat pendidikan karakter yang terintegrasi ke dalam mata pelajaran. Program pendidikan di sekolah untuk memperkuat karakter siswa melalui harmonisasi olah hati, olah rasa, olah pikir dan olahraga dengan dukungan pelibatan publik dan kerja sama antara sekolah, keluarga, dan masyarakat yang merupakan bagian dari Gerakan Nasional Revolusi Mental (GNRM). Implementasi PPK tersebut dapat berbasis kelas, berbasis budaya sekolah dan berbasis masyarakat (keluarga dan komunitas). Dalam rangka mendukung kebijakan gerakan PPK, modul ini mengintegrasikan lima nilai utama PPK yaitu religius, nasionalis, mandiri, gotong royong, dan integritas. Kelima nilai-nilai tersebut terintegrasi melalui kegiatan-kegiatan pembelajaran pada modul.

Geometri ruang merupakan salah satu pokok bahasan geometri dalam pelajaran matematika. Geometri ruang harus diajarkan kepada siswa SMP/MTs, untuk membekali siswa melanjutkan pendidikannya atau memanfaatkannya dalam kehidupan.

Materi geometri ruang yang diberikan kepada siswa SMP/MTs merupakan kelanjutan materi geometri ruang yang telah dipelajari di jenjang SD/MI. Ketika pada jenjang SD/MI, siswa mengenal bentuk-bentuk geometri ruang (bangun-bangun ruang), yaitu kubus, balok, prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola. Pada jenjang SMP/MTs, siswa mempelajari lebih dalam tentang kubus, balok, prisma, tabung, limas, kerucut, dan bola. Siswa perlu menelusuri detail bentuk-bentuk geometri ruang yang telah dikenal sebelumnya. Dalam hal ini, siswa menelusuri asal-usulnya, bagian-bagiannya, sifat-sifatnya, dan keragaman yang bisa terjadi.

Kenyataan di lapangan, geometri ruang di SMP/MTs sering menimbulkan permasalahan dalam pembelajarannya. Permasalahan tersebut berdampak pada

kesulitan baik bagi siswa maupun bagi guru. Permasalahan tersebut berawal dari sumber pustaka yang dipilih guru, dan guru pun kurang bersedia mengembangkan isi pustaka yang dipilih. Pada umumnya guru kurang bersedia menggunakan alat peraga yang dapat digunakannya dalam pembelajaran geometri. Alat peraga geometri harus dapat dimanipulasi bersama antara guru dan siswa, sehingga kedetailan bentuk-bentuk geometri yang dipahami guru sama dengan yang dipahami siswa.

Selain geometri ruang, materi transformasi geometri dan pengantar trigonometri (didasarkan pada konsep geometri) perlu mendapat perhatian. Oleh karena itu, kedua bagian itu termasuk ke dalam modul Geometri II ini. Transformasi geometri mula dikenalkan di SMP sebelum siswa mendapatkannya dalam konteks aljabar (dengan menggunakan matriks), sementara materi pengantar trigonometri merupakan materi awal sebelum siswa mengenal fungsi trigonometri dan sifat-sifatnya di SMA.

## **B. Tujuan**

Modul ini disusun untuk memperdalam pengetahuan dan keterampilan peserta, agar meningkat kompetensinya dalam membelajarkan materi transformasi geometris, pengenalan trigonometri, dan geometri ruang bagi siswa-siswa SMP/MTs dengan mengintegrasikan pendidikan penguatan karakter.

## **C. Peta Kompetensi**

Kompetensi yang diharapkan dimiliki setelah mempelajari modul ini terkait dengan kompetensi pada Permendiknas no. 16 tahun 2007 seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Kompetensi Profesional

STANDAR KOMPETENSI GURU		Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAHLIAN/BK	
20. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.	20.4 Menggunakan konsep-konsep geometri.	20.4.6 Menganalisis bangun ruang berdasarkan sifat-sifatnya
		20.4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan bangun ruang
		20.4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan volume bangun ruang
		20.4.9 Mengidentifikasi macam transformasi geometri pada suatu pernyataan geometris
		20.4.10 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri
		20.4.11 Menjelaskan pengertian perbandingan trigonometri sudut yang lancip

#### D. Ruang Lingkup

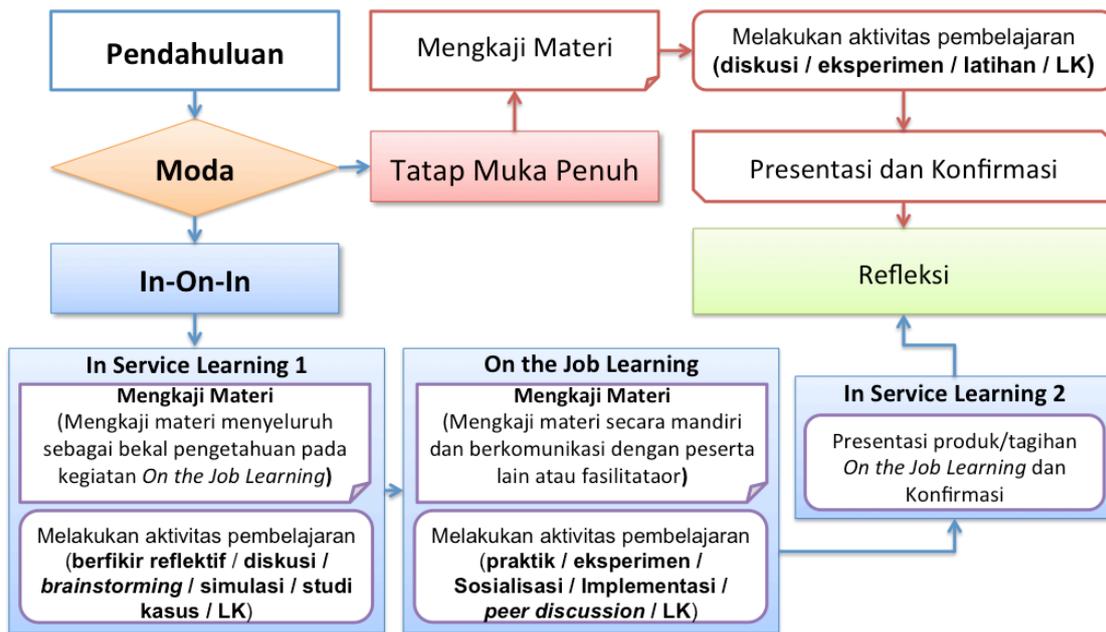
Modul Geometri II ini mengemas bahasan beberapa topik geometri yang dibelajarkan bagi siswa SMP ke dalam 4 kegiatan pembelajaran. Kelima kegiatan pembelajaran tersebut, yaitu:

1. Kegiatan Pembelajaran 1: Transformasi Geometris
2. Kegiatan Pembelajaran 2: Pengenalan Trigonometri
3. Kegiatan Pembelajaran 3: Bangun Ruang Sisi Datar
4. Kegiatan Pembelajaran 4: Bangun Ruang Sisi Lengkung

Pada setiap Kegiatan Pembelajaran (KP) diberikan usulan aktivitas pembelajaran dan diberikan tantangan sebagai Latihan/Kasus/Tugas yang harus Anda kerjakan. Tantangan tersebut sebagai salah satu bahan refleksi tentang pemahaman Anda terhadap uraian materi.

### E. Saran Cara Penggunaan Modul

Secara umum, cara penggunaan modul pada setiap Kegiatan Pembelajaran disesuaikan dengan skenario setiap penyajian mata diklat. Modul ini dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran guru, baik untuk moda tatap muka dengan model tatap muka penuh maupun model tatap muka In-On-In. Alur model pembelajaran secara umum dapat dilihat pada bagan di bawah.

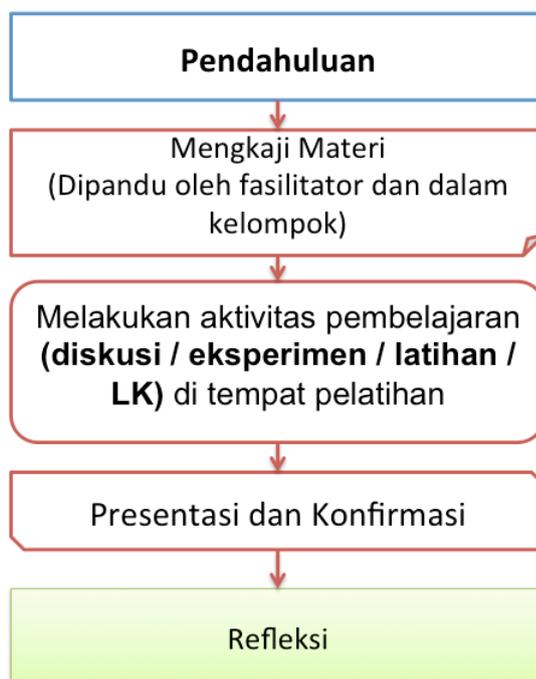


Gambar 1. Alur Pembelajaran Tatap Muka

#### 1. Deskripsi Kegiatan Diklat Tatap Muka Penuh

Kegiatan pembelajaran diklat tatap muka penuh adalah kegiatan fasilitasi peningkatan kompetensi guru melalui model tatap muka penuh yang dilaksanakan oleh unit pelaksana teknis di lingkungan Ditjen GTK maupun lembaga diklat lainnya. Kegiatan tatap muka penuh ini dilaksanakan secara terstruktur pada suatu waktu yang dipandu oleh fasilitator.

Tatap muka penuh dilaksanakan menggunakan alur pembelajaran yang dapat dilihat pada alur di bawah.



Gambar 2. Alur Pembelajaran Tatap Muka Penuh

Kegiatan pembelajaran tatap muka pada model tatap muka penuh dapat dijelaskan sebagai berikut.

#### a. Pendahuluan

Pada kegiatan pendahuluan fasilitator memberi kesempatan kepada peserta diklat untuk mempelajari:

- latar belakang yang memuat gambaran materi
- tujuan kegiatan pembelajaran setiap materi
- kompetensi atau indikator yang akan dicapai melalui modul
- ruang lingkup materi kegiatan pembelajaran
- langkah-langkah penggunaan modul

#### b. Mengkaji Materi

Pada kegiatan mengkaji materi modul ini, fasilitator memberi kesempatan kepada guru sebagai peserta untuk mempelajari materi yang diuraikan secara singkat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar. Guru sebagai peserta dapat mempelajari materi secara individual maupun berkelompok dan dapat mengonfirmasi permasalahan kepada fasilitator.

**c. Melakukan aktivitas pembelajaran**

Pada kegiatan ini peserta melakukan kegiatan pembelajaran sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul dan dipandu oleh fasilitator. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan yang akan secara langsung berinteraksi di kelas pelatihan bersama fasilitator dan peserta lainnya, baik itu dengan menggunakan diskusi tentang materi, melaksanakan praktik, dan latihan kasus.

Lembar kegiatan pada pembelajaran tatap muka penuh adalah bagaimana menerapkan pemahaman materi-materi yang berada pada kajian materi.

Pada aktivitas pembelajaran materi ini, peserta juga perlu secara aktif menggali informasi, mengumpulkan, dan mengolah data sampai pada peserta dapat membuat kesimpulan kegiatan pembelajaran.

**d. Presentasi dan Konfirmasi**

Pada kegiatan ini peserta melakukan presentasi hasil kegiatan sedangkan fasilitator melakukan konfirmasi terhadap materi dan dibahas bersama.

**e. Refleksi**

Pada bagian ini peserta dan penyaji *me-review* atau melakukan refleksi materi berdasarkan seluruh kegiatan pembelajaran, kemudian didampingi oleh panitia menginformasikan tes akhir yang akan dilakukan oleh seluruh peserta yang dinyatakan layak tes akhir.

**2. Deskripsi Kegiatan Diklat Tatap Muka In-On-In**

Kegiatan diklat tatap muka dengan model In-On-In adalah kegiatan fasilitasi peningkatan kompetensi guru yang menggunakan tiga kegiatan utama, yaitu *In Service Learning 1 (In-1)*, *On the Job Learning (On)*, dan *In Service Learning 2 (In-2)*. Secara umum, kegiatan pembelajaran diklat tatap muka In-On-In tergambar pada alur berikut ini.



Gambar 3. Alur Pembelajaran Tatap Muka model In-On-In

Kegiatan pembelajaran tatap muka pada model In-On-In dapat dijelaskan sebagai berikut,

**a. Pendahuluan**

Pada kegiatan pendahuluan disampaikan bertepatan pada saat pelaksanaan *In Service Learning* 1. Fasilitator memberi kesempatan kepada peserta diklat untuk mempelajari:

- latar belakang yang memuat gambaran materi
- tujuan kegiatan pembelajaran setiap materi
- kompetensi atau indikator yang akan dicapai melalui modul.
- ruang lingkup materi kegiatan pembelajaran
- langkah-langkah penggunaan modul

## **b. In Service Learning 1 (IN-1)**

- **Mengkaji Materi**

Pada kegiatan mengkaji materi modul ini, fasilitator memberi kesempatan kepada guru sebagai peserta untuk mempelajari materi yang diuraikan secara singkat sesuai dengan indikator pencapaian hasil belajar. Guru sebagai peserta dapat mempelajari materi secara individual maupun berkelompok dan dapat mengonfirmasi permasalahan kepada fasilitator.

- **Melakukan aktivitas pembelajaran**

Pada kegiatan ini, peserta melakukan kegiatan pembelajaran sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul dan dipandu oleh fasilitator. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan/metode yang secara langsung berinteraksi di kelas pelatihan, baik itu dengan menggunakan metode berfikir reflektif, diskusi, *brainstorming*, simulasi, maupun studi kasus yang kesemuanya dapat melalui Lembar kegiatan yang telah disusun sesuai dengan kegiatan pada IN1.

Pada aktivitas pembelajaran materi ini peserta secara aktif menggali informasi, mengumpulkan dan mempersiapkan rencana pembelajaran pada *On the Job Learning*.

## **c. On the Job Learning (ON)**

- **Mengkaji Materi**

Pada kegiatan mengkaji materi modul kelompok kompetensi ini, guru sebagai peserta akan mempelajari materi yang telah diuraikan pada *In Service Learning 1 (IN1)*. Guru sebagai peserta dapat membuka dan mempelajari kembali materi sebagai bahan dalam mengerjakan tugas-tugas yang ditagihkan kepada peserta.

- **Melakukan Aktivitas Pembelajaran**

Pada kegiatan ini, peserta melakukan kegiatan pembelajaran di sekolah maupun di kelompok kerja berbasis pada rencana yang telah disusun pada IN1 dan sesuai dengan rambu-rambu atau instruksi yang tertera pada modul. Kegiatan pembelajaran pada aktivitas pembelajaran ini akan menggunakan pendekatan/metode praktik, eksperimen, sosialisasi, implementasi, *peer discussion* yang secara langsung dilakukan di sekolah maupun kelompok kerja melalui tagihan berupa Lembar Kegiatan (LK) yang telah disusun sesuai dengan kegiatan pada ON.

Pada aktivitas pembelajaran materi pada ON, peserta secara aktif menggali informasi, mengumpulkan, dan mengolah data dengan melakukan pekerjaan dan menyelesaikan tagihan pada *on the job learning*.

**d. In Service Learning 2 (IN-2)**

Pada kegiatan ini, peserta melakukan presentasi produk-produk tagihan ON yang akan dikonfirmasi oleh fasilitator dan dibahas bersama.

**e. Refleksi**

Pada bagian ini peserta dan penyaji *me-review* atau melakukan refleksi materi berdasarkan seluruh kegiatan pembelajaran, kemudian didampingi oleh panitia menginformasikan tes akhir yang akan dilakukan oleh seluruh peserta yang dinyatakan layak tes akhir.

**3. Lembar Kegiatan (LK)**

Modul pembinaan karir guru kelompok kompetensi G (profesional) ini terdiri dari beberapa kegiatan pembelajaran yang didalamnya terdapat aktivitas-aktivitas pembelajaran sebagai pendalaman dan penguatan pemahaman materi yang dipelajari. Modul ini mempersiapkan lembar kegiatan yang nantinya akan dikerjakan oleh peserta. Lembar kegiatan tersebut dapat dilihat pada tabel berikut.



Tabel 2. Daftar Lembar Kegiatan (LK) Modul

No	Kode LK	Nama LK/Kegiatan	Keterangan
<b>Kegiatan Pembelajaran 1</b>			
1.	LK 1.1.	Transformasi Geometri	TM, IN1
2.	LK 1.2.	Penyusunan Soal Penilaian Berbasis Kelas	TM, IN1
3.	-	Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 1	TM, IN1
<b>Kegiatan Pembelajaran 2</b>			
4.	LK 2.1.	Pembuktian Identitas Trigonometri	TM, IN1
5.	LK 2.2.	Perbandingan Trigonometri Sudut 30°, 45°, dan 60°	TM, IN1
6.	LK 2.3.	Penentuan Tinggi Gedung Secara Tidak Langsung	TM, IN1
7.	LK 2.4.	Penyusunan Soal Penilaian Berbasis Kelas	TM, IN1
8.	-	Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 2	TM, IN1
<b>Kegiatan Pembelajaran 3</b>			
9.	LK 3.1.	Konsep Bangun Ruang Sisi Datar	TM, ON
10.	LK 3.2.	Unsur Bangun Ruang Sisi Datar	TM, ON
11.	LK 3.3.	Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar	TM, ON
12.	LK 3.4.	Penyusunan Soal Penilaian Berbasis Kelas	TM, ON
13.	-	Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 3	TM, ON
<b>Kegiatan Pembelajaran 4</b>			
14.	LK 4.1.	Konsep Bangun Ruang Sisi Lengkung	TM, ON
15.	LK 4.2.	Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung	TM, ON
16.	LK 4.3.	Penyusunan Soal Penilaian Berbasis Kelas	TM, ON
17.	-	Latihan/Kasus/Tugas Kegiatan Pembelajaran 4	TM, ON
18.	-	Soal Evaluasi	TM, ON
19.	-	Pembahasan Hasil ON	IN2
20.	-	Pembahasan Soal Evaluasi	TM, IN2



Keterangan:

TM : Digunakan pada Tatap Muka Penuh

IN1 : Digunakan pada *In Service Learning 1*

ON : Digunakan pada *On the Job Learning*

IN2 : Digunakan pada *In Service Learning 2*



# Kegiatan Pembelajaran 1

## Transformasi Geometri

### A. Tujuan

Setelah mempelajari, melakukan aktivitas, dan mengerjakan tugas dalam modul ini baik secara mandiri maupun kelompok, Anda diharapkan mampu mengidentifikasi macam transformasi geometri pada suatu pernyataan geometris dengan memahami konsep transformasi geometris yang berkaitan dengan simetri dan transformasi yang mencakup refleksi (pencerminan), translasi (pergeseran), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perkalian; perkalian bangun), dan menerapkan prinsip-prinsip transformasi dalam memecahkan permasalahan nyata.

### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Setelah membaca dan mengikuti serangkaian kegiatan pada bagian ini, pembaca diharapkan mampu:

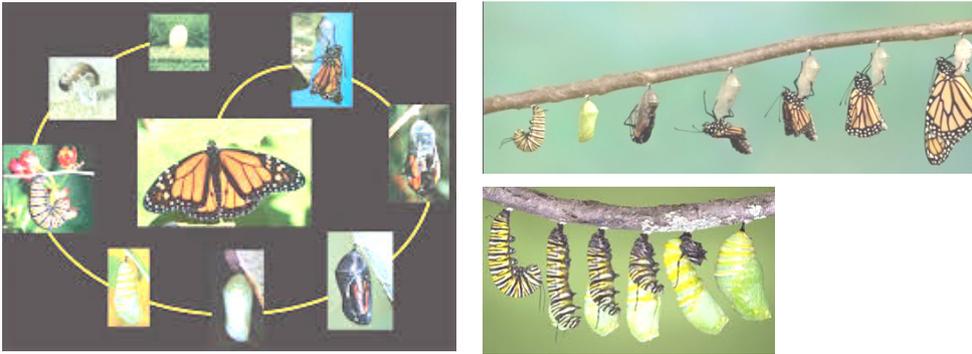
1. menjelaskan jenis dan sifat transformasi bidang
2. menjelaskan dan menentukan simetri kaitannya dengan transformasi
3. menerapkan prinsip-prinsip transformasi (dilatasi, translasi, pencerminan, rotasi) dalam menyelesaikan permasalahan nyata.

### C. Uraian Materi

#### 1. Pengertian Transformasi

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia salah satu arti transformasi adalah perubahan rupa (bentuk, sifat, fungsi, dan sebagainya). Dalam biologi, transformasi dapat berupa metamorphosis, misalnya siklus perubahan bentuk dan penampilan dari telur menjadi kupu-kupu.

## Kegiatan Pembelajaran 1



Gambar 4. Contoh transformasi di alam

Dalam matematika, misalnya *The Concise Oxford Dictionary of Mathematics* menuliskan “Let  $S$  be the set of points in the plane. A transformation of the plane is a \*one-to-one mapping from  $S$  to  $S$ ” (Clapham & Nicholson, 1996). Dengan kata lain, transformasi bidang adalah suatu pemetaan satu-satu pada sebuah bidang. Khususnya dalam geometri datar, transformasi dapat berupa pergeseran, perputaran, pencerminan, perkalian bangun dan beberapa jenis perubahan lainnya yang tidak dibahas di sini.

Ketika kereta api melintasi jembatan lurus, setiap bagian bahkan setiap titik yang ada di kereta api berpindah dengan jarak dan arah yang sama. Pemindahan itu dilakukan dengan arah dan jarak tertentu. Ini merupakan suatu jenis transformasi yang disebut translasi atau pergeseran.

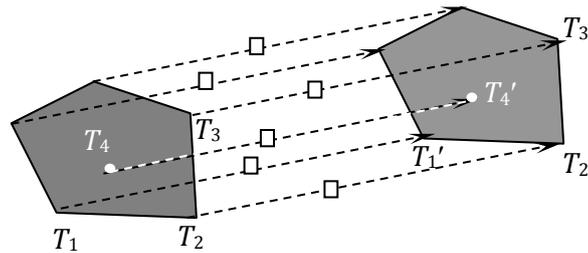
Selain “perubahan letak” ke arah lurus, ada yang dikenal sebagai rotasi (perputaran), misalnya berputarnya baling-baling pada pesawat terbang yang berputar pada porosnya (pusat rotasi). Setiap bagian baling-baling berputar ke arah sama dan setiap kali menempuh sudut putar yang sama besar. Demikian pula pada saat kita bercermin (dengan cermin datar). Akan selalu ditemukan bahwa setiap bagian (titik) pada bayangan atau bangun hasil dan bagian (titik) asalnya berkorespondensi satu-satu. Artinya, bayangan suatu titik hanya berasal dari sebuah titik tertentu. Demikian pula sebuah titik tertentu menghasilkan hanya sebuah titik tertentu sebagai bayangannya. Pemetaan bijektif demikian merupakan transformasi yang disebut pencerminan (refleksi). Di samping itu ketika seseorang memperbesar atau memperkecil foto, maka disitulah terjadi transformasi yang dikenal dengan dilatasi.



## 2. Pergeseran (Translasi)

### a. Pengertian Translasi

Pergeseran atau translasi terjadi jika setiap titik pada bidang datar “berpindah” dengan jarak dan arah tertentu. Dengan demikian, setiap bangun yang terletak pada bidang itu juga digeser dengan jarak dan arah tertentu.



Gambar 5. Translasi

Dapat dikatakan pula bahwa translasi adalah pemetaan satu-satu pada sebuah bidang dengan sifat bahwa untuk setiap titik  $T$  pada bidang tersebut jarak dan arah dari titik asal  $T$  ke titik hasilnya ( $T'$ ) sama.

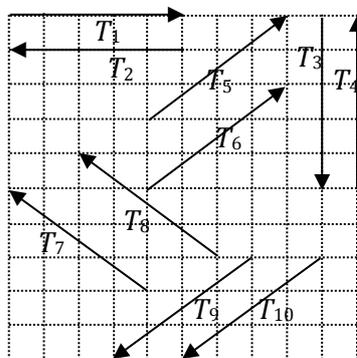
Pada Gambar 5:  $\overline{T_1T_1'} \parallel \overline{T_2T_2'} \parallel \overline{T_3T_3'} \parallel \overline{T_4T_4'} \dots$

$$\text{dan } T_1 T_1' = T_2 T_2' = T_3 T_3' = T_4 T_4' = \dots$$

Translasi adalah transformasi isometri. Dalam translasi, bangun hasil kongruen (sama dan sebangun) dengan bangun asal. Semua garis yang sejajar dengan arah translasi *invariant* (tidak terpengaruh, tidak berubah) terhadap translasi.

### b. Translasi dalam bidang koordinat

Perhatikan gambar berikut ini!



Gambar 6. Translasi



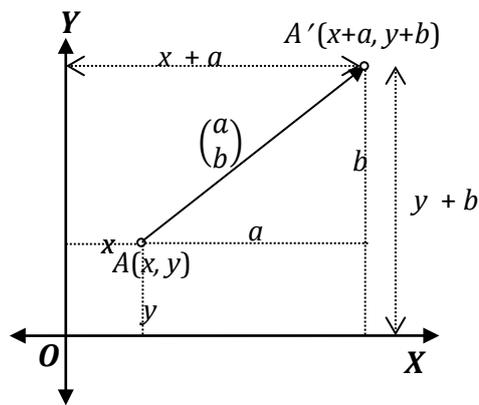


### Kegiatan Pembelajaran 1

Gambar 6 menunjukkan  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_{10}$ , ruas-ruas garis berarah yang mewakili atau menggambarkan geseran atau translasi yang sama besarnya yaitu 5 satuan, dengan arah yang tidak semuanya sama.

**Jika sebuah titik  $A(x, y)$  ditranslasikan dengan  $G = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ , maka titik hasilnya adalah titik  $A'(x + a, y + b)$**

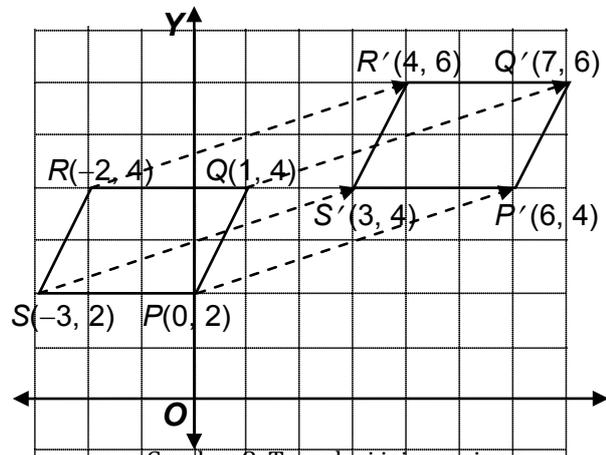
Atau dilambangkan dengan  $A(x, y) \xrightarrow{G = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x + a, y + b)$ . Lihat Gambar 7!



Gambar 7. Translasi A ke A'

Contoh:

Jajargenjang  $PQRS$  dengan  $P(0, 2)$ ,  $Q(1, 4)$ ,  $R(-2, 4)$ , dan  $S(-3, 2)$  ditranslasikan dengan  $G = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Hasilnya ialah jajargenjang dengan  $P'(6, 4)$ ,  $Q'(7, 6)$ ,  $R'(4, 6)$  dan  $S'(3, 4)$ .



Gambar 8. Translasi jajargenjang

Dapat dilihat bahwa:

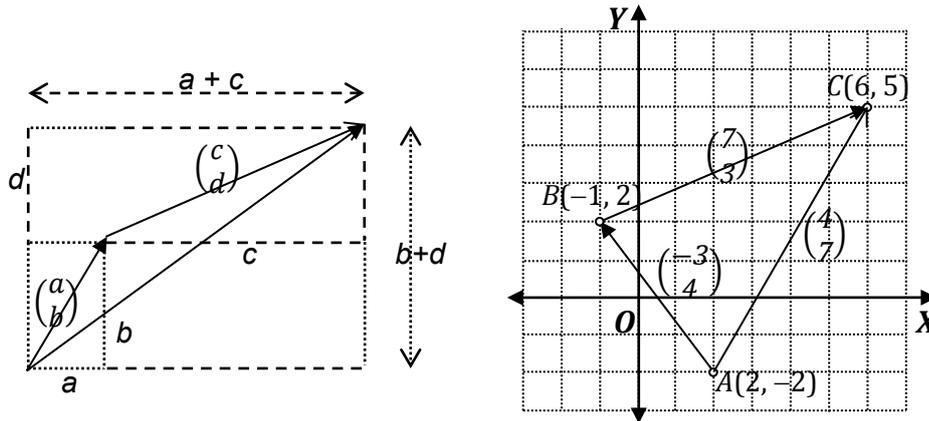
- Titik hasil  $(6, 4)$  berasal dari  $(0 + 6, 2 + 2)$
- $(7, 6)$  berasal dari  $(1 + 6, 4 + 2)$
- $(4, 6)$  berasal dari  $(-2 + 6, 4 + 2)$
- $(3, 4)$  berasal dari  $(-3 + 6, 2 + 2)$





**c. Dua Translasi Berurutan**

Jika terdapat dua translasi yang berurutan  $G_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  dilanjutkan dengan  $G_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ , maka komposisi kedua translasi dapat diwakili oleh sebuah translasi baru  $G = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$ .



Gambar 9. Translasi berurutan

Contoh.

Diketahui translasi  $G_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  dan translasi  $G_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Translasi  $G_1$  dilanjutkan dengan  $G_2$  dilambangkan dengan  $G_2 \circ G_1$ .

$$G_2 \circ G_1 = \begin{pmatrix} -3 + 7 \\ 4 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Hasil translasi titik  $A(2, -2)$  oleh  $G = G_2 \circ G_1$  dapat diperoleh dari  $(G_2 \circ G_1)(A)$  atau  $G(A)$ .

$$\begin{aligned} (G_2 \circ G_1)(A) &= (G_2(G_1(A))) = G_2(2 + (-3), -2 + 4) \\ &= G_2(-1, 2) \dots\dots\dots = G_2(B) \\ &= (-1 + 7, 2 + 3) \\ &= (6, 5) \dots\dots\dots \text{titik } C \end{aligned}$$

atau secara langsung:

$$\begin{aligned} G(A) &= (2 + 4, -2 + 7) \\ &= (6, 5) \end{aligned}$$

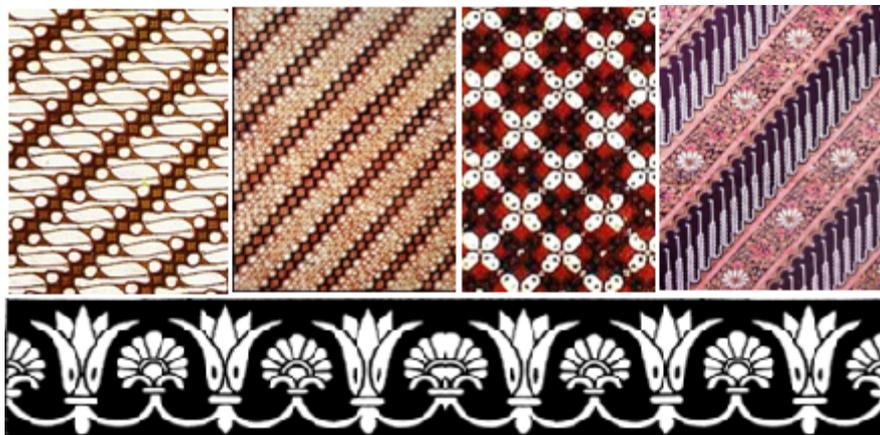


## Kegiatan Pembelajaran 1

### d. Translasi dalam kehidupan sehari-hari

Penerbangan dengan pesawat penumpang dalam cuaca bagus sepanjang kecepatan yang stabil (dengan idealisasi pesawat tidak melakukan perubahan arah dan ketinggian) merupakan salah satu contoh translasi dari semua titik dalam pesawat tersebut. Translasi juga banyak dijumpai antara lain dalam karya budaya Indonesia, misalnya batik dan ukir-ukiran. Banyak bangun-bangun pembentuk kain batik dan ukiran diperoleh secara translasi.

Contoh:



Gambar 10. Contoh Terapan Translasi

## 3. Perputaran (Rotasi)

### a. Pengertian Rotasi

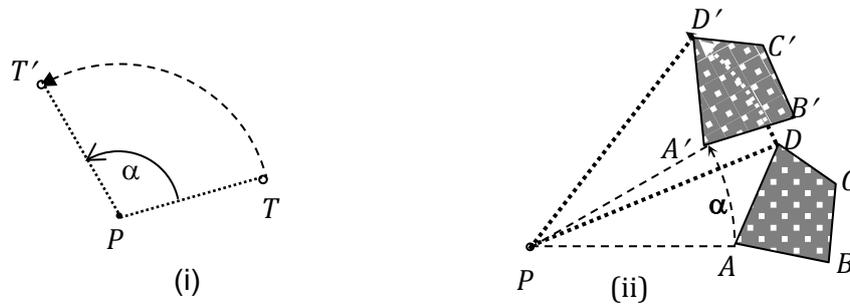
Rotasi atau perputaran pada sebuah bidang datar ditentukan oleh:

- titik pusat rotasi
- arah rotasi
- besar sudut rotasi.

Arah putaran searah dengan arah putar jarum jam disepakati sebagai arah negatif, sedangkan yang berlawanan dengan arah putar jarum jam adalah arah putar positif.

Rotasi sebesar  $\alpha$  terhadap titik  $P$  adalah pemetaan yang memetakan titik  $T$  pada sebuah bidang dengan titik  $T'$  pada bidang tersebut, sehingga untuk setiap titik  $T$  dan titik hasil atau bayangannya ( $T'$ ) berlaku  $m\angle TPT' = \alpha$ .

Gambar 11(i) menunjukkan putaran satu titik  $T$  berpusat di titik  $P$  sebesar  $\alpha$ .  $PT' = PT$ . Gambar 11(ii) menunjukkan putaran sebuah bangun datar berpusat di titik  $P$  sebesar  $\alpha$ .  $PA' = PA$  dan  $\alpha$ .  $PB' = PB$ ;  $m\angle APA' = m\angle DPD' = \alpha$ .

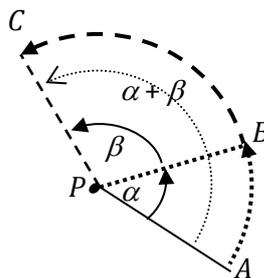


Gambar 11. Rotasi

**b. Sifat Rotasi**

Berikut beberapa sifat rotasi.

- 1) Rotasi merupakan transformasi isometri.
- 2) Rotasi satu putaran penuh ekuivalen dengan transformasi identitas.
- 3) Jika garis rotasinya sebesar  $\alpha$  maka kedua garis membentuk sudut  $\alpha$ .
- 4) Pusat putaran adalah titik invarian (titik tetap, tidak bergerak) terhadap putaran.
- 5) Semua lingkaran berpusat di pusat putaran invarian terhadap putaran.
- 6) Putaran sebesar  $\alpha$  dilanjutkan dengan putaran sebesar  $\beta$  dengan pusat  $P$ . ekuivalen dengan putaran sebesar  $\alpha + \beta$  terhadap  $P$ .



Gambar 12. Rotasi 2 Kali Berurutan

**c. Putaran dengan Sudut Khusus**

Putaran bersudut  $n \times 360^\circ$  ( $n$  bilangan cacah) adalah suatu **transformasi identitas**. Semua titik pada bangun asal dipetakan ke dirinya sendiri.



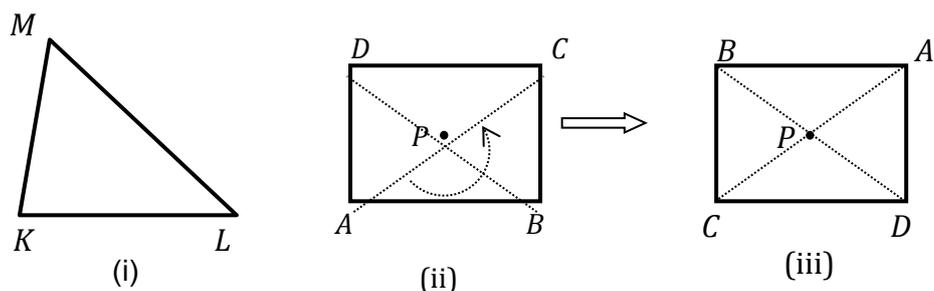
## Kegiatan Pembelajaran 1

Putaran bersudut putar  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ , dan  $360^\circ$  berturut-turut biasa disebut dengan seperempat putaran, setengah putaran, tiga perempat putaran, dan satu putaran penuh.

### d. Simetri Putar

Suatu gambar atau bangun datar dikatakan memiliki simetri putar mengelilingi titik  $O$  jika gambar atau bangun datar itu diputar mengelilingi  $O$  dengan sudut positif tertentu kurang dari  $360^\circ$  dapat tepat menempati posisinya semula. Pusat putaran tersebut dinamakan **pusat simetri putar** bangun tersebut.

Jika oleh suatu putaran suatu bangun dapat  $n$  kali ( $n \geq 2$ ,  $n$  bilangan asli) dapat menempati bangun semula, bangun demikian dikatakan memiliki simetri putar tingkat  $n$ .



Gambar 13. Rotasi dan Simetri Putar

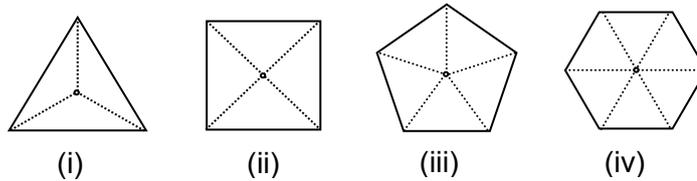
Jika segitiga  $KLM$  pada Gambar 13(i) diputar kurang dari  $360^\circ$  dengan pusat lingkaran luarnya sebagai pusat perputaran, maka segitiga itu **tidak pernah menempati posisi seperti posisi tersebut kecuali saat berada di posisi semula**. Berarti segitiga itu **tidak memiliki simetri putar**. Persegipanjang  $ABCD$  pada Gambar 13(ii) dan Gambar 13(iii) menunjukkan dua posisi yang sama jika diputar kurang dari  $360^\circ$  yaitu pada posisi awal (Gambar 13(ii)) dan ketika putarannya  $180^\circ$  (Gambar 13(iii)). Dikatakan bahwa persegipanjang memiliki simetri putar tingkat 2.

Segi- $n$  beraturan mempunyai simetri putar tingkat  $n$ . Pusat simetri putarnya yaitu pusat lingkaran luar dan sekaligus pusat lingkaran dalam segi- $n$  beraturan tersebut).



Contoh:

Segitiga samasisi, segi-4 beraturan (persegi), segi-5 beraturan, dan segi-6 beraturan pada Gambar 14(i) - (iv), simetri putarnya berturut-turut tingkat 3, 4, 5, dan 6.



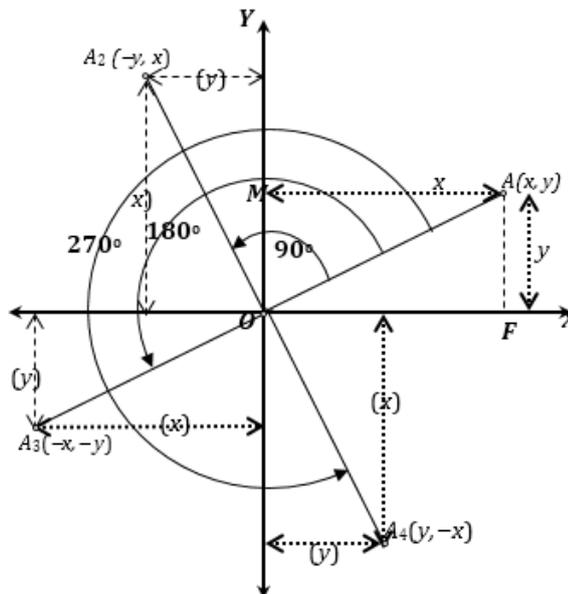
Gambar 14. Bangun-bangun Datar yang Memiliki Simetri Putar

**e. Rotasi pada Bidang Koordinat**

Pada modul ini, rotasi pada bidang koordinat hanya disajikan yang pusat rotasinya titik asal ( $O$ ) saja dan sudut-sudut khusus, karena dengan sembarang sudut diperlukan trigonometri.

**Rumus hubungan koordinat titik hasil dan titik semula, dengan pusat perputaran titik asal koordinat ( $O$ )**

Perhatikan Gambar 15 di bawah ini!



Gambar 15. Rotasi pada Koordinat



## Kegiatan Pembelajaran 1

Diperoleh hasil sebagai berikut.

- 1) Sudut putar  $90^\circ$ , maka  $x' = -y$  dan  $y' = x$
- 2) Sudut putar  $-90^\circ$  atau  $270^\circ$   
Jika pusat putarannya  $O(0, 0)$ , maka:  $x' = y$  dan  $y' = -x$
- 3) Sudut putar  $180^\circ$ ; maka  $x' = -x$  dan  $y' = -y$

Untuk setiap titik  $T(x, y)$  yang dirotasikan dari titik  $(a, b)$  dengan sudut putar  $180^\circ$  atau dilambangkan  $R_{(a,b),180^\circ}$  diperoleh hasil:

$$x' = -x + 2a \Leftrightarrow x' + x = 2a \text{ dan } y' = -y + 2b \Leftrightarrow y' + y = 2b.$$

Karena  $(a, b)$  adalah pusat rotasi dan ternyata bahwa  $(a, b) = \left( \frac{x'+x}{2}, \frac{y'+y}{2} \right)$ ,

maka hal ini menunjukkan bahwa *setiap titik dan bayangannya simetris terhadap pusat rotasi setengah putaran*. Karena itu, rotasi setengah putaran sering disebut juga sebagai *pencerminan terhadap sebuah titik*.

Jika di dalam sebuah bangun ada titik  $P$  sehingga untuk setiap titik  $T$  pada bangun itu ada titik lain  $T'$  sedemikian sehingga titik  $P$  merupakan titik tengah  $\overline{TT'}$  maka bangun itu dikatakan memiliki **simetri titik**. Titik  $P$  disebut **titik simetri**. Persegi dan belah ketupat adalah contoh bangun yang memiliki simetri titik.

Jadi, dengan memilih  $\alpha^\circ$  sama dengan sudut-sudut khusus, diperoleh antara lain bahwa koordinat bayangan hasil rotasi titik  $A(x, y)$  terhadap titik  $O$  adalah sebagai berikut:

- i.  $R_{0,90^\circ} : A(x, y) \rightarrow A'(-y, x)$
- ii.  $R_{0,180^\circ} : A(x, y) \rightarrow A'(-x, -y)$
- iii.  $R_{0,270^\circ} : A(x, y) \rightarrow A'(y, -x)$

Contoh 1:

Tentukan koordinat titik hasilnya jika  $T(4, -2)$  diputar: (i)  $90^\circ$ , (ii)  $180^\circ$ , dan (iii)  $270^\circ$ .



Jawab:

- i.  $R_{0,90} : A(x, y) \rightarrow A'(-y, x)$  maka  $(4, -2) \rightarrow A'(-(-2), 4)$  atau  $A'(2, 4)$
- ii.  $R_{0,180} : A(x, y) \rightarrow A'(-x, -y)$  maka  $(4, -2) \rightarrow A'(-4, -(-2))$  atau  $A'(-4, 2)$
- iii.  $R_{0,270} : A(x, y) \rightarrow A'(y, -x)$  maka  $(4, -2) \rightarrow A'(-2, -(4))$  atau  $A'(-2, -4)$

Contoh 2

Bayangan  $\Delta ABC$  oleh suatu rotasi adalah  $\Delta A'B'C'$  dengan  $A'(-2, 3)$ ,  $B'(3, -2)$ , dan  $C'(2, 5)$ . Jika koordinat titik  $A$  adalah  $(3, 2)$ , tentukan koordinat titik  $B$  dan  $C$ !

Jawab:

$A(3, 2) \leftrightarrow A'(-2, 3)$ . Secara umum  $T(x, y) \leftrightarrow T'(-y, x)$ . Rotasinya  $R_{0,90}$ . Untuk memperoleh titik semula harus “diputar balik”, yaitu  $R_{0,-90}$  yang ekuivalen dengan  $R_{0,270} : P'(x, y) \rightarrow P(y, -x)$ , sehingga  $B'(3, -2) \rightarrow B(-2, -3)$  dan  $C'(2, 5) \rightarrow C(5, -2)$

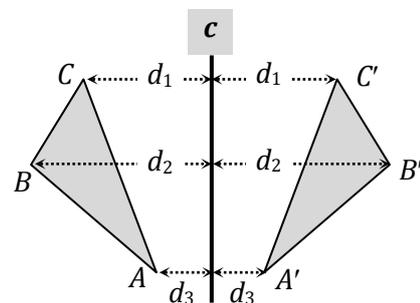
Jadi koordinat adalah  $B(-2, -3)$  dan koordinat  $C$  adalah  $(5, -2)$ .

#### 4. Pencerminan ( Refleksi)

##### a. Pengertian

*Refleksi* atau pencerminan ditentukan oleh adanya sebuah **cermin (sumbu pencerminan)**.

Pencerminan sebuah bangun pada bidang datar terhadap garis (cermin)  $c$  adalah pemetaan sedemikian sehingga untuk setiap titik  $T$  pada bangun pada bidang tersebut ada sebuah titik  $T'$  di pihak lain dari cermin tersebut yang memenuhi jarak  $T$  ke  $c$  sama dengan jarak  $T'$  ke  $c$ .



Gambar 16. Pencerminan





## Kegiatan Pembelajaran 1

### b. Sifat pencerminan

Untuk setiap titik  $T$  pada bangun asal dan bayangannya yaitu  $T'$ ,  $d$  melambangkan jarak, dan  $m$  adalah sumbu pencerminan, diperoleh hubungannya  $d_{T \text{ ke } m} = d_{T' \text{ ke } m}$ .

Bangun asal dan bangun hasil terletak *simetris* terhadap sumbu pencerminan. Setiap titik pada cermin *invarian* (tidak berubah) oleh adanya pencerminan. Setiap garis yang tegak lurus cermin *invarian* terhadap pencerminan.

Pencerminan bersifat isometris (berukuran tetap/sama). Bangun hasil (bayangan) kongruen dengan bangun asalnya.

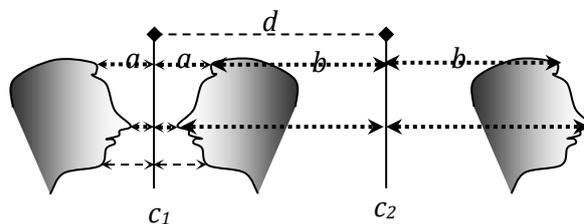
Pencerminan merupakan transformasi “pembalikan” bidang. Orientasi bangun asal dan bangun hasilnya saling berlawanan. Perhatikan urutan  $ABC$ -nya pada Gambar 16 di atas!

### c. Komposisi Refleksi

Dua refleksi atau lebih dapat dikomposisikan. Refleksi terhadap cermin  $c_1$  dilanjutkan dengan refleksi terhadap cermin  $c_2$  yang dikenakan pada suatu titik  $T$  dapat dilambangkan dengan  $(c_2 \circ c_1)(T)$ . Mungkin  $c_2 \parallel c_1$ , tetapi mungkin juga  $c_2$  dan  $c_1$  berpotongan membentuk sudut tertentu misalnya  $\alpha$ .

1) Komposisi refleksi terhadap  $c_2 \circ c_1$  dengan  $c_2 \parallel c_1$

Suatu pencerminan terhadap sumbu  $m_1$  dilanjutkan dengan pencerminan terhadap  $c_2$  yang berjarak  $d$  dari  $c_1$  dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 17. Pencerminan Dua Kali dengan Sumbu Sejajar

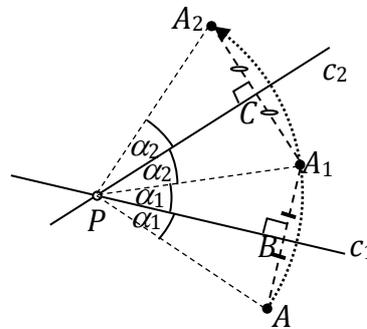
Gambar 17 menunjukkan “gambar wajah” paling kiri dicerminkan terhadap  $c_1$  dan bayangannya pada gambar tengah dicerminkan lagi terhadap cermin  $c_2$  yang sejajar  $c_1$ . Jarak antara kedua cermin  $d$ .





2) Komposisi refleksi terhadap  $c_2 \circ c_1$  dengan  $c_2$  dan  $c_1$  berpotongan di  $P$ .

Komposisi refleksi titik  $A$  terhadap  $c_2 \circ c_1$  hasilnya sebagai berikut.



Gambar 18. Pencerminan Dua Kali dengan Sumbu Berpotongan

Titik  $A$  dicerminkan terhadap  $c_1$  menghasilkan titik  $A_1$ .

$\triangle ABP \cong \triangle A_1BP$ , karena

- $AB = A_1B$  (sifat pencerminan)
- $m\angle ABP = m\angle A_1BP$  (siku-siku)
- $BP = BP$  (sekutu)

Akibatnya:  $m\angle APB = m\angle A_1PB$ . Namakan  $\alpha_1$  .....(1)

Juga:  $AP = A_1P$  .....(2)

Titik  $A_1$  dicerminkan terhadap  $c_2$  menghasilkan titik  $A_2$ .  $\triangle A_1CP \cong \triangle A_2CP$  karena

- $A_1C = A_2C$  (sifat pencerminan)
- $m\angle A_1CP = m\angle A_2CP$  (siku-siku)
- $CP = CP$  (sekutu)

Akibatnya:  $m\angle A_1PC = m\angle A_2PC$ . Namakan  $\alpha_2$  .....(3)

Juga:  $A_1P = A_2P$  ..... (4)

Dari (1) dan (3):  $m\angle BPC = m\angle A_1PB + m\angle A_1PC = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\begin{aligned}
 m\angle APA_2 &= m\angle APB + m\angle A_1PB + m\angle A_1PC + m\angle A_2PC \\
 &= \alpha_1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_2 = 2(\alpha_1 + \alpha_2)
 \end{aligned}$$

Dari (2) dan (4):  $AP = A_1P$  dan  $A_1P = A_2P$ .





## Kegiatan Pembelajaran 1

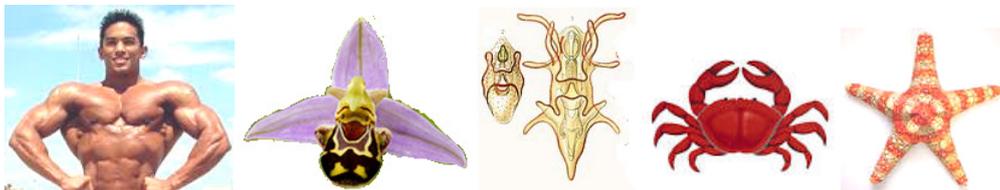
Berarti  $AP = A_1P = A_2P$  atau  $A, A_1,$  dan  $A_2$  terletak pada satu lingkaran berpusat di  $P$ .

Jadi, pencerminan berturut-turut terhadap dua sumbu yang berpotongan dengan sudut  $\alpha$  di titik  $P$  ekuivalen dengan suatu putaran berpusat di titik  $P$  dengan sudut putar sebesar  $2\alpha$  dengan arah putar sesuai dari cermin pertama ( $c_1$ ) ke cermin kedua ( $c_2$ ).

### d. Sumbu Simetri dan Simetri Sumbu

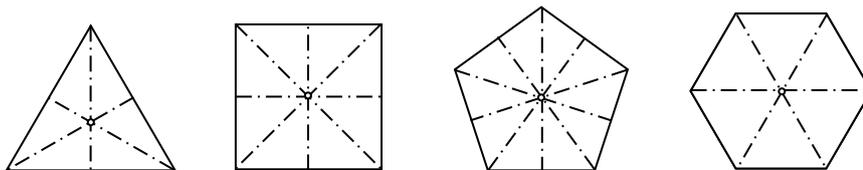
Jika pada sebuah bangun datar ada garis yang letaknya sedemikian sehingga bagian bangun yang satu di satu pihak dan bagian lain di pihak lainnya simetris terhadap garis tersebut, maka garis tersebut dinamakan sumbu simetri bangun datar tersebut. Sifat simetri bangunnya adalah simetri sumbu.

Dalam biologi sering terjadi simetrinya “tidak sempurna” seperti yang terdefinisi secara matematis, namun kesimetriannya masih diterima dalam pandangan keseharian seperti gambar berikut.



Gambar 19. Contoh Simetri di Alam

Setiap segi- $n$  beraturan memiliki  $n$  buah sumbu simetri. Semua sumbu simetri segi- $n$  beraturan berpotongan pada sebuah titik yang merupakan pusat lingkaran luar dan pusat lingkaran dalam segi- $n$  beraturan tersebut.



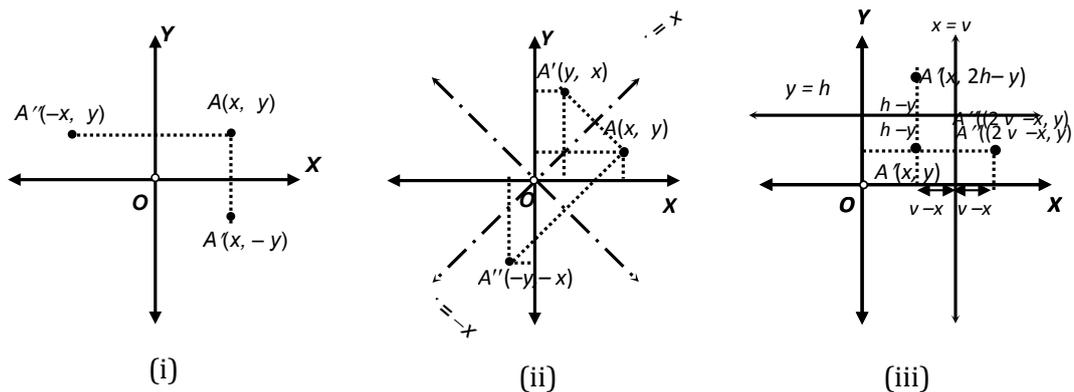
Gambar 20. Sumbu Simetri pada *Polygon* Beraturan



Jika sebuah gambar atau bangun datar mempunyai sumbu simetri  $s$  maka dengan melipat gambar itu sepanjang  $s$ , kedua bagian sebelah-menyebelah  $s$  akan saling menutup karena kedua bagian bangun kongruen. Karena itu, simetri sumbu juga dikenal sebagai **simetri lipat**.

**e. Pencerminan dalam Bidang Koordinat**

Sebarang garis dapat digunakan sebagai sumbu pencerminan. Namun untuk kemiringan yang sudutnya tidak khusus, untuk membahasnya memerlukan trigonometri. Karena itu, yang dibahas di sini hanya sumbu-sumbu khusus yaitu sumbu koordinat, garis bagi kuadran I-III yang persamaannya  $y = x$ , garis bagi kuadran II-IV yang persamaannya  $y = -x$ , dan garis-garis yang sejajar sumbu- $X$  serta garis-garis sejajar sumbu- $Y$ .



Gambar 21. Pencerminan di Bidang Koordinat

- Gambar 21(i):  $C_X$  = Refleksi terhadap sumbu- $X$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(x, -y)$   
 atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_X} A'(x, -y)$   
 $C_Y$  = Refleksi terhadap sumbu- $Y$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(-x, y)$   
 atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_Y} A'(-x, y)$
- Gambar 21(ii):  $C_{y=x}$  = Refleksi terhadap garis  $y = x$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(y, x)$   
 atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(y, x)$   
 $C_{y=-x}$  = Refleksi terhadap garis  $y = -x$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(-y, -x)$   
 atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_{y=-x}} A'(-y, -x)$

## Kegiatan Pembelajaran 1

Gambar 21(iii): Refleksi terhadap garis  $y = h; h \in R$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(x, 2h - y)$   
atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_{y=h}} A'(x, 2h - y)$   
Refleksi terhadap garis  $x = v; v \in R$ :  $A(x, y) \rightarrow A'(2v - x, y)$   
atau  $A(x, y) \xrightarrow{C_{x=v}} A'(2v - x, y)$

*Catatan:* Pencerminan yang dilambangkan dengan  $A(x, y) \xrightarrow{C_{y=x}} A'(y, x)$  sering juga dilambangkan dengan  $A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x)$ . ( $C$  = Cermin,  $M$  = Mirror).

Demikian juga yang serupa dengan itu.

Contoh.

Tentukan titik hasil pencerminan titik (5, 6) terhadap:

- (i) sumbu  $X$     (ii) garis  $y = x$     (iii) garis  $x = 3$     (iv) garis  $y = 2$

Jawab:

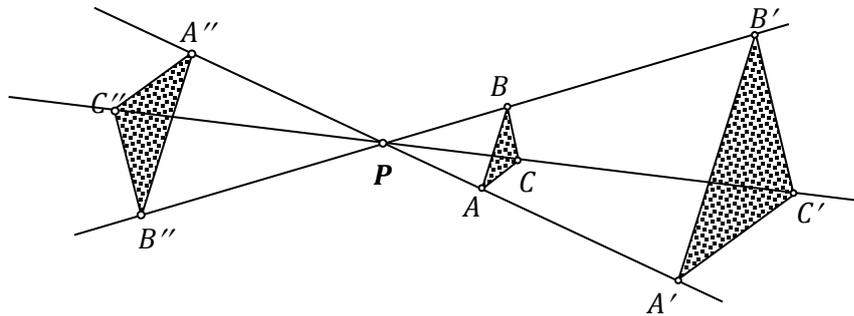
- (i)  $C_x: (x, y) \rightarrow (x, -y)$ , maka  $(5, 6) \rightarrow (5, -6)$   
(ii)  $C_{y=x}: (x, y) \rightarrow (x, -y)$ , maka  $(5, 6) \rightarrow (6, 5)$   
(iii)  $C_{x=v}: (x, y) \rightarrow (2v - x, y)$ , maka  $(5, 6) \rightarrow (2 \times 3 - 5, 6)$  atau  $(1, 6)$   
(iv)  $C_{y=h}: (x, y) \rightarrow (x, 2h - y)$ , maka  $(4, 5) \rightarrow (5, 2 \times 2 - 6)$  atau  $(5, -2)$

## 5. Dilatasi

### a. Pengertian

Diketahui sebuah titik  $P$  pada sebuah bidang datar  $H$  dan sebuah bilangan real  $k$  ( $k \neq 0$ ). Bangun **hasil dilatasi** titik  $A$  pada bidang  $H$  adalah titik  $A'$  pada  $\overrightarrow{PA}$  sedemikian sehingga  $P, A$ , dan  $A'$  kolinear (segaris) dengan  $PA' = |k| \times PA$ .

Titik  $P$  dinamakan **pusat dilatasi** dan  $k$  dinamakan **faktor dilatasi**. Dilatasi dengan pusat dilatasi  $P$  dan faktor skala  $k$  dilambangkan dengan  $[P, k]$ .



Gambar 22. Dilatasi

Jika  $k < 0$ , maka titik  $P'$  pada  $\vec{AP}$  (terhadap  $P$ , titik  $A$  dan  $A'$  berlainan pihak)

Jika  $k > 0$ , maka titik  $P'$  pada  $\vec{PA}$  (terhadap  $P$ , titik  $A$  dan  $A'$  sepihak)

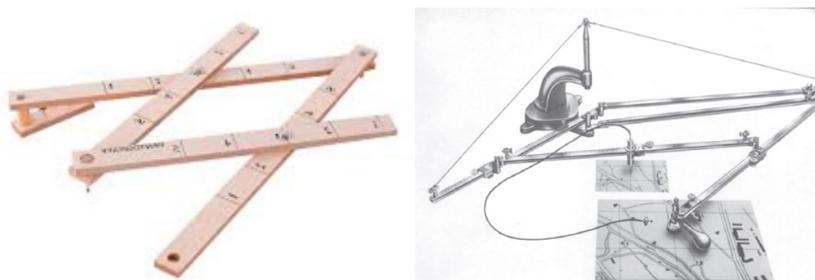
Untuk  $k = 1$ , maka dilatasinya merupakan transformasi identitas. Bangun hasil adalah juga bangun asalnya.

Pada Gambar 22 di atas,  $PA' = 3 PA$ ,  $PB' = 3 PB$ , dan  $PC' = 3 PC$ . Faktor skala = 3. Adapun  $PA''$ ,  $PB''$ , dan  $PC''$  berturut-turut panjangnya  $2PA$ ,  $2PB$ , dan  $2PC$ , namun terhadap pusat dilatasi bayangan berada di pihak lain dari bangun asalnya. Faktor skalanya adalah  $-2$ .

Bangun  $A'B'C'$  adalah bangun hasil dilatasi  $[P, 3]$  dari  $ABC$ ;  $\vec{PA'} = 3 \vec{PA}$

Bangun  $A''B''C''$  adalah bangun hasil dilatasi  $[P, -2]$  dari  $ABC$ ;  $\vec{PA''} = -2 \vec{PA}$

Dalam praktik, untuk memperbesar atau memperkecil gambar digunakan *pantograph* seperti gambar berikut



Gambar 23. Pantograph



## Kegiatan Pembelajaran 1

### b. Sifat Dilatasi

Berikut ini beberapa sifat dilatasi.

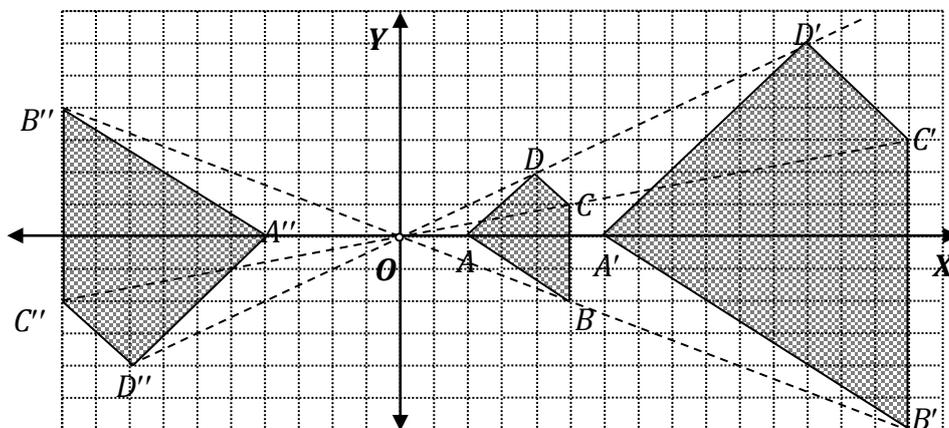
- 1) Dilatasi adalah transformasi similaritas (kesebangunan). Bangun hasil sebangun bangun asal. Setiap ruas garis bangun hasil sejajar dengan bangun asalnya.
- 2) Semua garis melalui pusat dilatasi invarian terhadap sebarang dilatasi ( $k \neq 0$ ).
- 3) Dilatasi tidak mengubah orientasi (arah).
- 4) Jika  $|k| > 1$ , bangun hasil diperbesar dari ukuran semula; jika  $|k| < 1$  bangun hasilnya diperkecil.

Dengan diperbesar atau diperkecilnya bangun hasil dari bangun asalnya menunjukkan bahwa dilatasi bukan transformasi isometri.

### c. Dilatasi Dalam Bidang Koordinat

Pada Gambar 24 ditunjukkan  $D_{0,k}$ : titik  $A(x, y) \rightarrow A'(kx, ky)$ . Keterangannya dapat dinyatakan dengan koordinat titik-titik sudut bangun hasil dibandingkan dengan koordinat titik-titik sudut bangun asalnya.

Titik Asal	$k = 3$	$k = -2$
$A(2, 0)$	$A'(6, 0)$	$A''(-4, 0)$
$B(5, -2)$	$B'(15, -6)$	$B''(-10, 4)$
$C(5, 1)$	$C'(15, 3)$	$C''(-10, -2)$
$D(4, 2)$	$D'(12, 6)$	$D''(-8, -4)$



Gambar 24. Dilatasi Bangun ABCD



Dalam pembelajaran transformasi, nilai-nilai karakter positif dapat disisipkan dalam pembelajaran. Misalnya siswa dapat dilatih konsisten dalam penamaan titik, contohnya titik  $A$  ditranslasikan menjadi  $A'$  sehingga siswa tidak kebingungan. Nilai karakter mencintai budaya dapat pula dikembangkan dengan memberikan contoh-contoh menggunakan batik motif daerah tertentu, bangunan candi, dan sebagainya. Juga nilai religius dapat ditanamkan dengan menghargai karya ciptaan Tuhan misalnya bentuk simetris dari kupu-kupu. Masih banyak nilai-nilai karakter lainnya yang dapat dikembangkan melalui pembelajaran transformasi geometri ini.

#### D. Aktivitas Pembelajaran

Pelajarilah uraian materi dengan seksama dan diskusikan Lembar kegiatan berikut secara kelompok (3 – 5 orang)! Apabila ada masalah diskusikanlah dengan rekan sejawat!

##### Aktivitas 1.1.

#### LEMBAR KEGIATAN (LK) 1.1. (TRANSFORMASI GEOMETRI)

<p><b>Tujuan:</b> menerapkan prinsip-prinsip transformasi refleksi, translasi, rotasi, serta dilatasi dalam memecahkan permasalahan nyata</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

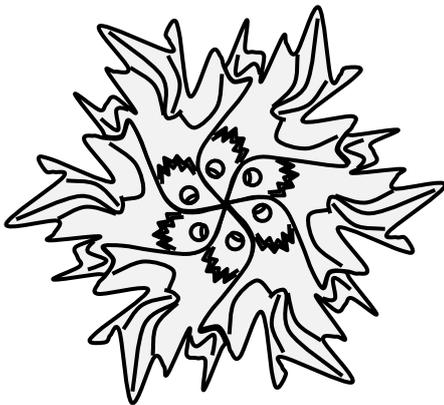
1. Carilah penggunaan istilah transformasi di luar matematika! Berikan contohnya masing-masing yang terkait dengan translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi!



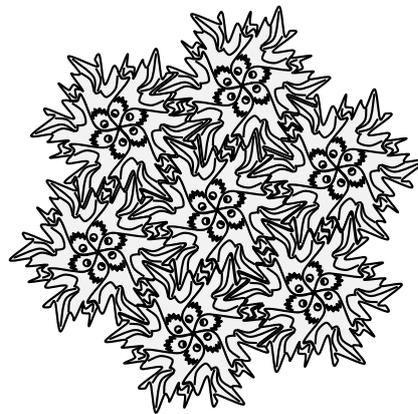
### Kegiatan Pembelajaran 1

- Carilah gambar-gambar dari motif-motif batik atau ukiran atau hasil budaya Indonesia lainnya yang memuat translasi!

- Kumpulan “6 ekor burung” pada gambar pertama di bawah ini menunjukkan suatu pengubinan. Tak ada celah di antara keenam “burung”.



(i)



(ii)

- Apakah yang Anda ketahui tentang sifat simetri Gambar (i)?  
Apakah setiap 6 gambar burung yang kongruen selalu dapat disusun seperti gambar pertama? Jelaskan!
- Gambar (ii) adalah pengubinan menggunakan gambar pertama (diperkecil). Untuk gambar kedua sebagai satu bangun, berikan penjelasan tentang sifat simetrinya dan selidiki adakah transformasi lain selain rotasi!



4. Banyak makhluk hidup yang jika diambil gambarnya dengan arah tertentu hasilnya adalah gambar yang memiliki simetri sumbu. Pada gambar berikut, kupu-kupu dan motif batik juga memiliki sifat dimilikinya simetri sumbu.



Kumpulkan paling sedikit 5 (lima) gambar berbeda dari makhluk hidup yang gambarnya memiliki sifat adanya simetri sumbu.

5. Pada kertas berpetak, gambarlah sebuah bangun datar. Pilih sebuah titik di dalam bangun itu sebagai pusat dilatasi dan dilatasikan gambar itu dengan faktor skala  $\frac{1}{2}$ , 2, dan 3!



Kegiatan Pembelajaran 1

**Aktivitas 1.2.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 1.2.  
(PENYUSUNAN SOAL PENILAIAN BERBASIS KELAS)**

<p><b>Tujuan:</b> mampu menyusun soal penilaian berbasis kelas bagi siswa untuk mengembangkan HOTS (<i>Higher Order Thinking Skills</i>) terkait materi Transformasi Geometri berdasarkan Kisi-kisi pada lampiran</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

1. Bacalah bahan bacaan berupa Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik)!
2. Pelajari kisi-kisi yang dikeluarkan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan seperti pada lampiran!
3. Berdasarkan kisi-kisi tersebut, secara mandiri, kembangkanlah **tiga (3)** soal pilihan ganda dan **tiga (3)** soal uraian yang bertipe soal HOTS pada lingkup materi yang dipelajari pada modul ini sesuai format kartu soal berikut!

KARTU SOAL	
Jenjang	: Sekolah Menengah Pertama
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas	:
Materi	: Transformasi Geometri
Kompetensi Dasar	:
Indikator Soal	:
Level	: Pengetahuan dan Pemahaman/Aplikasi/Penalaran *)
Bentuk Soal	: Pilihan Ganda/Uraian *)
BAGIAN SOAL DI SINI	
Kunci Jawaban/Rubrik Penilaian *) :	

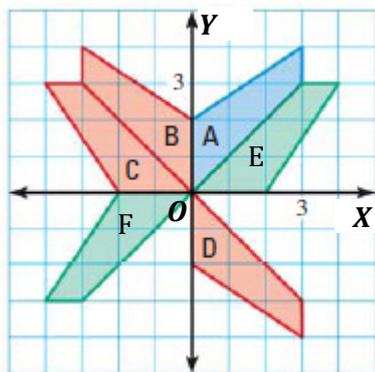
\*) coret yang tidak perlu





**E. Latihan/Kasus/Tugas**

- Periksalah transformasi apa yang memetakan bangun satu ke lainnya dari yang berikut ini!



- |               |               |
|---------------|---------------|
| a. $A$ ke $B$ | e. $E$ ke $F$ |
| b. $B$ ke $C$ | f. $A$ ke $C$ |
| c. $C$ ke $D$ | g. $B$ ke $D$ |
| d. $D$ ke $E$ | h. $F$ ke $A$ |

- Gambarlah segitiga  $ABC$  dan bayangannya jika diketahui titik sudutnya adalah titik-titik  $A(5, -1)$ ,  $B(-3, 2)$ , dan  $C(-2, -1)$  oleh translasi  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- Titik  $(12, -6)$  adalah peta  $(a, b)$  oleh pergeseran  $\begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix}$ . Tentukan  $a + b$ .
- Oleh geseran  $G$  titik  $(2, -5)$  dipetakan ke titik  $(-1, 8)$ . Tentukanlah peta titik  $(5, -7)$  oleh  $G$ !
- Tentukan hasil transformasi berikut:
  - rotasi  $90^\circ$  titik  $(-2, 3)$  mengelilingi titik  $O(0, 0)$
  - rotasi  $270^\circ$  titik  $(-2, 3)$  mengelilingi titik  $O(0, 0)$ .
- Oleh suatu rotasi berpusat di  $O(0, 0)$ , titik  $(3, -4)$  dipetakan ke titik  $(4, 3)$ . Tentukan bayangan  $(-2, 5)$  oleh rotasi itu!
- Oleh suatu rotasi sebesar  $\alpha$  rad berpusat di  $O(0, 0)$ , titik  $(3, 4)$  dipetakan ke titik  $(-4, 3)$ . Manakah titik hasil  $(-2, 5)$  oleh rotasi sebesar  $(\pi + \alpha)$  rad?
- Tentukan hasil transformasi berikut:
  - titik  $A(5, -4)$  direfleksikan terhadap garis  $x = 2$
  - titik  $A(-4, 5)$  direfleksikan terhadap garis  $y = 3$
  - titik  $A(-1, 4)$  direfleksikan terhadap garis  $x = 2$  dilanjutkan terhadap garis  $x = 6$
  - titik  $A(-1, 4)$  direfleksikan terhadap garis  $x = 2$  dilanjutkan terhadap garis  $y = 3$ .





## Kegiatan Pembelajaran 1

9. Tentukan persamaan garis hasil pencerminan garis  $2x + y - 4 = 0$  terhadap sumbu  $X$ !
10. Titik  $A'(6, -12)$  adalah titik hasil dilatasi pada  $O$  dari titik  $A(-3, 6)$ . Tentukanlah bayangan titik  $B(-1, 2)$  dan  $C(4, -3)$  oleh dilatasi tersebut!

## F. Rangkuman

Transformasi geometris dapat mengubah posisi setiap titik suatu objek geometris dengan memindah (translasi), mencerminkan (refleksi), memutar (rotasi), atau memperkecil/memperbesar (dilatasi). Posisi setiap titik pada objek hasil transformasi dapat dianalisis menggunakan koordinat, yaitu dengan meletakkan objek dan gerakannya pada bidang koordinat. Translasi, refleksi, dan rotasi tidak mengubah ukuran dan bentuk objek (kongruen), sementara dilatasi tidak mengubah bentuk tetapi mengubah ukuran (sebangun). Translasi dan dilatasi positif tidak mengubah arah pada objek geometri.

## G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Periksalah pemahaman Anda dengan materi yang disajikan dalam modul ini, serta hasil pengerjaan aktivitas pembelajaran dan latihan/tugas dengan kunci jawaban. Untuk membantu dalam mengevaluasi hasil pengerjaan aktivitas pembelajaran, berikut petunjuk pengerjaannya.

Pada LK 1.1. nomor 1, 2, dan 4, Anda dapat menghubungkan transformasi dengan kehidupan sehari-hari. Selain itu, Anda dapat memperkaya informasi dari internet.

Pada LK 1.1. nomor 3(i), Anda dapat mencermati Gambar 8 pada uraian materi dan menyimpulkan apakah setiap bangun yang kongruen jika dirotasikan selalu dapat disusun seperti Gambar 8(i). Adakah syarat agar bangun yang kongruen selalu dapat disusun seperti Gambar 8(i)? Untuk nomor 3(ii), Anda dapat melihat gambar kumpulan burung secara satu kesatuan atau satu persatu.

Pada LK 1.1. nomor 5, Anda dapat menjelaskannya secara geometris sekaligus secara aljabar untuk memudahkan penyelesaiannya! Gunakan  $D_{0,k}: A(x, y) \rightarrow A'(kx, ky)$  dengan  $k$  adalah faktor skala!

Adapun untuk mengerjakan aktivitas 1.2., Anda diminta terlebih dahulu mempelajari Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik) terkait pengembangan soal HOTS dan mencermati kisi-kisi pada lampiran terkait lingkup kompetensi terkait transformasi geometri.

Jika Anda dapat memahami sebagian besar materi dan dapat menjawab sebagian besar latihan/tugas, maka Anda dapat dianggap menguasai kompetensi yang diharapkan. Namun jika tidak atau Anda merasa masih belum optimal, silakan pelajari kembali dan diskusikan dengan teman sejawat untuk memantapkan pemahaman dan memperoleh kompetensi yang diharapkan. Setelah Anda telah dapat menguasai kompetensi pada kegiatan pembelajaran ini, silakan lanjut pada kegiatan pembelajaran berikutnya.



## Kegiatan Pembelajaran 1



## Kegiatan Pembelajaran 2

### Pengenalan Trigonometri

#### A. Tujuan

Peserta diharapkan mampu memahami bahwa perbandingan trigonometri tergantung dari besar sudut bukan dari panjang sisi-sisi pembentuknya dan bukan pula segitiga siku-sikunya yang terkait, dengan mengintegrasikan penguatan pendidikan karakter.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru dapat:

1. menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut lancip,
2. menerapkan perbandingan trigonometri dalam bangun datar,
3. menggunakan nilai perbandingan trigonometri untuk menyelesaikan masalah.

#### C. Uraian Materi

##### 1. Pengantar

Trigonometri digunakan sebagai model kuantitas yang bersifat periodik. Contoh kasusnya yaitu perubahan kedalaman air pada ujung dermaga di pelabuhan yang bervariasi yang disebabkan pasang surut air sepanjang hari. Kedalaman air tersebut dapat dimodelkan dengan fungsi trigonometri.

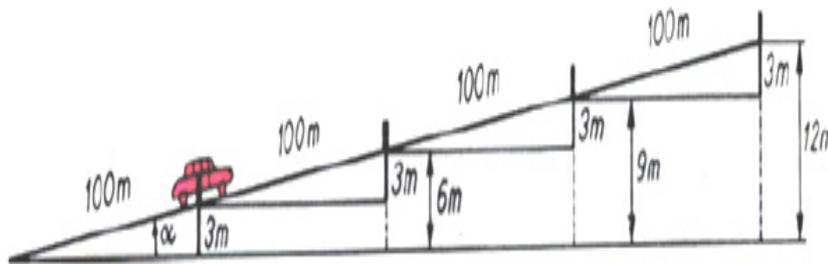
Berasal dari bahasa Yunani, kata trigonometri berarti "pengukuran segitiga". Awalnya, trigonometri berurusan dengan hubungan antara sisi dan sudut dari segitiga dan digunakan dalam pengembangan astronomi, navigasi, dan survei. Dengan perkembangan kalkulus dan ilmu-ilmu fisik di abad ke-17, perspektif yang berbeda muncul (yang melihat hubungan trigonometri klasik sebagai fungsi dengan



## Kegiatan Pembelajaran 2

himpunan bilangan real sebagai domain mereka). Akibatnya, aplikasi trigonometri diperluas untuk mencakup sejumlah besar fenomena fisik yang melibatkan rotasi dan getaran. Fenomena ini termasuk gelombang suara, sinar cahaya, orbit planet, getaran dawai, bandul, dan orbit partikel atom. Pendekatan dalam teks ini menggabungkan kedua perspektif, dimulai dengan sudut dan ukuran mereka.

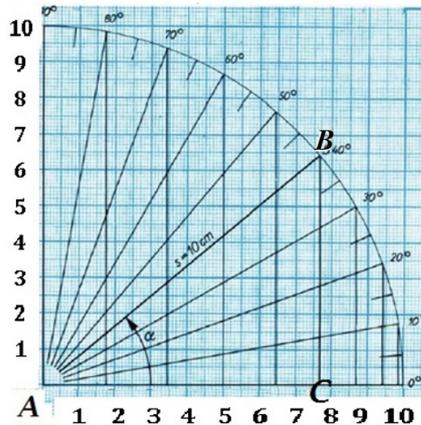
### 2. Perbandingan Trigonometri



Gambar 25. Ilustrasi Jalan

Pada jalan raya yang mendaki secara seragam 3 m setiap melintas maju 100 m, perbandingan kenaikan ( $h$ ) terhadap lintasan perjalanan ( $s$ ), yaitu  $\frac{h}{s} = \frac{3}{100}$ , merupakan ukuran kecuraman jalan tersebut. Nilai atau ukuran perbandingan itu tidak berubah dimanapun dilakukan pengukuran. Misalnya dalam gambar itu  $\frac{6}{200}$ ,  $\frac{9}{300}$ , dan  $\frac{12}{400}$  yang semuanya bernilai  $\frac{3}{100}$ . Nilai perbandingan tersebut dinamakan sinus dari sudut yang terbentuk oleh kemiringan (penanjakan/kecuraman) jalan raya tersebut. Jika sudutnya  $\alpha$ , maka dituliskan  $\sin \alpha = \frac{3}{100}$ . Jika jalan semakin menanjak, artinya  $\alpha$  semakin besar, nilai  $h$  semakin besar sementara  $s$  tetap. Jadi, nilai sinusnya semakin besar.

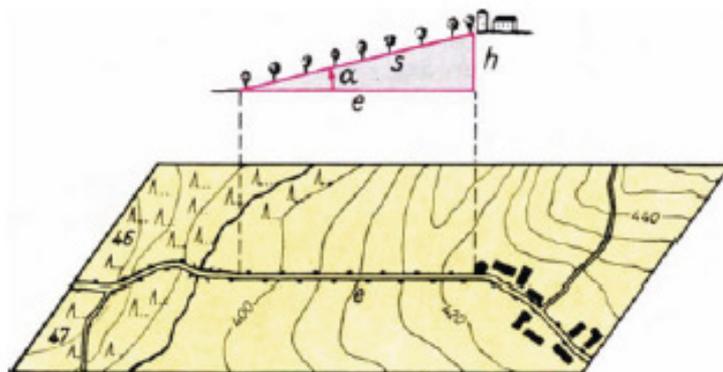




Gambar 26. Perbandingan pada Lingkaran

Pada gambar di atas, ditunjukkan  $s = 10$  cm dan bahwa untuk  $\alpha = 40^\circ$  ketinggiannya adalah  $CB$  atau  $h \approx 6,4$  cm. Jadi, nilai sinus sudut  $40^\circ \approx \frac{6,4}{10} = 0,64$  atau dapat ditulis  $\sin 40^\circ = 0,64$  (pembulatan sampai 2 tempat desimal).

Pada gambar berikut, proyeksi jarak tempuh  $s$  pada bidang mendatar (horisontal) panjangnya  $e$ . Jarak mendatar inilah yang tampak pada peta geografi.



Gambar 27. Proyeksi Jarak Tempuh pada Bidang Datar

Perbandingan jarak mendatar dengan panjang sesungguhnya yang ditempuh, yaitu  $\frac{e}{s}$ , dinamakan kosinus sudut tersebut pada peta. Pada jalan yang tidak menanjak, kemiringan atau sudutnya makin kecil. Dengan demikian, besarnya  $e$  makin mendekati  $s$ . Akibatnya pada jalan rata, nilai  $e = s$  yang berarti  $\frac{e}{s} = 1$ .





## Kegiatan Pembelajaran 2

Perhatikan kembali Gambar 26 tentang perbandingan pada lingkaran.

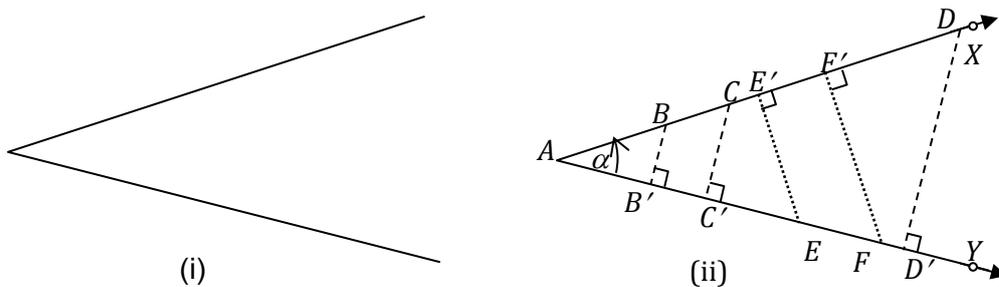
Dengan lintasan 10 cm, jarak tempuh mendatar  $AC = e \approx 7,7$  cm. Jadi, kosinus sudut

$40^\circ$ , ditulis  $\cos 40^\circ = \frac{e}{s} \approx \frac{7,7}{10} = 0,77$ .

Gradien atau kemiringan jalan juga ditandai oleh perbandingan antara kenaikan (bisa juga kecuraman) dan proyeksi mendatar dari lintasannya, yang dikenal

sebagai tangen sudutnya. Dalam hal ini,  $\tan \alpha = \frac{h}{e}$ .

Bagaimana jika letak sudutnya seperti Gambar 28(i) berikut?



Gambar 28. Perbandingan pada Sudut

Pada Gambar 28(ii), titik-titik  $B, C,$  dan  $D$  pada  $\vec{AX}$  diproyeksikan ke  $\vec{AY}$  dan titik  $E$  dan  $F$  pada  $\vec{AY}$  diproyeksikan ke  $\vec{AX}$ . Menurut kesebangunan segitiga,  $\triangle ABB'$ ;  $\triangle ACC'$ ;  $\triangle ADD'$ ;  $\triangle AEE'$ ; dan  $\triangle AFF'$  kelimanya sebangun karena memiliki dua sudut sama, yaitu sama-sama memiliki sudut  $\alpha$  dan sudut siku-siku (akibatnya juga sudut ketiga sama). Karena itu,

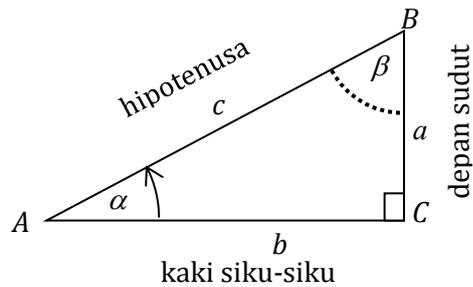
$$\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC} = \frac{DD'}{AD} = \frac{EE'}{AE} = \frac{FF'}{AF} = \dots = \sin \alpha$$

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AD'}{AD} = \frac{AE'}{AE} = \frac{AF'}{AF} = \dots = \cos \alpha$$

$$\frac{BB'}{AB'} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{DD'}{AD'} = \frac{EE'}{AE'} = \frac{FF'}{AF'} = \dots = \tan \alpha$$



Jadi, dimanapun suatu titik dipilih pada satu kaki sudut dan diproyeksikan ke kaki sudut lainnya, nilai perbandingan itu tidak berubah dan tidak tergantung letak sudutnya. Karena itu, secara sederhana perbandingan trigonometri sebuah sudut dapat dihubungkan dengan segitiga siku-siku.



Gambar 29. Ilustrasi Perbandingan Trigonometri Sebuah Sudut

Perhatikan Gambar 29. Dari yang dikemukakan di atas diperoleh:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}, \text{ dan } \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Kebalikan dari perbandingan-perbandingan di atas juga merupakan perbandingan trigonometri, yaitu:

$$\text{sekan: } \sec \alpha = \frac{c}{b} \quad \text{kosekan: } \csc \alpha = \frac{c}{a} \quad \text{kotangen: } \cot \alpha = \frac{b}{a}$$

Secara singkat:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \left( = \frac{\text{panjang kaki depan sudut}}{\text{panjang hipotenusa}} \right) \quad \cot \alpha = \frac{b}{a} \left( = \frac{\text{panjang kaki siku - siku}}{\text{panjang kaki depan sudut}} \right)$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \left( = \frac{\text{panjang kaki siku - siku}}{\text{panjang hipotenusa}} \right) \quad \sec \alpha = \frac{c}{b} \left( = \frac{\text{panjang hipotenusa}}{\text{panjang kaki siku - siku}} \right)$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \left( = \frac{\text{panjang kaki depan sudut}}{\text{panjang kaki siku - siku}} \right) \quad \csc \alpha = \frac{c}{a} \left( = \frac{\text{panjang hipotenusa}}{\text{panjang kaki depan sudut}} \right)$$

Dari  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$  dan  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$  diperoleh  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a/c}{b/c} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$

Jadi,  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Jika  $\sin^2 \alpha$  melambangkan  $(\sin \alpha)^2$ ,  $\cos^2 \alpha$  melambangkan  $(\cos \alpha)^2$ , maka dapat



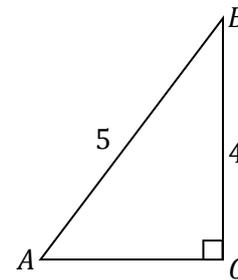
## Kegiatan Pembelajaran 2

$$\begin{aligned}
 \text{diperoleh pula bahwa } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= (a/c)^2 + (b/c)^2 \\
 &= (a/c)^2 + (b/c)^2 \\
 &= (a^2 + b^2)/c^2 \\
 &= c^2/c^2 \text{ (karena } a^2 + b^2 = c^2) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Jadi  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , salah satu dari kesamaan (*identitas*) trigonometri.

Contoh 1:

Dari gambar di samping, tentukan nilai-nilai perbandingan trigonometri sudut  $A$  dan sudut  $B$ !



$$\begin{aligned}
 \text{Jawab: } b^2 &= c^2 - a^2 \\
 &= 5^2 - 4^2 \\
 &= 9 \Rightarrow b = 3
 \end{aligned}$$

$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{4}{5}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

$$\sec A = \frac{c}{b} = \frac{5}{3}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} = \frac{3}{5}$$

$$\cot A = \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\csc A = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$$

$$\sin B = \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\sec B = \frac{c}{b} = \frac{5}{4}$$

$$\cos B = \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$$

$$\cot B = \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

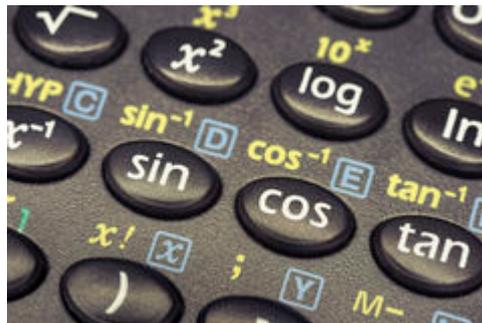
$$\csc B = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$$

Untuk dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut lancip, dapat digunakan: (1) tabel dan (2) kalkulator (*kalkulator scientific*).

TABLE 3 Values of Trigonometric Functions									
Degrees	Radians	Sin	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc		
0° 00'	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	—	1.000	—	1.5708	90° 00'
10	029	029	000	029	343.8	000	343.8	679	50
20	058	058	000	058	171.9	000	171.9	650	40
30	0.0087	0.0087	1.0000	0.0087	114.6	1.000	114.6	1.5621	30
40	116	116	0.9999	116	85.94	000	85.95	592	20
50	145	145	999	145	68.75	000	68.76	563	10
1° 00'	0.0175	0.0175	0.9998	0.0175	57.29	1.000	57.30	1.5533	89° 00'
10	204	204	998	204	49.10	000	49.11	504	50
20	233	233	997	233	42.96	000	42.98	475	40
30	0.0262	0.0262	0.9997	0.0262	38.19	1.000	38.20	1.5446	30
40	291	291	996	291	34.37	000	34.38	417	20
50	320	320	995	320	31.24	001	31.26	388	10
2° 00'	0.0349	0.0349	0.9994	0.0349	28.64	1.001	28.65	1.5359	88° 00'
10	378	378	993	378	26.43	001	26.45	330	50

Gambar 30. Tabel Nilai Trigonometri





Gambar 31. Tombol Trigonometri pada Kalkulator *Scientific*

Dengan bantuan trigonometri, pengukuran suatu objek tidak harus menyentuh sampai ke seluruh bagian objek.

Contoh

Krisna berdiri 15 m dari kaki sebuah menara telekomunikasi. Dengan sebuah klinometer, ia mengamati ujung menara dengan sudut *elevasi* (sudut antara arah pandang dengan arah mendatar/horizontal) sebesar  $67,5^\circ$ . Berapakah tinggi menara jika mata pengamat (Krisna) berjarak 150 cm dari permukaan tanah?



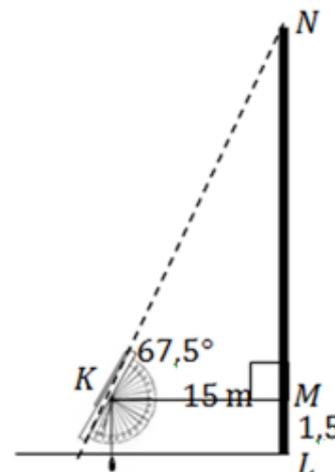
Penyelesaian:

Situasi pengamatan itu dapat digambar seperti sketsa pada gambar berikut (satuan jarak meter).

Sesuai yang diketahui,  $KM = 15$ ,  $ML = 1,5$ ,  $n\angle NKM = 67,5^\circ$ , dan yang dicari  $MN$ .

$\Delta KMN$  siku-siku di  $M$ .

$$\begin{aligned} \tan \angle NKM &= \frac{MN}{KM} \\ \Leftrightarrow MN &= KM \cdot \tan \angle NKM \\ \Rightarrow MN &= 15 \cdot \tan 67,5^\circ \\ &= 15 \cdot 2,3559 \\ &= 35,3385 \approx 35,34 \end{aligned}$$





## Kegiatan Pembelajaran 2

$$LN = MN + NL = 35,34 + 1,5 = 36,84$$

Jadi, tinggi menara komunikasi tersebut 36,84 m.

### **D. Aktivitas Pembelajaran**

Pelajarilah uraian materi dengan seksama dan diskusikan Lembar kegiatan berikut secara kelompok (3 - 5 orang)! Apabila ada masalah diskusikanlah dengan rekan sejawat!





**Aktivitas 2.1**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 2.1  
(PEMBUKTIAN IDENTITAS TRIGONOMETRI)**

<p><b>Tujuan:</b> membuktikan kebenaran identitas trigonometri.</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

Buktikanlah kebenaran identitas-identitas berikut ini.

- a.  $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
- b.  $\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$
- c.  $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$
- d.  $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$
- e.  $1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$





Kegiatan Pembelajaran 2

**Aktivitas 2.2**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 2.2**  
**(PERBANDINGAN TRIGONOMETRI SUDUT 30°, 45°, DAN 60°)**

<b>Tujuan:</b> menentukan perbandingan trigonometri sudut 30°, 45°, dan 60°	<b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....
---	---

Dengan menggunakan segitiga siku-siku yang samakaki dan segitiga samasisi, tentukan semua perbandingan trigonometri untuk sudut 30°, 45°, dan 60°.

	30°	45°	60°
sin			
cos			
tan			
cosec			
sec			
cot			



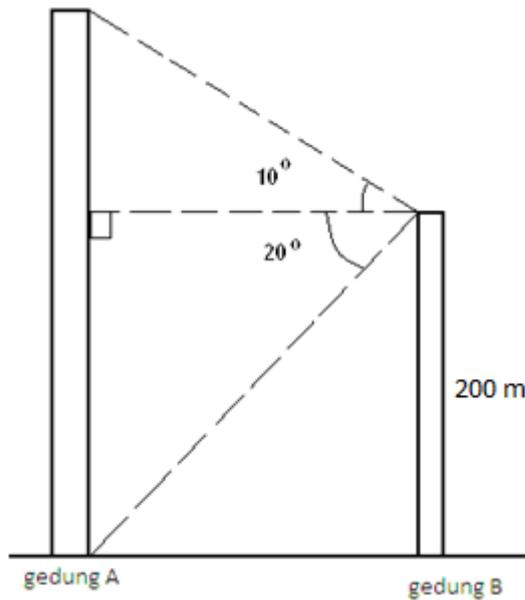


**Aktivitas 2.3.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 2.3.  
(PENENTUAN TINGGI GEDUNG SECARA TIDAK LANGSUNG)**

<p><b>Tujuan:</b> menyelesaikan masalah dengan menggunakan konsep trigonometri</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
--	--

Cermati sketsa gambar dua bangunan beserta sudut depresi dan sudut elevasinya berikut!



Dalam kelompok, dengan berdiskusi dan bekerja sama Anda diminta menentukan ketinggian gedung A.





Kegiatan Pembelajaran 2

**Aktivitas 2.4.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 2.4.  
(PENYUSUNAN SOAL PENILAIAN BERBASIS KELAS)**

<p><b>Tujuan:</b> mampu menyusun soal penilaian berbasis kelas bagi siswa untuk mengembangkan HOTS (<i>Higher Order Thinking Skills</i>) terkait materi Pengenalan Trigonometri berdasarkan Kisi-kisi pada lampiran</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

1. Bacalah bahan bacaan berupa Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik)!
2. Pelajari kisi-kisi yang dikeluarkan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan seperti pada lampiran!
3. Berdasarkan kisi-kisi tersebut, secara mandiri, kembangkanlah **tiga (3)** soal pilihan ganda dan **tiga (3)** soal uraian yang bertipe soal HOTS pada lingkup materi yang dipelajari pada modul ini sesuai format kartu soal berikut!

KARTU SOAL	
Jenjang	: Sekolah Menengah Pertama
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas	:
Materi	: Pengenalan Trigonometri
Kompetensi Dasar	:
Indikator Soal	:
Level	: Pengetahuan dan Pemahaman/Aplikasi/Penalaran *)
Bentuk Soal	: Pilihan Ganda/Uraian *)
BAGIAN SOAL DI SINI	
Kunci Jawaban/Rubrik Penilaian *) :	

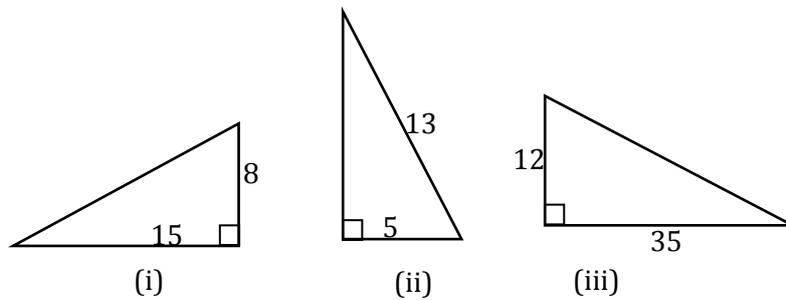
\*) coret yang tidak perlu



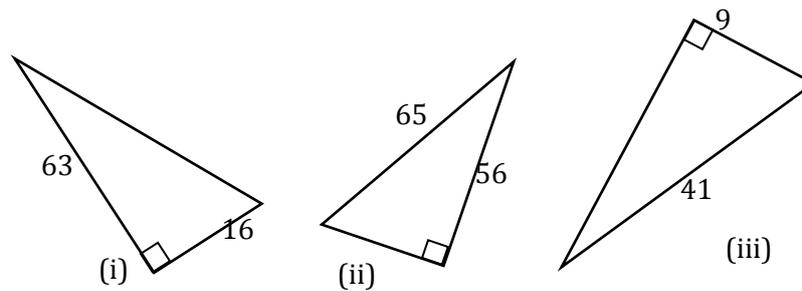


**E. Latihan/Kasus/Tugas**

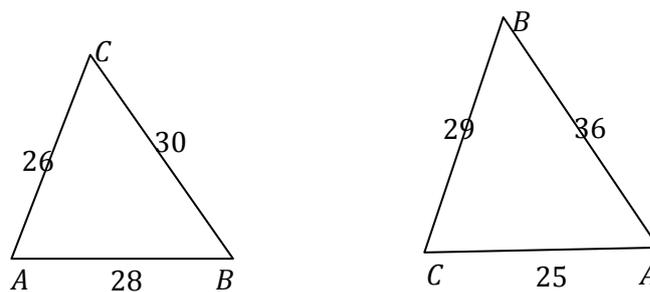
1. Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut lancip dari segitiga-segitiga di bawah ini (namai sendiri sudutnya)



2. Seperti No. 1 untuk segitiga-segitiga berikut



3. Tentukan nilai  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\tan A$ ,  $\sin B$ ,  $\cos B$ , dan  $\tan B$  dari segitiga-segitiga berikut,



4. Jika  $\alpha$  sudut lancip dan  $\sec \alpha = \frac{41}{40}$ . Hitunglah nilai perbandingan trigonometri lainnya.





## Kegiatan Pembelajaran 2

5. Anang berada di suatu tempat di tepi sungai Barito. Ia melihat suatu objek di seberang sungai arah tegak lurus terhadap tepi sungai. Disusurinya tepi sungai itu 40 m sepanjang tepi sungai dan didapatinya bahwa objek yang dilihatnya tadi berarah  $70^\circ$  terhadap lintasan yang dilaluinya. Berapa lebar sungai di tempat Anang berada?

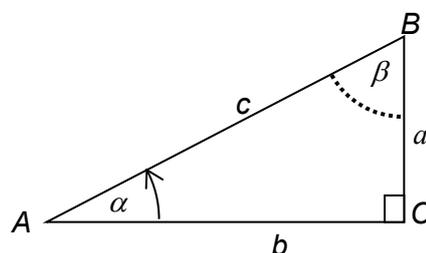
### F. Rangkuman

Trigonometri mengkaji hubungan sisi-sisi pada segitiga siku-siku dikaitkan dengan sudut pada segitiga siku-siku tersebut. Dikenal beberapa perbandingan trigonometri: sinus, kosinus, tangens, kotangen, sekan, dan kosekan. Karena mengkaji segitiga siku-siku, maka teorema Pythagoras menjadi salah satu alat untuk menentukan perbandingan trigonometri. Perbandingan trigonometri ini merupakan penyederhanaan/generalisasi dari konsep kesebangunan sehingga dapat memecahkan masalah-masalah terkait konsep rasio dan perbandingan.

### G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Bagian ini akan memberikan umpan balik terkait aktivitas pembelajaran yang sudah Anda lakukan di kegiatan pembelajaran 2.

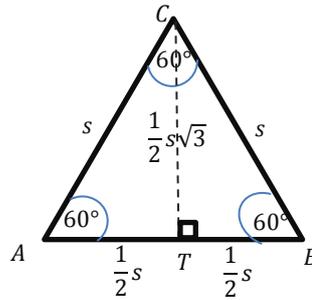
Aktivitas 2.1 menghendaki Anda teliti dan cermat dalam menentukan perbandingan trigonometri. Misal menggunakan segitiga berikut.



Karena  $\tan \alpha = \frac{a}{c}$  dan  $\cot \alpha = \frac{c}{a}$ , maka jelas  $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ . Untuk pembuktian poin lain tentunya dapat Anda selesaikan. Silakan bekerjasama dalam kelompok apabila Anda menemui kesulitan.



Pada aktivitas 2.2, Anda diharap tidak hanya sekedar mengisi tabel, tetapi juga menunjukkan alasannya dengan menggunakan segitiga sama sisi atau segitiga siku-siku. Misal untuk menunjukkan perbandingan trigonometri sudut  $60^\circ$ , gunakan segitiga  $ABC$  sama sisi seperti berikut.

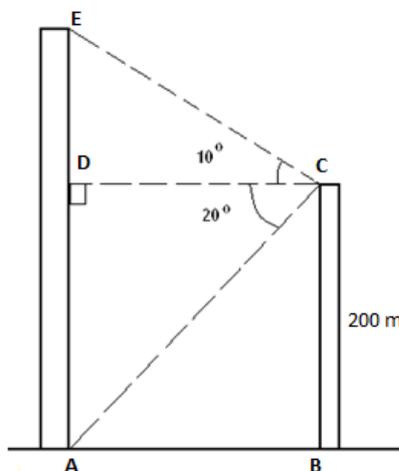


Misal panjang setiap sisi pada segitiga sama sisi tersebut  $s$ . Maka dengan rumus Pythagoras dapat diperoleh tinggi  $CT = \frac{1}{2} s\sqrt{3}$ . Sehingga,

$$\sin 60^\circ = \frac{CT}{BC} = \frac{\frac{1}{2} s\sqrt{3}}{s} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

Selanjutnya silakan melengkapi LK 2.2 sesuai sudut yang diminta.

Aktivitas 2.3 merupakan contoh penyelesaian masalah menggunakan konsep perbandingan trigonometri. Dari sketsa gambar berikut, akan ditentukan tinggi gedung A yakni akan ditentukan panjang  $AE$ .





## Kegiatan Pembelajaran 2

Karena  $AE = AD + DE = BC + DE$  dan telah diketahui  $BC = 200m$  maka kita hanya perlu menemukan nilai  $DE$ . Menggunakan perbandingan trigonometri  $\tan 10^\circ = \frac{DE}{CD}$  maka harus ditemukan nilai  $CD$ . Untuk itu, gunakan  $\tan 20^\circ$ . Berapa hasil yang Anda peroleh?

Adapun untuk mengerjakan aktivitas 2.4., Anda diminta terlebih dahulu mempelajari Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik) terkait pengembangan soal HOTS dan mencermati kisi-kisi pada lampiran terkait lingkup kompetensi terkait trigonometri SMP.

Setelah menyelesaikan aktivitas pada modul ini, secara langsung maupun tidak langsung Anda telah menerapkan karakter tangguh, cermat, teliti, bekerjasama, tekun dan jujur. Jika Anda masih kesulitan memahami materi pada kegiatan pembelajaran ini, jangan menyerah dan teruslah memperbanyak membaca referensi. Silahkan mengidentifikasi kesulitan Anda kemudian mencari penyelesaiannya dengan membaca ulang modul ini, bertanya kepada fasilitator dan rekan sejawat di MGMP.



## Kegiatan Pembelajaran 3

### Bangun Ruang Sisi Datar

#### A. Tujuan

Peserta diklat dapat:

1. menjelaskan konsep bangun ruang bidang sisi datar dengan benar
2. menjelaskan konsep dan rumus diagonal-diagonal yang terdapat di dalam bangun ruang dengan benar
3. menjelaskan konsep dan rumus luas permukaan dan volume dari suatu bangun ruang yang bidang sisinya bagian dari bidang datar dengan benar.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru dapat:

1. menjelaskan kubus dan sifat-sifatnya sebagai suatu bidang banyak
2. menjelaskan prisma dan sifat-sifatnya secara umum
3. menjelaskan balok dan sifat-sifatnya sebagai suatu prisma
4. menjelaskan limas dan sifat-sifatnya secara umum
5. menjelaskan diagonal-diagonal dalam kubus
6. menjelaskan pengukuran diagonal-diagonal dalam kubus
7. menjelaskan diagonal-diagonal dalam balok
8. menjelaskan pengukuran diagonal-diagonal dalam balok
9. menjelaskan luas permukaan bangun ruang bidang sisi datar
10. menjelaskan pengukuran luas permukaan bangun ruang bidang sisi datar
11. menjelaskan volume bangun ruang bidang sisi datar
12. menjelaskan pengukuran volume bangun ruang bidang sisi datar.

## C. Uraian Materi

### 1. Bangun Ruang Sisi Datar

Bangun ruang bidang sisi datar yang dimaksudkan, yaitu bangun ruang yang semua permukaannya merupakan daerah-daerah segibanyak. Bangun ruang bidang sisi datar diklasifikasikan ke dalam tiga jenis, yaitu bidang banyak, prisma, dan limas. Bangun ruang bidang sisi datar yang dipelajari siswa-siswa SMP/MTs, yaitu kubus, balok, prisma, dan limas. Dalam modul ini Anda akan mempelajari kubus sebagai suatu bidang banyak, balok sebagai suatu prisma, prisma, dan limas.

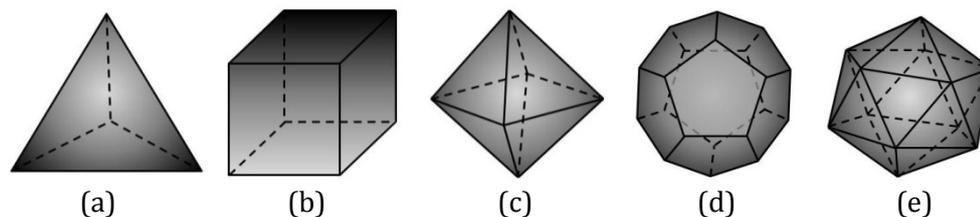
#### a. Kubus

Kubus merupakan salah satu jenis bidang banyak. Sebelum mempelajari lebih dalam tentang kubus, kita pelajari dulu tentang pengertian bidang banyak.

#### Definisi Bidang banyak

Suatu **bidang banyak** (*polyhedron*) adalah gabungan dari sejumlah terhingga (*finite*) daerah-daerah segibanyak sedemikian, sehingga: setiap sisi dari suatu daerah segibanyak merupakan sebuah sisi dari tepat sebuah daerah segibanyak yang lain, dan jika sisi-sisi dari daerah-daerah segibanyak tersebut berpotongan, maka sisi-sisi tersebut berpotongan pada satu titik atau bertemu pada sebuah titik.

Berdasarkan pengertian tersebut, suatu bangun ruang yang terbentuk dari beberapa daerah segibanyak disebut sebagai suatu bidang banyak. Setiap segibanyak pembentuk suatu bidang banyak disebut dengan permukaan (*face*) atau bidang sisi. Pertemuan antara dua buah bidang sisi pada suatu bidang banyak disebut dengan rusuk. Daerah segibanyak dari suatu bidang banyak dapat semua berupa daerah segibanyak beraturan atau kombinasi daerah segibanyak berbeda. Bidang banyak yang semua bidang sisinya berupa daerah segibanyak beraturan dikelompokkan sebagai bidang banyak beraturan. Dalam Geometri Euclides hanya ada 5 buah bidang banyak beraturan. Gambar 32 berikut merupakan gambar dari 5 buah bidang banyak beraturan.



Gambar 32. Bidang-bidang Banyak Beraturan

Sebutan lima bidang banyak beraturan dan bentuk bidang sisi-bidang sisinya dari Gambar 32 disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 3. Tabel Lima Bidang banyak Beraturan

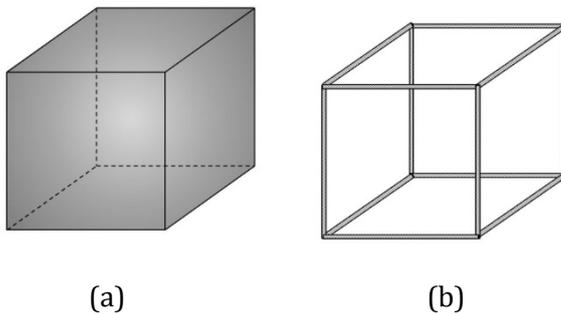
Nama bidang banyak beraturan ( <i>polyhedrä</i> )		Banyak dan bentuk permukaan/bidang sisi ( <i>face</i> )
(a) Bidang empat beraturan	( <i>tetrahedrä</i> )	4 daerah segitiga samasisi
(b) Bidang enam beraturan	( <i>hexahedrä</i> )	6 daerah persegi
(c) Bidang delapan beraturan	( <i>octahedrä</i> )	8 daerah segitiga samasisi
(d) Bidang duabelas beraturan	( <i>dodecahedrä</i> )	12 daerah segilima beraturan
(e) Bidang duapuluh beraturan	( <i>icosahedrä</i> )	20 daerah segitiga samasisi

### Definisi Kubus

**Kubus** merupakan suatu bidang banyak yang terbentuk dari enam buah daerah persegi yang berdimensi/berukuran sama. Atau, kubus adalah bidang banyak yang terbentuk dari enam buah daerah persegi yang sepasang-sepasang saling kongruen.

Berdasarkan definisi tersebut, kubus diklasifikasikan sebagai bidang banyak beraturan, dengan sebutan bidang enam beraturan atau heksahedra/heksahedron (dalam bahasa Latin). Jika setiap sisi daerah persegi pembentuk suatu kubus berukuran  $s$ , maka kubus tersebut dikatakan berdimensi  $s \times s \times s$  atau berdimensi  $s$ .

#### Kegiatan Pembelajaran 4



Gambar 33. Kubus dan Kerangka Kubus

Gambar 33(a) menunjukkan Gambar sebuah kubus yang dimaksud sebagai suatu bidang enam beraturan. Setiap permukaan atau bidang sisi sebuah kubus berupa daerah persegi (bujursangkar).

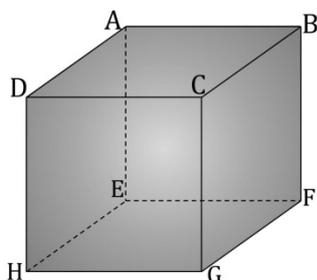
Gambar garis putus-putus menunjukkan sisi daerah persegi yang tidak kelihatan langsung di depan mata. Ada 6 daerah persegi yang sepasang-sepasang bertemu sisinya sehingga kubus mempunyai enam buah permukaan atau enam buah bidang sisi. Setiap bidang sisi sebuah kubus berupa daerah persegi, bukan persegi. Setiap bidang sisi kubus, setiap sisinya bertemu/berimpit dengan sisi dari bidang sisi yang lain. Jadi, setiap bidang sisi kubus bertemu dengan empat buah bidang sisi yang berbeda dan pertemuannya pada sebuah sisi.

Setiap pertemuan dua buah bidang sisi pada sebuah kubus disebut rusuk kubus. Gambar 30(b), menunjukkan keduabelas rusuk kubus (ditunjukkan rusuk-rusuknya saja dari suatu kubus tanpa bidang sisinya). Gambar 30(b) merupakan gambar alat peraga yang mewujudkan suatu kubus, yang dinamakan alat peraga kerangka kubus. Karena sebuah rusuk pada suatu kubus merupakan sebuah sisi dari suatu daerah persegi pembentuknya, maka setiap rusuk pada sebuah kubus berupa sebuah ruas garis. Setiap dua bidang sisi kubus bertemu pada rusuk-kubus, ada enam bidang sisi dalam suatu kubus, sehingga suatu kubus mempunyai 12 rusuk-kubus. Untuk pembahasan tentang kubus selanjutnya *phrase* “rusuk-kubus” disingkat dengan kata “rusuk”.

Pertemuan setiap tiga buah rusuk pada sebuah kubus berupa sebuah titik, yang dinamakan titik sudut kubus. Karena setiap tiga bidang sisi kubus bertemu di satu titik sudut kubus, maka setiap titik sudut kubus juga merupakan titik sudut ruang dalam kubus.

Bahwa pada suatu kubus setiap tiga rusuk bertemu pada sebuah titik, dan kubus **mempunyai** 12 rusuk, sehingga suatu kubus memiliki 8 buah titik sudut kubus atau 8 buah titik sudut ruang dalam kubus. Karena kubus mempunyai 8 buah

titik sudut kubus, sehingga diperlukan 8 huruf untuk memberi nama kedelapan titik sudut kubus. Jika setiap titik sudut kubus diberi nama, maka nama kubus mengikuti rangkaian nama titik-titik sudutnya.



Gambar 34. Kubus  $ABCD.EFGH$

Gambar 34 merupakan contoh pemberian nama titik-titik sudut dari suatu kubus. Nama-nama titik sudut kubus digunakan juga untuk menunjukkan nama rusuk-rusuk kubus; dalam hal ini sebagai nama ujung-ujung ruas garis sebagai wujud rusuk kubus.

Gambar 34 menunjukkan gambar kubus  $ABCD.EFGH$ , yaitu kubus yang titik-titik sudutnya diberi nama  $A, B, C, D, E, F, G,$  dan  $H$ . Pemberian nama titik dalam contoh ini dipilih huruf-huruf secara urut mengikuti urutan abjad untuk mempermudah penyebutannya. Kubus  $ABCD.EFGH$  merupakan gabungan 6 daerah persegi, yaitu daerah persegi  $ABCD$  (bidang sisi  $ABCD$ ), daerah persegi  $ADHE$  (bidang sisi  $ADHE$ ), daerah persegi  $ABFE$  (bidang sisi  $ABFE$ ), daerah persegi  $BCGF$  (bidang sisi  $BCGF$ ), daerah persegi  $DCGH$  (bidang sisi  $DCGH$ ), dan daerah persegi  $EFGH$  (bidang sisi  $EFGH$ ).

Sebutan bagi kubus  $ABCD.EFGH$  pada Gambar 34 tersebut dapat juga ditulis kubus  $EFGH.ABCD$ . Ditulis empat-empat huruf yang dipisahkan dengan titik; " $ABCD.EFGH$ ", dengan maksud untuk menunjukkan pembentuknya berupa daerah segiempat. Urutan huruf dalam susunan empat huruf pertama dan empat huruf kedua menunjukkan titik-titik tersebut merupakan ujung-ujung rusuknya. Rusuk-rusuk kubus  $ABCD.EFGH$  tersebut, yaitu  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}, \overline{EF}, \overline{FG}, \overline{GH}, \overline{EH}, \overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG},$  dan  $\overline{DH}$ .

Setiap dua bidang sisi pada sebuah kubus yang tidak bertemu, dikatakan dua bidang sisi yang berhadapan, dan kedua bidang sisi yang berhadapan tersebut saling sejajar. Dari Gambar 31, bidang sisi  $ABFE$  berhadapan dengan bidang sisi  $DCGH$ , bidang sisi  $ADHE$  berhadapan dengan bidang sisi  $BCGF$ , bidang sisi  $ABCD$  berhadapan dengan bidang sisi  $EFGH$ . Adakah pasangan yang lain?



#### Kegiatan Pembelajaran 4

Bidang sisi  $ABFE$  yang berhadapan dengan bidang sisi  $DCGH$  dapat dikatakan pula bahwa bidang sisi  $ABFE$  sejajar dengan bidang sisi  $DCGH$ . Bidang sisi  $ADHE$  yang berhadapan dengan bidang sisi  $BCGF$  dapat dikatakan pula bahwa bidang sisi  $ADHE$  sejajar dengan bidang sisi  $BCGF$ . Bidang sisi  $ABCD$  yang berhadapan dengan bidang sisi  $EFGH$  dapat dikatakan pula bahwa bidang sisi  $ABCD$  sejajar dengan bidang sisi  $EFGH$ .

Dua buah rusuk dalam suatu kubus dapat bertemu/berpotongan atau tidak bertemu. Setiap dua buah rusuk yang bertemu dalam suatu kubus, maka pertemuan keduanya di suatu titik, yaitu pada ujung-ujung rusuk tersebut. Setiap dua buah rusuk yang tidak bertemu dalam suatu kubus, kedua rusuk tersebut dapat berhadapan atau kedua rusuk tersebut bersilangan.

Dalam Gambar 34, rusuk  $\overline{AD}$  dan rusuk  $\overline{BC}$ , keduanya terletak pada bidang sisi  $ABCD$ . Bidang sisi  $ABCD$  merupakan suatu daerah persegi  $ABCD$ . Dalam daerah persegi  $ABCD$ , sisi  $\overline{AD}$  dan sisi  $\overline{BC}$  saling sejajar. Karena itulah rusuk  $\overline{AD}$  dan rusuk  $\overline{BC}$  dalam kubus  $ABCD.EFGH$ , keduanya saling sejajar. Dalam lambang Geometri dituliskan  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ; rusuk  $\overline{AD}$  sejajar dengan rusuk  $\overline{BC}$ . Coba sebutkan pasangan lainnya! Perhatikan, bahwa lambang sejajar, yaitu “ $\parallel$ ” (bukan “ $///$ ”), sedangkan lambang tidak sejajar, yaitu “ $\nparallel$ ”.

Dua rusuk yang tidak bertemu/berpotongan dan tidak saling sejajar dalam suatu kubus, kedua rusuk tersebut dikatakan saling bersilangan. Dari Gambar 34, rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{AB}$ , keduanya tidak bertemu dan juga tidak sejajar. Oleh karena itu rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{AB}$  dikatakan saling bersilangan, ditulis “ $\overline{CG} \nparallel \overline{AB}$ ”. Rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{AD}$ , keduanya tidak bertemu dan juga tidak sejajar. Oleh karena itu rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{AD}$  juga dikatakan saling bersilangan, ditulis “ $\overline{CG} \nparallel \overline{AD}$ ”. Dari Gambar 31, rusuk  $\overline{CG}$  juga tidak bertemu dengan rusuk  $\overline{EF}$ , dan keduanya juga tidak sejajar. Oleh karena itu, rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{EF}$  juga dikatakan saling bersilangan, ditulis “ $\overline{CG} \nparallel \overline{EF}$ ”. Rusuk  $\overline{CG}$  tidak bertemu dengan rusuk  $\overline{EH}$ , dan keduanya juga tidak sejajar. Oleh karena itu rusuk  $\overline{CG}$  dan rusuk  $\overline{EH}$  juga dikatakan saling bersilangan, ditulis “ $\overline{CG} \nparallel \overline{EH}$ ”. Jadi, melalui Gambar 34, bertumpu pada sebuah rusuk, yaitu rusuk  $\overline{CG}$ , terdapat 4 buah rusuk yang bersilangan dengannya. Dengan perkataan lain, dalam kubus  $ABCD.EFGH$ ,



sebuah rusuk berpasangan dengan empat rusuk lain dengan relasi saling bersilangan.

**b. Balok dan Prisma**

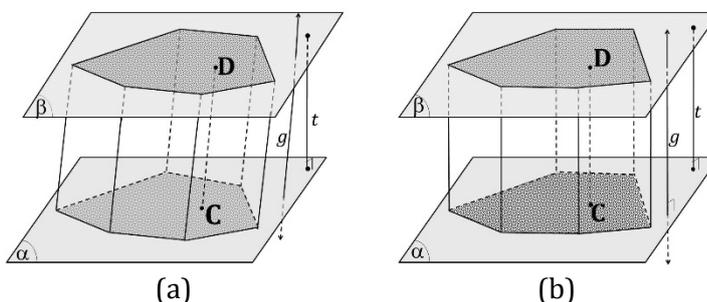
Sebuah balok merupakan sebuah prisma. Tetapi sebuah prisma belum tentu merupakan sebuah balok. Seringkali orang memahami balok dan prisma sebagai dua hal yang terpisah. Oleh karena itu, kita pelajari dulu tentang prisma untuk memahami pengertian balok.

**Definisi Prisma**

Misalkan  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah dua buah bidang yang saling sejajar,  $R$  sebuah daerah segibanyak pada bidang- $\alpha$ , dan sebuah garis  $g$  yang tidak sejajar terhadap kedua bidang tersebut dan tidak memotong daerah segibanyak tersebut. Untuk setiap titik pada daerah segibanyak  $R$ , misalnya  $C$ , terdapat  $\overline{CD}$ , suatu ruas garis yang sejajar dengan  $g$  sedemikian, sehingga titik  $D$  pada bidang- $\beta$ . Setiap titik pada bidang- $\beta$  seperti titik  $D$  membentuk suatu daerah segibanyak  $R'$ . Gabungan semua ruas garis tersebut dan interior-interior daerah segibanyak  $R$  dan  $R'$  dinamakan suatu **prisma**.

Daerah segibanyak  $R$  tersebut dinamakan **bidang alas** atau **base** dari prisma. Himpunan semua titik yang identik dengan titik  $D$ , yang terletak pada bidang- $\beta$  tersebut dinamakan **bidang atas** prisma. Jarak antara bidang alas dan bidang atas suatu prisma merupakan **tinggi** prisma.

Gambar 35 menunjukkan visualisasi dari Definisi Prisma dengan dua kemungkinan. Kemungkinan I, Gambar 35(a), dan Kemungkinan II Gambar 32(b).



Gambar 35. Visualisasi dari Definisi Prisma

Kemungkinan I, Gambar 35(a), garis  $g$  tidak tegak lurus terhadap bidang- $\alpha$  maupun bidang- $\beta$ , karena bidang- $\alpha$  sejajar dengan bidang- $\beta$ . Kemungkinan II,





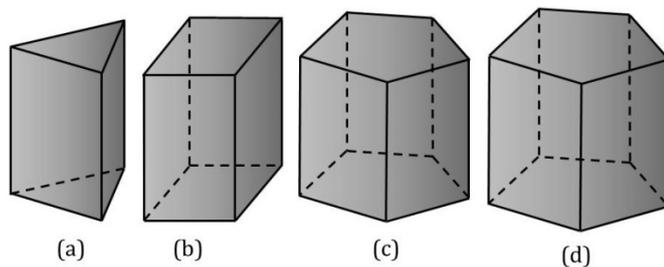
## Kegiatan Pembelajaran 4

Gambar 35(b), garis  $g$  tegak lurus terhadap bidang- $\alpha$  maupun bidang- $\beta$ , karena bidang- $\alpha$  sejajar dengan bidang- $\beta$ . Jarak antara bidang- $\alpha$  dan bidang- $\beta$ , ditunjukkan dengan gambar ruas garis, berukuran  $t$ . Jarak antara bidang- $\alpha$  dan bidang- $\beta$  tersebut sebagai tinggi prisma.

Setiap titik seperti titik  $C$  terletak di daerah segibanyak  $R$ , artinya titik tersebut terletak pada sisi daerah segibanyak  $R$  atau titik tersebut terletak di daerah dalam (*interior*) segibanyak  $R$ . Karena ruas garis, seperti  $\overline{CD}$ , sejajar terhadap garis  $g$ , maka setiap titik, seperti titik  $D$ , membentuk suatu daerah segibanyak  $R'$  pada bidang- $\beta$ . Misalkan titik  $C$  terletak pada sisi daerah segibanyak  $R$ , maka titik  $D$  juga terletak pada sisi daerah segibanyak  $R'$ , sehingga ruas garis  $\overline{CD}$  sejajar dengan garis  $g$ . Misalkan titik  $C$  terletak di daerah dalam daerah segibanyak  $R$ , maka titik  $D$  juga terletak di daerah dalam daerah segibanyak  $R'$ , sehingga ruas garis  $\overline{CD}$  sejajar dengan garis  $g$ .

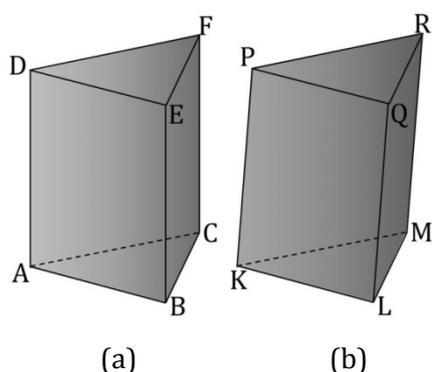
Berdasarkan penjelasan tentang ruas garis  $\overline{CD}$  yang dimaksud dalam Definisi Prisma, cukup jelas bahwa suatu prisma merupakan gabungan ruas-ruas garis yang sejajar dengan suatu garis dan ujung-ujung ruas-ruas garis tersebut pada dua daerah segibanyak sebagai bidang alas dan bidang atas. Setiap titik pada bidang alas prisma dikorespondensikan oleh ruas garis dengan satu titik pada bidang atas prisma, sehingga bidang alas dan bidang atas suatu prisma, keduanya saling kongruen. Berdasarkan Definisi Prisma, suatu prisma merupakan suatu benda pejal/padat.

Prisma-prisma diklasifikasikan menurut bentuk bidang alasnya: prisma yang bidang alasnya berbentuk segitiga dinamakan prisma segitiga (Gambar 36(a)), prisma yang bidang alasnya berbentuk segiempat dinamakan prisma segiempat (Gambar 36(b)), prisma yang bidang alasnya berbentuk segilima dinamakan prisma segilima (gambar 36(c)), prisma yang bidang alasnya berbentuk segienam dinamakan prisma segienam (Gambar 36(d)), dan seterusnya.



Gambar 36. Visualisasi Empat Jenis Prisma

Ada berbagai macam segibanyak sehingga ada berbagai macam prisma sesuai bidang alasnya. Pemberian nama suatu prisma, dengan memberi nama titik-titik sudut bidang alas maupun bidang atas. Nama setiap titik sudut bidang alas maupun bidang atas suatu prisma menggunakan nama dengan huruf *capital alphabetic*. Sebutan suatu prisma didahului klasifikasinya diikuti nama-nama titik sudut bidang alasnya dan bidang atasnya.



Gambar 37. Prisma Tegak Segitiga  $ABC.DEF$  dan Prisma condong Segitiga  $KLM.PQR$

Misalnya prisma tegak segitiga  $ABC.DEF$ , prisma condong segitiga  $KLM.PQR$ ; tiga huruf pertama menunjukkan titik-titik sudut bidang alasnya dan tiga huruf berikutnya (dipisahkan dengan tanda titik) menunjukkan titik-titik sudut bidang atas yang berkorespondensi mengikuti rusuk tegaknya.

**Definisi Rusuk tegak, Bidang sisi, Selimut, Permukaan Prisma**

**Rusuk tegak** suatu prisma adalah unsur prisma yang berupa ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan titik-titik sudut bidang alas dan bidang atas prisma yang berkorespondensi. **Bidang sisi** suatu prisma adalah gabungan unsur-unsur prisma yang ujung-ujungnya merupakan titik-titik pada sisi-sisi bidang alas dan bidang atas prisma tersebut yang berkorespondensi. **Selimut** suatu prisma adalah gabungan semua bidang sisi prisma tersebut.



## Kegiatan Pembelajaran 4

**Permukaan** suatu prisma adalah gabungan dari selimut, bidang alas, dan bidang atas prisma tersebut.

Ruas-ruas garis pembentuk prisma dapat tegak lurus terhadap bidang alas, dapat juga tidak tegak lurus terhadap bidang alasnya. Jika ruas-ruas garis pembentuk prisma tegak lurus terhadap bidang alasnya, maka rusuk-rusuk tegak prisma tersebut tegak lurus terhadap bidang alasnya. Prisma yang semua rusuk tegaknya tegak lurus terhadap bidang alasnya disebut prisma tegak. Gambar 37(a) merupakan contoh gambar suatu prisma tegak segitiga  $ABC.DEF$ . Jika ruas-ruas garis pembentuk prisma tidak tegak lurus terhadap bidang alasnya, maka rusuk-rusuk tegak prisma tersebut tidak tegak lurus terhadap bidang alasnya. Prisma yang semua rusuk tegaknya tidak tegak lurus terhadap bidang alasnya disebut prisma miring/prisma condong. Gambar 37(b) merupakan contoh gambar suatu prisma condong segitiga  $KLM.PQR$ .

Untuk memahami definisi bidang alas, bidang atas, rusuk tegak, bidang sisi, selimut, dan permukaan prisma, dalam modul ini penjelasan isi definisi tersebut memanfaatkan prisma segitiga, dengan bantuan Gambar 37, yang selanjutnya dianalogikan pada jenis prisma yang lain.

Gambar 37(a), Prisma tegak segitiga  $ABC.DEF$ :

- Bidang alasnya, yaitu daerah segitiga  $ABC$  (bidang alas  $ABC$ ), dan bidang atasnya, yaitu daerah segitiga  $DEF$  (bidang atas  $DEF$ );
- Bidang-bidang sisinya, yaitu: daerah persegipanjang  $ABED$  (bidang sisi  $ABED$ ), daerah persegipanjang  $ACFD$  (bidang sisi  $ACFD$ ), daerah persegipanjang  $BCFE$  (bidang sisi  $BCFE$ );
- Rusuk tegak-rusuk tegaknya, yaitu: rusuk  $AD$  ( $\overline{AD}$ ), rusuk  $BE$  ( $\overline{BE}$ ), rusuk  $CF$  ( $\overline{CF}$ );
- Selimutnya, yaitu gabungan bidang sisi  $ABED$ , bidang sisi  $ACFD$ , dan bidang sisi  $BCFE$ ;
- Permukaannya, yaitu gabungan bidang alas  $ABC$ , bidang atas  $DEF$ , bidang sisi  $ABED$ , bidang sisi  $ACFD$ , dan bidang sisi  $BCFE$ .

Gambar 37(b), Prisma condong segitiga  $KLM.PQR$ :

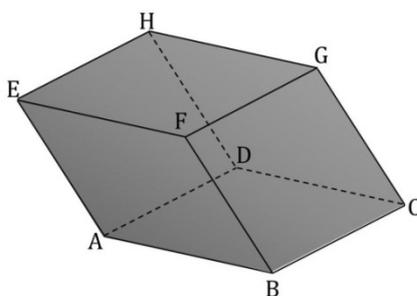
- Bidang alasnya, yaitu daerah segitiga  $KLM$  (bidang alas  $KLM$ ), dan bidang atasnya, yaitu daerah segitiga  $PQR$  (bidang atas  $PQR$ );
- Bidang-bidang sisinya, yaitu: daerah jajargenjang  $KLQP$  (bidang sisi  $KLQP$ ), daerah jajargenjang  $LMRQ$  (bidang sisi  $LMRQ$ ), daerah jajargenjang  $KMRP$  (bidang sisi  $KMRP$ );
- Rusuk tegak-rusuk tegaknya, yaitu: rusuk  $KP$  ( $\overline{KP}$ ), rusuk  $LQ$  ( $\overline{LQ}$ ), rusuk  $MR$  ( $\overline{MR}$ );
- Selimutnya, yaitu: gabungan bidang sisi  $KLQP$ , bidang sisi  $LMRQ$ , dan bidang sisi  $KMRP$ ;
- Permukaannya, yaitu gabungan bidang alas  $KLM$ , bidang atas  $PQR$ , bidang sisi  $KLQP$ , bidang sisi  $LMRQ$ , dan bidang sisi  $KMRP$ .

**Definisi Paralelepipedum, Paralelepipedum Siku-siku**

Suatu paralelepipedum (baca: *parallel-epi-pedum*) adalah suatu prisma yang bidang alas dan bidang atasnya berupa daerah jajargenjang yang saling kongruen dan bidang-bidang sisinya juga berupa daerah jajargenjang.

Suatu paralelepipedum siku-siku adalah paralelepipedum tegak yang bidang alas dan bidang atasnya berupa daerah persegipanjang atau suatu prisma tegak persegipanjang.

Dari definisi paralelepipedum, cukup jelas kiranya, bahwa suatu paralelepipedum merupakan suatu jenis prisma condong segiempat, atau disebut sebagai prisma condong jajargenjang. Gambar 38 merupakan visualisasi dari paralelepipedum.



Gambar 38. Paralelepipedum  $ABCD.EFGH$

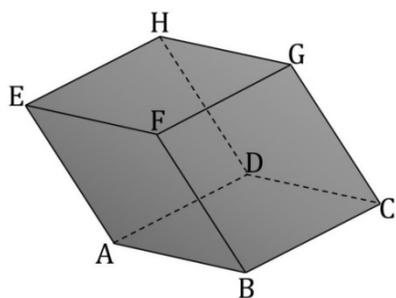


#### Kegiatan Pembelajaran 4

*Paralelepipedum* yang digambarkan dalam Gambar 35 dinamakan *paralelepipedum ABCD.EFGH*. Dalam hal ini dipilih daerah jajargenjang *ABCD* sebagai bidang alas dan daerah jajargenjang *EFGH* sebagai bidang atas. Keduanya saling kongruen dan sejajar. Empat rusuk tegaknya, yaitu  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BF}$ ,  $\overline{CG}$ , dan  $\overline{DH}$ . Keempat rusuk tegak tersebut saling kongruen, sehingga  $\overline{AE} \cong \overline{BF} \cong \overline{CG} \cong \overline{DH}$ .

Dalam paralelepipedum *ABCD.EFGH*, bidang sisi *ABFE*, bidang sisi *ADHE*, bidang sisi *BCGF*, dan bidang sisi *DCGH*, masing-masing berupa daerah jajargenjang. Gabungan antara bidang sisi *ABFE*, bidang sisi *ADHE*, bidang sisi *BCGF*, dan bidang sisi *DCGH* merupakan selimut dari *paralelepipedum ABCD.EFGH*. Dan permukaan *paralelepipedum ABCD.EFGH* adalah gabungan antara bidang alas *ABCD*, bidang atas *EFGH*, bidang sisi *ABFE*, bidang sisi *ADHE*, bidang sisi *BCGF*, dan bidang sisi *DCGH*.

Bidang alas, bidang atas, dan bidang-bidang sisi suatu *paralelepipedum* berupa daerah jajargenjang. Belahketupat merupakan suatu jajargenjang. Bidang alas, bidang atas, dan bidang-bidang sisi suatu *paralelepipedum* dapat berupa daerah belahketupat. Suatu *paralelepipedum* yang bidang alas, bidang atas, dan semua bidang sisinya berupa belahketupat dinamakan ***rhoemboeder***.



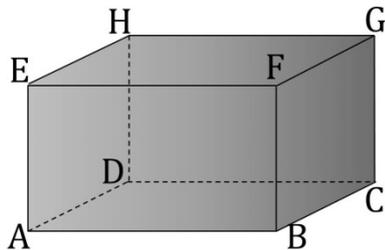
Gambar 39. *Rhoemboeder ABCD.EFGH*

Gambar 39 menunjukkan visualisasi dari suatu *rhoemboeder ABCD.EFGH*. Dalam Gambar 39, setiap daerah segiempat yang terlihat berupa suatu belahketupat. Keenam daerah belahketupat tersebut saling kongruen.

Dalam definisi paralelepipedum disebutkan, bahwa suatu paralelepipedum siku-siku adalah paralelepipedum-tegak yang bidang alas dan bidang atasnya berupa daerah persegipanjang. Karena paralelepipedum siku-siku merupakan paralelepipedum tegak, maka keempat rusuk tegaknya tegak lurus terhadap bidang alas maupun bidang atasnya. Hal ini menunjukkan bahwa keempat bidang sisi paralelepipedum siku-siku berupa daerah persegipanjang. Jadi



bidang alas, bidang atas, dan semua bidang sisi suatu paralelepipedum siku-siku berupa daerah persegipanjang.



Gambar 40. Balok  $ABCD.EFGH$

Suatu paralelepipedum siku-siku disebut juga suatu prisma-tegak persegipanjang. Dalam matematika Indonesia paralelepipedum siku-siku tersebut dinamakan dengan **balok**. Jadi suatu balok merupakan suatu prisma-tegak persegipanjang, sehingga semua sifat prisma berlaku pada balok.

Karena suatu prisma berupa benda pejal, maka balok pun juga berupa benda pejal.

Pemberian nama suatu balok serupa pemberian nama pada prisma. Misalnya seperti dalam Gambar 37 yang menunjukkan suatu balok yang setiap titik sudut pada bidang alasnya diberi nama  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dan  $D$ , sedangkan setiap titik sudut pada bidang atasnya diberi nama  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , dan  $H$ .

Pada Gambar 40, balok  $ABCD.EFGH$  mempunyai:

- Bidang alasnya, yaitu bidang alas  $ABCD$ , dan bidang atasnya, yaitu bidang atas  $EFGH$ ;
- Bidang sisi-bidang sisinya, yaitu: bidang sisi  $ABFE$ , bidang sisi  $BCGF$ , bidang sisi  $CDHG$ , dan bidang sisi  $ADHE$ . Berdasarkan definisi prisma, karena balok merupakan suatu prisma, maka gabungan bidang-bidang sisi balok merupakan selimut balok, sedangkan permukaan balok adalah gabungan bidang alas, bidang atas, dan bidang-bidang sisi balok.
- Rusuk tegak-rusuk tegak: rusuk  $AE$  ( $\overline{AE}$ ), rusuk  $BF$  ( $\overline{BF}$ ), rusuk  $CG$  ( $\overline{CG}$ ), rusuk  $DH$  ( $\overline{DH}$ ). Berdasarkan definisi prisma, dan balok juga merupakan suatu prisma, maka ruas garis-ruas garis:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{GH}$ ,  $\overline{EH}$ , tidak dinyatakan sebagai rusuk. Namun dalam pembelajaran matematika di sekolah kedelapan ruas garis tersebut dinyatakan sebagai rusuk balok. Untuk membedakannya dengan rusuk tegak, kedelapan ruas garis tersebut



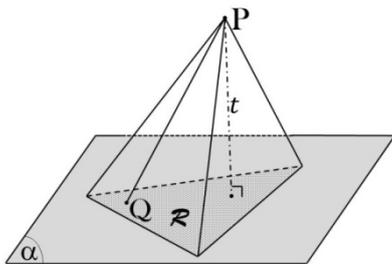
## Kegiatan Pembelajaran 4

kita sebut sebagai: rusuk bidang alas; yaitu:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD}$ , dan rusuk bidang atas; yaitu  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{GH}$ ,  $\overline{EH}$ , dari suatu balok  $ABCD.EFGH$ .

### c. Limas

#### Definisi Limas

Dipandang suatu bidang- $\alpha$  yang memuat sebuah daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  dan suatu titik  $P$  tidak pada bidang- $\alpha$ . Untuk setiap titik  $Q$  pada  $\mathcal{R}$  (pada sisi-sisi maupun di daerah dalam segibanyak) tersebut, ada ruas garis  $\overline{PQ}$ . Gabungan semua ruas-ruas garis tersebut dinamakan **limas**. Jarak antara titik  $P$  dan bidang- $\alpha$  adalah tinggi limas tersebut.



Gambar 41. Visualisasi Definisi Limas

Gambar 41 merupakan visualisasi Definisi Limas, dalam hal ini daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  dimisalkan daerah segitiga. Dalam definisi limas tersebut, titik  $P$  disebut puncak limas, daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  dinamakan bidang alas.

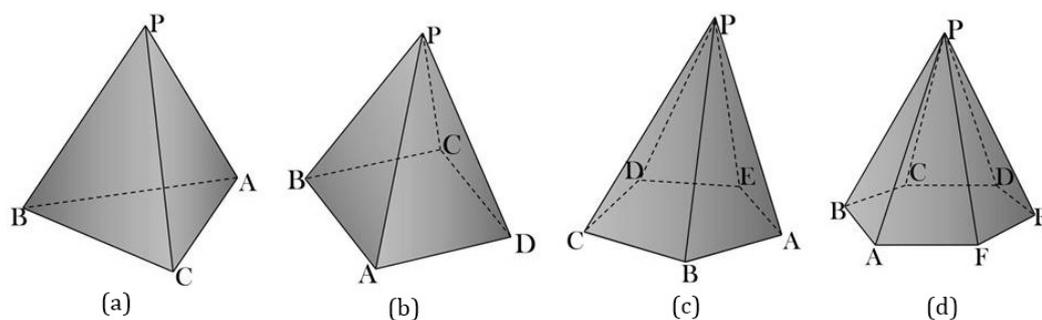
Yang dimaksudkan daerah segibanyak  $\mathcal{R}$ , di sini adalah segibanyak apapun beserta semua titik di daerah dalamnya. Jadi, bidang alas suatu limas dapat berupa daerah segitiga, daerah segiempat, daerah segilima, daerah segienam, daerah segitujuh, dan seterusnya. Jarak dari puncak limas ke bidang yang memuat bidang alas limas merupakan tinggi limas (dilambangkan dengan  $t$ ). Dari definisi limas tersebut, ternyata suatu limas merupakan suatu benda pejal, bukan benda berongga. Mengapa demikian? Karena ruas garis pembentuk limas tersebut, dilambangkan  $\overline{PQ}$ , salah satu ujungnya adalah puncak limas ( $P$ ), sedangkan ujungnya yang lain ( $Q$ ) adalah titik pada sisi atau di daerah dalam bidang alas limas.

Daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  memiliki sisi-sisi dan titik-titik sudut. Sisi-sisi daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  dinamakan batas bidang alas. Semua titik sudut daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  perlu diberi nama dengan huruf *capital alphabetic*. Nama titik



puncak limas dan nama-nama titik sudut daerah segibanyak  $\mathcal{R}$  digunakan untuk memberi nama limas.

Jenis-jenis limas didasarkan dari bentuk daerah segibanyak  $\mathcal{R}$ . Contoh-contoh limas ditunjukkan dalam Gambar 42.



Gambar 42. Contoh-contoh Limas

Gambar 41(a) menunjukkan suatu contoh limas segitiga  $P.ABC$ . Gambar 41(b) menunjukkan suatu contoh limas segiempat  $P.ABCD$ . Gambar 41(c) menunjukkan suatu contoh limas segilima  $P.ABCDE$ . Gambar 41(d) menunjukkan suatu contoh limas segienam  $P.ABCDEF$ .

Penulisan susunan huruf kapital pada bagian akhir nama limas yang dipisahkan dengan tanda titik, misalkan  $P.ABCD$ , menunjukkan huruf pertama sebagai nama puncak limas, dan huruf-huruf berikutnya merupakan titik-titik sudut bidang alas limas. Nama puncak limas tidak harus  $P$ , semua huruf kapital bisa digunakan, dengan syarat nama puncak limas harus berbeda dengan nama-nama titik sudut bidang alas limas.

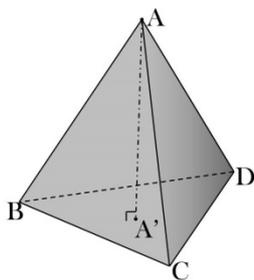
### Definisi Garis Pelukis, Rusuk Tegak, Bidang Sisi, Selimut, dan Permukaan Limas

**Garis pelukis** limas adalah ruas garis pembentuk limas yang salah satu ujungnya terletak pada sisi bidang alas limas. **Rusuk tegak** limas adalah garis pelukis limas yang salah satu ujungnya merupakan titik sudut bidang alas limas. **Bidang sisi** limas adalah gabungan dua rusuk tegak yang berdekatan dan semua garis pelukis di antara dua rusuk tegak tersebut. **Selimut** limas adalah gabungan semua bidang sisi dalam suatu limas.

#### Kegiatan Pembelajaran 4

**Permukaan** limas adalah gabungan bidang alas dan semua bidang sisi dalam suatu limas.

Untuk memahami definisi garis pelukis, rusuk tegak, bidang sisi, selimut, dan permukaan limas tersebut dipilih Gambar 41(a), yang dalam hal ini memanfaatkan limas segitiga  $P.ABC$ . Limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu limas dengan puncak  $P$  dan bidang alasnya daerah segitiga  $ABC$ . Beberapa garis pelukis limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu ruas garis-ruas garis  $\overline{PA}$ ,  $\overline{PB}$ ,  $\overline{PC}$ , dan misalkan  $\overline{PQ}$ , dalam hal ini  $Q$  titik pada sisi bidang alas  $ABC$ . Ketiga rusuk tegak limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu ruas-ruas garis  $\overline{PA}$ ,  $\overline{PB}$ , dan  $\overline{PC}$ . Salah satu bidang sisi limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu daerah segitiga  $PAC$  dan dinamakan bidang sisi  $PAC$ . Bidang-bidang sisi limas segitiga  $P.ABC$  yang lainnya, yaitu daerah segitiga  $PAB$  yang dinamakan bidang sisi  $PAB$  dan daerah segitiga  $PBC$  yang dinamakan bidang sisi  $PBC$ . Selimut limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu gabungan dari bidang sisi  $PAB$ , bidang sisi  $PAC$ , dan bidang sisi  $PBC$ . Permukaan limas segitiga  $P.ABC$ , yaitu gabungan dari bidang alas  $ABC$ , bidang sisi  $PAB$ , bidang sisi  $PAC$ , dan bidang sisi  $PBC$ .



Gambar 43. Visualisasi Tinggi Limas Segitiga  $A.BCD$

Jarak antara puncak limas dan bidang yang memuat bidang alas limas, atau jarak antara puncak limas dan bidang alas limas dapat dipikirkan sebagai jarak antara puncak limas dan proyeksinya ke bidang yang memuat bidang alas limas.

Gambar 43 menunjukkan proyeksi puncak limas ke bidang yang memuat bidang alas limas; dalam hal ini memanfaatkan limas segitiga  $A.BCD$  (limas dengan puncak  $A$  dan bidang alasnya berupa daerah segitiga  $BCD$ ). Jarak antara titik  $A$  dan titik  $A'$  tersebut sebagai tinggi limas segitiga  $A.BCD$ .

Jika proyeksi puncak limas ke bidang yang memuat bidang alas limas terletak pada bidang alas limas, maka limas tersebut dikatakan sebagai **limas tegak**. Dalam hal ini, proyeksi puncak limas dapat terletak di daerah dalam bidang alas, atau terletak pada batas bidang alas, atau berimpit dengan titik sudut bidang alas. Jika proyeksi puncak limas ke bidang yang memuat bidang alas

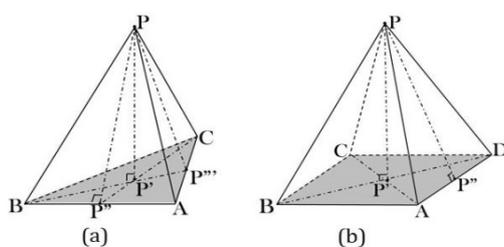
limas terletak di luar bidang alas limas, maka limas tersebut dikatakan sebagai **limas condong/miring**. Dalam pembelajaran matematika di sekolah, limas tegak inilah yang pada umumnya dibelajarkan/dipelajari siswa.

### Definisi Limas Beraturan, Apothema

Suatu **limas beraturan** adalah suatu limas yang bidang alasnya berupa daerah segibanyak beraturan, dan proyeksi puncaknya berimpit dengan titik pusat bidang alas limas. **Apothema limas beraturan** adalah jarak antara puncak limas dan batas bidang alas limas. **Apothema** limas beraturan dilambangkan dengan “ $s$ ”, dan tinggi limas dilambangkan dengan “ $h$ ” atau “ $l$ ”.

Berdasarkan definisi tersebut, limas beraturan merupakan suatu limas tegak. Berdasarkan definisi limas beraturan tersebut, maka bidang sisi suatu limas beraturan berupa daerah segitiga samakaki. Semua bidang sisi suatu limas beraturan saling kongruen. Apothema merupakan suatu bilangan real positif, dan bukan suatu ruas garis, tetapi panjang ruas garis. Apothema limas hanya dimiliki oleh limas beraturan, karena nilainya tunggal untuk suatu limas beraturan (mengapa?). Dalam pembelajaran di kelas, Anda dapat pula mengajukan pertanyaan tersebut kepada siswa untuk melatih kemampuan berpikir kritisnya.

Berdasarkan definisi tersebut, jika suatu limas merupakan limas tegak, tetapi proyeksi puncaknya tidak berimpit dengan titik pusat bidang alasnya, maka limas tersebut dinamakan limas tak beraturan. Dalam limas tak beraturan, bidang-bidang sisinya tidak saling kongruen. Dalam modul ini dan di dalam pembelajaran matematika sekolah, limas yang dibahas yaitu limas beraturan (limas tegak beraturan).



Gambar 44. Dua Limas Beraturan dan Apothemanya

Gambar 44 menunjukkan visualisasi dua limas beraturan dan apothemanya. Dalam Gambar 44(a), yaitu limas segitiga beraturan  $P.ABC$ , berpuncak  $P$  dan bidang alasnya daerah segitiga samasisi  $ABC$ .



## Kegiatan Pembelajaran 4

Proyeksi titik  $P$  ke bidang alasnya adalah titik  $P'$ , sehingga tinggi limas tersebut adalah  $t = PP'$ . Titik  $P'$  berimpit dengan titik pusat daerah segitiga samasisi  $ABC$ . Titik pusat daerah segitiga samasisi  $ABC$ , yaitu perpotongan ketiga garis bagi sudut dalam pada daerah segitiga samasisi  $ABC$ . Aphotema limas segitiga samasisi  $P.ABC$  divisualisaikan oleh ruas garis  $\overline{PP''}$  dan ruas garis  $\overline{PP'''}$ ; dalam hal ini  $\overline{PP''} \perp \overline{AB}$  dan  $\overline{PP'''} \perp \overline{AC}$ . Titik  $P''$  merupakan titik-tengah sisi  $\overline{AB}$  dan titik  $P'''$  merupakan titik-tengah sisi  $\overline{AC}$ . Jadi aphotema limas segitiga samasisi  $P.ABC$  adalah  $s = PP''$  atau  $s = PP'''$ ; dapat dipilih salah satu.

Dalam Gambar 44(b), yaitu limas segiempat beraturan  $P.ABCD$  atau limas persegi  $P.ABCD$ , berpuncak  $P$  dan bidang alasnya daerah persegi  $ABCD$ . Proyeksi titik  $P$  ke bidang alasnya adalah titik  $P'$ , sehingga tinggi limas tersebut adalah  $t = PP'$ . Titik  $P'$  berimpit dengan titik pusat daerah persegi  $ABCD$ . Titik pusat persegi  $ABCD$ , yaitu perpotongan keempat garis bagi sudut dalam persegi  $ABCD$  atau perpotongan kedua diagonal persegi  $ABCD$ . Aphotema limas persegi  $P.ABCD$  divisualisaikan oleh ruas garis  $\overline{PP''}$ ; dalam hal ini  $\overline{PP''} \perp \overline{AD}$ . Titik  $P''$  merupakan titik tengah sisi  $\overline{AD}$ . Jadi, aphotema limas persegi  $P.ABCD$  adalah  $s = PP''$ .

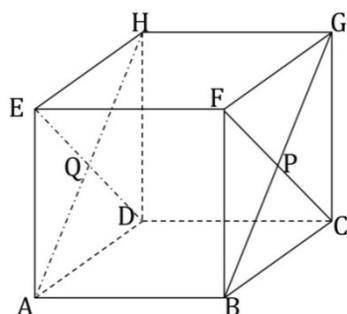
## 2. Diagonal-diagonal dalam Kubus dan Balok

### a. Diagonal-diagonal dalam Kubus

#### 1) Diagonal sisi

Pasangan titik sudut yang berhadapan dalam suatu bidang sisi kubus merupakan dua titik yang berbeda. Kedua titik tersebut pasti dilalui oleh tepat satu garis. Karena itulah dua titik sudut yang berhadapan dalam suatu bidang sisi kubus pasti dilalui oleh tepat sebuah garis. Ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan pasangan titik sudut yang berhadapan dalam bidang sisi kubus dinamakan **diagonal sisi** dalam kubus.





Gambar 45. Contoh Diagonal Sisi Dalam Kubus ABCD.EFGH

Dalam Gambar 45 ditunjukkan diagonal-diagonal sisi dalam bidang sisi  $BCGF$  dan bidang sisi  $ADHE$  dalam kubus  $ABCD.EFGH$ . Diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{BG}$  dalam bidang sisi  $BCGF$ . Sedangkan diagonal sisi  $\overline{ED}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$  dalam bidang sisi  $ADHE$ .

Diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$ , keduanya saling sejajar ( $\overline{FC} \parallel \overline{ED}$ ). Demikian pula antara diagonal sisi  $\overline{BG}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$ , keduanya juga saling sejajar ( $\overline{BG} \parallel \overline{AH}$ ).

Pada Gambar 45 terlihat jelas bahwa diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  merupakan dua buah sisi yang berhadapan dalam segiempat  $EFCD$ . Sisi-sisi segiempat  $EFCD$ , yaitu  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FC}$ ,  $\overline{CD}$ , dan  $\overline{DE}$ . Sisi  $\overline{EF}$  dan sisi  $\overline{CD}$  merupakan rusuk-rusuk kubus  $ABCD.EFGH$  yang saling berhadapan. Keduanya saling sejajar dan saling kongruen. Karena itulah segiempat  $EFCD$  merupakan suatu jajargenjang. Akibatnya, sisi  $\overline{FC}$  dan sisi  $\overline{DE}$  keduanya saling sejajar.

Dalam Gambar 45, pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{BG}$  berpotongan di titik  $P$ , sedangkan pasangan  $\overline{ED}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$  berpotongan di titik  $Q$ . Sepasang diagonal sisi pada satu bidang sisi dalam suatu kubus pasti saling berpotongan.

Gambar 45 juga menunjukkan pasangan diagonal sisi dari dua bidang sisi yang saling berhadapan. Pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  saling sejajar, juga pasangan diagonal sisi  $\overline{BG}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$ . Namun, pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$  tidak saling sejajar. Demikian juga pasangan diagonal sisi  $\overline{BG}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  tidak saling sejajar. Pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$  dikatakan saling bersilangan, juga pasangan diagonal sisi  $\overline{BG}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$ .

Panjang diagonal sisi kubus adalah panjang diagonal bidang sisinya. Karena setiap bidang sisi kubus berupa daerah persegi, maka panjang diagonal sisi



## Kegiatan Pembelajaran 4

kubus merupakan panjang diagonal daerah persegi pembentuknya. Jika kubus  $ABCD.EFGH$  berdimensi  $s$  (panjang rusuknya  $s$ ), maka panjang setiap diagonal sisinya adalah  $s\sqrt{2}$  satuan panjang.

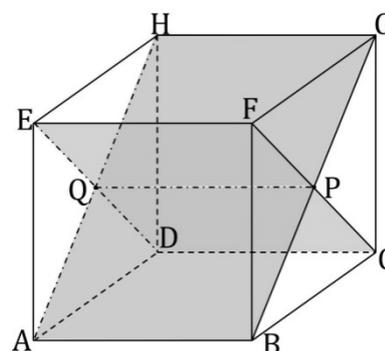
### 2) Bidang diagonal

Dari gambar 42, gabungan pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  yang saling sejajar, dan pasangan rusuk  $\overline{EF}$  dan rusuk  $\overline{CD}$  yang saling berhadapan merupakan suatu segiempat  $EFCD$ . Pasangan diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  saling sejajar juga terletak pada satu bidang. Sehingga segiempat  $EFCD$  merupakan segibanyak yang berupa suatu jajargenjang, karena  $\overline{FC} \parallel \overline{ED}$ , dan  $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ . Selanjutnya segiempat  $EFCD$  kita sebut jajargenjang  $EFCD$ .

Diagonal sisi  $\overline{FC}$  terletak pada bidang sisi  $BCGF$ . Rusuk  $\overline{EF}$  tegak lurus terhadap bidang sisi  $BCGF$ . Karena itulah diagonal sisi  $\overline{FC}$  tegak lurus terhadap rusuk  $\overline{EF}$  ( $\overline{FC} \perp \overline{EF}$ ). Rusuk  $\overline{CD}$  juga tegak lurus terhadap bidang sisi  $BCGF$ . Karena itu diagonal sisi  $\overline{FC}$  juga tegak lurus terhadap rusuk  $\overline{CD}$  ( $\overline{FC} \perp \overline{CD}$ ). Jadi dalam jajargenjang  $EFCD$  terdapat pasangan dua sisi yang tegak lurus terhadap salah satu sisi. Karena itulah jajargenjang  $EFCD$  merupakan suatu persegipanjang. Selanjutnya jajargenjang  $EFCD$  kita sebut persegipanjang  $EFCD$ . Dari analisis tersebut coba Anda analogikan untuk menunjukkan segiempat  $ABGH$  dalam kubus  $ABCD.EFGH$  merupakan suatu persegipanjang.

Persegipanjang  $EFCD$  terletak pada suatu bidang, oleh karena itu ada titik-titik di daerah dalam persegipanjang  $EFCD$ . Gabungan persegipanjang  $EFCD$  dan semua titik di dalamnya, dalam kubus  $ABCD.EFGH$  dinamakan **bidang diagonal  $EFCD$** . Gabungan persegipanjang  $ABGH$  dan semua titik di dalamnya, atau daerah persegipanjang  $ABGH$ , dalam kubus  $ABCD.EFGH$  dinamakan **bidang diagonal  $ABGH$** .

Bidang diagonal  $EFCD$  dan bidang diagonal  $ABGH$  ditunjukkan dalam Gambar 46. Perpotongan antara diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{BG}$  berpotongan di titik  $P$ , dan antara diagonal sisi  $\overline{ED}$  dan diagonal sisi  $\overline{AH}$  berpotongan di titik  $Q$ , menunjukkan bahwa bidang diagonal  $EFCD$  dan bidang diagonal  $ABGH$  berpotongan.



Gambar 46. Contoh Bidang Diagonal dalam Kubus  $ABCD.EFGH$

Karena bidang diagonal  $EFCD$  dan bidang diagonal  $ABGH$  masing-masing merupakan daerah persegipanjang, maka perpotongan antara bidang diagonal  $EFCD$  dan bidang diagonal  $ABGH$  berupa suatu ruas garis, yaitu  $\overline{PQ}$ . Hal ini sesuai dengan teori dasar Geometri (Geometri Ruang), bahwa perpotongan dua buah bidang adalah suatu garis. Gambar 46 juga menunjukkan perpotongan antara bidang diagonal  $EFCD$  dan bidang diagonal  $ABGH$  dalam kubus  $ABCD.EFGH$ .

Ukuran bidang diagonal suatu kubus adalah luas bidang diagonal tersebut. Karena setiap bidang diagonal dalam suatu kubus berupa daerah persegipanjang, maka luas bidang diagonal dalam suatu kubus adalah luas daerah persegipanjang. Daerah persegipanjang dalam hal ini memiliki sisi-lebar berupa rusuk kubus dan sisi-panjang berupa diagonal sisi kubus. Oleh karena itu, jika suatu kubus berdimensi  $s$ , maka ukuran bidang diagonalnya adalah  $s^2\sqrt{2}$  satuan luas.

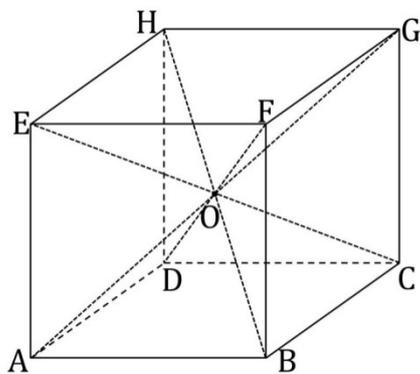
### 3) Diagonal ruang

Kubus mempunyai empat pasang titik sudut ruang yang saling berhadapan. Atau dengan perkataan lain, dalam suatu kubus ada empat pasang titik sudut yang berhadapan dalam ruangnya. Pasangan titik sudut yang berhadapan dalam ruang kubus merupakan pasangan dua titik yang berbeda. Karena itulah dua titik sudut yang berhadapan dalam ruang suatu kubus pasti dilalui oleh tepat sebuah garis. Ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan pasangan titik sudut yang berhadapan dalam ruang kubus dinamakan **diagonal ruang** dalam kubus.



#### Kegiatan Pembelajaran 4

Dalam ruang suatu kubus terdapat empat pasang titik sudut yang saling berhadapan.



Gambar 47. Keempat Diagonal Ruang dalam Kubus  $ABCD.EFGH$

Karena itulah dalam suatu kubus terdapat empat diagonal ruang. Keempat diagonal ruang dalam kubus  $ABCD.EFGH$  yaitu: diagonal ruang  $AG$  ( $\overline{AG}$ ), diagonal ruang  $EC$  ( $\overline{EC}$ ), diagonal ruang  $BH$  ( $\overline{BH}$ ), dan diagonal ruang  $FD$  ( $\overline{FD}$ ). Keempat diagonal ruang dalam kubus  $ABCD.EFGH$  ditunjukkan dalam Gambar 47.

Dari Gambar 47 dipilih diagonal ruang  $\overline{AG}$  dan diagonal ruang  $\overline{EC}$ . Kedua diagonal tersebut terletak dalam ruang kubus dan terletak juga pada bidang diagonal  $ACGE$ . Bidang diagonal  $ACGE$  berupa daerah persegipanjang. Karena itulah diagonal ruang  $\overline{AG}$  dan diagonal ruang  $\overline{EC}$  tersebut juga merupakan diagonal daerah persegipanjang  $ACGE$ . Berdasarkan sifat kedua diagonal dalam suatu persegipanjang, maka diagonal ruang  $\overline{AG}$  dan diagonal ruang  $\overline{EC}$  keduanya saling kongruen, keduanya berpotongan di satu titik, dan diberi nama  $O$ , dan keduanya saling membagi dua sama panjang di titik perpotongannya. Jadi kita mendapatkan  $\overline{AG} \cong \overline{EC}$ ,  $\overline{AG} \cap \overline{EC} = O$ , dan  $\overline{AO} \cong \overline{CO} \cong \overline{EO} \cong \overline{GO}$ .

Jika dari Gambar 47 dipilih diagonal ruang  $\overline{BH}$  dan diagonal ruang  $\overline{DF}$ , kedua diagonal tersebut terletak dalam ruang kubus dan terletak juga pada bidang diagonal  $BDHF$ . Kedua diagonal ruang tersebut saling kongruen, keduanya saling berpotongan dan membagi dua sama panjang di titik perpotongannya, diberi nama  $O$ . Jadi, kita mendapatkan  $\overline{BH} \cong \overline{DF}$ ,  $\overline{BH} \cap \overline{DF} = O$ , dan  $\overline{BO} \cong \overline{DO} \cong \overline{FO} \cong \overline{HO}$ .

Titik  $O$  yang merupakan perpotongan antara diagonal ruang  $\overline{BH}$  dan diagonal ruang  $\overline{DF}$  tersebut sama dengan titik  $O$  yang merupakan perpotongan antara diagonal ruang  $\overline{AG}$  dan diagonal ruang  $\overline{EC}$ . Mengapa demikian? Karena sepasang-sepasang dari keempat diagonal ruang dalam kubus saling kongruen



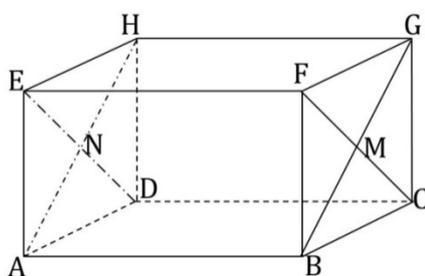
dan terletak dalam enam bidang diagonal yang juga saling kongruen dalam kubus  $ABCD.EFGH$ . Jadi keempat diagonal ruang dalam kubus berpotongan di satu titik dan saling membagi dua sama panjang.

Ukuran diagonal ruang suatu kubus adalah jarak antara dua titik berhadapan dalam ruang kubus. Karena diagonal ruang dalam kubus merupakan diagonal dari bidang diagonal dalam kubus, maka ukuran diagonal ruang kubus adalah ukuran diagonal dari bidang diagonalnya. Jika suatu kubus berdimensi  $s$ , maka ukuran diagonal ruang dalam kubus tersebut adalah  $s\sqrt{3}$  satuan panjang.

**b. Diagonal-diagonal dalam Balok**

Seperti pada sebuah kubus, pada sebuah balok juga dapat dibentuk diagonal sisi, bidang diagonal, dan diagonal ruang. Pengertian dan pembentukan diagonal sisi, bidang diagonal, dan diagonal ruang pada balok identik dengan dalam kubus.

**1) Diagonal sisi**



Gambar 48. Balok  $ABCD.EFGH$  dengan Empat Diagonal Sisi

Dalam Gambar 48 digambarkan 4 buah diagonal sisidalam balok  $ABCD.EFGH$ . Diagonal sisi  $AH$  ( $\overline{AH}$ ) pada bidang sisi  $ADHE$  dan diagonal sisi  $BG$  ( $\overline{BG}$ ) pada bidang sisi  $BCGF$ . Kedua diagonal tersebut saling sejajar,  $\overline{AH} \parallel \overline{BG}$ .

Diagonal sisi  $DE$  ( $\overline{DE}$ ) pada bidang sisi  $ADHE$  dan diagonal sisi  $CF$  ( $\overline{CF}$ ) pada bidang sisi  $BCGF$ . Kedua diagonal tersebut juga saling sejajar,  $\overline{DE} \parallel \overline{CF}$ . Karena bidang sisi balok berupa daerah persegipanjang, dan kedua diagonal sisi merupakan diagonal persegipanjang, maka kedua diagonal tersebut berpotongan di satu titik. Diagonal sisi  $AH$  dan diagonal sisi  $DE$  berpotongan di titik  $N$ , sedangkan diagonal sisi  $BG$  dan diagonal sisi  $CF$  berpotongan di titik  $M$ . Kedua diagonal sisi pada setiap bidang sisi balok saling berpotongan. Kedua diagonal sisi pada suatu bidang sisi balok saling kongruen dan saling berpotongan membagi dua sama (mengapa?).



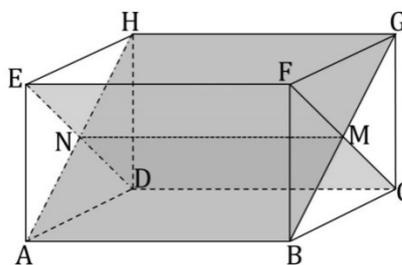
## Kegiatan Pembelajaran 4

Ukuran/panjang diagonal sisi pada suatu balok adalah ukuran diagonal bidang sisi yang memuat diagonal sisi tersebut. Misalkan suatu balok berdimensi  $p \times l \times t$ , maka ada 3 ukuran diagonal sisi pada balok tersebut. Ketiga ukuran diagonal sisi pada balok berdimensi  $p \times l \times t$ , yaitu  $\sqrt{p^2 + l^2}$  satuan panjang,  $\sqrt{p^2 + t^2}$  satuan panjang, dan  $\sqrt{l^2 + t^2}$  satuan panjang (mengapa?). Anda dapat pula mengajukan pertanyaan tersebut kepada siswa untuk melatih kemampuan berpikir kritisnya.

### 2) Bidang diagonal

Dalam balok  $ABCD.EFGH$ , diagonal sisi  $AH$  sejajar dengan diagonal sisi  $BG$ . Oleh karena itu, kedua diagonal tersebut terletak pada satu bidang yang melalui sisi  $AB$  dari bidang alas  $ABCD$  (atau sisi  $AB$  dari bidang sisi  $ABFE$ ) dan sisi  $HG$  dari bidang atas  $EFGH$  (atau sisi  $HG$  dari bidang sisi  $DCGH$ ). Bidang tersebut dapat kita sebut bidang  $ABGH$ . Irisan bidang  $ABGH$  yang melalui diagonal sisi  $AH$ , sisi  $HG$ , diagonal sisi  $BG$ , dan sisi  $AB$  pada balok  $ABCD.EFGH$  berupa daerah segiempat  $ABGH$ .

Daerah segiempat  $ABGH$  tersebut dinamakan **bidang diagonal  $ABGH$**  dalam balok  $ABCD.EFGH$ . Gambar 49 merupakan contoh bidang diagonal dalam balok  $ABCD.EFGH$ , yaitu bidang diagonal  $ABGH$  dan bidang diagonal  $EFCD$ .



Gambar 49. Contoh Bidang Diagonal dalam Balok  $ABCD.EFGH$

Bidang diagonal  $ABGH$  dalam balok  $ABCD.EFGH$  yang berupa daerah segiempat merupakan suatu daerah jajargenjang, karena diagonal sisi  $AH$  sejajar dengan diagonal sisi  $BG$ , dan sisi  $AB$  sejajar dengan sisi  $GH$ . Sisi  $AB$  pada bidang alas  $ABCD$  tegak lurus terhadap sisi  $BC$  pada bidang alas  $ABCD$  juga, karena bidang alas  $ABCD$  yang berupa daerah persegipanjang. Sisi  $AB$  pada bidang sisi  $ABFE$  tegak lurus terhadap sisi  $BF$  pada bidang sisi  $ABFE$ , karena bidang sisi  $ABFE$  berupa daerah persegipanjang. Sisi  $BF$  tegak lurus terhadap sisi  $BC$  yang keduanya pada bidang sisi  $BCGF$ , karena bidang sisi  $BCGF$  berupa daerah persegipanjang. Menurut teorema ketegaklurusan garis dan bidang, maka sisi  $AB$



tegak lurus terhadap bidang sisi  $BCGF$ . Diagonal sisi  $BG$  terletak pada bidang sisi  $BCGF$ . Oleh karena itu, sisi  $AB$  tegak lurus terhadap diagonal sisi  $BG$  ( $\overline{AB} \perp \overline{BG}$ ).

Pada bidang diagonal  $ABGH$  yang berupa daerah jajargenjang, telah ditemukan bahwa  $\overline{AB} \perp \overline{BG}$ . Dalam hal ini,  $\angle ABG$  dalam jajargenjang  $ABGH$  berupa sudut siku-siku. Menurut teorema dalam Geometri Bidang, jajargenjang tersebut adalah suatu persegi panjang. Berdasarkan temuan dalam bidang diagonal  $ABGH$  yang berupa jajargenjang, bahwa  $\angle ABG$  berupa sudut siku-siku, kita peroleh bahwa bidang diagonal  $ABGH$  berupa daerah persegi panjang. Dengan analisis tersebut, ditemukan bahwa setiap bidang diagonal dalam suatu balok berupa daerah persegi panjang.

Ukuran bidang diagonal dalam suatu balok adalah luas bidang diagonal dalam balok tersebut. Identik dengan ukuran diagonal sisi, ukuran bidang diagonal dalam suatu balok yang berdimensi  $p \times l \times t$ , ada tiga nilai juga. Ketiga ukuran bidang diagonal dalam suatu balok yang berdimensi  $p \times l \times t$ , yaitu  $p \times \sqrt{l^2 + t^2}$  satuan luas,  $l \times \sqrt{p^2 + t^2}$  satuan luas, dan  $t \times \sqrt{p^2 + l^2}$  satuan luas (mengapa?).

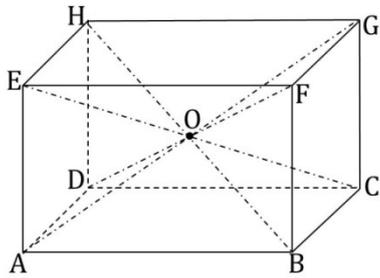
### 3) Diagonal ruang

Dalam balok  $ABCD.EFGH$ , titik  $E$  terletak pada bidang atas  $EFGH$  dan terletak pada rusuk tegak  $AE$ , sedangkan titik  $C$  terletak pada bidang alas  $ABCD$  dan terletak pada rusuk tegak  $CG$ . Rusuk tegak  $AE$  dan rusuk tegak  $CG$  merupakan sisi-sisi yang berhadapan dalam bidang diagonal  $ACGE$ . Karena bidang diagonal  $ACGE$  berupa daerah persegi panjang, maka ada diagonal yang ujung-ujungnya titik  $E$  dan titik  $C$ , yaitu diagonal  $EC$  ( $\overline{EC}$ ). Diagonal  $EC$  terletak di dalam balok  $ABCD.EFGH$  yang dinamakan **diagonal ruang  $EC$**  dalam balok  $ABCD.EFGH$ .

Selain diagonal ruang  $EC$  dalam balok  $ABCD.EFGH$  juga terdapat diagonal ruang  $AG$  ( $\overline{AG}$ ) diagonal ruang  $DF$  ( $\overline{DF}$ ), dan diagonal ruang  $BH$  ( $\overline{BH}$ ).



## Kegiatan Pembelajaran 4



Gambar 50. Keempat Diagonal Ruang dalam Balok  $ABCD.EFGH$

Identik dalam kubus, suatu balok juga mempunyai 4 diagonal ruang. Keempat diagonal ruang dalam balok  $ABCD.EFGH$  ditunjukkan dalam Gambar 50. Keempat diagonal ruang dalam balok  $ABCD.EFGH$  berpotongan di satu titik, diberi nama  $O$ , dan saling membagi dua sama.

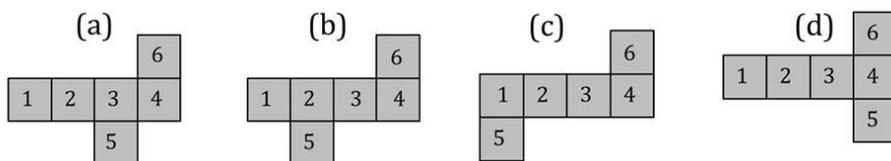
Ukuran diagonal ruang suatu balok adalah jarak antara dua titik berhadapan dalam ruang balok. Karena diagonal ruang dalam balok merupakan diagonal dari bidang diagonal dalam balok, maka ukuran diagonal ruang balok adalah ukuran diagonal dari bidang diagonalnya. Jika suatu balok berdimensi  $p \times l \times t$ , maka ukuran diagonal ruang dalam balok tersebut adalah  $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$  satuan panjang.

### 3. Luas Permukaan Bangun Ruang Bidang Sisi Datar

#### a. Jaring-jaring dan Luas Permukaan Kubus

##### 1) Jaring-jaring Kubus

Sebuah kubus terbentuk dari 6 buah daerah persegi yang saling kongruen. Keenam daerah persegi pembentuk suatu kubus masing-masing berdimensi/berukuran sama. Susunan atau jaringan enam buah daerah persegi yang dapat dibentuk menjadi sebuah kubus pada sebuah bidang dinamakan **jaring-jaring kubus**.



Gambar 51. Empat Macam Jaring-jaring Kubus Pertama

Empat macam jaring-jaring suatu kubus ditunjukkan dalam Gambar 51. Ada 11 macam jaring-jaring kubus. Coba Anda desain ketujuh jaring-jaring kubus berikutnya! Cara penyusunan yang harus diperhatikan, yaitu tidak ada



empat sisi dari empat daerah persegi yang bertemu pada satu titik sudut. Mengapa demikian?

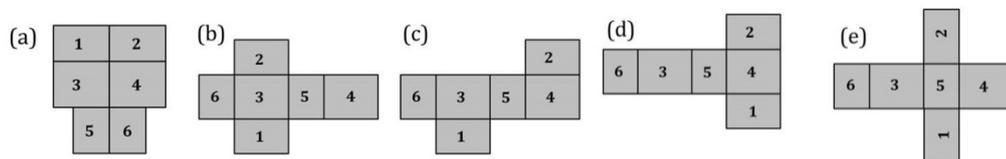
**2) Luas Permukaan Kubus**

Luas permukaan sebuah kubus adalah enam kali luas sebuah bidang sisi kubus tersebut. Jika sebuah kubus berdimensi  $s \times s \times s$ , atau berdimensi  $s$ , (setiap sisi daerah persegi pembentuknya berukuran sepanjang  $s$ ), maka luas permukaan kubus dirumuskan:  $L_{\text{permukaan kubus}} = 6s^2$  (dalam satuan luas).

**b. Jaring-jaring dan Luas Permukaan Balok dan Prisma**

**1) Jaring-jaring Balok dan Prisma**

Jaring-jaring balok adalah susunan atau jajaran semua bidang sisi, bidang alas, bidang atas suatu balok. Balok yang dipilih jaring-jaringnya, yaitu balok yang semua bidang sisinya maupun bidang alas dan bidang atasnya berupa daerah persegipanjang. Gambar 52 merupakan permulaan pembuatan jaring-jaring balok.



Gambar 52. Penyusunan Jaring-jaring Balok

Gambar 52(a) bukan merupakan jaring-jaring balok tetapi hanya digunakan untuk menunjukkan tiga pasang daerah persegipanjang pembentuk suatu permukaan balok. Daerah persegipanjang-1 kongruen dengan daerah persegipanjang-2, daerah persegipanjang-3 kongruen dengan daerah persegipanjang-4, dan daerah persegipanjang-5 kongruen dengan daerah persegipanjang-6. Sisi panjang daerah persegipanjang-1 kongruen sisi panjang daerah persegipanjang-3. Sisi lebar daerah persegipanjang-1 kongruen sisi lebar daerah persegipanjang-5. Sisi lebar daerah persegipanjang-3 kongruen sisi panjang daerah persegipanjang-5. Usulan bentuk jaring-jaring dari balok disajikan dalam Gambar 52(b), Gambar 52(c), Gambar 52(d), dan Gambar 52(e).

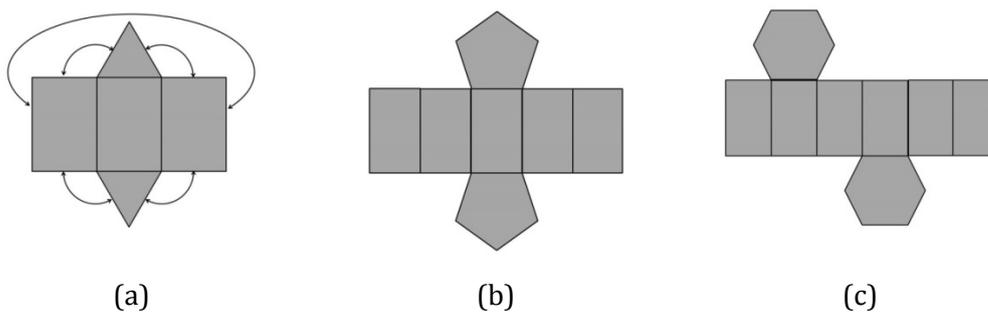


#### Kegiatan Pembelajaran 4

Apabila dari jaring-jaring tersebut daerah persegi panjang-1 dipilih sebagai bidang alas, maka daerah persegi panjang-2 sebagai bidang atas, dan keempat bidang sisinya, yaitu daerah persegi panjang-6, daerah persegi panjang-3, daerah persegi panjang-5, dan daerah persegi panjang-4, dan tinggi balok tersebut adalah panjang sisi panjang dari daerah persegi panjang-3. Coba Anda berikan alternatif lainnya!

Jaring-jaring prisma adalah susunan atau jajaran bidang-bidang sisi, bidang alas, dan bidang atas dari suatu prisma yang disajikan pada suatu bidang (bidang datar). Jaring-jaring prisma dapat kita pikirkan sebagai bentangan atau jajaran permukaan prisma tersebut. Identik dengan pembuatan jaring-jaring kubus, prinsip yang harus kita ikuti yaitu bahwa satu titik sudut dalam susunan tersebut bukan pertemuan empat titik sudut segibanyak atau lebih. Mengapa demikian? Karena setiap titik sudut dalam prisma merupakan pertemuan tiga titik sudut dari tepat tiga daerah segibanyak.

Ada bermacam-macam prisma, berarti ada bermacam-macam jaring-jaring prisma. Dalam modul ini diusulkan tentang bentuk jaring-jaring prisma tegak segitiga, jaring-jaring prisma tegak segilima beraturan, dan jaring-jaring prisma tegak segienam.



Gambar 53. Contoh Jaring-jaring Prisma Tegak

Gambar 53(a) merupakan jaring-jaring prisma tegak segitiga samasisi. Gambar 53(b) merupakan jaring-jaring prisma tegak segilima beraturan. Gambar 53(c) merupakan jaring-jaring prisma tegak segienam beraturan. Gambar-gambar busur dengan mata anak panah pada ujung-ujungnya menginformasikan bahwa sisi-sisi yang ditunjukkan berukuran sama panjang dan jika dipertemukan akan membentuk prisma. Dalam usulan tersebut, semua



bidang sisi dirangkai menjadi satu daerah persegi panjang. Coba Anda berikan gambar-gambar busur pada Gambar 53(b) dan Gambar 53(c) yang serupa maknanya dengan Gambar 53(a)!

Anda dapat mengembangkan lagi bentuk jaring-jaring prisma tegak dan jaring-jaring balok dari usulan-usulan bentuknya yang disajikan dalam modul ini! Modul ini juga tidak membahas khusus tentang bentuk jaring-jaring *paralelepipedum* dan jaring-jaring *rhoemboeder*. Anda dapat mengembangkannya sendiri berdasarkan definisi-definisinya.

## 2) Luas Permukaan Balok dan Prisma

Perhitungan luas permukaan suatu prisma maupun suatu balok, secara umum dinyatakan sebagai jumlah antara luas bidang alas, luas bidang atas, luas semua bidang sisinya. Luas permukaan prisma dapat dirumuskan:

$$L_{\text{permukaan prisma}} = L_{\text{bidang alas}} + L_{\text{bidang atas}} + L_{\text{bidang sisi ke-1}} \\ + L_{\text{bidang sisi ke-2}} + \dots + L_{\text{bidang sisi ke-n}}$$

Dapat disederhanakan menjadi

$$L_{\text{permukaan prisma}} = 2 \times L_{\text{bidang alas}} + L_{\text{bidang sisi ke-1}} \\ + L_{\text{bidang sisi ke-2}} + \dots + L_{\text{bidang sisi ke-n}}$$

Nilai  $n$  tergantung banyak bidang sisi yang dimiliki suatu prisma yang akan ditentukan luas permukaannya. Jika prisma tersebut berupa prisma tegak segi- $n$  beraturan, maka  $L_{\text{permukaan prisma}} = 2 \times L_{\text{bidang alas}} + n \times L_{\text{bidang sisi ke-1}}$

Adapun luas permukaan balok yang berdimensi  $p \times l \times t$  dapat dirumuskan:

$$L_{\text{permukaan balok}} = (2 \times p \times l) + (2 \times p \times t) + (2 \times l \times t)$$

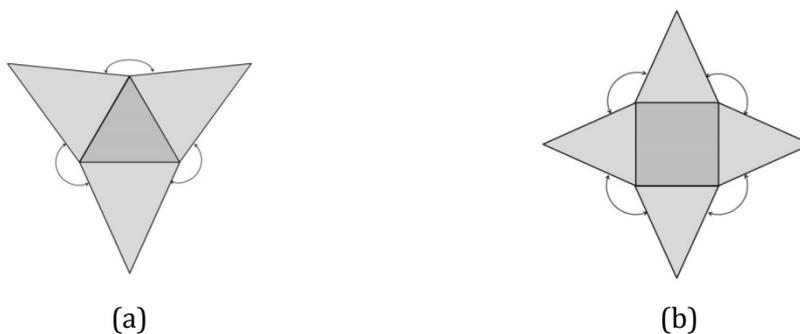
$$L_{\text{permukaan balok}} = 2 \times [(p \times l) + (p \times t) + (l \times t)] \quad (\text{dalam satuan luas})$$



### c. Jaring-jaring dan Luas Permukaan Limas

#### 1) Jaring-jaring Limas

Jaring-jaring limas adalah susunan atau jajaran bidang alas dan semua bidang sisi dari suatu limas yang disajikan pada suatu bidang (bidang datar). Dari pengetahuan kita tentang limas, maka jaring-jaring limas dapat kita pikirkan sebagai bentangan atau jajaran permukaan limas tersebut. Jaring-jaring limas yang disajikan dalam Gambar 54 adalah jaring-jaring dari limas segitiga samasisi dan limas persegi yang telah divisualisasikan dalam uraian materi tentang limas. Gambar busur lingkaran dengan ujung-ujung digambarkan mata anak panah dimaksudkan bahwa kedua ruas garis tersebut saling kongruen dan dapat dipertemukan untuk membentuk permukaan limas.



Gambar 54. Jaring-jaring Limas Segitiga Samasisi dan Limas Persegi

Jaring-jaring suatu limas sangat berguna untuk menentukan luas permukaan limas, baik limas tegak beraturan maupun limas tegak tak beraturan. Bahkan untuk menentukan luas permukaan limas condong pun perlu terwujud jaring-jaringnya.

#### 2) Luas Permukaan Limas

Luas permukaan suatu limas adalah jumlah luas bidang alasnya dan luas semua bidang sisinya. Luas permukaan suatu limas dirumuskan:

$$L_{\text{permukaan limas}} = L_{\text{bidang alas}} + L_{\text{bidang sisi ke-1}} + L_{\text{bidang sisi ke-2}} + \dots + L_{\text{bidang sisi ke-n}}$$

(dalam satuan luas)

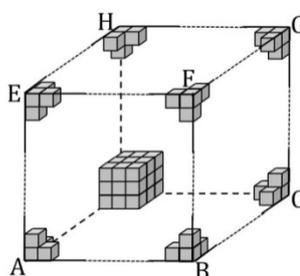


Khusus untuk limas segi- $n$  beraturan, maka rumus di atas dapat disederhanakan menjadi:  $L_{\text{permukaan limas segi-}n \text{ beraturan}} = L_{\text{segi-}n} + n \times L_{\text{bidang sisi}}$  (dalam satuan luas).

#### 4. Volume Bangun Ruang Bidang sisi Datar

##### a. Volume Kubus, Balok, dan Prisma

Volume kubus adalah banyak kubus satuan yang memenuhi ruang dalam kubus. Visualisasi volume sebuah kubus disajikan dalam Gambar 55.



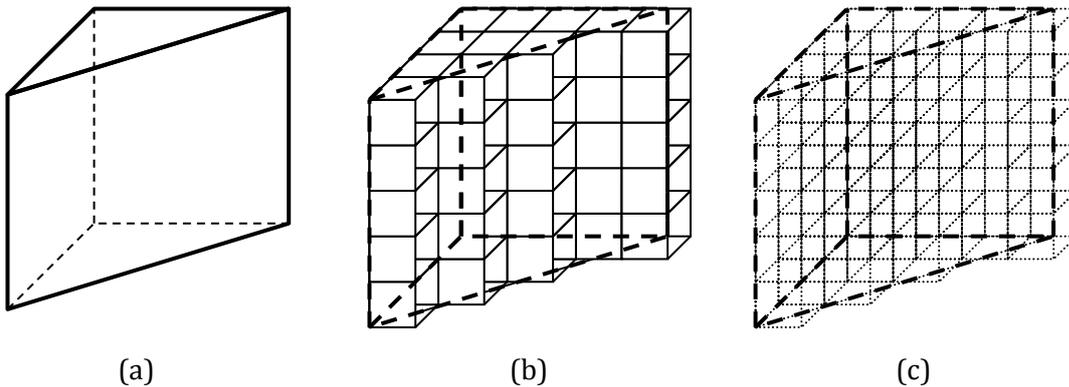
Gambar 55. Visualisasi Volume Kubus ABCD.EFGH

Gambar 55 merupakan visualisasi susunan kubus-kubus satuan (*kubus kecil*), kubus yang berdimensi 1, di dalam ruang kubus  $ABCD.EFGH$ . Kubus satuan tersebut berawal di titik sudut  $D$ . Jika kubus  $ABCD.EFGH$  berdimensi  $s$ , maka di antara titik sudut  $D$  dan titik sudut  $C$  berderet sebanyak  $s$  kubus satuan. Deretan  $s$  kubus satuan tersebut berjajar sebanyak  $s$  jajaran dari titik sudut  $D$  hingga titik sudut  $A$  atau dari titik sudut  $C$  hingga titik sudut  $B$ . Jadi, pada lapisan pertama (paling bawah) terdapat  $s \times s$  kubus satuan. Lapisan  $s \times s$  kubus satuan tersebut bertumpuk rapat dari titik sudut  $D$  hingga titik sudut  $H$ . Karena kubus  $ABCD.EFGH$  berdimensi  $s$ , maka dalam ruang kubus terdapat  $s$  lapisan  $s \times s$  kubus satuan. Jadi, dalam ruang kubus  $ABCD.EFGH$  terdapat  $s \times s \times s$  kubus satuan. Kubus-kubus satuan sebanyak  $s \times s \times s$  tersebut merupakan volume kubus  $ABCD.EFGH$  yang berdimensi  $s$ .

Secara umum, jika sebuah kubus berdimensi  $s$ , maka volume kubus tersebut dirumuskan:  $V_{\text{kubus}} = s^3$  (dalam satuan volume).

**b. Volume Prisma dan Volume Balok**

Volume suatu prisma adalah banyak kubus pejal satuan yang dapat dibentuk memenuhi ruang dalam prisma tersebut. Karena suatu prisma berupa bangun ruang yang pejal/padat, maka dapat dikatakan volume suatu prisma adalah banyak kubus pejal satuan yang dibentuk dalam ruang suatu prisma. Adapun contoh ilustrasinya ditunjukkan pada Gambar 56 !



Gambar 56. Visualisasi perhitungan volume prisma tegak segitiga

Dengan mengikuti urutan pembentukan/penyusunan kubus-kubus-pejal satuan pada prisma tegak segitiga dalam Gambar 56, maka perhitungan volume prisma yang diketahui ukuran bidang alas dan tingginya dapat dirumuskan:

$$V_{\text{prisma}} = L_{\text{bidang alas prisma}} \times t_{\text{prisma}} \text{ (dalam satuan volume).}$$

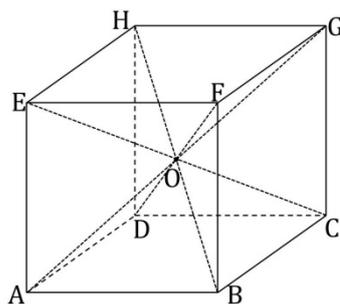
Karena suatu balok merupakan suatu prisma, maka perhitungan volume suatu balok identik dengan perhitungan volume prisma. Jika suatu balok berdimensi  $p \times l \times t$ , maka volume suatu balok dapat dirumuskan:

$$V_{\text{balok}} = L_{\text{bidang alas balok}} \times t_{\text{balok}} \text{ (dalam satuan volume), atau}$$

$$V_{\text{balok}} = p \times l \times t \text{ (dalam satuan volume).}$$

**c. Volume Limas**

Volume suatu limas dipikirkan sebagai banyak kubus satuan yang dapat memenuhi ruang dalam limas tersebut. Perhitungan volume suatu limas dapat dilakukan pendekatan dengan bantuan sebuah kubus dengan keempat diagonal ruangnya.



Gambar 57. Kubus dan Keempat Diagonal Ruang sebagai Pendekatan Pengukuran Volume Limas

Gambar 57 merupakan visualisasi dari sebuah kubus  $ABCD.EFGH$  dengan keempat diagonal ruangnya yang berpotongan di titik  $O$ . Dalam kubus  $ABCD.EFGH$  tersebut terdapat 6 buah limas persegi, dalam hal ini masing-masing merupakan limas beraturan. Keenam limas tersebut, yaitu limas persegi  $O.ABCD$ , limas persegi  $O.ABFE$ , limas persegi  $O.ADHE$ , limas persegi  $O.BCGF$ , limas persegi  $O.CDHG$ , dan limas persegi  $O.EFGH$ . Keenam bidang alas limas tersebut saling kongruen dan semua bidang sisi dari keenam limas tersebut juga saling kongruen (mengapa?).

Misalkan kubus  $ABCD.EFGH$  tersebut berdimensi  $s$  dan jarak titik  $O$  terhadap setiap bidang sisi kubus tersebut adalah  $t$ , sebagai tinggi limas. Nilai  $t$  untuk setiap limas dari keenam limas tersebut sama (mengapa?). Misalkan dihitung volume limas persegi  $O.ABCD$ , dari kubus  $ABCD.EFGH$  tersebut, maka perhitungannya:

$$V_{\text{kubus } ABCD.EFGH} = 6 \times V_{\text{limas } O.ABCD}$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{limas } O.ABCD} = \frac{1}{6} \times V_{\text{kubus } ABCD.EFGH} = \frac{1}{6} \times [L_{\text{bidang alas kubus}} \times t_{\text{kubus}}]$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{limas } O.ABCD} = \frac{1}{6} \times [L_{\text{bidang alas } ABCD} \times s]$$

Karena titik  $O$  terletak tepat di tengah ruang dalam kubus  $ABCD.EFGH$  tersebut, maka  $s = 2t$  atau ukuran rusuk pada kubus  $ABCD.EFGH$  sama dengan dua kali jarak pusat kubus (titik  $O$ ) ke bidang sisi kubus tersebut. Selanjutnya  $2t$  disubstitusikan ke  $s$  pada faktor terakhir dari:

$$"V_{\text{limas } O.ABCD} = \frac{1}{6} \times [L_{\text{bidang alas } ABCD} \times s]" \text{ diperoleh:}$$



#### Kegiatan Pembelajaran 4

$$V_{\text{limas } O.ABCD} = \frac{1}{6} \times [L_{\text{bidang-alas } ABCD} \times 2t] = \frac{1}{3} \times [L_{\text{bidang-alas } ABCD} \times t]$$

Karena bidang sisi kubus yang digunakan merupakan bidang alas limas persegi  $O.ABCD$ , berarti faktor  $(s \times s)$  pada kalimat matematika terakhir tersebut merupakan luas bidang alas  $ABCD$ . Oleh karena itu, kalimat matematika terakhir tadi dapat disederhanakan menjadi:

$$V_{\text{limas } O.ABCD} = \frac{1}{3} \times [L_{\text{bidang alas limas } O.ABCD} \times t], \text{ dengan } t = \text{tinggi limas}$$

Berdasarkan pemikiran tersebut, secara umum volume sebuah limas yang diketahui ukuran bidang alas dan tingginya, dirumuskan:

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times [L_{\text{bidang alas}} \times t] \quad (\text{dalam satuan volume}).$$

#### D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan aktivitas di bawah ini secara berkelompok. Lakukan diskusi dengan semangat gotong royong dan konstruktif. Pecahkan masalah yang ada secara kreatif.

1. Anda dapat membaca cepat uraian materi sebelumnya, pastikan poin-poin penting sudah Anda pahami.
2. Lakukan beberapa aktivitas beserta selesaikan lembar kegiatan yang menyertainya.
3. Diskusikan dengan kelompok lain dengan cara melakukan presentasi terlebih dahulu, secara santun, komunikatif, dan konstruktif.
4. Temukan ikhtisar atau *resume* dari hasil paparan dan diskusi.

**Aktivitas 3.1.**

Coba Anda cermati ruangan yang berada di tempat kerja Anda! Andaikan keempat dindingnya, langit-langit, dan lantainya diidealisasikan mulus rata. Dalam kondisi idealisasi tersebut, Anda dapat memanfaatkannya sebagai ruang dalam kubus atau balok.

Ambillah sedotan-sedotan minum yang terbuat dari plastik, biasanya berwarna-warni! Sedotan-sedotan minum tadi kita pilih sebagai model ruas garis. Cobalah Anda rangkai sehingga terbentuk kerangka-kerangka kubus, balok, beberapa prisma, dan beberapa limas! Gunakan rangkaian tersebut sebagai bantuan pendalaman materi yang dibahas dalam modul ini!

Tuangkan hasil aktivitas ini ke dalam Lembar Kegiatan 3.1!

**Aktivitas 3.2.**

Anda telah mempelajari uraian materi tentang diagonal dalam bangun ruang, khusus untuk kubus dan balok. Anda perlu memantapkan pengetahuan Anda tentang diagonal-diagonal dalam kubus dan balok. Buatlah model kerangka kubus dan kerangka balok! Pilihlah sedotan minum sebagai model rusuknya! Buatlah 3 model kerangka kubus dan 3 model kerangka balok!

Lengkapilah model kerangka yang pertama dari kubus dan balok tersebut dengan sepasang diagonal sisinya dari dua bidang sisi yang berhadapan!

Lengkapilah model kerangka yang kedua dari kubus dan balok tersebut dengan sepasang diagonal sisinya dari dua bidang sisi yang berdekatan!

Lengkapilah model kerangka yang ketiga dari kubus dan balok tersebut dengan sepasang diagonal ruangnya!

Tuangkan hasil aktivitas ini ke dalam Lembar Kegiatan 3.2!

**Aktivitas 3.3.**

Anda telah mempelajari uraian materi tentang perhitungan luas dan volume kubus, balok, prisma, dan limas. Anda perlu memantapkan pengetahuan Anda tentang bangun ruang tersebut. Keperluan Anda tersebut dapat terpenuhi dengan membuat



#### Kegiatan Pembelajaran 4

model-modelnya (alat peraga). Cukup mudah pembuatannya dengan menggunakan kertas karton yang memiliki ketebalan lebih dari 2 mm. Mulailah dengan membuat jaring-jaringnya, dan kemudian dirangkai menjadi modelnya. Untuk merangkai gambar jaring-jaring yang Anda buat, gunakan selotif sebagai perangkainya! Dengan alat peraga tersebut Anda dapat menunjukkan ukuran luas dan volume suatu bangun ruang secara nyata.

Tuangkan hasil aktivitas ini ke dalam Lembar Kegiatan 3.3!





**LEMBAR KEGIATAN (LK) 3.1.**  
**(KONSEP BANGUN RUANG SISI DATAR)**

<b>Tujuan:</b> memahami konsep balok, kubus, limas, dan prisma.	<b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....
--	---

1. Benda apa saja di ruang kelas, yang dapat diidealisasi menjadi bangun ruang balok, kubus, limas, prisma?

2. Dari peraga sederhana yang telah Anda buat, kelompokkan jenis dan banyak rusuk serta sisi (bidang permukaan) masing-masing untuk setiap balok, kubus, beberapa limas, dan beberapa prisma yang dibuat?

3. Buatlah pengelompokkan antara kubus, balok, limas segitiga, limas segiempat, prisma segitiga, prisma segiempat, serta jenis limas dan prisma lainnya.





**LEMBAR KEGIATAN (LK) 3.2.**  
**(UNSUR BANGUN RUANG SISI DATAR)**

<b>Tujuan:</b> memahami konsep diagonal, diagonal ruang, dan bidang diagonal.	<b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....
--	---

1. Berdasarkan peraga sederhana yang sudah Anda buat, secara keseluruhan ada berapa banyak diagonal sisi pada kubus dan balok? Kelompokkan diagonal sisi yang berbeda!

2. Berdasarkan peraga sederhana yang sudah Anda buat, secara keseluruhan ada berapa banyak diagonal ruang pada kubus dan balok? Kelompokkan diagonal ruang yang berbeda!

3. Berdasarkan peraga sederhana yang sudah Anda buat, secara keseluruhan ada berapa banyak bidang diagonal pada kubus dan balok? Kelompokkan bidang diagonal yang berbeda!





**LEMBAR KEGIATAN (LK) 3.3.**  
**(LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME BANGUN RUANG SISI DATAR)**

<p><b>Tujuan:</b> memahami konsep luas permukaan dan volume balok, limas, dan prisma.</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

1. Gambarlah bentuk jaring-jaring yang Anda gunakan untuk membuat semua bangun ruang tersebut!

2. Berdasarkan masing-masing bentuk jaring-jaring tersebut di atas, hitunglah masing-masing luas permukaan setiap bangun ruang tersebut! Ukuran dimisalkan dengan variabel huruf.





#### Kegiatan Pembelajaran 4

3. Dengan membentuk sebuah prisma dan limasnya (yaitu limas yang terbentuk dari sebuah alas prisma tersebut dan tinggi limas sama dengan tinggi prisma), jelaskan bagaimana menunjukkan bahwa volume limas sama dengan sepertiga volume prisma tersebut!





**Aktivitas 3.4.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 3.4.  
(PENYUSUNAN SOAL PENILAIAN BERBASIS KELAS)**

<p><b>Tujuan:</b> mampu menyusun soal penilaian berbasis kelas bagi siswa untuk mengembangkan HOTS (<i>Higher Order Thinking Skills</i>) terkait materi Bangun Ruang Sisi Datar berdasarkan Kisi-kisi pada lampiran</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
---	--

1. Bacalah bahan bacaan berupa Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik)!
2. Pelajari kisi-kisi yang dikeluarkan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan seperti pada lampiran!
3. Berdasarkan kisi-kisi tersebut, secara mandiri, kembangkanlah **tiga (3)** soal pilihan ganda dan **tiga (3)** soal uraian yang bertipe soal HOTS pada lingkup materi yang dipelajari pada modul ini sesuai format kartu soal berikut!

<b>KARTU SOAL</b>	
Jenjang	: Sekolah Menengah Pertama
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas	:
Materi	: Bangun Ruang Sisi Datar
Kompetensi Dasar	:
Indikator Soal	:
Level	: Pengetahuan dan Pemahaman/Aplikasi/Penalaran *)
Bentuk Soal	: Pilihan Ganda/Uraian *)
BAGIAN SOAL DI SINI	
Kunci Jawaban/Rubrik Penilaian *) :	

\*) coret yang tidak perlu



## E. Latihan/Kasus/Tugas

### Bagian 1.

Selesaikan persoalan-persoalan berikut!

1. Jelaskan bahwa sepasang bidang sisi kubus yang bertemu sisinya saling tegak lurus!
2. Bidang alas suatu prisma tegak berupa daerah segitiga siku-siku samakaki. Sisi siku-siku bidang alas tersebut sama panjang dengan rusuk tegak prisma. Misalkan ada prisma lain, kita sebut prisma kedua, yang ternyata kembaran dari prisma pertama. Seandainya salah satu bidang sisi pertama berimpit seutuhnya dengan salah satu bidang sisi prisma kedua. Bangun ruang apa sajakah yang bisa terjadi?
3. Apakah apothema dalam suatu limas beraturan merupakan bilangan tunggal?

### Bagian 2.

Selesaikan persoalan yang diberikan berikut!

1. Dapatkah dikatakan, bahwa diagonal ruang dalam suatu kubus juga merupakan perpotongan antara dua bidang diagonal?
2. Mengapa diagonal sisi  $\overline{FC}$  dan diagonal sisi  $\overline{ED}$  dalam kubus  $ABCD.EFGH$  dikatakan saling sejajar?
3. Bidang alas dan bidang atas suatu balok berbentuk daerah persegi. Apakah semua bidang diagonalnya saling kongruen?
4. Mengapa setiap pasang diagonal ruang dalam balok, keduanya pasti saling berpotongan dan membagi dua sama panjang?

### Bagian 3.

1. Dalam kubus  $ABCD.EFGH$  dipilih bidang diagonal  $EFCD$ . Misalkan kubus tersebut berdimensi  $m$ . Berapakah jumlah luas permukaan dari kedua prisma segitiga yang terbentuk dalam kubus tersebut?
2. Dalam balok  $ABCD.EFGH$  dipilih semua diagonal ruang yang berpotongan di titik  $O$ . Misalkan balok tersebut berdimensi  $AB \times AD \times AE = 5 \times 4 \times 3$ .
  - a. Berapakah jumlah luas permukaan antara limas  $O.ABCD$  dan limas  $O.ADHE$  ?
  - b. Apakah volume limas  $O.ABFE$  adalah seperenam volume balok  $ABCD.EFGH$ ?

**Tugas:** Lanjutkan penemuan bentuk jaring-jaring kubus berikutnya, sehingga Anda memiliki 11 bentuk jaring-jaring kubus!

## F. Ringkasan

Bangun ruang yang bidang sisinya datar diklasifikasikan sebagai bidang banyak, prisma, dan limas. Kubus merupakan bangun ruang yang diklasifikasikan sebagai suatu bidang banyak beraturan dengan sebutan bidang enam beraturan. Suatu bidang banyak merupakan bangun ruang berongga. Prisma dan limas merupakan bangun ruang pejal. Balok merupakan suatu prisma. Prisma memiliki bidang alas dan bidang atas yang merupakan dua daerah segibanyak yang saling kongruen dan sejajar. Daerah segibanyak lainnya yang berupa daerah segiempat selain bidang alas dan bidang atas prisma dinamakan bidang sisi prisma. Limas memiliki satu bidang alas yang berupa daerah segibanyak. Bidang sisi limas berupa daerah segitiga. Gabungan semua bidang sisi dalam prisma atau limas disebut selimutnya. Gabungan bidang alas, bidang atas, dan semua bidang sisi prisma sebagai permukaan prisma. Adapun permukaan limas adalah gabungan bidang alas dan semua bidang sisinya.

Diagonal sisi dalam kubus adalah ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan dua titik sudut yang berhadapan pada bidang sisi kubus. Diagonal sisi dalam balok adalah ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan dua titik sudut yang berhadapan pada bidang sisi balok, atau pada bidang alas balok, atau pada bidang atas balok. Bidang diagonal dalam kubus (balok) adalah daerah segiempat dalam ruang kubus (balok) yang sepasang sisinya merupakan sepasang rusuk yang berhadapan dan sepasang sisinya yang lain merupakan sepasang diagonal sisi yang berhadapan. Diagonal ruang dalam kubus (balok) adalah ruas garis yang ujung-ujungnya merupakan dua titik sudut-ruang yang berhadapan di dalam ruang kubus (balok).

Luas permukaan kubus adalah jumlah luas keenam bidang sisi kubus. Luas permukaan prisma/balok adalah jumlah luas bidang alas, luas bidang atas, dan luas selimutnya. Luas permukaan limas adalah jumlah luas bidang alas dan luas selimutnya. Volume kubus/balok/prisma/limas dipikirkan sebagai banyaknya kubus satuan yang memenuhi ruang dalam kubus/balok/prisma/limas.

## G. Umpan Balik/Tindak Lanjut

Anda telah mempelajari kubus, balok, prisma, dan limas; diagonal-diagonal dalam bangun ruang, khususnya dalam kubus dan balok, serta jaring-jaring, luas permukaan, dan volume kubus, balok, prisma, dan limas.

Aktivitas 3.1. menghendaki Anda untuk dapat menyebutkan dan menganalisa benda atau bagian benda yang ada di sekitar yang dapat dikembangkan untuk memfasilitasi siswa dalam menemukan konsep bangun ruang sisi datar (balok, kubus, prisma, dan limas) serta hubungan di antara ketiganya. Juga membuat model kerangka dari sedotan keempat bangun ruang tersebut.

Aktivitas 3.2. mensyaratkan Anda untuk membuat terlebih dahulu model kerangka balok, kubus, prisma, dan limas. Dengan memanfaatkan model kerangka tersebut, Anda diminta untuk memperdalam konsep bangun ruang sisi datar. Aktivitas yang Anda lakukan tersebut dapat diterapkan pula dalam pembelajaran matematika di sekolah.

Aktivitas 3.3. mensyaratkan Anda untuk membuat terlebih dahulu jaring-jaring balok, kubus, prisma, dan limas dengan ukuran bidang alas yang sama. Dengan memanfaatkan jaring-jaring tersebut, Anda diminta untuk menentukan luas permukaan keempat bangun ruang tersebut. Selain itu juga volumenya. Harapannya, aktivitas tersebut dapat menjadi alternatif pembelajaran yang dapat Anda terapkan kepada siswa.

Adapun untuk mengerjakan aktivitas 3.4., Anda diminta terlebih dahulu mempelajari Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik) terkait pengembangan soal HOTS dan mencermati kisi-kisi pada lampiran terkait lingkup kompetensi terkait bangun ruang sisi datar SMP.

Setelah Anda mempelajari modul ini, kiranya Anda dapat mengembangkan pembelajarannya bagi siswa-siswa Anda. Aktivitas belajar yang diusulkan dalam modul ini, kiranya Anda perlu melaksanakannya juga bersama siswa-siswa Anda dalam kegiatan pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan ruang dalam diri siswa akan terbangun apabila siswa berbuat langsung dengan modelnya (alat peraga) buatannya sendiri.



## Kegiatan Pembelajaran 4

### Bangun Ruang Sisi Lengkung

#### A. Tujuan

Peserta dapat:

1. menjelaskan bangun ruang bidang sisi lengkung dengan benar.
2. menjelaskan luas permukaan dan volume dari suatu bangun ruang yang bidang sisinya berupa bidang lengkung dengan benar.

#### B. Indikator Pencapaian Kompetensi

Guru dapat:

1. menjelaskan tabung dan sifat-sifatnya
2. menjelaskan kerucut dan sifat-sifatnya
3. menjelaskan bola sifat-sifatnya
4. menjelaskan luas permukaan bangun ruang bidang sisi lengkung
5. menjelaskan pengukuran luas permukaan bangun ruang bidang sisi lengkung
6. menjelaskan volume bangun ruang bidang sisi lengkung
7. menjelaskan pengukuran volume bangun ruang bidang sisi lengkung.



### C. Uraian Materi

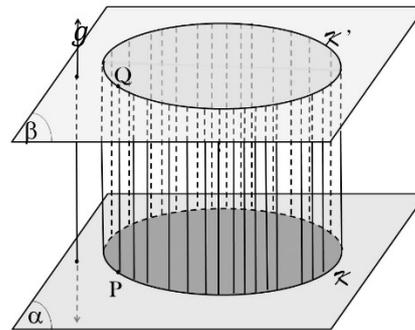
#### 1. Konsep Bangun Ruang Sisi Lengkung

##### a. Tabung

Perhatikan Gambar 58!

##### **Definisi Tabung (Silinder)**

Misalkan bidang- $\alpha$  dan bidang- $\beta$  merupakan dua buah bidang sejajar, sebuah kurva tertutup  $\mathcal{K}$  pada bidang- $\alpha$ , dan sebuah garis  $g$  yang tidak sejajar terhadap kedua bidang tersebut dan tidak memotong kurva  $\mathcal{K}$ .



Gambar 58. Visualisasi Definisi Tabung/Silinder

Untuk setiap titik pada  $\mathcal{K}$ , misalkan  $P$ , terdapat  $\overline{PQ}$ , yaitu suatu ruas garis yang sejajar terhadap  $g$  sedemikian sehingga  $Q$  pada bidang- $\beta$ . Untuk setiap titik seperti  $Q$  pada bidang- $\beta$  membentuk suatu kurva tertutup  $\mathcal{K}'$ . Gabungan semua ruas garis tersebut dan *interior* (daerah dalam) kurva  $\mathcal{K}$  dan  $\mathcal{K}'$  dinamakan suatu **tabung/silinder**.

Setiap ruas garis, seperti  $\overline{PQ}$ , dalam definisi tabung/silinder tersebut dinamakan **unsur** (*element*) dari tabung/silinder tersebut. Ada juga yang menyebutnya sebagai **garis pelukis** tabung/silinder. Garis  $g$  dinamakan **garis arah**. Gabungan semua ruas garis tersebut dinamakan **selimut tabung** atau **selimut silinder**. Kurva-kurva tertutup sederhana dan daerah dalamnya dinamakan **bidang-bidang alas** tabung/silinder. Kedua kurva tertutup sederhana tersebut dinamakan **batas-batas** dari bidang-bidang alas. Jarak antara kedua bidang alas sebagai **tinggi tabung** atau **tinggi silinder**.

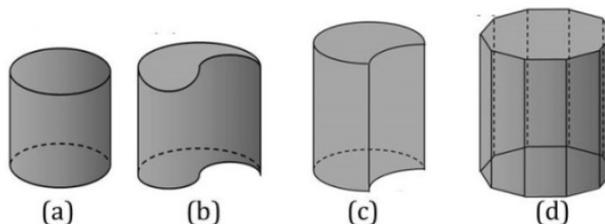
Berdasarkan definisi tersebut dapat dimengerti bahwa suatu tabung merupakan suatu bagian ruang yang hampa/kosong yang dibatasi dua buah daerah ber tepi suatu kurva tertutup sederhana dan semua ruas garis yang sejajar yang ujung-ujungnya pada tepi-tepi kurva tersebut. Kurva tertutup

sederhana yang merupakan bagian suatu tabung bukanlah rusuk tabung. Demikian juga ruas-ruas garis yang ujung-ujungnya pada kurva-kurva tersebut bukan merupakan rusuk tabung. Jadi, tabung tidak memiliki rusuk.

Gambar 59 menunjukkan beberapa macam tabung/silinder. Ada bermacam-macam bentuk kurva tertutup sederhana. Kurva tertutup sederhana yang biasa dibahas dalam pembelajaran matematika sekolah, yaitu lingkaran dan berbagai segibanyak. Dalam Gambar 59(a), kurva tertutup sederhana sebagai batas bidang alas tabung berbentuk lingkaran. Tabung yang digambarkan tersebut merupakan gambar tabung lingkaran. Dalam Gambar 59(b) dan Gambar 59(c), kurva tertutup sederhana menjadi bidang alasnya. Bentuknya seperti tepi gulungan selembar kertas yang digulung bebas. Adapun Gambar 59(d), kurva tertutup sederhana yang dipakai sebagai batas bidang alasnya berbentuk segisepuluh tak beraturan. Tabung yang digambarkan tersebut merupakan permukaan prisma segisepuluh tak beraturan.

Tabung-tabung atau silinder-silinder diklasifikasi menurut bentuk bidang alasnya.

Jika bidang alas suatu tabung/silinder berupa suatu daerah segibanyak, silinder tersebut dinamakan **prisma**; paling tepat merupakan permukaan prisma.

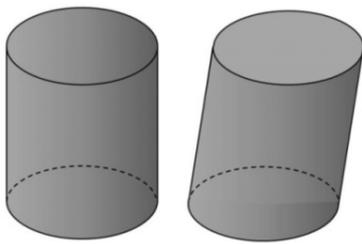


Gambar 59. Contoh-contoh Tabung/Silinder

Jika bidang alasnya berupa suatu daerah lingkaran, maka tabung/silinder tersebut dinamakan **tabung lingkaran/silinder lingkaran** (*circular cylinder*). Tabung lingkaran atau silinder lingkaran inilah yang biasa kita kenal dalam pembelajaran matematika sekolah. Tabung/silinder yang dibahas dalam modul ini, yaitu tabung lingkaran atau silinder lingkaran, selanjutnya cukup disebut dengan **tabung**. Jika unsur-unsur dari suatu tabung tegak lurus terhadap bidang alasnya, tabung tersebut dinamakan **tabung tegak**.



#### Kegiatan Pembelajaran 4



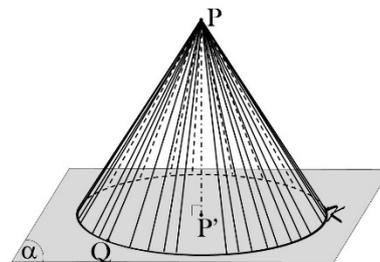
Gambar 60. Tabung Tegak dan Tabung Condong

Jika unsur-unsur dari suatu tabung tidak tegak lurus terhadap bidang alasnya, maka tabung tersebut dinamakan **tabung miring/ tabung condong**. Gambar 60 menunjukkan visualisasi tabung tegak (sebelah kiri) dan tabung condong (sebelah kanan).

#### b. Kerucut

##### Definisi Kerucut

Dipandang suatu bidang- $\alpha$  yang memuat sebuah kurva tertutup sederhana  $\mathcal{K}$  dan suatu titik  $P$  tidak pada bidang- $\alpha$ . Untuk setiap titik pada kurva  $\mathcal{K}$ , misalnya  $Q$ , terdapat ruas garis  $\overline{PQ}$ . Gabungan semua ruas garis, seperti  $\overline{PQ}$  tersebut beserta kurva  $\mathcal{K}$  dan interiornya (daerah dalam kurva  $\mathcal{K}$ ), dinamakan **kerucut**.

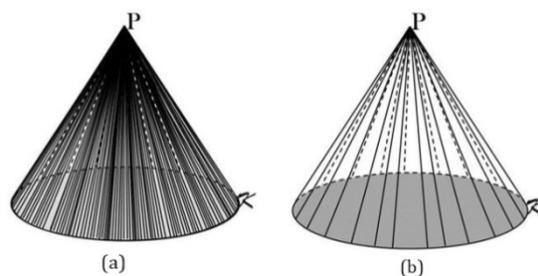


Gambar 61. Visualisasi Definisi Kerucut

Gambar 61 merupakan visualisasi dari definisi kerucut. Titik  $P$  disebut **puncak** kerucut. Kurva  $\mathcal{K}$  dan daerah dalamnya dinamakan **bidang alas** kerucut. Kurva  $\mathcal{K}$  disebut **batas** bidang alas. Kurva  $\mathcal{K}$  tersebut bukan merupakan rusuk kerucut. Ruas-ruas garis yang membentuk kerucut, seperti  $\overline{PQ}$ , disebut **unsur-unsur** atau **garis-garis pelukis** kerucut. Gabungan (himpunan) semua garis pelukis kerucut dinamakan **selimut** kerucut. Garis-garis pelukis yang membentuk kerucut juga bukan merupakan rusuk kerucut. Jadi, kerucut tidak memiliki rusuk. Jarak dari puncak ke bidang yang memuat bidang alas merupakan **tinggi** kerucut; dalam Gambar 61, ditunjukkan sebagai panjang ruas garis  $\overline{PP'}$ .



Gambar 62(a) memvisualisasikan selimut kerucut yang berpuncak di titik  $P$  dan batas bidang alasnya kurva  $\mathcal{K}$ . Adapun Gambar 62(b) memvisualisasikan bidang alas kerucut yang berpuncak di titik  $P$  dan batas bidang alasnya kurva  $\mathcal{K}$ .



Gambar 62. Visualisasi Selimut dan Bidang Alas Kerucut

Gabungan selimut dan bidang alas kerucut itulah yang dimaksud dengan **permukaan** kerucut. Berdasarkan definisi kerucut, dapat dimengerti bahwa kerucut merupakan ruang hampa yang dibatasi satu daerah bertepi suatu kurva tertutup sederhana dan semua ruas garis dari kurva menuju tepat satu titik tertentu.

Kerucut dapat diklasifikasikan menurut bentuk bidang alasnya. Jika bidang alasnya berupa daerah lingkaran, maka kerucut tersebut disebut **kerucut lingkaran**. Jika bidang alasnya berupa daerah segibanyak, maka kerucut tersebut dinamakan limas; lebih tepatnya permukaan limas (mengapa?). Jadi, dapat dikatakan bahwa suatu permukaan limas merupakan suatu kerucut yang bidang alasnya berupa daerah segibanyak. Dalam pembelajaran matematika sekolah, kerucut yang dibahas sesungguhnya yaitu kerucut lingkaran.

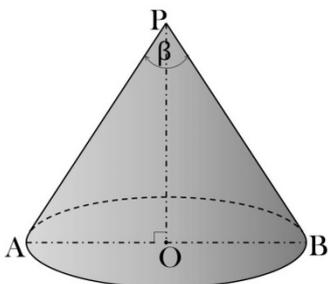
Jarak antara puncak kerucut dan bidang yang memuat bidang alas kerucut, atau jarak antara puncak kerucut dan bidang alas kerucut, dapat dipikirkan sebagai jarak antara puncak kerucut dan proyeksinya ke bidang yang memuat bidang alas kerucut. Dalam gambar 62 ditunjukkan jarak antara puncak kerucut dan bidang yang memuat bidang alas kerucut sebagai tinggi kerucut. Ada beberapa kemungkinan proyeksi puncak kerucut ke bidang yang memuat bidang alas kerucut. Dalam pembelajaran kerucut di sekolah menengah, proyeksi puncak kerucut ke bidang alasnya adalah pusat lingkaran.

Jika proyeksi puncak kerucut ke bidang yang memuat bidang alas kerucut terletak pada bidang alas kerucut, maka kerucut tersebut diklasifikasikan

#### Kegiatan Pembelajaran 4

sebagai **kerucut tegak**. Mengingat bidang alas kerucut-kerucut tersebut berupa daerah lingkaran, kerucut yang biasa diajarkan kepada siswa lebih tepat disebut sebagai **kerucut lingkaran tegak**. Adapun jika proyeksi puncak kerucut ke bidang yang memuat bidang alas kerucut terletak di luar bidang alas kerucut, maka kerucut tersebut diklasifikasikan sebagai **kerucut condong**. Jika bidang alas kerucut condong berupa daerah lingkaran, maka kerucut tersebut lebih tepat disebut sebagai **kerucut lingkaran condong**. Kerucut yang dibahas dalam pelajaran matematika sekolah, sesungguhnya suatu jenis kerucut lingkaran tegak. Pembahasan kerucut dalam modul ini difokuskan pada kerucut lingkaran tegak. Untuk selanjutnya dalam bahasan, yang dimaksud dengan sebutan 'kerucut' adalah 'kerucut lingkaran tegak'.

Ada tiga kemungkinan proyeksi puncak kerucut ke bidang alasnya. Dalam modul ini, kerucut yang dibahas adalah kerucut yang proyeksi puncaknya berimpit dengan titik pusat bidang alasnya. Ada beberapa jenis kerucut berdasarkan jenis sudut yang dibentuk oleh sepasang garis pelukis yang ujung-ujungnya merupakan diameter bidang alasnya.



Gambar 63. Visualisasi Penentuan Jenis Kerucut

Dalam gambar 63 ditunjukkan sebuah kerucut berpuncak di titik  $P$  dan bidang alas berpusat di  $O$ . Dalam gambar tersebut ditampilkan juga diameter bidang alasnya, yaitu  $\overline{AB}$ , dan sepasang garis pelukis kerucut yang ujung-ujungnya merupakan ujung diameter, yaitu  $\overline{PA}$  dan  $\overline{PB}$ .

Jenis sudut yang dibentuk oleh kedua garis pelukis inilah, yaitu  $\angle APB$ , yang digunakan untuk menentukan jenis kerucut. Misalkan besar  $\angle APB$  adalah  $\beta$ ,  $m\angle APB = \beta$ . Jika  $\angle APB$  merupakan sudut lancip ( $0 < \beta < 90$ ), maka kerucut tersebut termasuk jenis **kerucut lancip**. Jika  $\angle APB$  merupakan sudut siku-siku ( $\beta = 90$ ), maka kerucut tersebut termasuk jenis **kerucut siku-siku**. Dan jika  $\angle APB$  merupakan sudut tumpul ( $90 < \beta < 180$ ), maka kerucut tersebut jenis **kerucut tumpul**.



**c. Bola (*sphere*)**

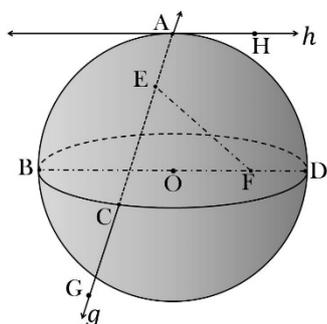
Istilah "bola" digunakan dalam pelajaran matematika di Indonesia. Istilah tersebut disamakan dengan benda dalam kehidupan yang disebut bola (*ball* [*bahasa Inggris*]). Dalam bahasa matematika, istilah tersebut disebut dengan "*sphere*". Model dari *sphere* berupa bola yang biasa Anda kenal dalam kehidupan.

**Definisi Bola dan Jari-jari Bola**

**Bola (*sphere*)** adalah himpunan titik-titik yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu dalam ruang. Titik tertentu tersebut disebut **pusat bola**.

**Jari-jari (*radius*)** suatu bola adalah:

- 1) **ruas garis** yang menghubungkan pusat bola dengan suatu titik sebarang pada bola;
- 2) **jarak** dari pusat ke bola.



Gambar 64. Bola dan Objek-objek Geometri yang Berkaitan

Gambar 64 menunjukkan definisi bola dan juga jari-jari bola. Dalam gambar tersebut, titik *O* dinamakan pusat bola. Oleh karena itu, gambar bola tersebut dapat kita beri nama "bola *O*". Titik-titik *A*, *B*, *C*, dan *D* merupakan titik-titik pada bola *O*. Ruas-ruas garis  $\overline{BO}$  dan  $\overline{DO}$  masing-masing merupakan jari-jari bola *O*. Ukuran kedua ruas garis tersebut juga disebut jari-jari bola *O*.

Misalkan jari-jari bola *O* tersebut sepanjang *r*, maka kita dapat melengkapi nama gambar tersebut "*bola(O,r)*"; bola yang berpusat di *O* dan jari-jarinya *r*. Titik-titik *A* dan *C*, keduanya pada bola *O*, maka jarak dari *A* ke *O* dan jarak dari *C* ke *O* adalah *r*. Kita dapat menyatakan  $OA = OB = OC = OD = r$ , karena jarak dari *O* ke masing-masing keempat titik tersebut sama dengan jari-jari bola *O*. Identik dalam bahasan lingkaran, jika titik *B*, *O*, dan *D*, ketiganya segaris, maka ruas garis  $\overline{BD}$  disebut **diameter bola *O***.





## Kegiatan Pembelajaran 4

Pada Gambar 64, titik  $A$  dan titik  $C$  keduanya berbeda. Menurut Teorema Eksistensi Garis, kedua titik tersebut pasti dilalui oleh tepat satu garis. Dalam Gambar 64, titik  $A$  dan titik  $C$  dilalui oleh garis  $g$ . Garis  $g$  dalam gambar tersebut dinamakan **garis potong** pada bola  $O$ . Kita juga dapat mengatakan bahwa garis  $g$  memotong/menembus bola  $O$  di titik  $A$  dan titik  $C$ . Ruas garis  $\overline{AC}$  dalam gambar tersebut dinamakan tali busur dalam bola  $O$ , identik dalam lingkaran. Ruas garis  $\overline{BD}$  juga merupakan tali busur dalam bola  $O$  karena titik  $B$  dan titik  $D$  keduanya pada bola  $O$ . Ruas garis  $\overline{BD}$  tadi kita sebut diameter bola  $O$ , sehingga kita menyatakan bahwa diameter bola adalah tali busur dalam bola yang melalui pusat bola.

Dalam gambar 64, titik  $A$  juga dilalui oleh sebuah garis, yaitu garis  $h$ . Terhadap bola  $O$ , garis  $h$  hanya melalui titik  $A$ . Identik pada lingkaran, garis  $h$  dinamakan **garis singgung** pada bola  $O$ . Sifat garis  $h$  dalam bola identik pada lingkaran, yaitu bahwa garis  $h$  tegak lurus terhadap salah satu jari-jari dalam bola  $O$ . Dalam hal ini,  $h \perp \overline{AO}$  dan titik  $A$  disebut titik singgung garis  $h$  terhadap bola  $O$ . Jadi, setiap garis yang menyinggung suatu bola maka garis tersebut memotong bola pada tepat satu titik dan garis tersebut tegak lurus terhadap salah satu jari-jari dari satu titik tersebut.

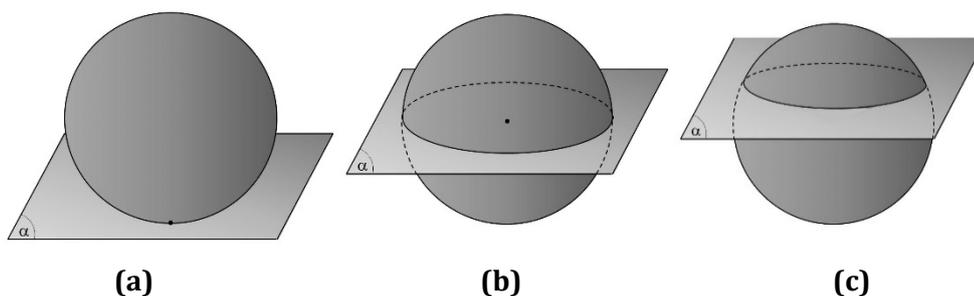
Dalam gambar 64 terdapat juga titik-titik  $E, F, G, H$ . Dalam gambar tersebut terlihat jelas bahwa titik  $G$  terletak pada garis  $g$ , titik  $H$  terletak pada garis  $h$ , titik  $E$  pada tali busur  $\overline{AC}$ , dan titik  $F$  terletak pada diameter  $\overline{BD}$ . Namun terhadap bola  $O$ , titik  $H$  dan titik  $G$  dikatakan keduanya terletak di **ruang luar** bola  $O$ , sedangkan titik  $E$  dan titik  $F$  terletak di **ruang dalam** bola  $O$ . Istilah “ruang luar” dan “ruang dalam” dalam bahasan bola dinyatakan dalam definisi berikut.

### **Definisi Interior dan Eksterior Bola**

**Interior** (ruang dalam) dari sebuah bola adalah gabungan pusatnya dan semua titik yang berjarak kurang dari jari-jari bola tersebut. **Eksterior** (ruang luar) dari sebuah bola adalah himpunan semua titik yang berjarak lebih dari jari-jari bola tersebut.

Dalam Gambar 64, jelas titik  $O$  di dalam ruang bola, karena titik  $O$  berjarak nol terhadap dirinya sendiri. Titik  $E$  dan titik  $F$  masing-masing berjarak kurang dari  $r$  (jari-jari bola  $O$ ) terhadap titik  $O$ , sehingga keduanya dikatakan terletak di dalam ruang bola  $O$ . Adapun titik  $G$  dan titik  $H$ , berjarak lebih dari  $r$  terhadap bola  $O$ , sehingga keduanya dikatakan terletak di ruang luar bola  $O$ .

Berdasarkan definisi bola dan *interior* bola tersebut, mudah dimengerti bahwa bola merupakan bagian ruang yang hampa yang dibatasi oleh gabungan/himpunan semua titik yang berjarak sama terhadap pusat bola. Dengan demikian kata “permukaan bola”, yang biasa diungkapkan dalam pembelajaran matematika, sesungguhnya bola itu sendiri. Bola-bola yang terbuat dari plastik (mulus/licin) tanpa cekungan atau gurat-gurat, yang ada dalam kehidupan sehari-hari, merupakan **suatu model bola** yang tepat dalam pembelajaran matematika sekolah.



Gambar 65. Tiga Kemungkinan Suatu Bidang Memotong Suatu Bola

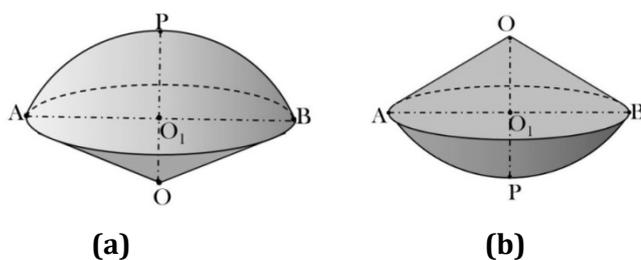
Bagian dari suatu bola maupun bola beserta ruang di dalamnya yang perlu dibahas dalam modul ini, antara lain tembereng bola dan juring bola. Tembereng bola ada di dalam ruang suatu bola akibat dari suatu bidang yang memotong bola tersebut. Gambar 65 menunjukkan tiga kemungkinan suatu bidang memotong suatu bola.

Gambar 65(a) menunjukkan bidang- $\alpha$  memotong bola tepat di satu titik pada bola, dikatakan bidang- $\alpha$  menyinggung suatu bola. Gambar 65(b) menunjukkan bidang- $\alpha$  memotong bola dan melalui pusat bola. Bagian bola yang terletak di atas dan di bawah bidang- $\alpha$  masing-masing dinamakan **setengah bola** (*hemisphere*). Potongan bola oleh bidang- $\alpha$  yang melalui pusat bola berupa lingkaran yang berpusat pada pusat bola. Lingkaran tersebut dinamakan

#### Kegiatan Pembelajaran 4

**lingkaran besar** pada bola. Adapun dalam Gambar 65(c), bidang- $\alpha$  memotong bola, tetapi bidang- $\alpha$  tidak melalui pusat bola. Potongan bola oleh bidang- $\alpha$  juga berbentuk lingkaran, lingkaran tersebut dinamakan **lingkaran kecil** pada bola. Bagian bola yang terletak di atas maupun di bawah bidang- $\alpha$  dinamakan **bidang lengkung bola**. Gabungan bidang lengkung bola, daerah lingkaran kecil, dan semua titik dalam ruang antara bidang lengkung bola dan daerah lingkaran kecil pada bola dinamakan **tembereng bola**. Dalam Gambar 65(c), tembereng bola yang terletak di atas bidang- $\alpha$  disebut tembereng kecil bola, dan yang terletak di bawah bidang- $\alpha$  disebut tembereng besar bola.

Lingkaran kecil pada bola merupakan himpunan titik-titik yang terletak pada bola. Oleh karena itu, lingkaran kecil tersebut merupakan ujung-ujung jari-jari pada bola. Gabungan semua jari-jari yang melintasi lingkaran kecil pada bola merupakan suatu selimut kerucut lingkaran tegak yang berpuncak pada pusat bola. Semua jari-jari yang melintasi lingkaran kecil pada bola bertindak sebagai garis-garis pelukisnya. Gabungan selimut kerucut tersebut dan bidang lengkung pada bola yang dibatasi lingkaran kecilnya, dan semua titik dalam ruang yang dibatasi selimut kerucut dan bidang lengkung dari bola tersebut dinamakan **juring dalam bola**.



(a) (b)  
Gambar 66. Juring dalam Bola

Gambar 66(a) menunjukkan suatu juring dalam bola  $O$  yang dipandang dari bidang lengkungnya.

Adapun Gambar 66(b) menunjukkan juring dalam bola  $O$  yang dipandang dari selimut kerucutnya. Melalui Gambar 66, jika lingkaran  $O_1$  semakin kecil atau titik  $O_1$  bergerak mendekati titik  $P$  dan membawa daerah lingkarannya, maka juring dalam bola tersebut semakin runcing.

Keberadaan lingkaran besar, bidang lengkung, tembereng bola, dan juring dalam bola yang dibahas tersebut merupakan dasar-dasar untuk mempelajari perhitungan luas bola dan volume bola.



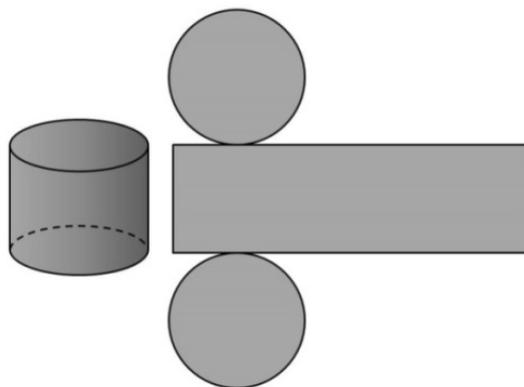
## 2. Luas Permukaan Bangun Ruang Bidang Sisi Lengkung

### a. Jaring-jaring dan Luas Permukaan Tabung

#### 1) Jaring-jaring Tabung

Dari pengetahuan kita tentang tabung, maka jaring-jaring tabung dapat kita pikirkan sebagai bentangan atau jajaran permukaan tabung tersebut pada bidang datar. Permukaan suatu tabung terdiri dari dua buah daerah lingkaran yang saling kongruen (berjari-jari sama) dan selimutnya. Bentangan selimut tabung, khususnya tabung tegak, pada bidang datar berupa daerah persegi panjang (mengapa?). Daerah persegi panjang tersebut mempunyai dimensi  $K_{\odot} \times t$ . Dalam hal ini,  $K_{\odot}$  adalah keliling daerah lingkaran bidang alasnya dan  $t$  adalah tinggi tabung.

Misalkan tabung tegak yang didesain jaring-jaringnya setinggi  $t$  dan jari-jari bidang alasnya  $r$ . Jaring-jaring tabung tersebut terdiri dari dua daerah lingkaran yang kongruen dengan jari-jari  $r$  dan sebuah daerah persegi panjang yang berdimensi  $K_{\odot} \times t$ . Panjang daerah persegi panjang tersebut adalah  $K_{\odot}$  dan lebar daerah persegi panjang tersebut adalah  $t$ . Dimensi daerah persegi panjang tersebut dapat disederhanakan menjadi  $(2\pi r \times t)$ , karena  $K_{\odot} = 2\pi r$ . Desain jaring-jaring tabung yang dimaksud tersebut disajikan dalam Gambar 67.



Gambar 67. Jaring-jaring Tabung Tegak

#### 2) Luas Permukaan Tabung

Luas permukaan tabung adalah jumlah luas kedua bidang alas dan selimutnya. Tabung yang mempunyai jari-jari bidang alasnya  $r$  dan tingginya  $t$ , luas



#### Kegiatan Pembelajaran 4

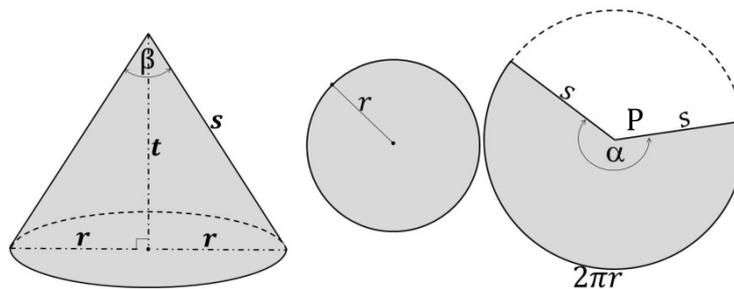
selimutnya adalah  $L_{selimut\ tabung} = 2\pi r t$  (dalam satuan luas). Dari jaring-jaring tabung tersebut, maka perhitungan luas permukaan tabung dapat dirumuskan:

$$L_{permukaan\ tabung} = (2 \times L_{bidang\ alas}) + L_{selimut} = (2 \times (\pi r^2)) + (2\pi r \times t)$$
$$\Leftrightarrow L_{permukaan\ tabung} = 2\pi r(r + t) \quad (\text{dalam satuan luas})$$

### b. Jaring-jaring dan Luas Permukaan Kerucut

#### 1) Jaring-jaring Kerucut

Jaring-jaring kerucut adalah susunan atau jajaran bidang alas dan selimut dari suatu kerucut yang disajikan pada suatu bidang (bidang datar). Jaring-jaring kerucut dapat kita pikirkan sebagai bentangan atau jajaran permukaan kerucut tersebut. Permukaan kerucut meliputi selimut kerucut dan bidang alas kerucut. Oleh karena itu, jaring-jaring kerucut merupakan susunan atau jajaran selimut kerucut dan bidang alas kerucut pada bidang datar. Gambar 68 menunjukkan suatu kerucut dengan bidang alas berjari-jari  $r$ , dengan tingginya  $t$ , dan sketsa jaring-jaringnya.



Gambar 68. Kerucut dan Jaring-jaringnya

Dalam Gambar 68, baik gambar kerucutnya (sebelah kiri) maupun permukaannya (sebelah kanan) dilengkapi label ukuran-ukuran yang berkaitan. Label  $r$  merupakan jari-jari bidang alas kerucut. Label  $t$  merupakan tinggi kerucut. Label  $s$  merupakan panjang garis pelukis kerucut. Label  $\beta$  menunjukkan ukuran sudut antara sepasang garis pelukis di depan suatu diameter bidang alas (jenis kerucut). Label  $\alpha$  menunjukkan ukuran busur dari

juring selimut kerucut. Label  $2\pi r$  menunjukkan keliling bidang alas kerucut dan panjang busur dari juring selimut kerucut.

Berdasarkan definisi kerucut, maka selimut kerucut berupa juring lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut, dan panjang busur juring lingkaran tersebut sama dengan keliling lingkaran bidang alas kerucut. Besar busur juring tersebut, yaitu  $\alpha$ , ditentukan oleh perbandingan antara panjang juring dan keliling lingkaran berjari-jari garis pelukis, yaitu  $s$ , terhadap sudut satu putaran penuh.

### Cara Menentukan Besar Busur Juring Selimut Kerucut

Selimut kerucut berbentuk daerah juring lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut. Adapun panjang garis pelukis suatu kerucut dapat ditentukan berdasarkan jari-jari bidang alas kerucut dan tinggi kerucut. Jika jari-jari bidang alas kerucut adalah  $r$  dan tinggi kerucut adalah  $t$ , maka perhitungan panjang garis pelukis kerucut, yaitu  $s$ , adalah:  $s = \sqrt{r^2 + t^2}$  (mengapa?).

Karena juring lingkaran melibatkan besar busurnya (ukuran sudut pusat lingkaran  $P$ ), yaitu  $\alpha$  (gambar 65), maka untuk melukis selimut kerucut harus diketahui ukuran sudut pusat lingkaran tersebut (sudut juring besar dalam lingkaran  $P$ ). Misalkan ukuran sudut pusat lingkaran  $P$  yang dimaksud adalah  $\alpha$ , maka nilai  $\alpha$  dapat ditentukan melalui perhitungan berikut:

$$\alpha = \frac{\text{panjang juring}}{\text{keliling } \odot P} \times 360 = \frac{2\pi r}{2\pi s} \times 360 = \frac{r}{s} \times 360$$

Jadi  $\alpha = \frac{r}{s} \times 360$  dalam satuan derajat.

## 2) Luas Permukaan Kerucut

Luas permukaan kerucut adalah jumlah luas selimut kerucut dan luas bidang alas kerucut. Jika suatu kerucut dengan jari-jari bidang alasnya  $r$  dan tinggi kerucut  $t$ , dan panjang garis pelukisnya  $s$ , maka perhitungan luas permukaan kerucut, yaitu:

$$L_{\text{permukaan kerucut}} = L_{\text{bidang alas}} + L_{\text{selimut}}$$



#### Kegiatan Pembelajaran 4

$$\Leftrightarrow L_{\text{permukaan kerucut}} = \pi r^2 + \left(\frac{\alpha}{360} \times L_{\odot P}\right) = \pi r^2 + \left(\frac{r \times 360}{s} \times \pi s^2\right)$$

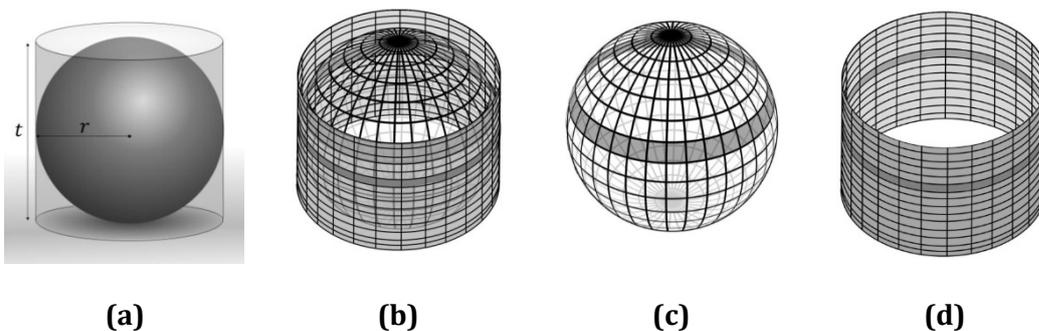
$$\Leftrightarrow L_{\text{permukaan kerucut}} = \pi r(r + s)$$

Atau  $L_{\text{permukaan kerucut}} = \pi r(r + \sqrt{r^2 + t^2})$ , karena  $s = \sqrt{r^2 + t^2}$

#### c. Luas Bola

Ada beberapa cara menemukan luas bola adalah hasil kali  $4\pi$  dan kuadrat jari-jarinya. Berdasarkan definisi bola, maka jaring-jaring bola tidak dapat diwujudkan dengan media dimensi dua. Jaring-jaring suatu bola harus diwujudkan dalam bentuk dimensi tiga.

Perhitungan luas bola dapat dilakukan pendekatannya dengan menggunakan daerah-daerah segidua bola. Namun dalam modul ini ditunjukkan pendekatan luas bola dengan menggunakan selimut tabung, yang dilakukan oleh orang-orang Yunani dan tertulis dalam sejarah Matematika. Visualisasi yang diperlukan yaitu, suatu bola yang berada di dalam ruang sebuah tabung. Jari-jari bidang alas tabung sama dengan jari-jari bola, dan tinggi tabung sama dengan diameter bola. Visualisasi tersebut disajikan dalam Gambar 69.



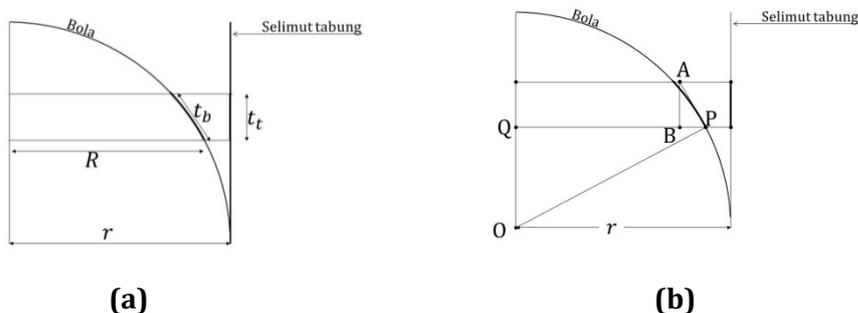
Gambar 69. Bola dalam Tabung

Gabungan bola dan selimut tabung tersebut, kemudian dipotong-potong tegak lurus bidang alas tabung dan melalui pusat bola. Potongan-potongan berikutnya sejajar dengan bidang alas tabung. Kedua macam potongan tersebut tergambar seperti Gambar 69(b). Jika bola dan selimut tabung tersebut dipisahkan, maka hasil potongan-potongan pada bola tergambar dalam



Gambar 69(c) dan hasil potongan-potongan pada selimut tabung tergambar dalam Gambar 69(d).

Arsiran yang dibuat tebal dalam Gambar 69 dimaksudkan sebagai satu lapisan hasil potongan-potongan horisontal pada bola dan selimut tabung untuk menganalisa luas keduanya. Perhitungan luas bola dianalisis melalui sel-sel dalam lapisan tersebut. Setiap sel dalam satu lapisan yang terdapat pada selimut tabung setara dengan daerah persegi panjang, sedangkan setiap sel dalam satu lapisan yang terdapat pada bola mendekati daerah persegi panjang juga. Sketsa ukuran sel-sel tersebut disajikan dalam Gambar 70. Dalam gambar tersebut,  $t_t$  menunjukkan tinggi sel satu lapisan pada selimut tabung,  $t_b$  menunjukkan tinggi sel satu lapisan pada bola,  $r$  menunjukkan jari-jari lingkaran besar pada bola yang sama dengan jari-jari bola dan bidang alas tabung, dan  $R$  menunjukkan jari-jari lingkaran kecil pada bola.



Gambar 70. Sketsa Ukuran Sel-sel Hasil Pemotongan-pemotongan pada Bola dan Selimut Tabung

Jumlah luas semua sel yang diarsir tebal pada selimut tabung tersebut adalah  $2\pi r t_t$  (mengapa?). Dengan perkataan lain, luas satu lapisan hasil potongan horisontal pada selimut tabung tersebut adalah  $L_{satu\ lapisan\ selimut\ tabung} = 2\pi r t_t$ . Adapun jumlah luas semua sel yang diarsir tebal pada bola tersebut adalah  $2\pi R t_b$  (mengapa?). Atau luas satu lapisan hasil potongan horisontal pada bola tersebut adalah  $L_{satu\ lapisan\ bola} = 2\pi R t_b$ . Luas satu lapisan pada selimut tabung dan satu lapisan pada bola tersebut mendekati sama.

Dalam Gambar 70(b),  $\triangle OPQ \sim \triangle PAB$  (mengapa?). Akibat kesebangunan antara segitiga  $OPQ$  dan segitiga  $PAB$ , yaitu  $\angle BAP \cong \angle OPQ$  dan  $\frac{PA}{PO} = \frac{PB}{OQ} = \frac{AB}{PQ}$ . Dari sketsa

#### Kegiatan Pembelajaran 4

ukuran-ukuran dalam Gambar 70(a), kita dapat mensubstitusikannya dalam perbandingan akibat kesebangunan antara  $\triangle OPQ$  dan  $\triangle PAB$ . Kita peroleh  $\frac{t_b}{r} = \frac{PB}{OQ} = \frac{t_t}{R}$ . Dari perbandingan tersebut kita peroleh  $\frac{t_b}{r} = \frac{t_t}{R}$ . Jika kedua ruas perbandingan tersebut dikalikan dengan “ $rR$ ”, maka kita memperoleh  $Rt_b = rt_t$ . Dan jika kedua ruas persamaan tersebut dikalikan dengan  $2\pi$ , maka kita mendapatkan  $2\pi Rt_b = 2\pi rt_t$ . Ruas kiri persamaan terakhir tersebut adalah luas satu lapisan pada bola, sedangkan ruas kanan persamaan tersebut adalah luas satu lapisan pada selimut tabung. Oleh karena itu, kita telah menunjukkan bahwa:

$$L_{\text{satu lapisan bola}} \approx L_{\text{satu lapisan selimut tabung}}$$

Misalkan terdapat  $n$  lapisan dari pemotongan-pemotongan pada bola dan selimut tabung. Urutan perhitungannya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L_{\text{bola}} &\approx L_{\text{selimut tabung}} \approx L_{\text{lapisan ke-1}} + L_{\text{lapisan ke-2}} + \dots + L_{\text{lapisan ke-n}} \\ &\approx 2\pi r t_1 + 2\pi r t_2 + \dots + 2\pi r t_n \approx 2\pi r (t_1 + t_2 + \dots + t_n) \\ &\approx 2\pi r t_{\text{tabung}} \approx 2\pi r 2r = 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Jadi suatu bola yang berjari-jari  $r$ , luas bola tersebut adalah:  $L_{\text{bola}} = 4\pi r^2$  (dalam satuan luas)

Dalam pembelajaran di kelas, Anda diharapkan tidak hanya memberikan rumusnya saja kepada siswa, tetapi siswa perlu melalui proses penemuan rumus tersebut untuk mengembangkan kemampuan analisisnya. Akan lebih baik lagi jika menggunakan media pembelajaran yang dapat dimanipulasi siswa agar konstruksi pemahamannya lebih baik lagi.

### 3. Volume Bangun Ruang Bidang sisi Lengkung

#### a. Volume Tabung

Perhitungan volume tabung identik dengan perhitungan volume prisma (mengapa?). Volume tabung yang bidang alasnya berjari-jari  $r$  dan tingginya  $t$  dirumuskan:  $V_{\text{tabung}} = L_{\text{bidang alas}} \times \text{tinggi}_{\text{tabung}}$

$$V_{\text{tabung}} = \pi r^2 \times t \text{ (dalam satuan volume).}$$

Perhitungan volume tabung tersebut berlaku untuk tabung tegak (tabung lingkaran tegak).

**b. Volume Kerucut**

Sebuah kerucut terbentuk serupa dengan pembentukan limas, sehingga perhitungan volume kerucut identik dengan perhitungan volume limas. Jika suatu kerucut dengan jari-jari bidang alasnya  $r$  dan tinggi kerucut  $t$ , maka perhitungan volume kerucut, yaitu:

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \times L_{\text{bidang alas}} \times \text{tinggi}_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times t = \frac{1}{3} \pi r^2 t \quad (\text{dalam satuan volume})$$

$$\text{Atau } V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{s^2 - r^2}, \text{ karena } t = \sqrt{s^2 - r^2} \text{ (dalam satuan volume)}$$

**c. Volume Bola**

Volume bola adalah banyak kubus satuan yang dapat memenuhi ruang dalam bola. Meskipun demikian, perhitungan volume bola dapat melibatkan jari-jarinya.

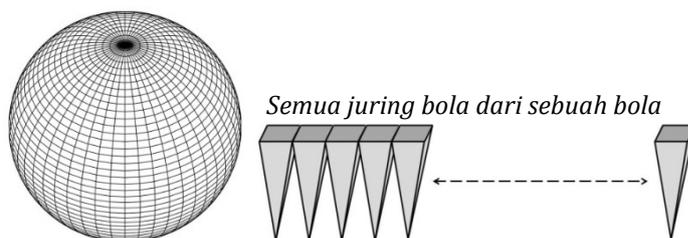
**Volume suatu bola adalah hasil kali  $\frac{4}{3}\pi$  dan pangkat tiga jari-jarinya.**

Misalkan pada suatu bola berjari-jari  $r$ , lingkaran-lingkaran besar dan lingkaran kecil dibuat seperti dalam Gambar 71. Perpotongan-perpotongan antara lingkaran-lingkaran tersebut sedemikian sehingga pada bola terbentuk sel-sel dan setiap sel berbentuk mendekati daerah segiempat. Setiap titik sudut sel tersebut merupakan ujung jari-jari bola tersebut. Jadi bola tersebut dipotong-potong menjadi juring-juring bola, dan setiap juring bola mendekati limas segiempat.

Perhitungan volume bola dalam hal ini adalah perhitungan volume terhadap bola pejal (bola dan semua titik di dalam ruangnya). Oleh karena itu, volume bola yang kita tentukan nilainya sama dengan jumlah volume semua juring bola yang terjadi.



#### Kegiatan Pembelajaran 4



Gambar 71. Sketsa Perhitungan Volume Bola

Dari sketsa yang disajikan dalam Gambar 71, jika juring bola yang terbentuk sebanyak  $n$ , maka kita susun perhitungan volume bola, yaitu:

$$V_{bola} = \text{jumlah volume semua juringbola}$$

$$= V_{juring\ ke-1} + V_{juring\ ke-2} + \dots + V_{juring\ ke-n}$$

Tembereng juring bola yang kita buat mendekati daerah segiempat. Oleh karena itu, setiap juring bola yang terjadi mendekati limas segiempat dengan garis pelukisnya berupa jari-jari bola. Selanjutnya perhitungan volume bola yang kita susun, yaitu:

$$V_{bola} \approx V_{limas-1} + V_{limas-2} + \dots + V_{limas-n}$$

$$V_{bola} \approx \frac{1}{3} \cdot L_{alas\ limas\ ke-1} \cdot t + \frac{1}{3} \cdot L_{alas\ limas\ ke-2} \cdot t + \dots + \frac{1}{3} \cdot L_{alas\ limas\ ke-n} \cdot t$$

$$V_{bola} \approx \frac{1}{3} \cdot t (L_{alas\ limas\ ke-1} + L_{alas\ limas\ ke-2} + \dots + L_{alas\ limas\ ke-n})$$

$$V_{bola} \approx \frac{1}{3} \cdot t \cdot L_{bola}$$

Adapun  $L_{alas\ limas\ ke-1} + L_{alas\ limas\ ke-2} + \dots + L_{alas\ limas\ ke-n} = L_{bola}$  karena gabungan semua bidang alas limas tersebut merupakan bola. Jika juring-juring bola atau limas-limas tersebut tak terhitung banyaknya, maka tinggi limas tersebut mendekati jari-jari bola. Dengan demikian, perhitungan volume bola selanjutnya, yaitu:

$$V_{bola} \approx \frac{1}{3} r \cdot L_{bola} = \frac{1}{3} r \cdot 4\pi r^2, \quad (\text{karena } L_{bola} = 4\pi r^2)$$

sehingga  $V_{bola} \approx \frac{4}{3} \pi r^3$ . Jadi suatu bola yang berjari-jari  $r$ , volume bola tersebut adalah:  $V_{bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$  (dalam satuan volume).



## D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan aktivitas di bawah ini secara berkelompok. Lakukan diskusi dengan semangat gotong royong dan konstruktif. Pecahkan masalah yang ada secara kreatif.

1. Anda dapat membaca cepat uraian materi sebelumnya, pastikan poin-poin penting sudah Anda pahami.
2. Lakukan beberapa aktivitas beserta selesaikan lembar kegiatan yang menyertainya.
3. Diskusikan dengan kelompok lain dengan cara melakukan presentasi terlebih dahulu secara santun, komunikatif, dan konstruktif.
4. Temukan ikhtisar atau *resume* dari hasil paparan dan diskusi.

### Bagian 1.

Anda telah mempelajari uraian materi tentang tabung, kerucut, dan bola. Anda perlu memantapkan pengetahuan Anda tentang tabung, kerucut, dan bola. Keperluan Anda tersebut dapat terpenuhi dengan memilih benda-benda yang bentuknya menyerupai tabung, kerucut, dan bola. Coba Anda cermati di dalam lingkungan sekitar Anda! Adakah benda-benda alam (bukan buatan manusia) yang dapat dimanfaatkan untuk menjelaskan kepada siswa tentang konsep tabung, kerucut, dan bola?

### Bagian 2.

Anda telah mempelajari uraian materi tentang jaring-jaring, perhitungan luas permukaan, dan perhitungan volume dari tabung, kerucut, dan bola. Anda perlu memantapkan pengetahuan Anda dengan mewujudkan secara nyata. Buatlah alat peraga model tabung dan kerucut, dengan bahan kertas BC (manila) atau mika. Mulailah dengan membuat jaring-jaringnya dan kemudian merangkainya menjadi model tabung dan model kerucut. Untuk model bola, gunakan bola plastik yang biasa dipakai mainan anak-anak. Berdasarkan ukuran diameter bola plastik tersebut, pakailah ukuran tersebut untuk menentukan ukuran model tabung dan model kerucut.



Kegiatan Pembelajaran 4

**Aktivitas 4.1.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 4.1**  
**KONSEP BANGUN RUANG SISI LENGKUNG**

<b>Tujuan:</b> memahami konsep tabung, kerucut, dan bola.	<b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....
--	---

1. Benda atau bagian benda apa saja di ruang kelas, yang dapat diidealisasi menjadi bangun ruang tabung, kerucut, dan bola?

2. Benda alam atau bagian benda alam apa saja (yang *bukan* buatan manusia), yang dapat diidealisasi menjadi bangun ruang tabung, kerucut, dan bola?

3. Buatlah pengelompokan antara tabung, kerucut, dan bola; mana yang memiliki bidang datar dan mana yang tidak? Mana yang memiliki rusuk garis (lurus) dan mana yang tidak? Mana yang memiliki batas (rusuk lengkung) dan mana yang tidak?





4. Apa hubungan bentuk tabung dan kerucut?

5. Apa hubungan bentuk kerucut dan bola?





Kegiatan Pembelajaran 4

**Aktivitas 4.2.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 4.2**  
**LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME BANGUN RUANG SISI LENGKUNG**

<b>Tujuan:</b> memahami konsep luas permukaan dan volume tabung, kerucut, dan bola.	<b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....
--	---

1. Buatlah sketsa jaring-jaring tabung dan kerucut yang Anda gunakan untuk membuat tabung dan kerucut, beserta ukurannya berdasarkan ukuran bola (diameter atau jari-jari bola)

2. Berdasarkan kedua jaring-jaring tabung dan kerucut yang Anda buat tersebut, jelaskan bagaimana Anda menghitung luas permukaan tabung dan kerucut?



3. Berdasarkan ketiga alat peraga sederhana yang Anda buat tersebut, jelaskan bagaimana cara Anda menunjukkan rumus menentukan volume tabung, lalu volume kerucut, dan terakhir volume bola!

4. Dengan menganggap bola merupakan kumpulan semua kerucut yang alasnya membentuk permukaan bola dan titik puncaknya berkumpul di titik pusat bola, tunjukkan bagaimana Anda menemukan rumus luas permukaan bola berdasarkan rumus volume bola (yang sudah ditunjukkan di nomor 3 di atas dan rumus volume kerucut)!



Kegiatan Pembelajaran 4

**Aktivitas 4.3.**

**LEMBAR KEGIATAN (LK) 4.3.  
(PENYUSUNAN SOAL PENILAIAN BERBASIS KELAS)**

<p><b>Tujuan:</b> mampu menyusun soal penilaian berbasis kelas bagi siswa untuk mengembangkan HOTS (<i>Higher Order Thinking Skills</i>) terkait materi Bangun Ruang Sisi Lengkung berdasarkan Kisi-kisi pada lampiran</p>	<p><b>Identitas/Kode Kelompok:</b> ..... .....</p>
--	--

1. Bacalah bahan bacaan berupa Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik)!
2. Pelajari kisi-kisi yang dikeluarkan oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan seperti pada lampiran!
3. Berdasarkan kisi-kisi tersebut, secara mandiri, kembangkanlah **tiga (3)** soal pilihan ganda dan **tiga (3)** soal uraian yang bertipe soal HOTS pada lingkup materi yang dipelajari pada modul ini sesuai format kartu soal berikut!

KARTU SOAL	
Jenjang	: Sekolah Menengah Pertama
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas	:
Materi	: Bangun Ruag Sisi Lengkung
Kompetensi Dasar	:
Indikator Soal	:
Level	: Pengetahuan dan Pemahaman/Aplikasi/Penalaran *)
Bentuk Soal	: Pilihan Ganda/Uraian *)
BAGIAN SOAL DI SINI	
Kunci Jawaban/Rubrik Penilaian *) :	

\*) coret yang tidak perlu





## E. Latihan/Kasus/Tugas

### Bagian 1.

Selesaikan tugas berikut!

1. Kemukakan ide Anda dalam membelajarkan atau memeragakan konsep tabung dan konsep kerucut!
2. Kemukakan ide Anda dalam membelajarkan atau memeragakan bagian-bagian bola yang dipotong oleh suatu bidang!
3. Diskusikan mengapa tabung, kerucut, maupun bola tidak memiliki rusuk!

### Bagian 2.

1. Analisalah bagaimana menunjukkan bahwa volume suatu tabung adalah tiga kali volume kerucut!
2. Analisalah bagaimana menunjukkan luas bola adalah empat kali luas lingkaran besar pada bola tersebut!
3. Analisalah bagaimana menunjukkan hubungan antara volume tabung dan volume bola!

## F. Ringkasan

Tabung, kerucut, maupun bola merupakan bangun-bangun ruang yang berongga. Tabung memiliki dua bidang alas yang kongruen dan sejajar, keduanya berupa daerah kurva tertutup sederhana (lingkaran). Pengelompokan tabung tegak dan tabung condong dipandang berdasarkan ketegaklurusan selimut tabung terhadap bidang alasnya.

Kerucut hanya memiliki satu bidang alas yang tepinya dihubungkan oleh selimutnya ke satu titik di luar bidang alasnya. Bidang alas kerucut berupa kurva tertutup sederhana (lingkaran). Pengelompokan kerucut tegak dan kerucut condong dipandang berdasarkan letak proyeksi puncak kerucut ke bidang alasnya. Ada tiga jenis kerucut tegak, yaitu kerucut lancip, kerucut siku-siku, dan





## Kegiatan Pembelajaran 4

kerucut tumpul. Pengelompokkannya didasarkan dari jenis sudut yang dibentuk oleh dua garis pelukisnya yang ujung-ujungnya merupakan diameter bidang alas kerucut.

Bola juga merupakan bangun ruang berrongga. Namun bola tidak mempunyai bidang alas, juga tidak mempunyai selimut. Apabila ada suatu bidang yang berelasi dengan bola, kemungkinannya yaitu bersinggungan dan berpotongan. Apabila bidang memotong bola dan melalui pusat bola, maka perpotongannya berupa lingkaran besar. Suatu lingkaran besar pada bola membelah bola menjadi dua buah setengah bola. Apabila bidang memotong bola dan tidak melalui pusat bola, maka perpotongannya berupa lingkaran kecil. Jika ada lingkaran kecil pada bola, maka di dalam ruang bola terdapat tembereng bola, dan pada bola terdapat bidang lengkung bola. Gabungan semua jari-jari yang menghubungkan lingkaran kecil ke pusat bola, dan bidang lengkung bola berupa juring bola.

Luas permukaan tabung adalah jumlah luas kedua bidang alas tabung dan luas selimutnya. Luas permukaan kerucut adalah jumlah luas bidang alas kerucut dan luas selimutnya. Luas permukaan bola adalah luas bola itu sendiri.

Volume tabung dapat dipikirkan sebagai banyaknya kubus satuan yang memenuhi ruang di dalam tabung. Volume kerucut dapat dipikirkan sebagai banyaknya kubus satuan yang memenuhi ruang di dalam kerucut. Volume bola dapat dipikirkan sebagai banyaknya kubus satuan yang memenuhi ruang di dalam bola.

## G. Umpan Balik/Tindak Lanjut

Anda telah mempelajari bagian bangun ruang sisi lengkung. Sudahkah Anda selesaikan tugas yang diberikan kepada Anda?

Aktivitas 4.1. menghendaki Anda untuk dapat menyebutkan dan menganalisa benda atau bagian benda yang ada di sekitar yang dapat dikembangkan untuk memfasilitasi siswa dalam menemukan konsep bangun ruang sisi lengkung (tabung, kerucut, dan bola) serta hubungan di antara ketiganya.

Aktivitas 4.2. mensyaratkan Anda untuk membuat terlebih dahulu jaring-jaring tabung dan kerucut dengan ukuran bidang alas yang sama (juga sama dengan

diameter suatu bola). Begitu juga ketinggiannya. Dengan memanfaatkan jaring-jaring tersebut, Anda diminta untuk menentukan luas permukaan tabung dan kerucut. Selain itu juga volume tabung, kerucut, dan bola. Harapannya, aktivitas tersebut dapat menjadi alternatif pembelajaran yang dapat Anda terapkan kepada siswa.

Adapun untuk mengerjakan aktivitas 4.3., Anda diminta terlebih dahulu mempelajari Modul Pengembangan Penilaian di Modul Penilaian 2 dan Pemanfaatan Media untuk Profesionalisme Guru, Kelompok Kompetensi H (Pedagogik) terkait pengembangan soal HOTS dan mencermati kisi-kisi pada lampiran terkait lingkup kompetensi terkait bangun ruang sisi lengkung SMP.

Setelah Anda mempelajari konsep bangun ruang, luas permukaan dan volume tabung, kerucut, dan bola dalam kegiatan pembelajaran ini, kiranya Anda dapat mengembangkan pembelajarannya bagi siswa-siswa Anda. Aktivitas belajar yang diusulkan dalam modul ini, Anda perlu melaksanakannya juga bersama siswa-siswa Anda dalam kegiatan pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan ruang dalam diri siswa akan terkonstruksi apabila siswa berbuat langsung dengan modelnya (alat peraga) buatannya sendiri.



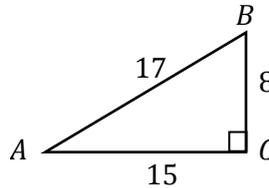
## Kunci Jawaban Latihan

### Kegiatan pembelajaran 1.

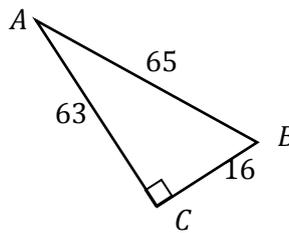
1. a. refleksi  
b. refleksi  
c. refleksi  
d. rotasi  
e. rotasi  
f. refleksi dilanjutkan refleksi  
g. rotasi  
h. refleksi
2.  $A'(2, 1), B'(-6, 4), C'(-5, 1)$
3.  $a + b = 7$
4.  $(2, 6)$
5. a.  $R_{0,90^\circ}(-2, 3) = (-3, -2)$       b.  $R_{0,270^\circ}(-2, 3) = (3, 2)$ .
6.  $(-2, 5) \rightarrow (-5, -2)$
7.  $(5, 2)$
8. Hasil transformasi
  - a. Titik  $A'(-1, -4)$
  - b. Titik  $A'(10, 1)$
  - c. Titik  $A'(3, 4)$
  - d. Titik  $A(3, 2)$
9.  $2x - y - 4 = 0$
10.  $B'(2, -4)$  dan  $C'(-8, 6)$

**Kegiatan pembelajaran 2.**

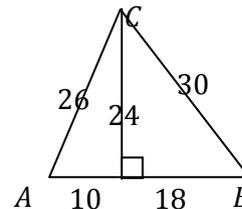
1. Contoh:  $\sin A = \cos B = \frac{8}{17}$



2. Contoh:  $\cos A = \sin B = \frac{63}{65}$



3. Contoh: nilai  $\tan A = \frac{24}{10} = 1,2$ , dan  $\sin B = \frac{24}{30} = 0,8$



4. Contoh:  $\cos \alpha = \frac{40}{41}$

5. Lebar sungai  $\approx 109,90$  m.

**Kegiatan pembelajaran 3.**

Bagian 1.

1. Gunakan prinsip ketegaklurusan dua bidang dalam teori geometri ruang: garis tegak lurus bidang berarti garis tersebut tegak lurus terhadap semua garis yang terletak pada bidang tersebut. Manfaatkan prinsip tersebut untuk menganalisa ketegaklurusan sepasang bidang sisi suatu kubus, pilih sepasang bidang sisi, pilih salah satu titik sudut dari pertemuan sepasang bidang sisi yang Anda pilih, dan gunakan bidang sisi ketiga yang memuat titik sudut tersebut!
2. Kemungkinan bangun ruang yang terjadi, yaitu kubus, prisma tegak jajargenjang, dan prisma tegak segitiga siku-siku samakaki.

3. Aphotema pada limas beraturan juga merupakan panjang garis-tinggi bidang sisi limas. Bidang sisi limas merupakan daerah segitiga samakaki. Semua bidang sisi dalam suatu limas saling kongruen, sehingga panjang garis tinggi dari titik puncak ke sisi alas bidang sisi antara bidang sisi yang satu dan bidang sisi lainnya sama panjang.

#### Bagian 2.

1. Buatlah sketsa kubus  $ABCD.EFGH$ , misalnya. Lukislah bidang diagonal  $ABGH$  dan bidang diagonal  $ADFG$ ! Anda bisa mengungkapkan bentuk/wujud perpotongan kedua diagonal tersebut adalah diagonal ruang  $AG$ .
2. Kedua diagonal sisi tersebut merupakan sisi-sisi yang berhadapan dalam bidang diagonal  $EFCD$ . Bidang diagonal  $EFCD$  merupakan daerah persegi panjang.
3. Buatlah sketsa suatu balok yang dimaksud soal dan berilah ukuran-ukuran rusuk-rusuknya pula! Rincilah keenam bidang diagonalnya dan nyatakan dimensinya! Dari rincian tersebut, Anda bisa memastikan keenam bidang diagonal tersebut saling kongruen atau tidak.
4. Pilih sebuah bidang diagonal dalam balok! Cermati kedua diagonalnya! Anda dapat menunjukkan hubungan bentuk bidang diagonal tersebut dan sifat kedua diagonalnya bahwa suatu diagonal ruang dalam balok juga merupakan diagonal dalam suatu bidang diagonal.

#### Bagian 3.

1. Sketsalah lebih dulu gambar kubus  $ABCD.EFGH$  beserta bidang diagonal  $EFCD$ , sehingga terbentuk prisma segitiga siku-siku  $ADE.BCF$  dan prisma segitiga siku-siku  $HDE.GCF$ ! Hitunglah panjang diagonal sisi  $CF$  dan diagonal sisi  $DE$ , sehingga Anda dapat menentukan luas bidang diagonal  $AECD$ ! Hitunglah luas permukaan masing-masing prisma segitiga siku-siku tersebut, kemudian jumlahkan hasilnya!
2. Sketsalah lebih dulu gambar balok  $ABCD.EFGH$  beserta semua diagonal ruangnya yang berpotongan di  $O$ ! Dimensi balok  $AB \times AD \times AE = 5 \times 4 \times 3$ , artinya



## Kunci Jawaban Latihan

$AB = DC = HG = EF = 5$ ,  $AD = BC = FG = EH = 4$ , dan  $AE = BF = CG = DH = 3$ . Nah, cukup mudah bagi Anda untuk melakukan perhitungan luas dan volume yang diminta.

**Petunjuk Tugas:** Anda dapat memindahkan letak persegi yang diberi nomor seperti dalam gambar contoh jaring-jaring kubus yang diberikan dalam uraian materi.

## Kegiatan pembelajaran 4.

### Bagian 1.

1. Usulan peragaan untuk konsep tabung dan kerucut:
  - a. model ruas garis dapat berupa tusuk sate atau lidi
  - b. model bidang dapat berupa gabus/stereofom
  - c. kurva di gambar pada gabus, tusuk sate atau lidi ditancapkan pada gambar kurva.
2. Usulan peragaan untuk bagian bola yang dipotong suatu bidang:
  - a. Model bola dapat berupa buah kelapa yang telah dikupas kulitnya, atau bisa juga buah semangka/melon
  - b. Model bidang dapat berupa plastik mika (yang biasa digunakan untuk melapisi sampul buku) atau kertas mengkilat
  - c. Pemotongan dilakukan dengan bantuan pisau
3. Pelajari kembali definisi rusuk, tabung, kerucut, dan bola!

### Bagian 2.

1. Untuk melakukan analisa hubungan antara volume tabung dan volume kerucut, cermati pendekatan perhitungan-perhitungannya!
2. Untuk melakukan analisa tentang luas bola, cermati pengertian lingkaran-besar pada bola dan pendekatan perhitungan luas bola.
3. Untuk melakukan analisa hubungan antara volume tabung dan volume bola, cermati pendekatan perhitungan-perhitungannya!

## Evaluasi

Petunjuk: Pilih satu jawaban yang tepat untuk setiap soal dari 4 alternatif jawaban yang disediakan!

1. Transformasi geometris yang mengubah ukuran atau orientasi adalah ...
  - A. translasi
  - B. rotasi  $180^\circ$
  - C. pencerminan
  - D. dilatasi dengan skala 1
2. Oleh translasi,  $T$  titik  $(2, -5)$  dipetakan ke titik  $(-1, 8)$ . Peta titik  $(5, -7)$  oleh  $T$  adalah ...
  - A.  $(2, 6)$
  - B.  $(2, -4)$
  - C.  $(8, -20)$
  - D.  $(8, -4)$
3. Pencerminan terhadap garis  $x = h$  memetakan  $(3, -2)$  ke  $(-5, -2)$ . Oleh pencerminan itu, peta  $(-4, 3)$  adalah ...
  - A.  $(12, 3)$
  - B.  $(8, 3)$
  - C.  $(4, 3)$
  - D.  $(-12, 3)$
4. Oleh suatu rotasi sebesar  $\alpha$  rad berpusat di  $O(0, 0)$ , titik  $(3, 4)$  dipetakan ke titik  $(-4, 3)$ . Oleh rotasi sebesar  $(\pi + \alpha)$  rad, titik hasil  $(-2, 5)$  oleh rotasi tersebut adalah ...
  - A.  $(-5, 2)$
  - B.  $(-2, 5)$
  - C.  $(2, -5)$
  - D.  $(5, 2)$



Evaluasi

5. Titik  $(4, -6)$  adalah titik hasil dilatasi berpusat titik  $O$  dari titik  $(2, -3)$ . Bayangan titik  $A(-6, 8)$  adalah ...
  - A.  $(-12, 16)$
  - B.  $(-8, 11)$
  - C.  $(-4, 5)$
  - D.  $(-3, 4)$
6. Pada segitiga siku-siku, diketahui panjang sisi-sisi penyiku adalah 9 dan 40. Jika sudut  $A$  di depan sisi 9, maka perbandingan trigonometri  $\cos A = \dots$ 
  - A.  $9/41$
  - B.  $9/40$
  - C.  $33/40$
  - D.  $40/41$
7. Jika pada segitiga  $ABC$  dengan siku-siku di  $C$ , dan  $a, b, c$  berturut-turut panjang sisi di depan sudut  $A, b$ , dan  $C$ , maka  $(a+b)b/ac$  dapat dinyatakan dengan nama perbandingan ...
  - A.  $\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A$
  - B.  $\sin A \cdot \cos A \cdot \cot A$
  - C.  $\sin B \cdot \cos B \cdot \tan B$
  - D.  $\sin B \cdot \cos B \cdot \cot B$
8. Jarak posisi Amir ke bawah pohon adalah 10 m, dan dari posisinya Amir memandang ujung pohon membentuk sudut  $40^\circ$  terhadap bidang datar. Jika tinggi Amir 2,5 m maka tinggi pohon adalah ... m. ( $\sin 40^\circ \approx 0,64$ ,  $\cos 40^\circ \approx 0,77$ ,  $\tan 40^\circ \approx 0,84$ )
  - A. 5,9
  - B. 8,9
  - C. 10,2
  - D. 10,9
9. Diagonal ruang-diagonal ruang suatu balok  $PQRS.TUVW$ , yaitu ...
  - A.  $\overline{PV}, \overline{RW}, \overline{QT}, \overline{SU}$
  - B.  $\overline{PV}, \overline{RT}, \overline{QW}, \overline{SU}$
  - C.  $\overline{PU}, \overline{RT}, \overline{QW}, \overline{SV}$
  - D.  $\overline{PU}, \overline{RW}, \overline{QT}, \overline{SV}$

10. Permukaan prisma segilima meliputi ... .

- A. 1 bidang alas dan 5 bidang atas
- B. 1 bidang alas dan 5 bidang sisi
- C. 1 bidang alas, 1 bidang atas, 5 bidang sisi
- D. 1 bidang alas, 1 bidang sisi, dan 5 bidang diagonal

11. Gambar berikut yang bukan merupakan jaring-jaring kubus adalah ... .



12. Sebuah limas persegi  $P.QRST$ , panjang batas bidang alasnya 8 cm, panjang rusuk tegaknya 5 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah ...  $\text{cm}^2$  satuan luas.

- A. 112
- B. 160
- C. 240
- D. 320

13. Bentuk selimut kerucut merupakan ... .

- A. daerah lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut
- B. daerah keliling lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut
- C. daerah juring lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut
- D. daerah tembereng lingkaran yang jari-jarinya sama dengan panjang garis pelukis kerucut

14. Luas selimut kerucut lingkaran tegak yang berjari-jari  $a$  dan tingginya  $p$  adalah ... satuan luas.

- A.  $\pi p\sqrt{a^2 + p^2}$
- B.  $\pi a\sqrt{a^2 + p^2}$
- C.  $\pi p\sqrt{p^2 - a^2}$
- D.  $\pi a\sqrt{p^2 - a^2}$



Evaluasi

15. Volume tabung-lingkaran-tegak yang berjari-jari  $m$  dan tingginya  $n$  adalah ... satuan volume.
- A.  $\pi n m^2$
  - B.  $\pi m n^2$
  - C.  $\frac{4}{3} \pi n m^3$
  - D.  $\frac{4}{3} \pi m n^3$
16. Batas bidang alas suatu limas segienam beraturan adalah ...
- A. keenam daerah segitiga samakaki
  - B. daerah segienam beraturan
  - C. segitiga samakaki
  - D. segienam beraturan
17. Jumlah luas semua bidang diagonal dalam kubus yang panjang rusuknya  $k$  adalah ... satuan luas.
- A.  $6k^2$
  - B.  $36k^2$
  - C.  $6k^2\sqrt{2}$
  - D.  $36k^2\sqrt{2}$
18. Batas bidang alas suatu tabung merupakan lingkaran dalam bidang alas suatu balok berdimensi  $a \times b \times c$ , dengan  $a = b$  dan  $c = 3b$ . Bidang atas tabung tersebut di daerah dalam bidang atas balok. Volume tabung tersebut adalah ... satuan volume.
- A.  $\frac{3}{4}\pi b^3$
  - B.  $3\pi ab^2$
  - C.  $\frac{3}{4}\pi abc$
  - D.  $3\pi abc$
19. Keempat diagonal ruang balok  $ABCD.EFGH$  berpotongan di titik  $O$ . Jika  $AB = 6$  cm,  $FG = 10$  cm, dan  $DH = 8$  cm, maka  $OC = \dots$  cm.
- A.  $10\sqrt{2}$
  - B.  $10\sqrt{3}$
  - C.  $5\sqrt{2}$
  - D.  $5\sqrt{3}$

20. Di ruang dalam kubus terdapat tabung yang selimutnya menyinggung semua bidang sisi kubus. Bidang alas dan bidang atas tabung berimpit dengan dua bidang sisi kubus yang lain. Di ruang dalam tabung terdapat bola berjari-jari  $\pi$  cm yang menyinggung permukaan tabung. Perbandingan luas antara permukaan kubus, permukaan tabung, dan bola tersebut adalah ... .

- A.  $12 : 2 : \pi^2$
- B.  $12 : 1 : 2$
- C.  $12 : \pi^2 : 2\pi$
- D.  $12\pi : \pi^2 : 2$



## Evaluasi

### Kunci Jawab Evaluasi:

No.	Kunci	No.	Kunci	No.	Kunci	No.	Kunci
1	C	6	D	11	B	16	D
2	A	7	B	12	A	17	C
3	A	8	D	13	C	18	A
4	D	9	B	14	B	19	A
5	A	10	C	15	A	20	C



## Penutup

Kegiatan pembelajaran ini disusun untuk memantapkan pengetahuan peserta dalam memahami transformasi geometris, pengantar trigonometri, dan bentuk-bentuk dalam Geometri Ruang. Materi disajikan sedemikian dan disesuaikan pengalaman belajar Matematika dalam diri siswa SMP/MTs. Pemaparan materi disajikan secara deskriptif analitik dengan harapan mudah dimengerti oleh peserta. Untuk geometri ruang, pemaparan materi disajikan dengan memanfaatkan contoh yang disajikan juga dalam bentuk dua dimensi. Penulis merasa tulisan ini masih kurang mendalam sebagai penguasaan Anda dalam menelusuri kubus, prisma, dan limas.

Ada beberapa visualisasi/ilustrasi dari beberapa kemungkinan bentuk bangun ruang yang tidak disajikan dalam modul ini. Penulis berharap peserta dapat mewujudkan kemungkinan bentuk bangun ruang yang dipaparkan dalam modul ini dalam sajian tiga dimensinya. Dari pengalaman penulis, wujud tiga dimensi dari bentuk bangun ruang memudahkan siswa mempelajari kerumitan dalam geometri ruang.

Selain itu, guru diharapkan dapat menguatkan banyak nilai karakter melalui permasalahan-permasalahan terkait geometri seperti kerjasama, *problem solving*, rasa ingin tahu, pantang menyerah, teliti, dan lain-lain.

Semoga sajian ini bermanfaat dan penulis menunggu masukan untuk pada waktunya meningkatkan kualitas modul ini. Terima kasih.



## Daftar Pustaka

- A. Rochaeli. 1952. *Stereomatra*. Djakarta: Jajasan Pembangunan.
- Boyd, Cindy J., etc. 2008. *Geometry*. USA: Glenco, The McGraw-Hill, Inc.
- Clapham, Christopher and Nicholson, James (1996) *The Concise Oxford Dictionary of Mathematics*. New York: Oxford University Press Inc
- Clemens, Stanley R., etc. 1984. *Geometry with Applications and Problem Solvings*. Canada: Addison Wesley Publishing Company.
- Fagiel, M. 1987. *The Geometry Problem Solver, Plane-Solid-Analytic*. New York: Research and Education Association.
- Gellert Wet al,(Editors) (1989). *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*, second edition. New York: Van Nostrand Reinhold,
- Gorini, Catherine A. (2009). *The Facts On File Geometry Handbook*, Revised Edition Fairfield: Infobase Publishing
- Keedy, Mervin L., etc. 1967. *Exploring Geometry*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Larson. R, Boswell,L, Kanold, TD. And Stiff, L (2007). *Geometry*. McDougal Littell Company
- Nielsen KL and Vanlonkhuyzen JH. 1949. *Spherical Geometry*. Dalam An Outline Plane and Spherical Trigonometry. New York: Barnes & Noble, Inc.
- Travers, Kenneth J., etc. 1987. *GEOMETRY*. River Forest, Illionis: Laidlaw Brothers, A Division of Doubleday & Company, Inc.
- Vanthijn, Kobus, Rawuh. 1952. *Ilmu Ukur Ruang*. Jakarta: J.B. Wolters Groningen.
- <http://www.mcdougallittell.com>
- [http://euler.slu.edu/escher/index.php/Introduction\\_to\\_Symmetry](http://euler.slu.edu/escher/index.php/Introduction_to_Symmetry)



## Daftar Pustaka

<http://study.com/academy/practice/quiz-worksheet-symmetry-in-math.html>

<http://study.com/academy/lesson/reflection-rotation-translation.html>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Symmetry\\_in\\_biology](https://en.wikipedia.org/wiki/Symmetry_in_biology)



## Glosarium

transformasi	: perubahan
translasi	: pergeseran/perpindahan, dengan orientasi/arah tetap
dilatasi	: perbesaran atau perkecilan, dengan orientasi/arah tetap
refleksi	: pencerminan, memungkinkan perubahan orientasi/arah
rotasi	: perputaran, memungkinkan perubahan orientasi/arah
isometri	: berukuran tetap (tidak berubah)
invarian	: tetap (posisi tidak berubah)
perbandingan	: ratio, hasil bagi 2 kuantitas
sin	: sinus, perbandingan sisi di depan sudut segitiga siku-siku terhadap sisi miring
cos	: cosinus, perbandingan sisi di samping sudut segitiga siku-siku terhadap sisi miring
tan	: tangens, perbandingan sisi di depan sudut segitiga siku-siku terhadap di sampingnya
cot	: cotangens, $\cot A = 1/\tan A$
sec	: secan, $\sec A = 1/\cos A$
csc	: cosecan, $\csc A = 1/\sin A$
klinometer	: alat untuk mengukur besar kemiringan sudut
bidang banyak	: polihedron, bangun ruang bersisi bidang datar
diagonal	: garis yang menghubungkan titik sudut tak se-sisi
prisma	: bangun ruang yang dibatasi 2 bangun datar dan



## Glosarium

	beberapa jajargenjang yang menghubungkannya
limas	: bangun ruang yang dibatasi sebuah bidang datar dan beberapa segitiga yang terhubung di satu titik
paralel epipedum	: prisma jajargenjang
rhomboeder	: paralel epipedum yang semua sisinya belahketupat
apotema	: jarak titik puncak limas ke rusuk sisi alas
jaring-jaring	: bangun datar hasil “bukaan” bangun ruang berdasarkan rusuk-rusuknya
garis pelukis	: ruas-ruas garis yang menghubungkan titik puncak kerucut dan sisi alasnya





# Lampiran

## Kisi UN Matematika SMP/ MTS

Level Kognitif	Lingkup Materi			
	Bilangan	Ajalar	Geometri dan Pengukuran	Statistika dan Peluang
<b>Pengetahuan dan Pemahaman</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mendeskripsikan</li> <li>• Membuat tabulasi</li> <li>• Menghitung</li> <li>• Memprediksi</li> <li>• Menentukan</li> <li>• Mengklasifikasi</li> </ul>	Siswa dapat memahami pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- operasi bilangan pecahan</li> <li>- perbandingan</li> <li>- operasi bilangan berpangkat</li> <li>- bilangan bentuk akar</li> <li>- pola barisan bilangan</li> <li>- barisan dan deret</li> </ul>	Siswa dapat memahami pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- bentuk aljabar</li> <li>- persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel</li> <li>- himpunan</li> <li>- relasi atau fungsi</li> <li>- persamaan garis lurus</li> <li>- sistem persamaan linier dua variabel</li> </ul>	Siswa dapat memahami pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- garis dan sudut</li> <li>- segiempat dan segitiga</li> <li>- teorema pythagoras</li> <li>- lingkaran</li> <li>- bangun ruang sisi datar</li> <li>- kesebangunan dan kekongruenan</li> <li>- bangun ruang sisi lengkung</li> </ul>	Siswa dapat memahami pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- menyajikan dan mendeskripsikan data dalam bentuk tabel, diagram batang, garis atau lingkaran</li> <li>- ukuran pemusatan data</li> <li>- peluang</li> </ul>
<b>Aplikasi</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengkonstruksi</li> <li>• Menyelesaikan masalah</li> </ul>	Siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- operasi bilangan bulat</li> <li>- operasi bilangan pecahan</li> <li>- perbandingan</li> <li>- aritmatika sosial</li> <li>- pola barisan bilangan</li> <li>- barisan dan deret</li> </ul>	Siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel</li> <li>- himpunan</li> <li>- relasi atau fungsi</li> <li>- persamaan garis lurus</li> <li>- sistem persamaan linier dua variabel</li> </ul>	Siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- segiempat dan segiempat</li> <li>- teorema Pythagoras</li> <li>- lingkaran</li> <li>- bangun ruang</li> <li>- kesebangunan dan kekongruenan</li> <li>- bangun ruang sisi lengkung</li> </ul>	Siswa dapat mengaplikasikan pengetahuan tentang: <ul style="list-style-type: none"> <li>- penyajian data dalam bentuk tabel, diagram batang, garis atau lingkaran</li> <li>- ukuran pemusatan data</li> <li>- peluang</li> </ul>
<b>Penalaran</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Menafsirkan</li> </ul>	Siswa dapat menggunakan nalar yang berkaitan dengan:	Siswa dapat menggunakan nalar yang berkaitan dengan:	Siswa dapat menggunakan nalar yang berkaitan dengan:	Siswa dapat menggunakan nalar yang berkaitan dengan:



Level Kognitif	Lingkup Materi			
	Bilangan	Aljabar	Geometri dan Pengukuran	Statistika dan Peluang
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menyimpulkan</li> <li>• Menginterpretasi</li> </ul>	dengan: - bilangan bulat - bilangan pecahan - perbandingan - pola barisan bilangan - barisan dan deret - bilangan berpangkat	- bentuk aljabar - persamaan linear satu variabel - himpunan - relasi atau fungsi - persamaan garis lurus - sistem persamaan linear dua variabel	dengan: - segitiga dan segiempat - lingkaran - bangun ruang sisi datar - kesebangunan dan kekongruenan - bangun ruang sisi lengkung	dengan: - penyajian data dalam bentuk tabel, diagram batang, garis atau lingkaran - pemusatan data - peluang



# MODUL PENGEMBANGAN KEPROFESIAN BERKELANJUTAN



Kelompok  
Kompetensi

## MATA PELAJARAN MATEMATIKA

Sekolah Menengah Pertama (SMP)

TERINTEGRASI PENGUATAN  
PENDIDIKAN KARAKTER  
DAN PENGEMBANGAN SOAL



**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN  
2017**

Jalan Jendral Sudirman, Gedung D Lantai 15, Senayan, Jakarta 10270  
Telepon/Fax: (021) 5797 4130

[www.gtk.kemdikbud.go.id](http://www.gtk.kemdikbud.go.id)