

Edisi Nomor 42, Juli 2020

LIMAS

DARING

DARING

DARING

**Pemanfaatan E-Learning
Dalam Proses Pembelajaran**

**Melihat Keunikan Bilangan Fibonacci
Dengan Excel**

TIM REDAKSI

Pengarah

Plt. Kepala PPPPTK Matematika
Dr. Sarjilah, M.Pd.

Penanggung Jawab

Kasubbag Tata Usaha dan Rumah Tangga
Harwasono, S.Kom., MM.

Redaktur

Rina Kusumayanti, S.Sos.

Editor

Dra. Th. Widyantini, M.Si.
Agus Dwi Wibawa, S.Pd., M.Si.
Sumadi, S.Pd., M.Si.
Rumiati, M.Ed.
Arfianti Lababa, S.Pd. M.Pd.
Untung Trisna Suwaji, S.Pd., M.Si.
Fadjar Noer Hidayat, S.Si., M.Ed.

Sekretariat

Cahyo Sasongko, S.Sn.
Resti Utaminingsih, S.E.
Supriyadi

ALAMAT REDAKSI

Sub Bagian TU dan RT PPPPTK Matematika Yogyakarta

Jl. Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman,
D.I.Yogyakarta

 : (0274) 885725, 881717

 : (0274) 885752

 : p4tkmatematika.kemdikbud.go.id

 : limas.p4tkmatematika@gmail.com

Diterbitkan : Pusat Pengembangan dan
Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga
Kependidikan Matematika

Izin terbit :

No. 2426/Ditjen
PPG/STT/1998

DARI REDAKSI

Redaksi menerima tulisan atau artikel dari pembaca. Artikel yang dimuat akan mendapatkan imbalan sepantasnya, sedangkan yang tidak dimuat akan dikembalikan ke penulis. Redaksi berhak memperbaiki naskah yang akan dimuat tanpa mengubah makna/isi. Kritik atau saran dikirim langsung ke redaksi **LIMAS**



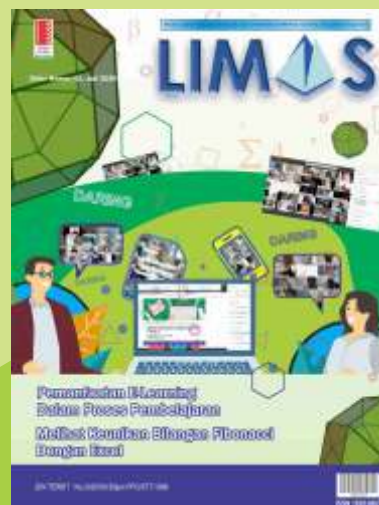
Salam Redaksi

Assalamualaikum wr wb

Syukur Alhamdulillah, Buletin LIMAS Edisi Juli 2020 No 42 dapat kami selesaikan dengan baik. Redaksi menyampaikan apresiasi yang tinggi kepada semua penulis yang telah berpartisipasi membagi pengetahuannya melalui Buletin LIMAS, namun tidak semua tulisan dapat kami terbitkan dikarenakan keterbatasan halaman dan juga berdasarkan proses seleksi dari tim kami. Meski demikian, kami harapkan tulisan yang diterbitkan pada edisi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan bagi para pembaca sekalian. Kami tetap menunggu partisipasi dari semua khalayak untuk mengirimkan tulisan dengan tema yang terkait dunia matematika dan pendidikan matematika ke Buletin LIMAS. Saran dan kritik untuk menjadikan LIMAS lebih baik lagi kedepan tetap kami nantikan dari Anda semua.

Terima kasih.

Sampul Depan



DAFTAR ISI



2

**Model Implementasi STEM
Dalam Pembelajaran Matematika**



44

**Pemanfaatan E-Learning Dalam
Proses Pembelajaran**

61

**Melihat Keunikan Bilangan Fibonacci
Dengan Excel**

72

Origami Irisan Kerucut



12

**Pembelajaran Matematika yang
Memfasilitasi Siswa untuk
Memecahkan Masalah**

24

**Menyiasati Pembelajaran Matematika
yang Dapat Mengaktifkan Siswa**

34

**Memanusiakan Manusia
Melalui Kecakapan Bermatematika**



81

Mengenal Polihedron Johnson

102

**Penggunaan Kartu Domino Untuk
Membelajarkan Penjumlahan Dasar
Bagi Kelas Bawah Sekolah Dasar
Yang Lambat Belajar Matematika**



39

**Membuat Ujian Dalam Jaringan
Dengan Quizizz**

Model implementasi STEM ini dilakukan melalui kontekstualisasi STEM dan pemberian proyek pembuatan kompor parabola. Kontekstualisasi STEM dimaksudkan di sini adalah bahwa pembajaran dilakukan dengan mengintegrasikan dan/atau mengintervensikan sains, teknologi, dan engineering dalam pembelajaran. Materi persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat melalui konteks dan/atau pemberian masalah yang berkaitan dengan sains, teknologi, dan engineering. Kontekstualisasi STEM ini diharapkan dapat “mendekatkan” peserta didik dengan sains, teknologi, dan engineering sehingga pembelajaran matematika menjadi lebih bermakna. Sains, teknologi, dan engineering diharapkan juga dapat menjadi kalais sekaligus trigger bagi peserta didik untuk belajar matematika dengan lebih termotivasi dan termudahkan dalam menguasai kompetensi.

Pemberian tugas proyek menjadi salah satu komponen pokok model implementasi STEM ini. Proyek yang dipilih adalah proyek yang memungkinkan berfungsi sebagai wahana peserta didik untuk menguasai kompetensi sekaligus mengintegrasikan sains, teknologi, dan engineering. Proyek yang diberikan adalah proyek pembuatan kompor parabola. Pembuatan kompor parabola digunakan terutama untuk memfasilitasi peserta didik belajar KD keterampilan, KD 4.19 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Proyek ini tentu bukan satu-satunya kegiatan yang dilakukan untuk memfasilitasi peserta didik menguasai KD tersebut. Selain menyelesaikan proyek pembuatan kompor parabola, peserta didik juga difasilitasi melalui pemecahan masalah lain yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Dengan demikian peserta didik diharapkan tetap memperoleh pengalaman belajar yang komprehensif, tidak hanya menyelesaikan proyek.

C. Pendekatan Implementasi STEM

Ada 3 (tiga) pendekatan dalam implementasi STEM dalam pembelajaran, yaitu: model SILO, model tertanam (*embedded*), dan model terpadu (*integrated*). Menurut Winarni, dkk (2016: 980 – 981), pendekatan SILO mengacu pada pembelajaran terpisah-pisah dari setiap subjek STEM; pendekatan tertanam merujuk pada salah satu materi diutamakan dengan menghubungkan materi utama dengan materi-materi lain yang tidak diutamakan atau materi yang tertanam, dan pada pendekatan terpadu, pembelajaran dilakukan secara terpadu dengan menghapus tembok antara bidang-bidang pada STEM dan mengajar mereka sebagai satu subjek.

Pembelajaran STEM pada model ini menggunakan pendekatan tertanam, dimana matematika sebagai mata pelajaran utama dikaitkan dengan materi sains, teknologi, dan engineering. Dengan demikian pembelajaran mengacu pada target kompetensi pelajaran matematika, sedangkan materi sains, teknologi, dan engineering yang dikaitkan adalah materi-materi yang relevan dan dibutuhkan pada proses pembelajaran matematika.

D. Komponen STEM

Pada pembelajaran STEM, keempat komponen STEM harus ditetapkan. Dalam model implementasi STEM ini penulis menetapkan keempat komponen STEM dengan mempertimbangkan cakupan apa saja yang bisa difasilitasi melalui proyek yang digunakan dalam pembelajaran, yaitu pembuatan kompor parabola.

Dari sisi pembelajaran matematika, pembuatan kompor parabola melibatkan kompetensi menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Dari sisi sains, pembuatan kompor parabola terkait dengan hukum snellius pada pemantulan cahaya dan energi matahari. Dari sisi teknologi, pembuatan kompor parabola terkait antara lain dengan pemanfaatan aplikasi geogebra, penggunaan video untuk

visualisasi pembelajaran, menggunakan internet sebagai sumber informasi, dan penggunaan komputer/laptop untuk pembelajaran. Dari sisi engineering, pembuatan kompor parabola terkait dengan konsep perancangan produk, pembuatan produk, pengujian produk, konsep dan bentuk kompor parabola berenergi matahari, perancangan, pembuatan, dan pengujian kompor parabola berenergi matahari. Dengan demikian dapat dirumuskan komponen STEM dalam model implementasi ini sebagai berikut:

MATEMATIKA		
- Konsep dan bentuk grafik fungsi kuadrat - Menyelesaikan masalah sehari-hari yang melibatkan fungsi kuadrat		
SAINS	TEKNOLOGI	ENGINEERING
- Hukum pemantulan cahaya (<i>Hukum Snellius</i>) - Matahari sebagai sumber energi	- Aplikasi untuk menggambar grafik (geogebra) - Video pembelajaran - Internet sebagai sumber informasi - Komputer/laptop untuk pembelajaran	- Desain perencanaan produk - Pembuatan produk - Pengujian produk - Konsep dan bentuk kompor parabola berenergi matahari - Perancangan, pembuatan, dan pengujian kompor parabola berenergi matahari

Tabel 1. Komponen STEM dalam model implementasi

E. Model Pembelajaran

Banyak model pembelajaran bisa menjadi pilihan untuk menerapkan STEM dalam pembelajaran matematika. Pada model implementasi STEM ini digunakan model pembelajaran *STEM Project Based Learning (STEM-PjBL)*. Menurut Laboy-Rush (2010; dalam Jauhariyyah, dkk, 2017: 434: 435), pembelajaran STEM-PjBL terdiri lima langkah, yaitu: 1) *reflection*, 2) *research*, 3) *discovery*, 4) *aplication*, dan 5) *communication*.

1. Tahap 1: *Reflection*

Tujuan tahap pertama untuk membawa peserta didik ke dalam konteks masalah dan memberikan inspirasi kepada peserta didik agar dapat segera mulai menyelidiki/investigasi. Pada tahap ini peserta didik difasilitasi agar dapat menghubungkan apa yang diketahui dan apa yang akan dipelajari.

2. Tahap 2: *Research*

Pada tahap ini peserta didik diberikan kesempatan melakukan penelitian mencari dan mengkaji berbagai informasi yang dibutuhkan untuk penyelesaian proyek. Peserta didik dapat memanfaatkan internet sebagai sumber informasi, perpustakaan sekolah, atau bertanya ke guru-guru bidang yang relevan untuk menemukan informasi yang diperlukan untuk mendukung penyelesaian proyek.

3. Tahap 3: *Discovery*

Tahap penemuan umumnya melibatkan proses menjembatani *research* dan informasi yang diketahui dalam penyusunan proyek. Pada tahap ini peserta didik bekerja dalam kelompok untuk menemukan solusi bagi masalah yang sedang dihadapi dalam pembuatan kompor parabola. Guru mendorong sinergitas peserta didik sehingga terbangun kolaborasi dan kerjasama dalam merancang proyek.

4. Tahap 4: *Application*

Tahap ini bertujuan untuk melaksanakan pengembangan dan menguji kualitas produk. Produk yang dihasilkan apakah telah memiliki kualitas seperti yang telah direncanakan atau belum. Apabila produk belum memenuhi kriteria yang telah ditetapkan, peserta didik diberi kesempatan untuk melakukan perbaikan terhadap produk yang dikembangkan.

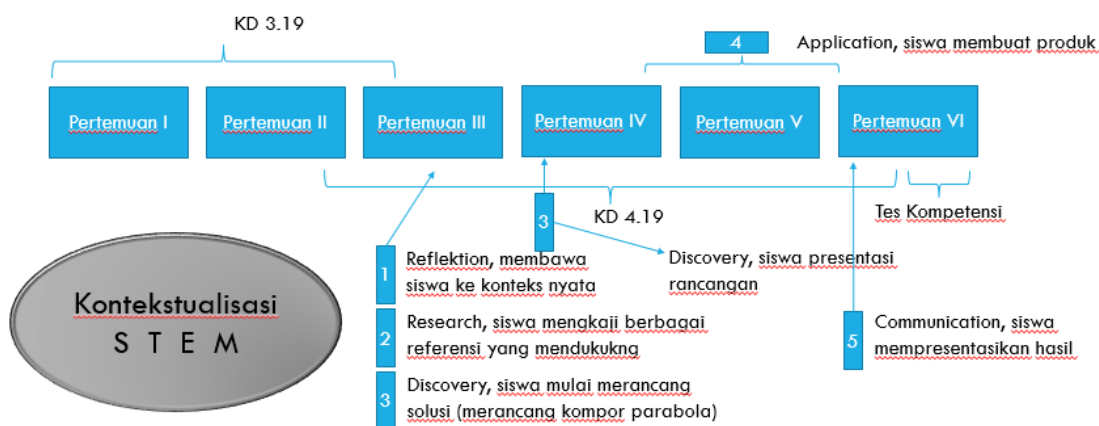
5. Tahap 5: *Communication*

Tahap ini merupakan tahap dimana peserta didik diberikan kesempatan mengkomunikasikan produknya kepada peserta didik/kelompok yang lain. Peserta didik didorong saling memberi dan menerima masukan yang konstruktif pada peserta didik yang lain. Temuan yang diperoleh dari tahap ini dapat digunakan peserta didik sebagai masukan untuk melakukan perbaikan ulang bagi produk yang telah dikembangkan.

F. Pelaksanaan Pembelajaran

Pada model implementasi STEM ini, pembelajaran matematika pada materi persamaan dan fungsi kuadrat dilaksanakan 12 jam pelajaran dalam 6 (enam) kali tatap muka. Tidak seluruh jam pelajaran digunakan untuk membahas proyek. Seperti telah diuraikan di atas bahwa proyek lebih difokuskan untuk memfasilitas belajar peserta didik yang berkaitan dengan fungsi kuadrat. Inipun tidak berarti bahwa pembelajaran terkait menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi kuadrat hanya membahas proyek semata-mata. Peserta didik juga tetap difasilitasi dengan pengalaman belajar menyelesaikan masalah-masalah lain yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

Pada model implemenasi STEM ini, secara umum pembelajarn di bagi dalam 3 fase pokok, yaitu: 1) pembelajaran yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, 2) pembelajaran yang berkaitan dengan fungsi kuadrat, dan 3) tes kompetensi. Pembelajaran yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dilakukan pada pertemuan ke-1 sampai ke-3 (jam pelajaran ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5). Pembelajaran terkait fungsi kuadrat dilakukan pada pertemuan ke-3 sampai ke-6 (jam ke-6, ke-7, ke-8, ke-9, ke-10, dan ke-11). Tes kompetensi dilakukan pada pertemuan ke-6 jam ke-12). Secara skematis fase-fase pembelajaran tersebut disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema implementasi STEM dalam pembelajaran matematika

Gambar 1 menunjukkan bahwa pada pertemuan III (jam ke-4) model pembelajaran *STEM - PjBL* dimulai. Seperti telah dijelaskan di atas bahwa *STEM - PjBL* diawali dengan kegiatan *reflection*, yang dilaksanakan para pertemuan ke III akhir. Pada tahap ini, peserta didik dikenalkan masalah sehari-hari yang terkait dengan fungsi kuadrat. Peserta didik diajak *brainstorming* mengidentifikasi bentuk-bentuk benda dalam kehidupan sehari-hari yang memiliki bentuk grafik fungsi kuadrat (parabola). Selanjutnya peserta didik didorong untuk memahami bahwa terdapat banyak benda dalam kehidupan sehari-hari yang memiliki bentuk parabola. Apabila dalam *brainstorming* sudah muncul dari peserta didik tentang bentuk kompor parabola, maka guru tinggal memberikan penekanan tentang adanya bentuk parabola pada suatu kompor. Apabila selama *brainstorming* tidak ada peserta didik yang menyebutkan tentang kompor parabola, guru dapat saja melontarkan ide tentang terapan parabola pada kompor. Peserta didik dipandu untuk memahami bagaimana bentuk parabola dapat dimanfaatkan dalam membuat kompor parabola. Setelah peserta didik menemukan kaitan awal tentang bentuk parabola pada kompor parabola, guru selanjutnya dapat memberikan penugasan proyek kepada peserta didik membuat kompor parabola sebagai bentuk penerapan grafik fungsi kuadrat. Guru kemudian menampilkan gambar kompor parabola bertenaga surya berikut.



Guru mengajak peserta didik mengeksplorasi gambar kompor parabola tersebut. Hal ini dilakukan sampai peserta didik dapat menemukan terapan fungsi kuadrat dalam kompor parabola tersebut. Pemahaman peserta didik ini menjadi bekal berharga untuk penyelesaian proyek pembuatan kompor parabola yang diberikan guru.

Gambar 2. Model Kompor parabola

Setelah peserta didik dapat memahami kompor parabola sebagai salah satu bentuk terapan fungsi kuadrat, ini terutama terkait bentuk cekungannya, guru kemudian memberikan tugas proyek kepada peserta didik, yaitu proyek membuat kompor parabola bertenaga surya. Tugas proyek yang diberikan adalah sebagai berikut

Proyek:

Matahari merupakan salah satu instrumen alam ciptaan Tuhan yang memberikan manfaat besar bagi manusia. Matahari adalah sumber energi tak terbatas yang sangat bermanfaat untuk mendukung kehidupan manusia. Salah satu manfaat besar matahari adalah bahwa matahari merupakan energi ramah lingkungan yang dapat digunakan untuk manusia, salah satunya sebagai sumber panas pada kompor.

- a. Buatlah purwarupa kompor parabola sebagai pemanfaatan energi matahari yang lebih ramah lingkungan*
- b. Rumuskan masalah matematika yang dapat diselesaikan dengan fungsi kuadrat pada perancangan purwarupa kompor parabola*
- c. Rumuskan solusi matematis pada perancangan purwarupa kompor parabola*

Proyek pembuatan kompor parabola di atas dikerjakan peserta didik secara berkelompok. Oleh karena itu, setelah proyek tersebut diberikan, guru kemudian membagi peserta didik dalam beberapa kelompok.

Setiap kelompok diminta menyelesaikan tugas proyek tersebut dengan bentuk dan ukuran yang ditentukan masing-masing kelompok.

Setelah *reflection*, tahap berikutnya adalah *research* yang juga dilakukan pada pertemuan III. Tahap ini dilakukan dengan memberi kesempatan peserta didik melakukan penelusuran informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek, baik dengan membaca buku maupun mencari referensi di internet. Informasi yang dicari difokuskan pada informasi-informasi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan proyek, yaitu pembuatan kompor parabola. Setelah sekitar 30 menit peserta didik mencari informasi, guru memberi kesempatan beberapa peserta didik menyampaikan informasi apa saja yang telah diperoleh ke teman-teman kelas yang lain. Hal ini dilakukan untuk berbagi informasi sehingga peserta didik mendapatkan informasi yang lebih komprehensif untuk pemenuhan tugasnya.

Pertemuan III diakhiri dengan mengawali tahap *discovery*, yaitu peserta didik mulai merancang kompor parabola yang akan dibuat. Pada menjelang akhir pertemuan III, guru meminta peserta didik mulai membuat rancangan penyelesaian proyeknya secara berkelompok meliputi antara lain: merancang bentuk kompor, mengidentifikasi bahan yang dibutuhkan, merencanakan waktu penyelesaian, dan rencana aksi pembuatan kompor parabola yang menjadi tugasnya. Tentu penyusunan rencana ini membutuhkan waktu dan tidak bisa diselesaikan pada sisa jam pertemuan III. Oleh karena itu, saat pertemuan III berakhir, guru mempersilahkan setiap kelompok melanjutkan penyusunan rencana di rumah, dan pada pertemuan IV diharapkan setiap kelompok mempresentasikan rencana yang telah disusun.

Tahap *discovery* dilanjutkan pada pertemuan IV, dimana pada pertemuan IV awal peserta didik secara berkelompok memaparkan rencana proyek yang akan mereka kerjakan. Setiap kelompok mendapatkan masukan peserta didik kelompok lain dan juga guru. Setelah semua kelompok mempresentasikan rencana dan telah mendapatkan masukan-masukan, langkah berikutnya adalah setiap kelompok melakukan revisi rencana proyek, jika diperlukan, dan dilanjutkan dengan membuat kompor parabolanya. Tahap pembuatan kompor parabola tersebut termasuk dalam langkah *aplication*, dan diberi waktu sekitar 1 minggu dikerjakan di rumah. Pertemuan V guru memberi kesempatan menyampaikan hambatan, jika ada, yang ditemui peserta didik dalam menyelesaikan proyek pembuatan kompor parabola. Setelah itu, pembelajaran pertemuan V dilanjutkan dengan memberi pengalaman lain pada peserta didik dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi kuadrat.

Untuk memperlancar kerja peserta didik, dalam model implementasi STEM ini guru juga menyiapkan lembar kerja penyelesaian proyeknya, yaitu lembar kerja pembuatan kompor parabola. Secara garis besar, lembar kerja tersebut memuat 7 aktivitas yang harus dilakukan peserta didik, yaitu:

1. Melalui diskusi kelompok, peserta didik diminta menjawab pertanyaan berikut:
 - a. Identifikasilah bagian-bagian yang terkait dengan kompor parabola!
 - b. Konsep Matematika apa yang terkait fungsi kuadrat
2. Melalui diskusi kelompok, peserta didik ditugaskan merancang kompor tenaga surya / kompor parabola.
3. Kemudian peserta didik diminta membuat gambar rancangan kompor parabola yang akan dibuat.
4. Peserta didik diminta menuliskan langkah kerja dalam pembuatan kompor tenaga surya / kompor parabola

5. Setelah kompor selesai dibuat, peserta didik diminta melakukan uji cobakeberfungsian kompor untuk memanaskan suatu barang tertentu (air, telur, dll)
6. Peserta didik diminta memberikan penjelasan proses dan hasil dari ujicoba yang anda lakukan pada tugas nomor 5
7. Jika dalam proses penyusunan dan uji coba ada perubahan, peserta didik diminta menggambar kembali desain kompor parabola yang telah diperbaiki.

Ketujuh point di atas dikemas dalam lembar kerja yang kemudian digandakan dan diberikan kepada setiap kelompok untuk diselesaikan. Aktivitas yang disiapkan dalam lembar kerja tersebut didesain sedemikian sehingga dapat menjadi *guidline* selama proses penyelesaian proyek pembuatan kompor parabola, dari awal merancang, sampai proses membuat dan menguji hasilnya.

Selain penyiapan lembar kerja, perlu diperhatikan lebih lanjut juga pada implementasi STEM dalam pembelajaran matematika ini adalah bahwa pembelajaran yang berkaitan dengan kompetensi dasar yang telah ditetapkan tidak semata-mata dilakukan melalui penyelesaian proyek. Kontekstulisasi STEM, yaitu pembelajaran dengan mengintegrasikan perspektif bidang-bidang sains, teknologi, dan engineering dalam pembelajaran juga menjadi salah satu aspek yang sangat penting. Pendekatan yang lebih kontekstual dengan memberikan perspektif yang lebih kuat tentang sains, teknologi, dan engineering dapat mendorong peserta didik lebih termotivasi dan termudahkan dalam belajar materi persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Kontekstualisasi STEM akan menjadikan pembelajaran persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat lebih menarik dan bermakna bagi peserta didik.

Gambar 1 menunjukkan bahwa pada pertemuan IV, setelah presentasi rancangan peserta didik, dan pertemuan V kegiatan pembelajaran dilakukan diluar penyelesaian proyek. Pada pertemuan IV dan V fokus pembelajaran terkait dengan kompetensi peserta didik menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat. Peserta didik difasilitasi dengan berbagai pengalaman menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Pengalaman belajar tersebut berbentuk peserta didik difasilitasi untuk mengidentifikasi masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Selain itu, peserta didik juga difasilitasi dengan pengalaman mencari penyelesaian dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat.

Salah satu contoh pengalaman belajar yang diberikan pada peserta didik adalah sebagai berikut.

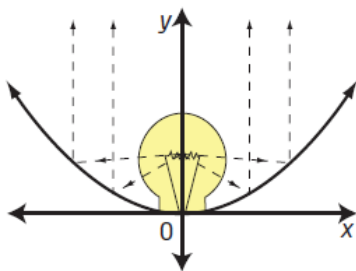
Carilah permasalahan dalam kehidupan sehari-hari di bidang sains, teknologi atau engineering yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat! Kerjakan secara individual, masing-masing bertugas menemukan 1 (satu) masalah terkait persamaan kuadrat dan 1 (satu) masalah terkait fungsi kuadrat.

Melalui tugas di atas diharapkan peserta didik memiliki pengalaman mengenali dan mengidentifikasi permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Untuk menguatkan kontekstualisasi sains, teknologi dan engineering, maka dalam penugasan di atas difokuskan pada bidang sains, teknologi, dan engineering, agar peserta didik mampu menggali lebih jauh peran matematika dalam kehidupan sehari-hari, khususnya dibidang sains, teknologi, dan engineering.

Selain pengalaman di atas, peserta didik juga difasilitasi untuk dapat mengembangkan kompetensinya dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Masalah yang dipilih dapat bervariasi, baik masalah yang terkait dengan konsep matematika lain ataupun masalah dalam kehidupan nyata. Masalah yang dipilihpun dapat berasal dari berbagai bidang kehidupan, termasuk bidang sains, teknologi, dan engineering. Variasi masalah yang mampu dihadirkan dalam pembelajaran di kelas akan semakin memperluas pengalaman belajar yang dimiliki peserta didik.

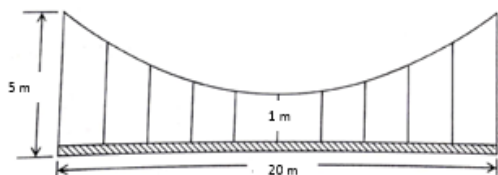
Dalam konteks penguatan STEM, guru dapat memberikan beberapa masalah yang berkaitan dengan bidang sains, teknologi, dan engineering. Perhatikan dua masalah berikut.

1. Lampu panggung sering memiliki reflektor parabola untuk memfokuskan sinar cahaya, seperti yang ditunjukkan oleh gambar berikut.



Misalkan reflektor diwakili oleh fungsi $y = 0.02x^2$. Pertidaksamaan apa yang dapat Anda gunakan untuk memodelkan wilayah yang diterangi oleh cahaya?

2. Kabel jembatan gantung setinggi 5 meter di ujung bahu jalan jembatan dan 1 meter di tengah jembatan. Panjang jembatan adalah 20 meter dan kabel vertical dipasang setiap 2 meter sepanjang jembatan, seperti terlihat pada gambar berikut.



Berapakah Panjang kabel vertikal yang terpasang?

Dua masalah di atas merupakan sebagian contoh masalah sehari-hari yang berkaitan persamaan kuadrat dan/atau fungsi kuadrat. Masalah-masalah di atas terkait erat dengan bidang sains, teknologi, dan/atau engineering yang dapat digunakan untuk memberikan pengalaman berharga bagi peserta didik dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat dan/atau fungsi kuadrat. Masalah kontekstual berbasis sains, teknologi, dan/atau engineering sangat menarik diberikan dalam pembelajaran di kelas. Masalah tersebut dapat meningkatkan minat belajar sekaligus mendorong pemahaman peserta didik yang lebih kuat bahwa matematika yang dipelajarinya tidak sekedar angka-angka tanpa makna tetapi merupakan instrumen penting dalam kehidupan. Matematika dapat dibawa lebih “dekat” pada kehidupan sehari-hari, sehingga peserta didik merasa/memahami sejatinya belajar matematika adalah belajar tentang kehidupan.

Selain kontekstualisasi, pemanfaatan teknologi juga penting dilakukan dalam pembelajaran STEM. Saat ini telah tersedia banyak produk teknologi yang sangat potensial untuk membantu mempermudah belajar matematika peserta didik sekaligus “mengakrabkan” peserta didik dengan perkembangan teknologi.

Sebagai contoh, aplikasi geogebra digunakan untuk memfasilitasi peserta didik belajar tentang grafik fungsi kuadrat. Internet digunakan sebagai sumber informasi yang dapat digunakan peserta didik dalam menemukan informasi sekaligus inspirasi dalam belajar. Video pembelajaran juga dimanfaatkan untuk memvisualisasi ide-ide pembelajaran persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat. Dan mungkin masih banyak produk teknologi lain yang dapat diterapkan dalam pembelajaran persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat.

Pada pertemuan VI, peserta didik diberi kesempatan mempresentasikan hasil pembuatan produk di depan kelas, dan mendapat tanggapan dan/atau masukan dari peserta didik kelompok lain dan/atau dari guru. Setelah seluruh kelompok mempresentasikan hasilnya, pada akhir pertemuan VI guru memberikan tes kompetensi. Tes kompetensi dilakukan untuk mengukur penguasaan seluruh kompetensi yang dipelajari, baik KD 3.19 maupun KD 4.19.

Salah satu hal yang juga perlu diperhatikan dengan hati-hati adalah proses guru menyiapkan instrumen yang akan digunakan untuk penilaian. Instrumen tes yang dibuat sedapat mungkin mengintegrasikan perspektif sains, teknologi, dan/atau engineering. Butir soal yang dibuat dapat menggunakan konteks sains, teknologi, dan/atau engineering sehingga ada keterpaduan proses pembelajaran dan penilaian yang dilakukan. Selama pembelajaran banyak diangkat masalah-masalah yang terkait dengan sains, teknologi, dan/atau engineering, maka dalam penilaian juga digunakan soal-soal yang mengangkat isu tentang sains, teknologi, dan/atau engineering. Keterpaduan pembelajaran dan penilaian merupakan salah satu kunci keberhasilan pembelajaran STEM dalam matematika. Selain tes kompetensi, penilaian atas proyek yang dikerjakan peserta didik mutlak harus dilakukan. Guru perlu menyiapkan instrumen penilaian terhadap proyek yang dilakukan peserta didik.

G. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas dapat dirumuskan kesimpulan sebagai berikut:

- a. Implementasi STEM dalam pembelajaran matematika dilakukan salah satunya dengan menggunakan proyek bagi peserta didik dimana proyek yang diberikan adalah proyek untuk menghasilkan suatu produk yang terkait dengan sains, teknologi, dan/atau engineering.
- b. Pembelajaran STEM tidak hanya berupa pemberian tugas proyek kepada peserta didik. Kontektualisasi STEM juga merupakan salah satu langkah penting agar pembelajaran matematika yang dilakukan dapat “didorong lebih dekat” pada konteks sains, teknologi, dan/atau engineering, sehingga peserta didik memperoleh pengalaman belajar yang komprehensif, menantang, dan bermakna.
- c. Ketercapaian kompetensi tetap menjadi referensi dalam penentuan kegiatan-kegiatan pembelajaran. Penugasan proyek bukan satu-satunya kegiatan yang dilakukan selama pembelajaran. Peserta didik perlu difasilitasi pengalaman belajar yang komprehensif sesuai dengan kebutuhan kompetensi yang dipelajari
- d. Penilaian dalam pembelajaran STEM di matematika tidak boleh keluar dari ide “mendekatkan” matematika dengan sains, teknologi, dan/atau engineering. Oleh karena itu, penilaian proyek atas penugasan proyek yang diberikan pada peserta didik mutlak harus dilakukan. Instrumen penilaian yang digunakan untuk mengukur ketercapaian kompetensi juga perlu mengangkat masalah-masalah yang berkaitan dengan sains, teknologi, dan/atau engineering.

2. Saran

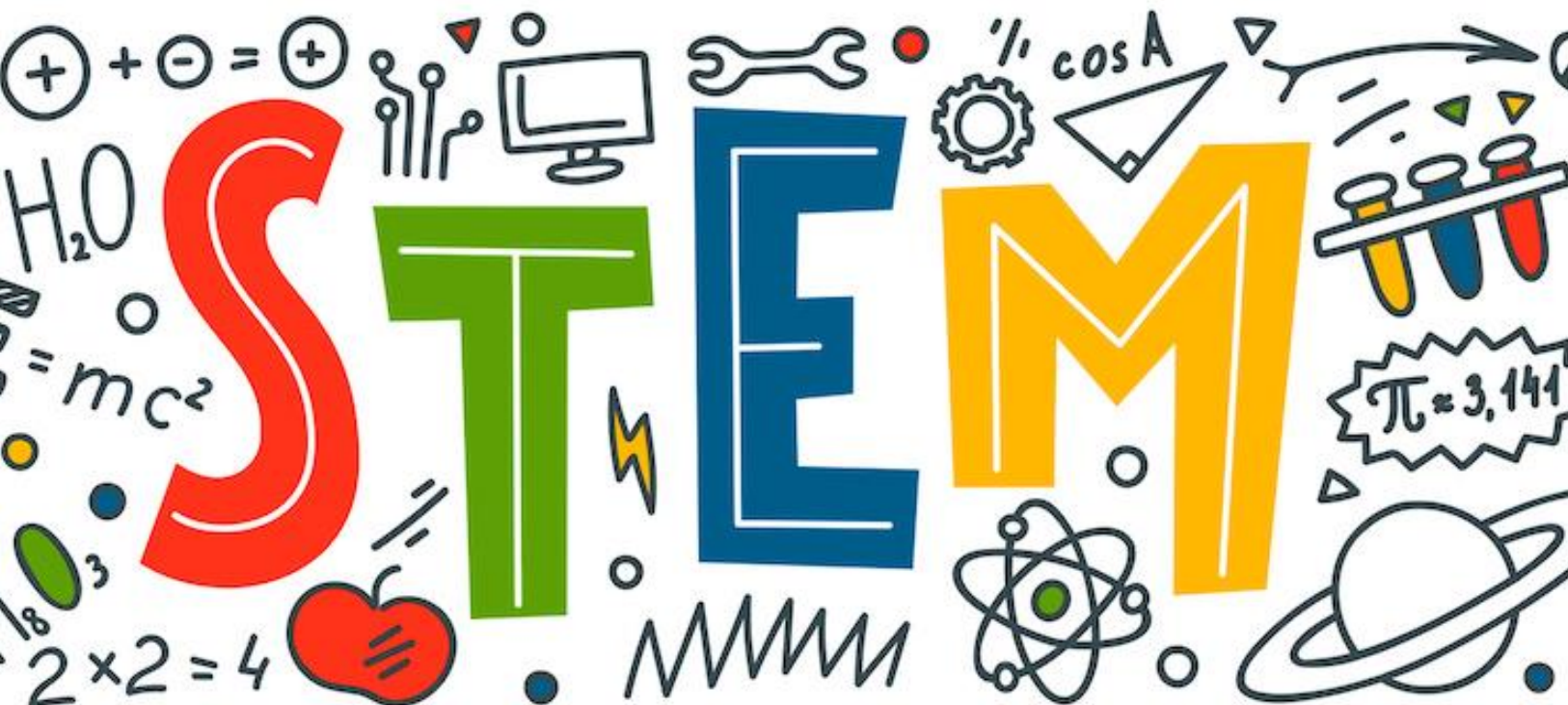
Berdasarkan uraian dan kesimpulan di atas dapat disampaikan saran sebagai berikut:

- Pembelajaran STEM perlu dioptimalkan dalam pembelajaran matematika agar matematika dapat lebih kontekstual, menarik, bermakna, dan mudah dipahami bagi peserta didik
- Perlu dikembangkan model-model implementasi STEM pada kompetensi dan materi matematika yang lain, agar memberikan wahana lebih banyak bagi setiap guru yang akan menerapkan STEM dalam pembelajaran di kelas.
- Guru perlu mengkaji lebih jauh konsep dan model implementasi STEM dalam pembelajaran matematika sehingga guru memiliki kecakapan yang lebih baik dalam mengimplementasikan STEM dalam pembelajaran matematika.

Referensi

- Jauhariyyah, F.R., Suwono, H., Ibrohim. 2017. *Science, Technology, Engineering and Mathematics Project Based Learning (STEM-PjBL)* pada Pembelajaran Sains. Pros. Seminar Pend. IPA Pascasarjana UM Vol. 2, hal. 432 – 436
- Winarni, dkk. 2016. STEM: apa, mengapa, dan bagaimana. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan IPA Pascasarjana UM. Vol.1. 2016

*) Sumaryanta, S.Pd.M.Pd.
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta
maryanta01@gmail.com





Pembelajaran Matematika yang Memfasilitasi Siswa untuk Memecahkan Masalah

*) Markaban

Setiap orang, siapapun orang tersebut, dari seorang ibu rumah tangga sampai seorang Presiden akan selalu dihadapkan dengan ‘masalah’. ‘Masalah’ adalah kesenjangan (*gap*) antara keadaan ‘nyata’ dengan keadaan ‘ideal’ yang diidamkan. Contohnya, keadaan nyata saat ini, masih terjadi banjir di Ibu Kota Negara A sedangkan keadaan ideal yang mereka idamkan adalah sudah tidak terjadi banjir lagi. ‘Masalah’ tersebut haruslah dipecahkan atau diselesaikan. Teorinya, haruslah dicari dahulu ‘penyebab’ terjadinya banjir tersebut. Setelah itu baru diusahakan agar penyebab terjadinya banjir tersebut tidak ada lagi. Artinya, pemecahan atau penyelesaian suatu masalah menjadi sangatlah penting dan menentukan bagi setiap orang. Oleh sebab itu, untuk mata pelajaran Matematika, pembelajaran atau belajar memecahkan masalah menjadi sangat penting dan utama. Alasannya, kemampuan memecahkan masalah yang didapat seseorang ketika belajar memecahkan masalah di kelas, ditengarai dan diyakini dapat digunakan ketika orang tersebut menghadapi masalah lain di dalam kehidupan nyata sehari-hari mereka.

Di samping itu, faktanya, setiap negara akan selalu menginginkan warganya menjadi pemecah masalah yang ‘tangguh’ dan penemu ‘besar’. Para pekerja di industri otomotif misalnya, akan selalu berusaha untuk menyelesaikan setiap masalah yang muncul pada setiap produknya dan akan selalu berusaha untuk menghasilkan sesuatu yang baru yang lebih bagus, tahan lama, murah dan mudah digunakan dibanding produk pesaingnya. Haruslah diakui dan ini yang harus menjadi kerisauan kita bahwa negara kita kalah di bagian ini. Banyak negara yang warganya sudah menjadi pemecah masalah ‘tangguh’ dan penemu ‘besar’. Ambillah contoh negara Jepang, China, Taiwan, Inggris dan Korea. Mereka berhasil dalam hal menjadikan warganya menjadi pemimpin di berbagai bidang dan bukan ‘pengekor’. Pada intinya, ke depan, keberhasilan pembelajaran matematika akan sangat ditentukan oleh keberhasilan gurunya membelajarkan siswanya memecahkan masalah di kelas-kelas matematika. Sebagai bahan refleksi, banggakah kita sebagai guru dan pendidik matematika yang siswa dan mahasiswanya hanya jago ‘menghafal’ dan ‘mengingat’ saja? Menghadapi era Industri 4.0, sudah seharusnya kita berangan-angan agar siswa dan mahasiswa kita berpikiran maju, inovatif, kritis, jujur, ulet dan kreatif. Siswa kita haruslah menjadi pemecah masalah ‘tangguh’ dan penemu ‘besar’. Itulah yang seharusnya menjadi tekad setiap guru dan pendidik matematika di Negara Indonesia. Lalu beberapa pertanyaan yang dapat diajukan di antaranya adalah sebagai berikut.

1. Apakah bekal untuk mereka, para siswa yang sedang duduk di bangku sekolah, sudah 'sesuai' dengan kebutuhan mereka sendiri, bangsa dan negara mereka di masa depan?
2. Bagaimana dengan pengetahuan, keterampilan berpikir dan karakter yang dibutuhkan para siswa kita di masa depan?
3. Bagaimana meningkatkan pengetahuan, keterampilan berpikir dan karakter mereka?
4. Dapatkah pembelajaran matematika membantu siswa kita menjadi pemecah masalah 'tangguh'?
5. Bagaimana cara memfasilitasi mereka?

Mulailah dengan Soal yang Menantang

Sebelum melanjutkan membaca naskah ini, cobalah untuk memperhatikan dan menyelesaikan dua soal pada kotak berikut terlebih dahulu. Ketika di SD, dua soal ini jauh lebih menarik dari menyelesaikan soal-soal matematika 'rutin' seperti $234 + 789$ maupun $4234 + 789$, karena ada hal 'baru'. Penulis menerima tantangan (*challenge*) dan merasa 'tertantang' untuk menyelesaikannya. Artinya, penulis akan berusaha sekuat tenaga untuk menyelesaikan ataupun memecahkannya.

Gantilah setiap lambang bintang (*) pada soal di bawah ini dengan angka 0 - 9 sehingga didapat penjumlahan dengan hasil yang benar.

$$\begin{array}{r} \text{a.} \quad \begin{array}{cccc} 2 & * & 6 & * \\ * & 5 & * & 7 \\ \hline * & 1 & 4 & 4 & 5 \end{array} + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b.} \quad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & * & 6 & * \\ * & 5 & * & * & \\ \hline * & 1 & 4 & 4 & 5 \end{array} + \end{array}$$

Ketika penulis menyelesaikan soal huruf a di atas, penulis lalu memulai dengan mengamati angka satuannya. Pada waktu itu, tiba-tiba muncul pikiran bagaimana kalau tanda bintang (*) yang ada pada angka satuan diganti dengan '1'. Namun kalau diganti dengan '1', akan didapat $1+7 = 8$ dan bukan '5' seperti yang diminta. Penulis lalu menyimpulkan bahwa kalau tanda bintang (*) yang ada pada angka satuan diganti dengan '1', hasilnya adalah salah. Penulis lalu berpikir, tanda bintang (*) yang ada pada angka satuan harus diganti dengan '8' karena $8 + 7 = 15$ di mana angka satuannya adalah '5' seperti yang diminta. Selanjutnya, tanda bintang (*) yang ada pada angka puluhan harus diganti dengan '7'. Mengapa? Berikutnya, tanda bintang (*) yang ada pada angka ratusan harus diganti dengan '8'. Mengapa? Lalu, tanda bintang (*) yang ada pada angka ribuan harus diganti dengan '8'. Mengapa? Terakhir, tanda bintang (*) yang ada pada angka puluh ribuan harus diganti dengan '1'. Mengapa? Jadi, penjumlahannya adalah $2.868 + 8.577 = 11.445$. Tentunya hanya ada satu penyelesaian. Bagaimana penyelesaian soal huruf b di atas? Contoh penyelesaiannya adalah $2.868 + 8.577 = 11.445$, $2.867 + 8.578 = 11.445$, $2.860 + 8.585 = 11.445$ dan $2.865 + 8.580 = 11.445$. Ada berapa seluruh penyelesaian yang Anda dapatkan?

Suatu soal akan terkategori sebagai 'masalah' hanya jika para siswa tertantang dan menerima tantangan (*challenge*) yang ada pada soal di atas, sehingga para siswa akan berusaha sekuat tenaga untuk memecahkannya. Di samping itu, penting juga diperhatikan bahwa jika Anda sudah mengetahui soal tersebut dan sudah mengetahui langkah-langkah pemecahannya maka soal tersebut tidak terkategori sebagai 'masalah' lagi bagi Anda. Namun jika Anda belum mengetahui langkah-langkah pemecahannya, maka soal tersebut, bagi Anda, akan terkategori sebagai 'masalah'. Soal huruf a dan b di atas terkategori sebagai 'masalah' bagi penulis ketika penulis sedang duduk di bangku SD, namun soal tersebut tidak terkategori sebagai 'masalah' lagi saat ini, karena penulis sudah mengetahui langkah-langkah

pemecahannya. Tentang perbedaan antara ‘soal latihan’ atau ‘soal rutin’ dengan ‘masalah’, Andreescu & Gelca (2009: xv) menyatakan:

The problems are definitely not exercises. Our definition of an exercise is that you look at it and you know immediately how to complete it. It is just a question of doing the work. Whereas by a problem, we mean a more intricate question for which at first one has probably no clue to how to approach it, but by perseverance and inspired effort, one can transform it into a sequence of exercises.

Artinya, suatu ‘masalah’ (*problem*) jelas berbeda dengan ‘soal latihan’ (*exercise*). ‘Soal latihan’ dapat didefinisikan jika Anda dapat dengan cepat menyelesaikan soal tersebut. Hal itu hanyalah suatu tugas untuk melakukan suatu pekerjaan yang rutin. Sedangkan yang dimaksud dengan ‘masalah’ adalah jika suatu tugas atau pertanyaan dimana si pelaku belum memiliki petunjuk sama sekali untuk memecahkannya, akan tetapi dengan ketekunan, kekuatan hati, dan usaha keras, maka seseorang dapat mengubah ‘masalah’ tersebut menjadi dapat dipecahkan. Di saat Anda diminta untuk menentukan hasil $4,5 \times 4,7$; jika yang Anda butuhkan hanyalah kemampuan mengingat saja maka kemampuan mengingat tersebut dapat dikategorikan sebagai kemampuan berpikir tingkat rendah (*lower order thinking skills*).

Pemecahan Masalah Setelah Belajar Pengetahuan Matematikanya

Berhentilah melanjutkan membaca, cobalah untuk memperhatikan dan menyelesaikan ‘soal’ atau ‘masalah’ di bawah ini terlebih dahulu. Apa yang akan Anda lakukan? Masalah ini adalah Soal No 13 pada Olimpiade Sains Nasional (OSN) Sekolah Dasar 2015 bentuk Uraian.

Pak Edo memiliki tanah berbentuk segi empat ABCD. Jika $\angle A = \angle B = 60^\circ$, $AB = 30$, $AD = 20$ dan $BC = 10$. Tentukan besar $\angle BCD$.

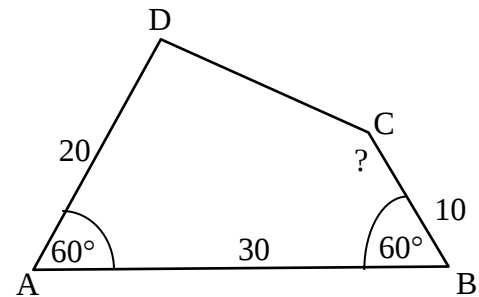
Untuk teman-teman guru SD atau guru matematika SMP, menurut pendapat Anda apakah soal tersebut memang cocok untuk siswa SD? Apa alasannya? Senada dengan pendapat Andreescu & Gelca (2009: xv) di atas, Cooney et al. (1975: 242) menjelaskan pemecahan masalah sebagai berikut: “... *the action by which a teacher encourages students to accept a challenging question and guides them in their resolution.*” Hal ini menunjukkan tentang dua hal penting pada proses pembelajaran pemecahan masalah, yaitu: (1) termotivasinya para siswa untuk menerima tantangan yang ada pada pertanyaan (soal) tersebut dan (2) mengarahkan para siswa dalam proses pemecahannya. Di samping itu, selama duduk di bangku sekolah, para siswa hendaknya belajar juga menggunakan atau mengaplikasikan strategi pemecahan masalah ini, sehingga keterampilan dan pengetahuan yang didapat selama duduk di bangku sekolah dapat digunakan atau diaplikasikan di dalam kehidupan nyata mereka atau di tempat kerja mereka di kelak kemudian hari. Strategi pemecahan masalah adalah langkah yang sering digunakan dan sering berhasil memecahkan masalah. Pada soal a dan b di atas, strategi yang digunakan adalah strategi mencoba-coba, yaitu dengan mencoba mengganti tanda bintang (“*”) dengan angka. Kalau percobaan penggantian itu cocok maka itulah jawabannya. Kalau tidak cocok maka bilangan itu bukanlah jawabannya. Strategi mencoba-coba ini dikenal juga dengan strategi menebak (*guessing*) atau strategi mencoba lalu mengecek kebenarannya (*trial and error*).

Proses Pemecahan Masalah

Menurut Polya (1973), untuk menyelesaikan masalah di atas, ada empat langkah penting yang harus dilakukan, yaitu:

a. Memahami Masalahnya (*Understanding the Problem*)

Pada langkah ini, para pemecah masalah (termasuk para guru dan siswa) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Yang perlu diingat, kemampuan otak manusia sangatlah terbatas, sehingga hal-hal penting hendaknya dicatat, dibuat tabelnya, sket, gambar atau grafiknya. Tabel serta gambar ini dimaksudkan untuk mempermudah memahami masalahnya dan mempermudah mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Dengan membuat gambar, diagram, atau tabel; hal-hal yang diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke kertas. Untuk soal di atas, gambar atau diagramnya seperti gambar di samping ini. Di samping memahami yang diketahui, para pemecah masalah dituntut juga untuk memahami yang ditanyakan, yang akan menjadi arah pemecahan masalahnya. Bukanlah hal yang bijak jika arah yang akan dituju tidak atau belum teridentifikasi secara jelas. Baik yang diketahui maupun yang ditanyakan sudah disajikan pada gambar atau diagram di atas. Lalu bagaimana cara menentukan besar $\angle BCD$? Apa yang harus Anda lakukan? Setelah memahami soal, langkah selanjutnya menurut Polya adalah merencanakan cara pemecahannya.



b. Merencanakan Cara Pemecahan (*Devising a Plan*)

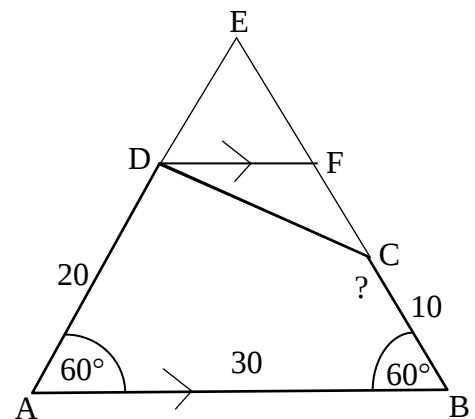
Untuk menentukan besar $\angle BCD$ dengan hanya mengandalkan gambar di atas, terutama untuk siswa SD tentunya sangatlah sulit. Sekali lagi, apa yang harus Anda lakukan? Apakah Anda akan mengibarkan bendera putih sebagai tanda menyerah? Tentu tidak. Matematika adalah mata pelajaran yang akan memfasilitasi para siswa untuk menjadi 'petarung sejati' dengan memfasilitasi para siswa untuk selalu mencari semua alternatif untuk memecahkan masalahnya. Untuk soal geometri, salah satu alternatifnya adalah dengan membuat atau menarik garis pertolongan. Garis pertolongan yang dapat ditarik adalah memperpanjang garis AD dan BC yang akan berpotongan di titik E, seperti ditunjukkan oleh gambar berikut. Akibatnya, akan didapat segitiga ABE samasisi. Garis pertolongan berikutnya adalah dengan menarik garis pertolongan DF yang sejajar AB dan memotong perpanjangan BC di F. Mungkin terjadi bahwa garis pertolongan yang ditarik tidak mengarah ke penyelesaian. Kalau ini yang terjadi maka Anda harus menarik garis pertolongan lain.

c. Melaksanakan Rencana (*Carrying Out the Plan*)

Kalau rencana tadi dilaksanakan, akan didapat gambar ini. Berikut ini adalah langkah-langkah penyelesaiannya.

Cara 1

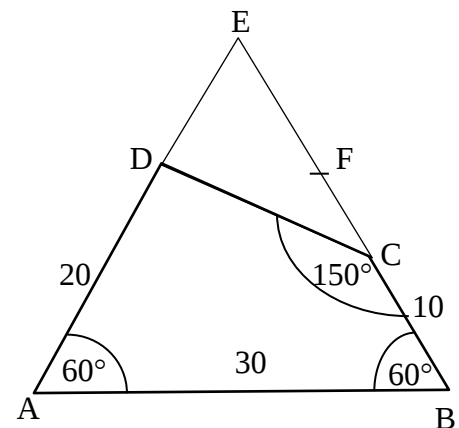
1. Memperpanjang garis AD dan BC sehingga berpotongan di E. Akibatnya, $\angle E = 60^\circ$. Mengapa? Akibat selanjutnya, segitiga ABE adalah segitiga samasisi. Mengapa? Dengan demikian $DE = 10$ dan $CE = 20$. Mengapa?
2. Menarik garis pertolongan DF yang sejajar AB dan memotong perpanjangan BC di F. Akibatnya, $\angle EDF = \angle EAB = 60^\circ$ dan $\angle EFD = \angle EBA = 60^\circ$; sehingga segitiga DFE adalah segitiga samasisi juga. Akibat selanjutnya, $FE = 10$ dan $DF = 10$.
3. Berikutnya, perhatikan segitiga DCF. Segitiga DCF adalah segitiga sama kaki. Mengapa? Didapat $\angle DFC = 120^\circ$. Mengapa? Akibat berikutnya, $\angle DCF = 30^\circ$. Mengapa?
4. Terakhir, dapat disimpulkan bahwa $\angle DCB = 150^\circ$. Mengapa?



d. Menafsirkan dan Mengecek Hasilnya (*Looking Back*)

Hasil akhirnya adalah diagram seperti ini. Pada kegiatan terakhir ini, kita perlu menafsirkan hasilnya dan perlu mengecek kebenaran hasil yang didapat. Berhentilah membaca, cobalah untuk mengecek kebenaran hasil yang didapat? Bagaimana cara Anda meyakinkan diri Anda sendiri dan orang lain bahwa hasil yang didapat adalah benar adanya? Untuk membuktikan kebenaran hasil yang didapat, yang penulis lakukan adalah sebagai berikut. Hal ini tidak menutup kemungkinan Anda membuktikan dengan cara lain.

1. Perhatikan garis lurus BCE. Didapat $\angle DCE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.
2. Berikutnya, perhatikan segi empat ABCD. Karena diketahui $\angle A = \angle B = 60^\circ$ dan $\angle DCB = 150^\circ$ maka $\angle CDA = 90^\circ$. Mengapa?
3. Selanjutnya, perhatikan segitiga CED. Karena dari langkah 1 didapat $\angle DCE = 30^\circ$ dan dari langkah 2 didapat $\angle CDA = \angle CDE = 90^\circ$ maka $\angle CED = 60^\circ$. Mengapa?
4. Perhatikan juga segitiga ABE. Karena diketahui $\angle A = \angle B = 60^\circ$ maka $\angle CED = 60^\circ$ juga. Mengapa?
5. Terakhir, dengan memperhatikan hasil pada langkah 3 dan 4 di mana dapat ditunjukkan $\angle CED = 60^\circ$ maka terbukti bahwa hasil $\angle DCB = 150^\circ$ tidak menghasilkan sesuatu yang kontradiktif. Jadi, dapat disimpulkan bahwa $\angle DCB = 150^\circ$.



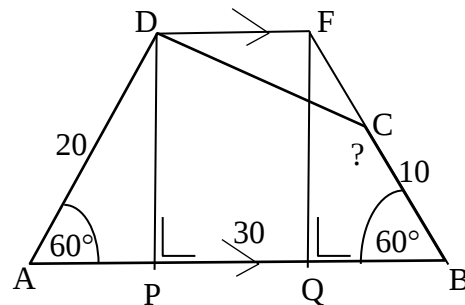
Di samping itu, sebagai hasil refleksi, maka cara 1 ini hanya bisa digunakan jika $\angle A = \angle B = 60^\circ$ sehingga segitiga ABE adalah segitiga samasisi, begitu juga segitiga DFE adalah segitiga samasisi. Di samping itu, cara 1 ini bisa digunakan karena $AB = 30$, $AD = 20$ dan $BC = 10$, sehingga segitiga DCF adalah segitiga samakaki. Kata lainnya, kalau $\angle A = \angle B \neq 60^\circ$ atau $\angle A \neq \angle B$ atau $AB \neq 30$, $AD \neq 20$ dan $BC \neq 10$ maka cara 1 ini tidak bisa digunakan.

Cara Lain Proses Pemecahan Masalah

Berikut ini, akan disajikan cara lain proses pemecahan masalah di atas.

a. Cara 2 (Untuk Siswa SMP).

1. Menarik garis pertolongan DF yang sejajar AB dan memotong perpanjangan BC di F. Akibatnya, segi empat ABFD adalah trapesium samakaki. Mengapa? Akibatnya $AD=BF=20$ dan $CF=10$.
2. Berikutnya, perhatikan trapesium samakaki ABFD. Karena jumlah besar sudut-sudut suatu segi empat adalah $2 \times 180^\circ = 360^\circ$ sehingga akibat selanjutnya $\angle CFD = 120^\circ$. Mengapa?
3. Selanjutnya, menarik garis DP dan FQ yang tegak lurus pada AB dan berturut-turut memotong AB di P dan Q. Sekarang perhatikan segitiga APD, $\angle A = 60^\circ$ dan $\angle P = 90^\circ$, sehingga $\angle D = 30^\circ$.
4. Karena $AD = 20$ dan AD berada di depan $\angle P = 90^\circ$ maka panjang AP yang berada di depan $\angle D = 30^\circ$ adalah separuh panjang AD, sehingga didapat $AP = \frac{1}{2} \times 20 = 10$. Dengan cara sama, pada segitiga QBF, akan didapat $BQ = 10$. Akibatnya $PQ = DF = 10$.
5. Sekarang, perhatikan segitiga DCF. Karena $DF = FC = 10$ segitiga DCF adalah segitiga sama kaki. Karena dari langkah 2 didapat $\angle CFD = 120^\circ$, sehingga didapat $\angle DCF = 30^\circ$.
6. Terakhir, dapat disimpulkan bahwa $\angle DCB = 150^\circ$. Mengapa?



maka

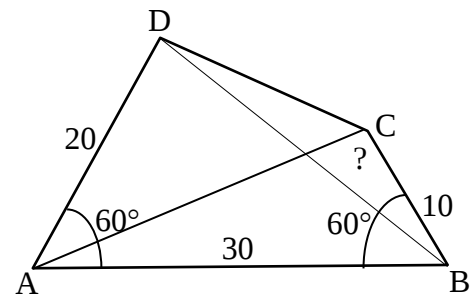
Cara 2 ini hanya bisa digunakan jika $\angle A = \angle B = 60^\circ$, sehingga segi empat ABFD adalah trapesium samakaki. Selanjutnya, segitiga APD adalah segitiga siku-siku khusus, yaitu $\angle A = 60^\circ$, $\angle P = 90^\circ$ dan $\angle PDA = 30^\circ$. Akibatnya, panjang AP dapat ditentukan. Kata lainnya, kalau $\angle A = \angle B \neq 60^\circ$ atau $\angle A \neq \angle B$ atau $AB \neq 30$, $AD \neq 20$ dan $BC \neq 10$ maka cara 2 ini tidak bisa digunakan.

b. Cara 3 (Untuk Siswa SMA)

Cara ini menggunakan aturan sinus dan kosinus.

1. Pada segitiga ABD, $AB = 30$, $AD = 20$ dan $\angle A = 60^\circ$, maka BD dapat dicari dengan aturan kosinus.
2. Pada segitiga ABC, $AB = 30$, $BC = 10$ dan $\angle B = 60^\circ$, maka AC dapat dicari dengan aturan kosinus.
3. Pada segitiga ABC, di mana AC sudah dicari pada langkah 2, $BC = 10$ dan $\angle B = 60^\circ$, maka besar $\angle BAC$ dapat dicari dengan aturan sinus.

4. Dengan demikian besar $\angle DAC$ dan besar $\angle ACB$ dapat dicari.
5. Pada segitiga ACD, di mana $AD=20$, AC sudah dicari pada langkah 2 dan besar $\angle DAC$ sudah dicari pada langkah 4, maka panjang CD dapat dicari dengan aturan kosinus.
6. Pada segitiga ACD, di mana $AD=20$, CD sudah dicari pada langkah 5 dan besar $\angle DAC$ sudah dicari pada langkah 4, maka besar $\angle ACD$ dapat dicari dengan aturan sinus.
7. Dengan demikian besar $\angle DCB$ dapat dicari berdasar hasil pada langkah 4 dan 6.



Cara 3 ini bisa digunakan jika besar $\angle A$ dan $\angle B$ tertentu saja. Artinya besar $\angle A$ dan $\angle B$ bebas. Begitu juga ukuran panjang AB , AD dan BC bebas saja. Kata lainnya, cara 3 ini bisa digunakan lebih umum dan tidak untuk kasus-kasus khusus dan istimewa seperti $\angle A = \angle B = 60^\circ$ dan $AB=30$, $AD=20$ dan $BC=10$ namun cara 3 ini bisa digunakan untuk kasus-kasus yang lebih umum seperti $\angle A = \angle B \neq 60^\circ$ atau $\angle A \neq \angle B$ atau $AB \neq 30$, $AD \neq 20$ dan $BC \neq 10$.

Beberapa contoh di atas menunjukkan ‘masalah’ yang pemecahannya menggunakan rumus-rumus matematika yang sudah dipelajari para siswa seperti:

1. Aturan penjumlahan, contohnya pada $2.868 + 8.577 = 11.445$.
2. Sifat-sifat segitiga samasisi, segitiga samakaki, segitiga siku-siku khusus yang besar sudut-sudutnya adalah 60° , 90° dan 30° .
3. Sifat-sifat trapesium samakaki dan jumlah besar sudut-sudut suatu segi empat.
4. Aturan sinus dan aturan kosinus.

Pengetahuan matematika di atas menjadi pengetahuan prasyarat yang harus dimiliki untuk memecahkan masalah tadi. Tanpa pengetahuan matematika itu, Anda akan kesulitan memecahkan masalah tadi. Dengan demikian jelaslah bahwa agar mampu memecahkan masalah tersebut para siswa harus sudah memiliki pengetahuan matematika yang menjadi pengetahuan prasyarat untuk memecahkan masalahnya. Berikut ini akan dibahas masalah kontekstual yang dapat diberikan guru matematika untuk mempelajari pengetahuan matematikanya. Dengan demikian jelaslah perbedaan keduanya. Yang sudah dibahas tadi adalah ‘masalah’ yang pemecahannya menggunakan pengetahuan prasyarat yang sudah dipelajari dan dikuasai siswa. Sedangkan yang akan dibahas berikut ini adalah ‘masalah’ yang ide-ide matematikanya dapat muncul dari ‘masalah’ tersebut.

Masalah untuk Mempelajari Pengetahuan Matematikanya

Perhatikan masalah kontekstual yang dapat diberikan guru matematika SMA atau SMK untuk memfasilitasi siswanya mempelajari ‘pengetahuan baru’ matematika tentang rata-rata (*mean*).

Amir, Budi dan Charlie berturut-turut memiliki 10, 10 dan 7 kelereng. Ketiga anak tersebut bersepakat ingin membagi sama kelereng tersebut. Bagaimana cara membaginya?

Harapannya, para siswa dapat membagi sama kelereng tersebut dengan cara berikut.

1. Mengumpulkan semua kelereng yang Amir, Budi, dan Charlie miliki, menghitung jumlahnya lalu membagi sama kelereng tersebut. Jumlah semua kelereng mereka adalah $10+10+7 = 27$. Jadi cara agar setiap anak mendapat banyak kelereng yang sama adalah: $\frac{27}{3} = 9$ kelereng. Pengerjaan ini mengarah

ke rumus, $\bar{x} = \frac{\text{Jumlah semua ukuran}}{\text{Banyaknya ukuran}}$.

2. Faktanya, misal setiap anak memiliki 7 kelereng. Kelebihan kelereng Amir adalah: $10-7 = 3$. Kelebihan kelereng Budi adalah: $10-7 = 3$. Kelebihan kelereng Charlie adalah: $7-7 = 0$. Jumlah kelebihan kelereng mereka adalah $3+3+0 = 6$. Sehingga setiap anak mendapat tambahan: $\frac{6}{3} = 2$. Jadi setiap anak akan mendapat banyak kelereng yang sama, yaitu: $7+2 = 9$ kelereng.

Dapat juga terjadi, ada siswa atau kelompok siswa yang berpikir bahwa setiap orang dianggap sudah memiliki 5 kelereng. Kelebihan kelereng Amir adalah: $10-5 = 5$. Kelebihan kelereng Budi adalah: $10-5 = 5$. Kelebihan kelereng Charlie adalah: $7-5 = 2$. Jumlah kelebihan kelereng mereka adalah $5+5+2 = 12$. Sehingga tambahan setiap anak: $\frac{12}{3} = 4$. Jadi setiap anak tersebut akan mendapat banyak kelereng

yang sama, yaitu: $5+4 = 9$ kelereng. Dua pengerjaan ini mengarah ke rumus, $\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\text{Jumlah deviasi}}{\text{Banyaknya ukuran}}$.

Dengan 7 atau 5 disebut 'rataan sementara' atau $\bar{x}_s$. Jika $\bar{x}_s=7$ maka kelebihan, deviasi atau simpangan banyak kelereng Amir adalah: $10-7 = 3 = dA$.

3. Amir memberi Charlie satu kelereng, begitu juga Budi, Budi memberi Charlie satu kelereng sehingga masing-masing Amir, Budi dan Charlie memiliki 9 buah kelereng. Belum diketahui rumus matematikanya dari pengerjaan ini. Mudah-mudahan ada pembaca yang memiliki ide brilian berkait dengan pengerjaan ini.

Jadi jelaslah bahwa dengan masalah kontekstual di atas, para siswa diberi kesempatan untuk membangun (mengonstruksi) sendiri pengetahuan matematika tentang 'rataan' (*mean*) tersebut. Juga para siswa diberi kesempatan untuk mengaitkan konsep 'rataan' dengan kehidupan nyata sehari-hari. Tujuannya adalah agar lebih mudah dipahami. Guru dapat mengajukan pertanyaan-pertanyaan pancingan atau pertanyaan-pertanyaan bantuan jika pengetahuan matematika tersebut belum muncul dari para siswa sendiri. Dengan cara seperti ini, para siswa kita tidak hanya diberikan teori-teori dan rumus-rumus matematika yang sudah jadi, akan tetapi para siswa dilatih dan dibiasakan untuk belajar memecahkan masalah dan menemukan ulang sendiri (*reinvent*) pengetahuan matematikanya di kelas yang sedang berlangsung sedemikian rupa sehingga para siswa kita terbiasa untuk mengerjakan soal-soal yang tidak hanya memerlukan ingatan yang baik saja dan dapat diterapkan dalam kehidupan nyata mereka setelah menyelesaikan pendidikan mereka.

Contoh Masalah Lain untuk Mempelajari Matematika

Perhatikan masalah yang dapat diberikan guru matematika untuk memfasilitasi siswanya mempelajari pengetahuan matematika tentang diskriminan.

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat berikut ini dengan menggunakan rumus akar persamaan

$$\text{kuadrat: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

a. $x^2 - 6x + 9 = 0$

b. $x^2 - 8x + 15 = 0$

c. $x^2 - 2x + 2 = 0$

Apa yang dapat Anda pelajari? Komunikasikan hasilnya.

Harapannya, dengan menggunakan rumus akar persamaan kuadrat, para siswa akan mengalami:

a. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} \rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow x_1 = 3 \text{ dan } x_2 = 3.$

b. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} \rightarrow x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x_1 = 5 \text{ dan } x_2 = 3.$

c. $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} \rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow$ baik x_1 maupun x_2 tidak dapat ditentukan, persamaan kuadrat ini tidak memiliki akar yang nyata.

Coba perhatikan masalah yang ada pada kotak, beserta pengerjaan di atas yang idealnya dapat dikerjakan para siswa. Menurut penulis, paling tidak ada dua hal penting yang harus diperhatikan guru ketika menyusun masalah kontekstual, masalah realistik atau masalah matematika yang akan disajikan pada awal pembelajaran.

1. Para siswa harus sudah mempelajari dan sudah menguasai pengetahuan prasyarat topik yang sedang dibahas. Jika para siswa belum tahu rumus atau belum mampu mengoperasikan rumus: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, maka para siswa akan mengalami kesulitan menemukan ulang (*reinvent*) pengetahuan matematika tentang diskriminan tadi. Antisipasinya, sejak awal ketika para guru matematika membahas topik rumus akar persamaan kuadrat: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, maka para guru matematika harus dapat meyakinkan dirinya sendiri bahwa siswanya akan mampu mengoperasikan rumus akar persamaan kuadrat tadi. Hal ini menunjukkan dengan jelas bahwa suatu topik yang sedang dibahas dapat menjadi pengetahuan prasyarat untuk topik berikutnya.

Dalam keadaan di mana teknologi informasi dan komunikasi (TIK) sudah sangat maju, maka jika topik rumus akar persamaan kuadrat: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, belum dibahas guru, maka guru matematika dapat memberi tugas rumah kepada para siswanya untuk mencari bahan di internet tentang topik tersebut beserta tugasnya, sehingga sang guru telah dapat meyakinkan dirinya sendiri bahwa siswanya akan mampu mengoperasikan rumus akar persamaan kuadrat tadi. Sekali lagi, jika para siswa belum tahu rumus atau belum tahu mengoperasikan rumus akar persamaan kuadrat: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, maka para

siswa akan mengalami kesulitan menemukan ulang (*reinvent*) pengetahuan matematika tentang diskriminan tadi.

2. Dengan mengalami sendiri proses menentukan akar-akar persamaan kuadrat a , b dan c , maka para siswa akan mengalami sendiri prosesnya. Proses berikut dapat dilakukan siswa dengan bantuan guru, kalau diperlukan, dengan pertanyaan-pertanyaan atau perintah-perintah.
 - a. Mengamati. Harapannya, dengan menggunakan rumus akar persamaan kuadrat, para siswa akan mengalami sendiri bahwa akar-akarnya memiliki sifat berbeda: (1) Pada persamaan kuadrat a , yaitu: $x^2 - 6x + 9 = 0$, didapat dua akar yang sama, yaitu: $x_1 = 3$ dan $x_2 = 3$. (2) Pada persamaan kuadrat b , yaitu: $x^2 - 8x + 15 = 0$, didapat dua akar yang berbeda, yaitu: $x_1 = 5$ dan $x_2 = 3$. (3) Pada persamaan kuadrat c , yaitu: $x^2 - 2x + 2 = 0$, maka kedua akarnya, x_1 dan x_2 tidak dapat ditentukan. Kata lainnya, persamaan kuadrat ini tidak memiliki akar yang nyata. Jelaslah bahwa dengan 'mengamati' para siswa difasilitasi untuk mendapatkan hal-hal 'menarik', yang dapat berupa pola, keteraturan atau *pattern*.
 - b. Menanya. Harapannya, setelah mendapatkan hal-hal 'menarik' tadi, akan muncul rasa ingin tahu para siswa, berupa kegiatan menanya (*questioning*), seperti untuk persamaan kuadrat a : (1) Mengapa pada persamaan kuadrat a , kedua akarnya sama? (2) Kebetulan atau dapat dinalar? (3) Bagaimana menunjukkan atau membuktikannya? Pertanyaan yang sama atau berbeda untuk persamaan kuadrat lainnya.
 - c. Menalar. Harapannya, pertanyaan-pertanyaan seperti: "Mengapa pada persamaan kuadrat a , kedua akarnya sama?", dapat dijawab siswa sendiri. Jawaban yang mungkin: Ya karena dari pengerjaan: $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} \rightarrow x_1 = (3 + 0)$ dan $x_2 = (3 - 0)$, terlihat jelas bahwa yang menyebabkan kedua akarnya sama adalah bentuk $\sqrt{0}$. Begitu juga pada persamaan kuadrat b , yang menyebabkan kedua akarnya berbeda adalah bentuk $\pm\sqrt{4}$. Jadi, penyebabnya adalah bentuk $\sqrt{b^2 - 4ac}$ yang di mata pelajaran matematika dikenal sebagai diskriminan (D) di mana $D = b^2 - 4ac$.
 - d. Mengumpulkan Data Tambahan. Harapannya, setelah mendapatkan pengetahuan matematikanya, maka para siswa difasilitasi untuk bereksperimen sesuai dengan pikirannya sendiri.
 - e. Mengomunikasikan. Harapannya, setelah mendapatkan pengetahuan matematikanya, maka para siswa difasilitasi untuk mengomunikasikan hasil tersebut. Para siswa diharapkan akan saling belajar dari siswa atau kelompok siswa lain.

Dengan mengalami sendiri proses bagaimana mendapatkan pengetahuan matematikanya, maka para siswa diharapkan akan dapat memahami pengetahuan tersebut dan akan tertanam lebih lama di benak mereka. Selanjutnya, bukan hanya siswa yang 'mengalami sendiri' proses pembelajaran seperti itu, namun para guru matematika, sebagai 'contoh', 'model' dan 'teladan' bagi para siswanya, tentunya harus sudah 'mengalami sendiri' proses pemecahan masalahnya. Bagaimana seorang guru matematika akan menjadi 'teladan' bagi siswanya jika ia sendiri tidak mampu memecahkan masalahnya, karena ia sendiri belum 'mengalami sendiri' proses pemecahan masalahnya? Seorang guru matematika dapat belajar banyak dari proses 'mengalami sendiri' pemecahan masalahnya. Ia dapat mengantisipasi kesulitan yang mungkin dihadapi siswanya. Ia juga dapat mengantisipasi rancangan pertanyaan-pertanyaan bantuan yang akan diajukan kepada siswanya jika siswanya mengalami kesulitan memecahkan masalah tersebut. Bagaimana seorang guru matematika akan dapat mengantisipasi kesulitan siswanya dan mengantisipasi rancangan pertanyaan-pertanyaan bantuan yang akan diajukan kepada siswanya jika ia belum 'mengalami sendiri' proses pemecahan masalahnya? Berikutnya, bukan hanya guru matematika yang harus 'mengalami

sendiri' proses pemecahan masalahnya sehingga ia dapat mengantisipasi bantuan untuk siswanya, namun para widyaiswara matematika seharusnya sudah 'mengalami sendiri' proses pemecahan masalahnya sehingga mereka dapat mengantisipasi bantuan untuk para gurunya.

Kesimpulan

1. Ketika Era Industri 4.0 diberlakukan, maka setiap negara akan membutuhkan warganya menjadi pemecah masalah 'tangguh' dan penemu 'besar'. Oleh sebab itu, pembelajaran pemecahan masalah menjadi sangat penting. Alasannya, hasil yang didapat ketika belajar di kelas tersebut ditengarai dan diyakini dapat digunakan ketika orang tersebut menghadapi masalah di dalam kehidupan nyata sehari-hari mereka.
2. Suatu 'masalah' jelas berbeda dengan 'soal latihan'. Disebut 'soal latihan' jika langkah-langkah untuk menjawabnya sudah dipelajari siswa dan hanya memerlukan ingatan yang baik saja. Untuk 'soal latihan' maka yang dibutuhkan siswa hanyalah kemampuan mengingat dan menghafal saja dan dikategorikan sebagai kemampuan berpikir tingkat rendah (*lower order thinking skills*). Sedangkan 'masalah' adalah jika suatu tugas atau soal yang langkah-langkah untuk menjawabnya belum dipelajari dan dimiliki siswa. Karena itu dibutuhkan ketekunan, kekuatan hati, dan usaha keras, serta kemampuan berpikir dan kemampuan bernalar prima. Kemampuan itu dikategorikan sebagai kemampuan berpikir tingkat tinggi. Di kelas matematika, dengan 'masalah' yang ada, setiap siswa akan difasilitasi untuk belajar berpikir, bernalar, ulet, pantang menyerah, kritis, kreatif, komunikatif dan kolaboratif. Sebagai guru matematika seharusnya kita tidak bangga jika siswa kita hanya jago 'menghafal' dan 'mengingat' saja. Seharusnya kita bangga jika siswa kita berpikiran maju, kritis, inovatif dan kreatif serta ulet dan pantang menyerah.
3. Dua hal penting yang harus diingat guru matematika pada proses pembelajaran pemecahan masalah, adalah: (1) termotivasinya para siswa untuk menerima tantangan yang ada pada pertanyaan atau soal tersebut, sehingga para siswa 'tertantang' untuk memecahkan atau menyelesaikannya, dan (2) pentingnya guru matematika, di mana perlu, mengarahkan para siswanya selama proses pemecahan masalah. Karenanya para guru matematika dianjurkan untuk mengalami sendiri proses pemecahan masalahnya, mengantisipasi kesulitan siswanya dan menyiapkan pertanyaan yang diharapkan dapat membantu siswa yang mengalami kesulitan.
4. Pada awalnya, pemecahan masalah terjadi setelah siswa belajar pengetahuan matematikanya. Hal ini menunjukkan bahwa penekanannya adalah pada penerapan pengetahuan matematikanya. Namun, seiring dengan makin pentingnya kebutuhan akan kemampuan-kemampuan berpikir dan bernalar prima ulet, maka para pendidik matematika menyarankan bahwa proses pembelajaran matematika dapat diawali guru dengan mengajukan masalah kontekstual, realistik atau matematika. Ketika sedang memecahkan masalah tersebut maka para siswa difasilitasi untuk: (1) mengamati, (2) menanya, (3) menalar, (4) mengumpulkan data tambahan dan (5) mengomunikasikan. Langkah-langkah tersebut dikenal sebagai pendekatan saintifik. Dua hal penting yang harus diingat guru matematika pada proses pembelajaran pemecahan masalah, masalah kontekstual, realistik atau matematika, adalah:
 - a. Para siswa harus sudah mempelajari dan menguasai pengetahuan prasyarat topik yang sedang dibahas.
 - b. Para siswa dapat menggunakan kemampuan bernalarnya yang sesuai agar ia dapat menemukan ulang (*reinvent*) pengetahuan matematikanya.

5. Peran guru matematika ketika Era Industri 4.0 diberlakukan adalah sangat penting. Di depan siswanya, seorang guru matematika harus menjadi 'contoh', 'model' dan 'teladan' bagaimana cara memecahkan suatu 'masalah', bagaimana bereksplorasi, bagaimana berinvestigasi, bagaimana menemukan alternatif jawaban lain pada pertanyaan terbuka, bagaimana menjadi warga negara yang jujur, bertanggung jawab, *prasojo*, ulet, pantang menyerah, petarung handal, serta memiliki karakter terpuji para matematikawan seperti berpikiran maju, runtut, kritis, inovatif dan kreatif. Di tengah siswanya, ia dituntut untuk menjadi 'pemicu' dan 'penggerak' siswanya menuju ke arah siswa yang lebih baik, tingkah polahnya rasional atau masuk akal, jujur, bertanggung jawab, *prasojo*, ulet, pantang menyerah, petarung handal, serta memiliki karakter terpuji para matematikawan. Kalau peran di depan dan di tengah siswanya sudah ditunaikan dengan baik dan bertanggung jawab, barulah peran guru matematika terakhir yaitu peran di belakang siswanya dapat ditunaikan. Di belakang siswanya, para guru matematika harus menjadi 'penyemangat' siswanya ke arah yang lebih baik, bertanggung jawab dan berhasil. Ingatlah bahwa sebagai guru matematika seharusnya kita berbangga hati jika siswa kita berpikiran maju, berani mengambil resiko, bertanggung jawab, kritis, inovatif dan kreatif. Inilah yang sangat dibutuhkan bangsa dan negara kita. Terutama pada era Industri 4.0.

Daftar Pustaka

- Andreescu, T. & Gelca, R. (2009). *Mathematical Olympiad Challenges*. Boston: Birkhäuser.
- Cooney, T.J.; Davis, E.J.; Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Polya, G. (1973). *How to Solve It (2nd Ed)*. Princeton: Princeton University Press.

*) Drs. Markaban, M.Si.
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta



Menyiasati Pembelajaran Matematika yang Dapat Mengaktifkan Siswa

*) Sumadi

Nugraha (2018) mengutip pendapat Klaus Schwab, *Founder & Executive Chairman of the World Economic Forum*, yang menyatakan bahwa 5 klaster yang akan terdampak sebagai akibat adanya Revolusi Industri 4.0; adalah: (1) ekonomi, (2) bisnis, (3) hubungan nasional global, (4) masyarakat dan (5) individu. Ketika Industri 4.0 berlaku, diprediksi dimulai pada tahun 2025, akan terjadi sebagian penjual (orang) di toko-toko akan diganti mesin sehingga akan terjadi toko-toko ritel yang akan sangat minim mempekerjakan manusia. Hal yang sama akan terjadi pada manufaktur. Adidas, contohnya, telah membangun pabrik '*Speed Factory*' yang sepenuhnya otomatis di Jerman. Pada pabrik tersebut, 10 pekerja menghasilkan 500.000 pasang sepatu per tahun, dibandingkan dengan pabrik sepatu tradisional yang membutuhkan lebih dari 600 pekerja. Artinya, hanya 1/60 pekerja yang akan terpakai. Pada 2017, di Atlanta Amerika Serikat, telah dibangun pabrik yang menghasilkan 18 juta pasang sepatu per tahun; pabrik tersebut menghasilkan 36 kali dari pabrik di Jerman tadi tetapi dengan hanya 16 kali jumlah pekerja. Tidak hanya itu, drone akan mengubah banyak aspek kehidupan kita, termasuk drone yang akan menggantikan petugas pengiriman. Selanjutnya, akan muncul kendaraan tanpa pengemudi, mesin cetak tiga dimensi, robot yang lebih canggih serta inovasi lain yang lebih mengagumkan. Nugraha (2018) mengutip pendapat O'Reilly (2017) bahwa teknologi 4.0 bisa digunakan untuk mengambil alih pekerjaan manusia atau untuk menciptakan dan memfasilitasi pekerjaan-pekerjaan baru; teknologi 4.0 bisa dioptimalkan untuk kepentingan pemiliknya dan untuk semua orang. Karena itu, Schwab sebagaimana dikutip Nugraha (2018) mengingatkan ketimpangan ekonomi antar negara dan antar individu yang akan semakin tajam dan semakin melebar.

Akibatnya, inilah yang harus diantisipasi, akan ada pekerjaan baru yang membutuhkan 'pengetahuan' mumpuni, terutama 'keterampilan berpikir' prima dan 'watak' petarung handal. Ke depan akan dibutuhkan manusia yang lebih komunikatif, kritis, cerdas dan inovatif. Pertanyaannya, mampukah warga bangsa kita bersaing pada era tersebut? Jawabannya, hanya negara atau bangsa dengan pendidikan dan pembelajaran 'bermutu' di kelasnya dan dengan guru inspiratiflah yang akan berjaya. Pada saat ini, warga bangsa kita apakah sudah dapat atau tidak mampu bersaing dengan warga bangsa lain? Warga bangsa kita, mau tidak mau, haruslah memiliki 'pengetahuan' mumpuni, 'keterampilan berpikir' prima dan 'watak' petarung yang handal. Warga bangsa kita harus berubah dari hanya menjadi pengekor ke arah menjadi pemimpin. Lalu, 'pengetahuan', 'keterampilan berpikir' dan 'watak' yang bagaimana yang harus disiapkan dan harus dimiliki siswa kita? Pertanyaan selanjutnya, bagaimana pembelajaran matematika di kelas agar dapat memfasilitasi siswa kita agar memiliki keterampilan pada era industri 4.0 tersebut, agar warga bangsa kita mampu bersaing dengan warga bangsa lain? Makalah ini akan memberikan contoh 'real' atau 'nyata' suatu proses pembelajaran yang ditengarai dapat memfasilitasi siswa kita agar memiliki keterampilan pada era industri 4.0 tersebut, agar warga bangsa kita mampu bersaing dengan warga bangsa lain.

Arahan Kurikulum dan Permasalahannya

Berkait dengan arahan Kurikulum, Rugianto (2018:7) menyatakan bahwa dalam penyusunan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), guru harus memperhatikan empat hal yaitu: (1) PPK (Penguatan Pendidikan Karakter), (2) Literasi, (3) 4C atau 4K, yaitu: kritis, kreatif, komunikatif dan kolaboratif dan (4) HOTS (*Higher Order Thinking Skills*)." Rugianto (2018:8) menyatakan juga: "... tidak mungkin lagi menggunakan model, metode, strategi atau pendekatan yang berpusat kepada Guru, namun kita perlu mengaktifkan siswa dalam pembelajaran (*active learning*)" Karenanya, pertanyaan yang dapat diajukan di antaranya:

1. Apakah proses pembelajaran yang dilakukan guru matematika di kelas matematikanya dapat dikatakan telah berupaya meningkatkan kemampuan siswa saya berkaitan dengan PPK, Literasi, serta 4C atau 4K dan sudah memperhatikan HOTS?
2. Bagaimanakah contoh 'real' atau 'nyata' proses pembelajaran yang sudah memperhatikan empat hal tersebut, yaitu: PPK, Literasi, 4C atau 4K serta HOTS?
3. Bagaimanakah contoh 'real' atau 'nyata' suatu proses yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran?

Sejatinya, konsep 'Cara Belajar Siswa Aktif' (CBSA) atau '*Students Active Learning*' (SAL) sudah dibahas sejak Kurikulum 1975 dikenalkan. Hal ini menunjukkan bahwa konsep CBSA atau 'SAL' masih dalam tataran dokumen dan belum terlaksana di kelas-kelas kita. Penulis berpendapat bahwa kurikulum yang diturunkan masih pada tataran dokumen dan belum pada tataran 'real' di kelas. Karenanya, artikel ini akan memberikan contoh 'real' atau 'nyata' suatu proses yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran, dimulai dengan contoh 'real' atau 'nyata' yang belum mengaktifkan siswa dalam pembelajaran (*passive learning*) dalam proses pembelajaran konsep 'perkalian bilangan bulat' di kelas, terutama perkalian dua bilangan bulat negatif, misalnya: $(-4) \times (-2)$.

Perkalian Dua Bilangan Bulat

Dengan alasan bahwa para pembaca sudah pernah belajar konsep 'perkalian bilangan bulat', maka pada makalah ini, akan disajikan contoh 'real' atau 'nyata' suatu proses pembelajaran yang belum mengaktifkan siswa dalam pembelajaran dan selanjutnya akan disajikan juga contoh 'real' atau 'nyata' suatu proses pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran. Sebelumnya, contoh 'bilangan bulat positif' adalah 4, +4 atau $+4$ sedangkan contoh 'bilangan bulat negatif' adalah -4 atau -4 . Dalam kehidupan nyata sehari-hari notasi +4 atau $+4$ dikaitkan dengan 'kebaikan' atau 'pahala' sebanyak 4, sedangkan notasi -4 atau -4 melambangkan 'keburukan', 'hutang' atau 'dosa' sebanyak 4, bilangan bulat 0 adalah tidak termasuk bilangan bulat positif dan juga tidak termasuk bilangan bulat negatif. Pada pembelajaran konsep 'perkalian bilangan bulat' di kelas, biasanya dibahas tentang perkalian dua bilangan bulat positif, yaitu: $4 \times (+2)$ atau $4 \times (+2)$; perkalian dua bilangan yang berlainan tanda, yaitu: $4 \times (-2)$ atau $(-4) \times (2)$ serta perkalian dua bilangan bulat negatif, yaitu: $(-4) \times (-2)$.

Nah sekarang perhatikan soal matematika SD berikut.

Tentukan hasil dari:
 $(-5) \times (-3)$

Beberapa pertanyaan berkait dengan soal pada kotak di atas adalah:

- Bagaimana cara menentukan hasil perkalian di atas?
- Mengapa hasilnya begitu?
- Berdasar pengalaman Anda, bagaimana proses pembelajarannya di kelas?
- Menurut Anda, apakah cara tersebut sudah membantu siswa untuk menjadi siswa yang mandiri dalam belajarnya dan sudah termasuk pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa?
- Menurut Anda, bagaimana cara 'ideal' membantu siswa agar dia paham dan aktif?

Contoh Pembelajaran yang Belum Mengaktifkan Siswa

Berkait dengan beberapa pertanyaan di atas, jawaban siswa yang mungkin adalah:

- Karena perkalian di atas melibatkan dua bilangan bulat negatif, yaitu (-5) dan (-3) maka hasil perkaliannya, menurut ketentuannya, adalah suatu bilangan bulat positif, sedangkan $5 \times 3 = 15$, maka $(-5) \times (-3) = 15$ juga. Tidak tertutup kemungkinan akan ada siswa yang menyatakan bahwa perkalian dua bilangan bulat dengan tanda sama akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif. Artinya, baik 5×3 maupun $(-5) \times (-3)$ akan menghasilkan 15. Siswa tersebut tahu hasil $(-5) \times (-3)$ namun ia tidak tahu mengapa ketentuan atau rumusnya begitu.
- Bisa terjadi, jawaban siswa, untuk pertanyaan, mengapa $(-5) \times (-3) = 15$. Ya rumusnya seperti itu, kata ibu atau bapak guru, perkalian dua bilangan bulat positif akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif. Perkalian dua bilangan bulat negatif akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif juga. Dengan kata lain, perkalian dua bilangan bulat dengan tanda sama akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif. Jadi, baik 5×3 maupun $(-5) \times (-3)$ akan menghasilkan 15. Perkalian dua bilangan yang berlainan tanda, seperti: $4 \times (-2)$ atau $(-4) \times (2)$ akan menghasilkan suatu bilangan bulat negatif. Jadi, baik $5 \times (-3)$ maupun $(-5) \times 3$ akan menghasilkan -15 . Siswa tersebut hanya menggunakan proses 'mengingat' dan 'menghafal', tanpa tahu dasarnya begitu.
- Pada umumnya, jawaban setiap siswa akan menunjukkan proses pembelajaran di kelas. Para guru SD yang para siswanya menjawab seperti tersebut di atas dapat ditengarai akan mengajar matematika hanya dengan 'memberi tahu' atau 'mengumumkan' kepada muridnya tentang hasil perkalian dua bilangan bulat positif. Para guru SD tersebut hanya akan mengumumkan bahwa: (1) perkalian dua bilangan bulat positif akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif, contohnya $5 \times 3 = 15$, (2) perkalian satu bilangan bulat positif dengan satu bilangan bulat negatif akan menghasilkan suatu bilangan bulat negatif, contohnya $5 \times (-3) = -15$, (3) perkalian satu bilangan bulat negatif dengan satu bilangan bulat positif akan menghasilkan suatu bilangan bulat negatif, contohnya $(-5) \times 3 = -15$, dan (4) perkalian dua bilangan bulat negatif akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif, contohnya $(-5) \times (-3) = 15$. Setelah itu lalu latihan soal sejenis.

Tidak tertutup kemungkinan juga, berdasar hasil di atas tersebut para guru akan memberi tahu atau mengumumkan kepada muridnya bahwa perkalian dua bilangan bulat dengan tanda sama akan menghasilkan suatu bilangan bulat positif. Artinya, baik 5×3 maupun $(-5) \times (-3)$ akan menghasilkan 15. Ia juga hanya memberi tahu atau mengumumkan kepada muridnya bahwa perkalian dua bilangan yang berlainan tanda, seperti: $4 \times (-2)$ atau $(-4) \times (2)$ akan menghasilkan suatu bilangan bulat negatif. Jadi, baik $5 \times (-3)$ maupun $(-5) \times 3$ akan menghasilkan -15 .

- d. Menurut Anda, apakah cara tersebut sudah membantu siswa untuk menjadi siswa yang mandiri dalam belajarnya? Mengapa Anda menyatakan seperti itu? (i) apakah cara tersebut akan membantu siswa untuk menjadi siswa yang paham terhadap materi yang dibahas? (ii) apakah cara tersebut akan membantu siswa untuk berpikir tingkat tinggi *HOTS*? (iii) apakah cara tersebut akan membantu siswa untuk memiliki karakter yang dibutuhkan pada era revolusi industri 4.0? (iv) apakah cara tersebut akan membantu siswa untuk menjadi mandiri?
- Menurut penulis, cara tersebut, di mana guru hanya memberi tahu atau mengumumkan pengetahuan matematikanya kepada siswanya, hanya akan memfasilitasi siswanya untuk belajar mengingat saja. Sekali lagi, ketika ditanya, mengapa hasilnya begitu, ia hanya akan menjawab: “Ya, kata ibu atau bapak guru rumusnya seperti itu.” Tanpa alasan mengapa hasilnya begitu. Itulah sebabnya cara tersebut tidak membantu siswa untuk menjadi paham terhadap materi yang dibahas. Menurut Anda, bagaimana proses pembelajaran yang akan membantu siswa untuk menjadi siswa yang paham terhadap materi yang dibahas?
 - Seperti dibahas pada nomor i di atas, di mana guru hanya akan memfasilitasi siswanya untuk belajar ‘mengingat’ saja, dan bukan berpikir, sedangkan belajar ‘mengingat’ ditengarai termasuk kemampuan tingkat rendah, yaitu *LOTS* (*Lower Order Thinking Skills*) dan tidak akan membantu siswa untuk berpikir tingkat tinggi *HOTS* seperti yang diharapkan kurikulum kita. Menurut Anda, bagaimana proses pembelajaran yang akan membantu siswa untuk berpikir tingkat tinggi atau *HOTS*?
 - Seperti dibahas pada nomor i di atas, di mana guru hanya akan memfasilitasi siswanya untuk belajar ‘mengingat’ saja, dan bukan berpikir, sedangkan belajar ‘mengingat’ ditengarai termasuk kemampuan tingkat rendah, yaitu *LOTS* dan tidak akan membantu siswa untuk berpikir tingkat tinggi *HOTS* seperti yang diharapkan kurikulum kita. Sebagai akibat selanjutnya, para siswanya hanya terbiasa untuk ‘mengingat’ saja dan bukan untuk ‘berpikir’ sehingga para siswanya tidak terbiasa berpikir tingkat tinggi atau *HOTS* dan terbiasa untuk menyelesaikan masalah ‘rutin’ sehingga proses pembelajaran tersebut tidak akan membantu siswa untuk memiliki karakter yang dibutuhkan pada era revolusi industri 4.0, seperti karakter ‘pantang menyerah’, ‘inovatif’, selalu berusaha untuk memberikan alasan yang masuk akal dan selalu berusaha untuk mencari dan mendapatkan polanya. Menurut Anda, bagaimana proses pembelajaran yang akan membantu siswa untuk memiliki karakter yang dibutuhkan pada era revolusi industri 4.0.
 - Jelaslah bahwa proses pembelajaran tersebut tidak akan membantu siswa untuk menjadi mandiri, karena semuanya ditentukan gurunya. Yang pintar, cerdas dan *smart* adalah gurunya dan bukan siswanya.

Simpulannya, proses pembelajaran seperti disampaikan tersebut di atas hanya menekankan pada siswa untuk ‘menghafal’ dan belum atau tidak menekankan siswa untuk ‘berpikir’. Proses pembelajaran tersebut dapat dikatakan belum atau tidak memperhatikan empat hal, yaitu: PPK, Literasi, *4C* atau *4K* serta *HOTS*. Kata lainnya, proses pembelajaran tersebut belum mengaktifkan siswa dalam pembelajaran dan masih dalam kategori pembelajaran pasif. Karenanya, proses pembelajaran seperti disampaikan itu harus diubah ke proses pembelajaran mengaktifkan siswa dalam pembelajaran. Berikut ini, akan disajikan contoh ‘real’ atau ‘nyata’ suatu proses pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran. Jadi pertanyaan yang dapat diajukan untuk Anda adalah:

1. Apa yang harus berubah agar proses pembelajarannya berubah dari pembelajaran pasif ke arah pembelajaran aktif?

2. Bagaimana proses pembelajaran ‘real’ atau ‘nyata’ yang menunjukkan proses pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran?

Jawabannya menurut penulis, sebagaimana disampaikan di atas, suatu proses pembelajaran akan disebut masih dalam taraf pembelajaran pasif jika proses pembelajarannya hanya menekankan pada siswa untuk ‘menghafal’ saja dan tidak untuk belajar ‘berpikir’, sedangkan suatu proses pembelajaran disebut sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran jika pembelajarannya sudah menekankan pada siswa untuk belajar ‘berpikir’ dan bukan hanya menekankan pada kemampuan ‘menghafal’ saja.

Bagaimana Contoh Pembelajaran yang Mengaktifkan Siswa?

Bagian ini dimaksudkan untuk menjawab pertanyaan nomor 2 di atas, yaitu: “Menurut Anda, bagaimana proses pembelajaran yang ‘real’ atau ‘nyata’ dan dapat menunjukkan proses pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran?” Apa jawaban Anda? Pada intinya, sebagaimana disimpulkan tadi, suatu proses pembelajaran dinyatakan sudah mengaktifkan siswa dalam pembelajaran jika pembelajarannya sudah menekankan pada siswa untuk belajar ‘berpikir’ dan bukan hanya menekankan pada kemampuan belajar ‘menghafal’ saja. Bagaimana proses pembelajarannya? Yang perlu diingat, suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui si pelaku. Karenanya, para guru matematika dapat menggunakan ‘masalah’ sebagai langkah awal proses pembelajaran untuk memastikan para siswa di Indonesia belajar ‘berpikir’ dan bukan hanya belajar ‘menghafal’ saja. Namun, yang perlu dipastikan, pertanyaan pada langkah awal tersebut adalah benar-benar terkategori sebagai ‘masalah’ dan bukan hanya suatu pertanyaan rutin yang jawabannya sudah diketahui dan dipelajari para siswa.

Selanjutnya, berkaitan dengan pentingnya kemampuan berpikir ini, pada tahun 1999 lalu, *NCTM* (*National Council of Teachers of Mathematics*), organisasi para guru matematika Amerika Serikat, menerbitkan buku berjudul ‘*Principles and Standards for School Mathematics*’. *NCTM* menyatakan, standar matematika sekolah meliputi standar isi atau materi (*mathematical content*) dan standar proses (*mathematical processes*). Standar proses meliputi pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), keterkaitan (*connections*), komunikasi (*communication*), dan representasi (*representation*). *NCTM* menyatakan juga bahwa baik standar materi maupun standar proses tersebut secara bersama-sama merupakan keterampilan dan pemahaman dasar yang sangat dibutuhkan para siswa pada abad ke-21 ini (*together, the Standards describe the basic skills and understandings that students will need to function effectively in the twenty-first century*).

NCTM (1999), menyatakan juga tentang enam prinsip penting untuk matematika sekolah, yaitu: (1) kesamaan (*equity*), (2) kurikulum (*curriculum*), (3) pengajaran (*teaching*), (4) proses belajar (*learning*), (5) penilaian (*assessment*) dan (6) teknologi (*technology*). Berkait dengan pengajaran (*teaching*), *NCTM* (1999) menyatakan: “*Effective mathematics teaching requires understanding what students know and need to learn and then challenging and supporting them to learn it well.*” Artinya, pengajaran matematika yang efektif memerlukan pemahaman tentang pengetahuan yang dimiliki siswa dan pengetahuan yang akan dipelajari serta menantang dan mendukungnya untuk mempelajarinya dengan baik. Karenanya, berkaitan dengan proses belajar (*learning*), *NCTM* (1999) menyatakan: “*Students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and prior knowledge.*” Artinya, siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan lama yang sudah dimiliki atau dipelajari siswa. Pertanyaan yang dapat diajukan adalah, bagaimana proses pembelajaran matematikanya sedemikian sehingga para siswa dapat membangun pengetahuan barunya berdasar pada pengetahuan lama yang sudah dimiliki atau dipelajari siswa dan

pengalaman barunya. Bagaimana proses pembelajarannya? Berikut ini adalah contoh 'real' proses pembelajarannya.

1. Mulailah dengan 'masalah'

Kerjakan lima perkalian berikut ini.

$$5 \times (-2) = \dots$$

$$4 \times (-2) = \dots$$

$$3 \times (-2) = \dots$$

$$2 \times (-2) = \dots$$

$$1 \times (-2) = \dots$$

- Amati lima perkalian di atas beserta hasilnya.
- Adakah hal-hal yang menarik pada lima perkalian di atas beserta hasilnya.
- Mengapa hal tersebut dapat terjadi?
- Jika ada yang menanyakan tentukan hasil $(-3) \times (-2)$, bagaimana jawaban Anda. Mengapa?

2. Beri kesempatan siswa bereksplorasi

Ketika para siswa melaksanakan kegiatan pada kotak di atas, diharapkan akan didapat hasil berikut.

$$5 \times (-2) = -10$$

$$4 \times (-2) = -8$$

$$3 \times (-2) = -6$$

$$2 \times (-2) = -4$$

$$1 \times (-2) = -2$$

....

- Dengan lima perkalian di atas, maka para siswa diharapkan belajar untuk mendapatkan pola atau keteraturan yang ada. Jika $5 \times 2 = 2+2+2+2+2 = 10$ maka $5 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2) = -10$. Begitu juga $4 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2)+(-2) = -8$, $3 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2) = -6$, $2 \times (-2) = (-2)+(-2) = -4$ dan $1 \times (-2) = -2$.
- Hal-hal menarik yang dapat siswa kemukakan pada lima perkalian di atas beserta hasilnya di antaranya adalah:
 - Pada perkaliannya seperti ditunjukkan pada ruas kiri, bilangan paling kiri berurutan berkurang satu-satu dimulai dari 5 dan diakhiri dengan 1, yaitu: 5, 4, 3, 2, 1.
 - Pada perkaliannya seperti ditunjukkan pada ruas kiri, pengalinya adalah tetap, yaitu: (-2) .
 - Pada hasil perkaliannya seperti ditunjukkan pada ruas kanan, hasilnya berurutan bertambah dua-dua, yaitu: (-10) , (-8) , (-6) , (-4) , (-2) .

Idealnya, beberapa kesimpulan tadi disusun para siswa secara mandiri. Namun pada tahap-tahap awal, guru matematika, sebagai model, Ki Hadjar Dewantara menyatakan (Kemdikbud, 2011): "*Ing ngarsa sung tuladha,....*" Di depan para guru hendaknya memberi contoh dan teladan ...). Artinya, di mana diperlukan, seorang guru dapat memberi 'teladan' dengan menanyakan:

- Apa yang dapat Anda katakan tentang bilangan paling kiri pada ruas kiri?

- ii. Apa yang dapat Anda katakan tentang bilangan kedua pada ruas kiri?
- iii. Apa yang dapat Anda katakan tentang bilangan hasil perkaliannya?

Selanjutnya dari hasil observasi berupa pola atau keteraturan tersebut diharapkan akan muncul beberapa pertanyaan seperti berikut.

- i. Mengapa hal tersebut dapat terjadi?
- ii. Mengapa hasilnya berurutan bertambah dua-dua?
- iii. Hal tersebut terjadi secara kebetulan saja?
- iv. Ataukah dapat ditunjukkan alasannya dan bukanlah hal tersebut terjadi secara kebetulan saja?
- v. Lalu bagaimana jalan ceriteranya untuk menunjukkan atau membuktikan bahwa hasilnya bukanlah terjadi secara kebetulan saja namun ada argumentasinya?

Itulah beberapa pertanyaan yang perlu dan dapat dilatihkan kepada siswa oleh seorang guru matematika selama proses pembelajaran di kelas, untuk memicu rasa ingin tahu setiap anak.

Sekali lagi, idealnya, beberapa pertanyaan tadi disusun para siswa secara mandiri. Namun pada tahap-tahap awal, di mana diperlukan, guru matematika, sebagai model, dapat memberi contoh untuk menanyakannya. Polya (1981:xii) mengingatkan: *“The teacher should know what he is supposed to teach. He should show his students how to solve problems—but if he does not know, how can he show them?”*

- c. Mengapa pola atau keteraturan tersebut dapat terjadi? Inilah pertanyaan pokok yang kalau diturunkan tingkat pertanyaannya akan menjadi lima pertanyaan turunan sebagaimana dikemukakan pada huruf b di atas tadi. Untuk menjawabnya, perhatikan sekali lagi lima perkalian tadi beserta hasilnya berikut.

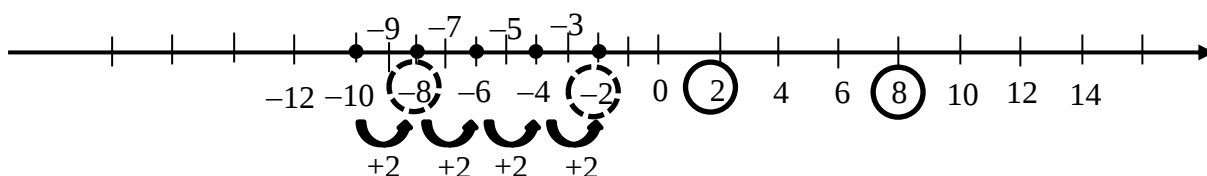
$$\begin{aligned}
 5 \times (-2) &= -10 \\
 4 \times (-2) &= -8 \\
 3 \times (-2) &= -6 \\
 2 \times (-2) &= -4 \\
 1 \times (-2) &= -2 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

Salah satu alternatif proses pembelajaran konsep perkalian yang sudah dipelajari siswa, contohnya 5×2 , adalah adanya 5 piring dan setiap piring berisi 2 kelereng. Jika ditanyakan, ada berapa kelereng seluruhnya? Jawabnya adalah 5×2 atau $2+2+2+2+2$. Artinya, $5 \times 2 = 2+2+2+2+2 = 10$. Pada notasi perkalian: $5 \times 2 = 2+2+2+2+2 = 10$, bilangan 5 disebut bilangan pengali, bilangan 2 disebut bilangan yang dikalikan dan bilangan 10 disebut hasil perkalian.

Dengan cara sama, $5 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2) = -10$. Begitu juga $4 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2)+(-2) = -8$. Jika ada siswa yang lalu menyatakan bahwa $5 \times (-2)$ adalah si A melakukan 2 kejelekan sebanyak 5 kali maka si A melakukan 10 kejelekan. Notasinya -10 . Dengan demikian, $4 \times (-2) = (-2)+(-2)+(-2)+(-2) = -8$. Artinya, notasi $4 \times (-2)$ berarti si B melakukan 2 kejelekan yang sama dengan si A sebanyak 4 kali maka si B melakukan 8 kejelekan. Notasinya -8 .

Karena si A melakukan 10 kejelekan si B melakukan 8 kejelekan. Notasinya berturut-turut -10 dan -8 . Maka jelaslah bahwa -8 masih lebih dari -10 . Inilah sejatinya, ‘konteks’ atau ‘kaitan’ perkalian

tersebut. Tidak tertutup kemungkinan, jika hasilnya digambarkan pada garis bilangan oleh siswa lain, sehingga didapat hasil berikut.



Selanjutnya si siswa tadi belajar untuk bernalar dan berargumen, karena pada garis bilangan di atas, noktah yang menunjukkan bilangan 8 terletak di sebelah kanan noktah yang menunjukkan bilangan 2, maka jelaslah bahwa 8 masih lebih dari 2 seperti ditunjukkan dengan dua lingkaran. Akibatnya, karena noktah yang menunjukkan bilangan -2 terletak di sebelah kanan noktah yang menunjukkan bilangan -8, maka jelaslah bahwa -2 masih lebih dari -8 seperti ditunjukkan dengan dua lingkaran putus-putus.

Begitu juga untuk kasus-kasus: $3 \times (-2) = -6$, $2 \times (-2) = -4$ dan $1 \times (-2) = -2$.

Di samping itu $(-10) + 2 = -8$, $(-8) + 2 = -6$, $(-6) + 2 = -4$, $(-4) + 2 = -2$; sehingga dapat disimpulkan bahwa pada barisan: -10, -8, -6, -4, -2, - - -, suatu bilangan pada barisan tersebut didapat dari bilangan sebelumnya dengan menambah 2. Lalu mengapa hasilnya bertambah dua-dua? Ya karena bilangan pengali turun satu satu. Hal tersebut tidak akan terjadi jika bilangan pengalinya tidak berurutan turun satu-satu.

- d. Jika ada yang menanyakan tentukan hasil $(-3) \times (-2)$, bagaimana jawaban Anda. Mengapa? Coba Anda perhatikan sekali lagi kotak di bawah ini. Apa yang dapat Anda katakan?

$5 \times (-2) = -10$
$4 \times (-2) = -8$
$3 \times (-2) = -6$
$2 \times (-2) = -4$
$1 \times (-2) = -2$
....

Jika Anda lanjutkan lima perkalian itu, apa yang Anda dapatkan? Berhentilah membaca, cobalah Anda lanjutkan lima perkalian itu. Sekali lagi, tiga hal yang didapat di antaranya adalah:

- Bilangan paling kiri berurutan berkurang satu-satu dimulai dari 5 dan diakhiri dengan 1, yaitu: 5, 4, 3, 2, 1.
- Pengalinya adalah tetap, yaitu: (-2) .
- Pada hasil perkaliannya, hasilnya berurutan bertambah dua-dua, yaitu: (-10) , (-8) , (-6) , (-4) , (-2) .

Dengan demikian, jika pola atau keteraturan tersebut Anda lanjutkan, yang Anda dapatkan adalah sebagai berikut.

- Bilangan paling kiri berurutan berkurang satu-satu dimulai dari 5, yaitu: 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3 -4, ...
- Pengalinya adalah tetap, yaitu: (-2) .

iii. Hasilnya berurutan bertambah dua-dua, yaitu: $(-10), (-8), (-6), (-4), (-2), 0, 2, 4, 6, 8, \dots$

Jika Anda memasukkan ketentuan di atas pada kotak, akan Anda dapatkan kotak sebagai berikut.

$5 \times (-2) = -10$
$4 \times (-2) = -8$
$3 \times (-2) = -6$
$2 \times (-2) = -4$
$1 \times (-2) = -2$
$0 \times (-2) = 0$
$(-1) \times (-2) = 2$
$(-2) \times (-2) = 4$
$(-3) \times (-2) = 6$
$\dots$

Ternyata $(-1) \times (-2) = 2$, $(-2) \times (-2) = 4$, $(-3) \times (-2) = 6$, ... Hal ini menunjukkan bahwa $(-1) \times (-2) = 1 \times 2$, $(-2) \times (-2) = 2 \times 2$, $(-3) \times (-2) = 3 \times 2$, ... Begitu pula $(-4) \times (-2) = 4 \times 2$, $(-5) \times (-2) = 5 \times 2$, $(-6) \times (-2) = 6 \times 2$, ... Jadi secara umum, $(-a) \times (-b) = a \times b$. Dengan kata lain, pada perkalian dua bilangan negatif, hasilnya adalah bilangan positif.

Yang dapat dipelajari adalah ketika menentukan $5 \times (-2) = -10$, $4 \times (-2) = -8$, $3 \times (-2) = -6$, $2 \times (-2) = -4$, $1 \times (-2) = -2$ para siswa menggunakan pengalaman dan pengetahuan lama yang sudah dimiliki atau dipelajari siswa. Dari pengetahuan bahwa 5×2 , adalah banyaknya seluruh kelereng pada 5 piring dan setiap piring berisi 2 kelereng. Dengan analogi atau kias, dapat disimpulkan bahwa pada notasi perkalian: $5 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10$. Begitu juga $4 \times (-2) = -8$, $3 \times (-2) = -6$, $2 \times (-2) = -4$, $1 \times (-2) = -2$. Pada intinya, para siswa telah menggunakan pengalaman dan pengetahuan lama yang sudah dipelajari para siswa. Namun dari $5 \times (-2) = -10$, $4 \times (-2) = -8$, $3 \times (-2) = -6$, $2 \times (-2) = -4$, $1 \times (-2) = -2$, para siswa dituntut untuk mengamati pola atau keteraturan (*pattern*) yang ada. Selanjutnya para siswa difasilitasi untuk belajar menanya, menalar, mengumpulkan data tambahan dan mengomunikasikan. Itulah contoh konkret pernyataan NCTM (1999) bahwa: "*Students must learn mathematics with understanding, actively building new knowledge from experience and prior knowledge.*" Artinya, siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan lama yang sudah dimiliki atau dipelajari siswa. Jadi, siswa sendirilah yang harus secara aktif membangun pengetahuan baru, pada contoh ini tentang perkalian dua bilangan negatif, berdasar pada pengetahuan lama yang sudah dimiliki atau dipelajari siswa, pada contoh ini tentang perkalian bilangan positif dengan bilangan negatif.

Dapat terjadi, proses pembelajaran di kelasnya, sang guru tidak memfasilitasi siswanya untuk bereksplorasi. Dalam hal ini sang guru tidak memfasilitasi siswanya untuk secara mandiri, dengan atau tanpa bantuan guru berupa pertanyaan, untuk: (1) mengamati, (2) menanya, (3) menalar, (4) mengumpulkan data tambahan dan (5) mengomunikasikan tetapi sang guru hanya menceritakan bahwa pola atau keteraturannya adalah: (a) bilangan paling kiri berurutan berkurang satu-satu dimulai dari 5, yaitu: 5, 4, 3, 2, 1, ... sehingga kelanjutannya adalah 0, -1, -2, -3 -4, ... , (b) pengalinya adalah tetap, yaitu: (-2) , serta (c) hasil perkaliannya berurutan bertambah dua-dua, dimulai dari (-10) , yaitu: $(-10), (-8), (-6), (-4), (-2)$, sehingga kelanjutannya adalah 0, 2, 4, 6, 8, Kalau proses pembelajaran seperti itu yang terjadi maka pembelajaran matematika itu dapat dinyatakan belum mengaktifkan siswa (*active learning*). Apa sebabnya?

Kesimpulan

1. Ketika Industri 4.0 berlaku, diprediksi dimulai pada tahun 2025, ketimpangan ekonomi antar negara dan antar individu akan semakin tajam dan semakin melebar. Sumber daya manusia suatu negara serta kualitas pendidikannya akan sangat menentukan.
2. Untuk meyakinkan bahwa proses pembelajaran di kelas adalah pembelajaran yang sudah mengaktifkan siswa dan sudah mengacu pada empat hal di atas, maka seorang guru matematika harus memulai proses pembelajaran dengan mengajukan 'masalah' kepada para siswanya serta memberi kesempatan kepada para siswanya untuk bereksplorasi.
3. Ketika bereksplorasi, para siswa difasilitasi untuk: (1) mengamati, (2) menanya, (3) menalar, (4) mengumpulkan data tambahan dan (5) mengomunikasikan. Langkah-langkah tersebut dikenal sebagai pendekatan saintifik (*Scientific Approach*).
4. Dengan memulai proses pembelajaran dengan mengajukan 'masalah' kepada para siswanya untuk dipecahkan maka diharapkan adanya perubahan dari paradigma bahwa pengetahuan dipindahkan dari otak guru ke otak siswa menjadi berbentuk interaktif, investigatif, eksploratif, open ended, keterampilan proses, modeling, ataupun pemecahan masalah. Di samping itu diharapkan juga akan adanya perubahan dari pembelajaran yang hanya fokus pada mengingat atau menghafal ke arah berpikir dan pemahaman. (*understanding*)
5. Ke depan, makin diperlukan kemampuan bernalar (*reasoning*), kemampuan berpikir (kreatif maupun kritis), kemampuan memecahkan masalah dan berinvestigasi, kemampuan berkomunikasi dan bekerja sama serta para siswa yang memiliki 'watak' petarung handal serta tidak cepat menyerah.
6. Dengan pembelajaran matematika di kelas yang mengaktifkan siswa (*active learning*) maka pendidikan matematika telah memperhatikan empat hal yang dituntut kurikulum, yaitu: (1) PPK (Penguatan Pendidikan Karakter), (2) Literasi, (3) 4K yaitu: kritis, kreatif, komunikatif dan kolaboratif dan (4) HOTS (*Higher Order Thinking Skills*)."

Daftar Pustaka

- Kemdikbud (2011). *Jejak langkah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (1945-2011)*. Jakarta: Pusat Informasi dan Hubungan Masyarakat, Kemdikbud.
- NCTM (1999). Overview of Principles and Standards for School Mathematics. <http://www.standard.nctm.org>. Diunduh pada 2 Februari 2004.
- Nugraha, D. (2018). *Transformasi Sistem Revolusi Industri 4.0*. Power Point disampaikan pada Workshop Technopreneurship.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery. On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving Vol. 1*. New York: John Wiley and Sons Inc.
- Rugianto. (2018). Perubahan Kurikulum 2013 Revisi Terbaru 2017. *Skill & Teknologi*. Edisi 16, April 2016, halaman 6-8.

*) Sumadi, S.Pd., M.Si.
Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta



MEMANUSIAKAN MANUSIA MELALUI KECAKAPAN BERMATEMATIKA

*) Enung Sumarni

Pendahuluan

Waktu bergulir di dalamnya berbagai perubahan terjadi, termasuk dalam pendidikan matematika. Pendidikan matematika atau matematika sekolah yang pada awalnya sebagian orang ataupun pengajar mengenal matematika adalah ilmu berhitung, terus mengalami perubahan. Perubahan yang terjadi memberikan peluang kepada para pengajar untuk mengembangkan pembelajaran yang menyenangkan dengan terintegrasi kepada standar proses dalam pembelajaran matematika, yaitu mengembangkan *reasoning* siswa, *problem solving* atau memecahkan masalah melalui matematika, kemampuan mengaitkan, kemampuan komunikasi serta kemampuan representasi.

Tantangan zaman yang terus menuntut kepada berpikir cepat serta bertindak yang tepat, menuntut matematika sekolah dengan memproses kecakapan bermatematika yang tetap memelihara memanusiakan manusia. Memanusiakan manusia dalam artikel ini adalah pembelajaran matematika yang tetap menjadikan manusia sebagai penentu bukan obyek karena perkembangan zaman. Walaupun kehidupan sudah termesinkan menjadi tantangan tersendiri untuk para pencinta matematika dan pendidikan matematika untuk tetap melalui pembelajaran menghasilkan manusia yang memegang peranan penting dalam kehidupan, tidak terkalahkan oleh kecakapan mesin, dan kuncinya adalah kecakapan bermatematika.

Kecakapan bermatematika adalah suatu proses pembelajaran matematika dengan melalui kompetensi dasar (KD) yang diproseskan, dikembangkan kemampuan penalaran siswa, kemampuan pemecahan masalah siswa, kemampuan mengaitkan, kemampuan komunikasi serta kemampuan merepresentasi siswa. Kecakapan bermatematika ini diproses melalui pembelajaran menghasilkan keharmonian dalam

kehidupan. Keharmonian yang menjadi pola pikir dan pola hidup dalam tugasnya sebagai pendidik yang memanusiakan manusia melalui kecakapan bermatematika.

Harmoni menurut Weilinhan (2020) diawali hasil berproses dengan pandangan positif setiap siswa memiliki kelebihan ataupun potensi yang berbeda. Andal berdaya lenting karena pembelajaran memproses kaitan antar KD, kaitan antar mata pelajaran, ataupun kaitan dengan kehidupan. Relasi yang positif diproses melalui membangun pemahaman sendiri. Makna dalam tujuan melalui pembelajaran yang *meaningful*, pembelajaran yang bertujuan kepada kebermaknaan. Orientasi sikap positif yang ditumbuhkan selama pembelajaran. Nilai sebagai sesuatu kekuatan dalam bentuk *reword* untuk perolehan dari setiap aktivitas siswa. Inisiatif yang melibatkan diproses ditumbuhkan dalam pembelajaran matematika. Harmoni inilah memanusiakan manusia melalui kecakapan bermatematika. Untuk inilah semoga paparan di bawah ini dengan segala keterbatasan sedikitnya bisa menjawab hal tersebut.

Isi

Permasalahan matematika yang disajikan dalam pembelajaran, diproseskan dengan mengajak siswa untuk mengetahui apa yang harus diketahui melalui masalah tersebut, mengetahui apa yang ditanyakan dari masalah tersebut. Permasalahan dipecah ataupun dipilah-pilah menjadi lebih kecil sehingga menjadi lebih mudah untuk diselesaikan ataupun dinamakan dekomposisi yang merupakan salah satu unsur dalam berpikir komputasi. .

Berpikir komputasi yang diambil dari paparan Pranoto, Iwan (2020) adalah suatu proses berpikir yang digunakan dalam menyajikan solusi sebagai langkah komputasi atau algoritma yang dapat dikerjakan sebuah computer. Empat unsur dalam berpikir komputasi adalah dekomposisi, mengenali pola, algoritma serta abstraksi. Keempat unsur tersebut memberikan konsekuensi proses pembelajaran berpikir komputasi dalam matematika, yaitu pembelajaran memperhatikan bagian membuat kalimat matematika dari suatu pernyataan atau suatu masalah melalui abstraksi. Keakuratan serta struktur rangkaian kalimat perintah dalam masalah matematika untuk mencari solusi matematika dari model matematika yang disajikan. Kemudian pembelajaran yang memperhatikan proses penafsiran dari solusi matematika ke solusi nyata. Keempat unsur dalam berpikir komputasi serta konsekuensinya dalam pembelajaran yang menuntut kepada proses berpikir bukan hanya berhitung menghasilkan suatu solusi atau jawaban, salah satu contohnya dalam ilustrasi sebagai berikut:

“Diketengahkan soal matematika *“Tiga kali penambahan dari suatu bilangan dengan 1, 5 lebih besar dari bilangan itu. Berapakah bilangan itu?”*”

Kita misalkan bilangan tersebut adalah x . Menurut soal diketahui bahwa:

$$3(x + 1) = x + 5.$$

Membuat bentuk persamaan seperti ini yang dinamakan abstraksi. Langkah memahami masalah menjadi persamaan. Dengan mengelompokkan yang mengandung x diruas kiri, diperoleh:

$$3x + 3 = x + 5$$

Jika diselesaikan diperoleh $x = 1$, kita peroleh hasilnya melalui menghitung.

Jadi bilangan yang dicari adalah 1, dengan dikembalikan kepada pernyataan soal di atas, perolehan 1 ditafsirkan dikembalikan kepada pertanyaan dengan memeriksa kembali dari hasil yang diperoleh ke dalam bentuk persamaan yang diketengahkan.

Memahami masalah menjadi suatu persamaan dalam matematika (abstraksi), memperoleh bobot yang lebih serta berbeda dengan menyelesaikan masalahnya melalui berhitung. Penekanan pembelajaran matematika saat ini bergeser kepada arah hasil berproses, dengan memberi bobot yang berbeda kepada pembelajaran yang memasuki abstraksi dan menafsirkan hasil dari suatu penyelesaian masalah. Berhitung tetap diperlukan, karena diselesaikan menjadi diketahui hasilnya dengan cara berhitung.

Proses berhitung dilakukan dengan keakuratan perintah, keakuratan dengan kata-kata, karena *reasoning* ataupun daya nalar mejadi proses untuk mengantarkan kepada berpikir komputasi menyusun algoritma. Berhitung sebagai salah satu cara dalam menyelesaikan masalah, diproseskan dengan mengembangkan daya nalar, karena berhitung yang sistematis dan lengkap akan memberikan keuntungan kepada siswa di dalam menghasilkan suatu kepintaran berhitung yang diaplikasikan kepada suatu mesin ataupun terlahir dalam bentuk *coding*. Kolaborasi antara kecakapan manusia dengan kecakapan mesin, yang tetap menjadikan manusia sebagai pemegang subjeknya, karena berpikir terlahir dari manusia

Kecakapan mesin adalah kecakapan robot atau benda mati yang pergerakannya sangat bergantung kepada manusia sebagai benda hidup yang membuat programnya. Sehingga bagaimana kecakapan manusia yang berkolaborasi dengan mesin, Untuk itu diperlukan kemampuan berhitung yang mumpuni tanpa satu aspek pun yang terkecuali yang harus diproseskan kepada pembelajar matematika yang dapat diaplikasikan ke dalam suatu alat ataupun mesin. Di sinilah peran penalaran ataupun mengembangkan daya nalar dalam pembelajaran matematika yang tidak tergantikan oleh perubahan era global saat ini yang mengarah kepada kecerdasan buatan ataupun *artificial intelligence*. Sebagai salah satu contoh dalam pembelajaran matematika bermain tebakkan menggunakan kartu angka, siswa dapat menggali pola dari tahapannya, sehingga *pattern recognition* bisa tercapai.

Misalkan dibuat 3 kartu angka, sebagai berikut:



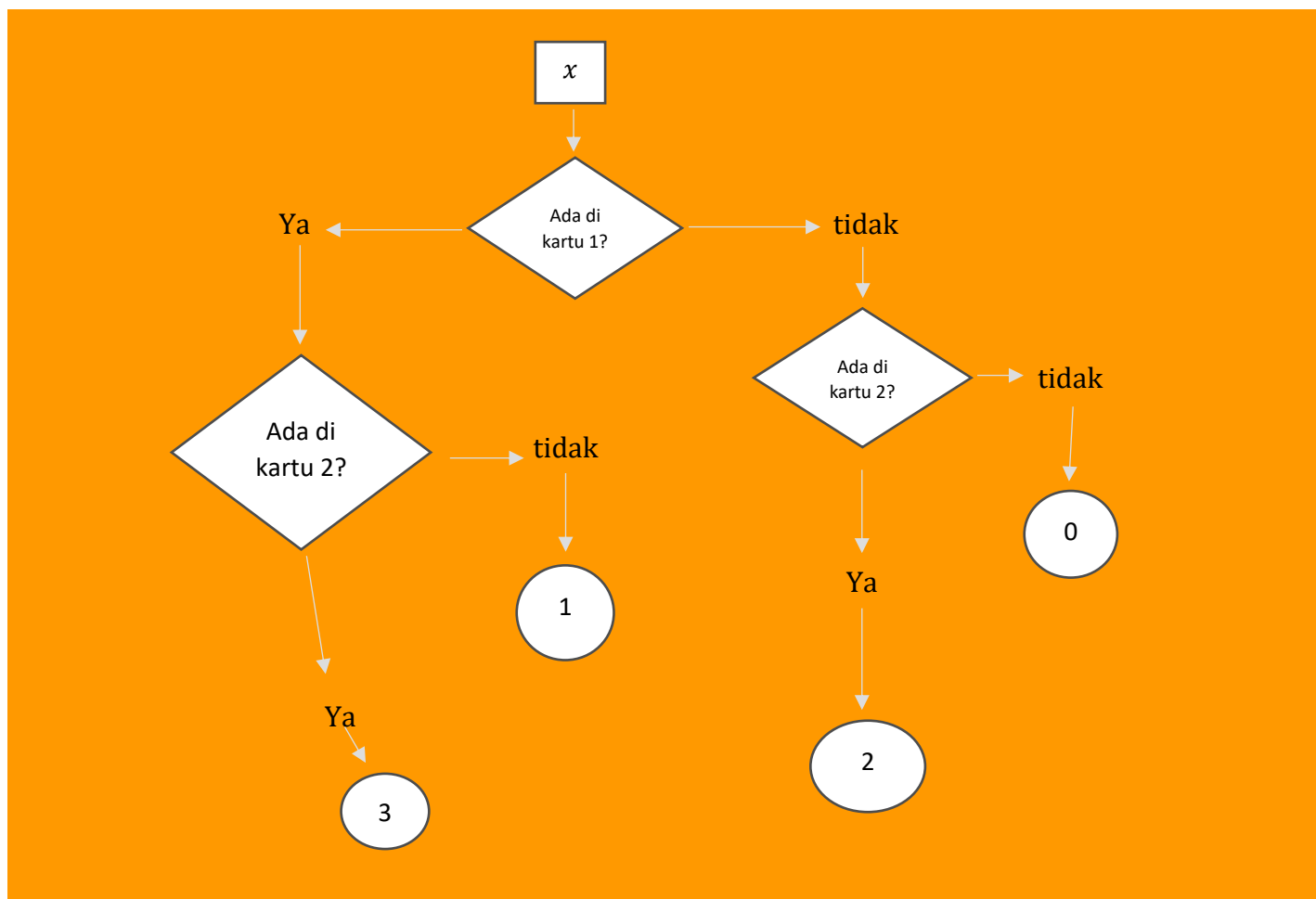
Gambar 1(susunan 3 kartu angka)

Dari 3 kartu angka tersebut, kita bisa membuat suatu tebakkan angka lahir kepada seseorang yang kita coba duga. Misalkan kita menanyakan kepada Á'apakah di kartu pertama ada angka lahirnya? dia jawab ada, apakah di kartu kedua ada?dia jawab ada, apakah di kartu ketiga ada?dia jawab ada, berarti tanggal lahirnya adalah 7.

Kalau kita tanyakan kepada yang lain, misalkan apakah di kartu pertama ada?dia jawab ada. Apakah di kedua ada?dia jawab tidak. Apakah di ketiga ada?dia jawab ada. Maka tanggal lahirnya adalah 5.

Dari latihan diatas, kita akan merepresentasikan cara berpikir menjadi satu perintah, atau dinamakan algoritma. Dimana pada tahap algoritma ini akan dibuat langkah-langkah bagaimana cara menyelesaikannya.

Contoh algoritma dua kartu angka, sebagai berikut:



Proses pembelajaran matematika yang bukan melihat jawab betul atau tidak tetapi cara menjawab lebih penting, melahirkan berpikir yang runtun dan menuliskannya sebagai diagram alur. Itulah algoritma sebagai bagian dari pembelajaran matematika yang mengembangkan daya nalar. Representasi dalam bentuk diagram alur yang runut yang nantinya akan diberikan kepada mesin sebagai hasil dari pengembangan nalar manusia. Keakuratan perintah yaitu keakuratan kata-kata dalam tahap penyelesaiannya, tentunya sangat diperlukan ketelitian beserta ketepatannya, karena tahapan ini yang melahirkan algoritma yang akan diterjemahkan oleh mesin. Tergambarkan dalam hal ini bagaimana kecakapan bermatematika menjadi memanusiakan manusia, karena sesuatu yang bisa diselesaikan dengan mesin akan diberikan kepada mesin dan yang menjadi kewajiban manusia dikembalikan kepada manusia, itulah memanusiakan manusia melalui kecakapan bermatematika.

Kecakapan bermatematika melalui memproses pengembangan penalaran sebagai modal untuk implementasi keilmuan yang dipelajari, tentunya kemampuan nalar yang bukan hasil instan, tetapi terlahir dari proses pembelajaran melalui matematika sekolah. Kecakapan bermatematika merupakan suatu proses berpikir yang digunakan dalam menyajikan solusi bukan matematika komputasi tetapi berpikir komputasi melalui matematika (Cuny, Snyder, & Wing, 2010; dalam Pranoto; 2020).

Menyelesaikan masalah melalui berpikir komputasi dengan menggunakan kecakapan bermatematika ataupun disebut *computational thinking*.

Kecakapan bermatematika tersebut di atas tentunya memerlukan guru sebagai ujung tombak di dalam kelas sebagai agen peubah. Guru yang gigih tak mudah menyerah, percaya diri dalam bermatematika, terbuka terhadap pendapat lain, meningkatkan empati, menghargai perbedaan, serta selalu mencari apa yang mungkin dilakukan untuk menghasilkan yang terbaik, semua sikap dan perilaku tersebut yang akan ditransferkan kepada para siswanya. Itulah guru sebagai seorang pendidik di era milineal saat ini dimana yang dihadapinya adalah generasi Z yang sudah merambah kepada kecerdasan buatan, dengan mendudukan pembelajaran matematika tetap *update* dan bermakna melalui kecakapan bermatematika.

Guru sebagai seorang pendidik dalam matematika sekolah adalah agen perubahan di dalam mendifusi inovasi kan kecakapan bermatematika melalui konten yang dipelajari sehingga melalui konten tersebut terlahir para peserta didik yang menjadi pelopor dalam perubahan positif di dalam kehidupan berbangsa dan bernegara. Difusi inovasi yang bergulir sebagai hasil dari proses pembelajaran matematika, adalah proses yang dimulai sebagai hasil dari proses pembelajaran dari guru sebagai pendidik serta peserta didik sebagai bagian dari masyarakat pembelajaran yang menjadi *mini piloting* kepada perubahan yang positif.

Mini piloting dikatakan demikian karena memang dimulai dari diri sendiri seorang pendidik yang menjadi agen perubahan, memproses para peserta didik menjadi agen-agen innovator, sehingga kemandirian serta kreativitas dimiliki oleh para peserta didik kita. Kemandirian dan kreativitas ini merupakan hasil dari proses matematika sekolah, yang mengembangkan kemampuan daya matematika. Untuk itu dunia terus bergerak, waktu bergulir seiring perubahan zaman, dimana setiap zaman diberikan kesempatan kepada para pelaku agen perubahan. Zaman berubah seiring perubahan waktu, tetapi tetap memanusiaikan manusia melalui kecakapan bermatematika masih merupakan tugas para pendidik dalam pembelajaran matematika.

Referensi:

- Pranoto, Iwan; 2020 “Berpikir Komputasi” dalam Cuny, Snyder, & Wing, 2010; Aho, 2011; Lee, 2016
- Pranoto, Iwan, “Berpikir Komputasi melalui Matematika” Lokakarya 8 Februari 2020 di Gedung TVST ITB
- Weilinh, 2020 dalam paparan webinar IWI Kemdikbud dengan tema “Merdeka Belajar: dari buku “The Prosper School Pathways for Student Wellbeing Policy and Practices” , Noble, Toni; McGrath Helen, 2016

*) Enung Sumarni, M.Pd., M.T.
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta



QUIZIZZ

Membuat Ujian dalam Jaringan dengan Quizizz

Berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi pada dunia pendidikan merupakan implikasi logis dari kemajuan teknologi informasi saat ini. Dunia pendidikan telah memasuki era baru pada abad ke-21 ini, yakni pembelajaran 4.0. Perkembangan tersebut membuat dunia pendidikan berkembang sangat pesat baik dari segi metodologi maupun dari segi penilaian. Penggunaan media pembelajaran dan penilaian berbasis internet banyak digunakan oleh guru di dalam kelas maupun sebagai tugas-tugas yang harus dikerjakan di rumah. Pembelajaran digital berkembang demikian pesat dengan hadirnya portal pembelajaran dalam jaringan seperti Portal Rumah Belajar dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, demikian pula dalam bidang penilaian. Salah satu aplikasi penilaian yang dapat digunakan oleh guru adalah situs web yang bernama *Quizizz*.

Quizizz merupakan aplikasi *game* digital berbasis daring yang digunakan dalam pembelajaran, baik untuk berlatih bersama, penilaian proses, maupun untuk penilaian hasil belajar melalui komputer, tablet dan *smartphone*. *Quizizz* dapat diakses melalui <https://quizizz.com/> atau melalui *smartphone android* dengan *menginstal* aplikasi *Quizizz* dari *Playstore*. *Quizizz* dapat digunakan untuk membuat permainan kuis edukasi interaktif yang digunakan dalam kegiatan evaluasi, baik di dalam maupun di luar kelas. *Quizizz* juga dapat diartikan sebagai media pembelajaran interaktif karena *quizizz* dapat digunakan dalam kegiatan belajar mengajar seperti *pre-test*, *post-test*, latihan soal, tugas rumah, remedial dan lain sebagainya.

Aplikasi *quizizz* dapat digunakan dalam penilaian hasil belajar seperti ulangan harian, penilaian tengah semester atau sebagai media untuk mengerjakan tugas-tugas yang diberikan guru. Aplikasi ini diharapkan dapat memunculkan minat belajar siswa karena dalam penggunaannya siswa menggunakan *smartphone* yang dimiliki serta hasil penilaian *quizizz* dapat dilihat langsung oleh siswa tersebut termasuk *ranking* dalam pelaksanaan kuis tersebut. Dengan adanya perangsang maka akan memacu siswa belajar lebih giat lagi untuk menyelesaikan kuis di aplikasi *quizizz*. Pembelajaran dengan menggunakan aplikasi *quizizz* diharapkan dapat meningkatkan minat belajar siswa dan menjadi alternatif bagi guru dalam melakukan inovasi pembelajaran.

Quizizz merupakan media pembelajaran yang sangat menantang dan sangat menyenangkan yang dapat kita gunakan dalam proses pembelajaran. Aplikasi *quizizz* ini mengajak siswa belajar sambil bermain, sehingga nantinya pembelajaran akan menjadi lebih menyenangkan dan tidak membosankan.

Mendaftar di Quizizz

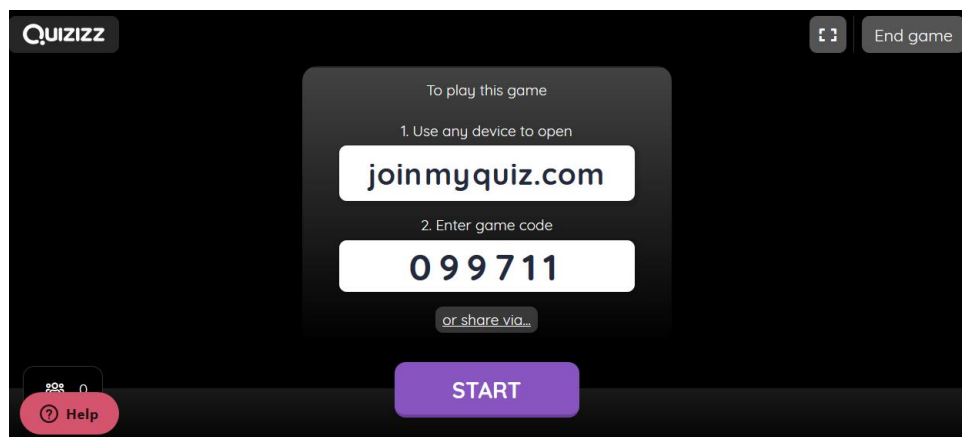
Bagaimana guru atau instruktur menggunakan Quizizz? Sebelum menggunakan Quizizz sebagai media pembelajaran dan penilaian, seorang guru harus mempunyai akun di Aplikasi Quizizz. Seperti membuat akun pada umumnya yang harus dipersiapkan adalah *email* dan *password*. Langkah-langkah pembuatan akun di aplikasi Quizizz:

1. Masuk ke www.quizizz.com lalu klik "sign up"
 2. Pilih "sign up with email" atau "sign up with google" kemudian muncul tiga pilihan yaitu "as a teacher", "as a student" atau "as a business"
 3. Klik "as a teacher" jika ingin login sebagai guru
 4. Masukkan identitas (*username*, *email*, dan *password*) kemudian klik "complete sign up"
- Aplikasi Quizizz siap digunakan untuk diaplikasikan dalam penilaian pembelajaran.

Membuat kuis dengan Quizizz.

Jika akun sudah ada dan sudah masuk, buatlah kuis dengan langkah-langkah;

1. cara mengklik "Create new quiz"
2. Akan muncul kotak dialog "Create a quiz" dan isikan Nama Kuis, dan Subjek Kuis misalnya Matematika, Bahasa Inggris, dll lalu klik *next*.
3. Akan muncul tampilan selanjutnya lalu klik "Create a new question"
4. Masukkan pertanyaan pada kolom "Write your question here" lalu masukkan opsi jawaban (jika menggunakan pilihan ganda) pada kolom "answer option 1, answer option 2, dan seterusnya"
5. Beri centang pada bagian kolom jawaban yang benar, atur durasi pengerjaan dalam satu soal dengan mengklik dan memilih durasi waktu menjawab soal pada pojok kiri tampilan, lalu klik "save"
6. Jika sudah menulis semua kuis, klik "Finish Quiz"
7. Maka akan muncul tampilan *Quiz Detail* (atur kelas berapa kuis itu ingin ditujukan dan mata pelajaran apa yang diujikan) lalu klik "Save details"
8. Akan muncul tampilan selanjutnya, pilih "Homework" jika ingin digunakan sebagai PR dan pilih "Play Live" jika ingin digunakan sebagai mulai sekarang.
9. Jika akan diujikan sebagai PR masukkan *deadline* pengerjaan (atur tanggal dan jam) lalu klik "host game"
10. Akan muncul tampilan selanjutnya yaitu kode 6 angka yang digunakan untuk masuk dalam pengerjaan kuis.
11. Klik "Start" untuk memulai.

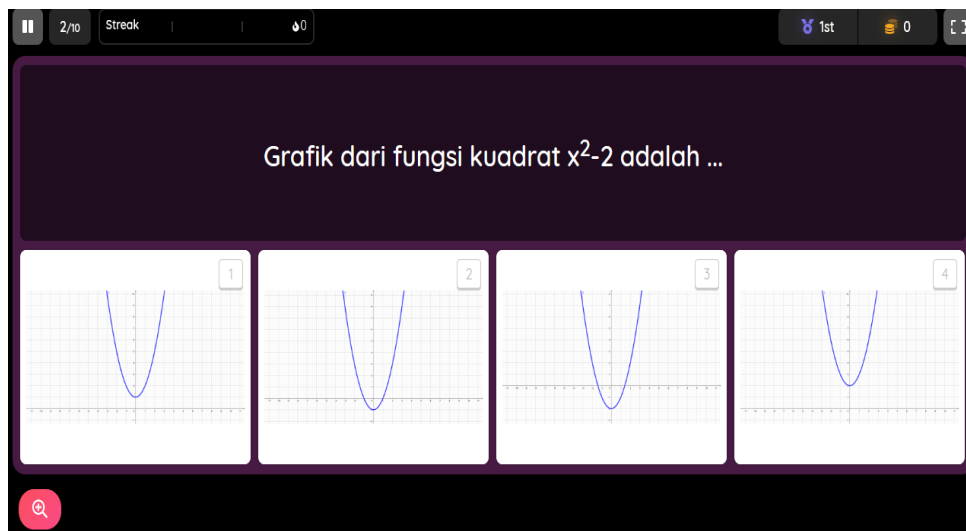


Gambar 1. Tampilan alamat join kuis dan kode kuis

Bagi siswa untuk mengerjakan kuis tidak harus membuat akun, tetapi lebih baik siswa juga membuat akun agar siswa dan guru bisa membuat komunitas belajar secara daring.

Langkah-langkah mengerjakan kuis untuk siswa.

1. Siswa membuka *link* <https://joinmyquiz.com> atau <https://quizizz.com/join>
2. Siswa memasukkan 6 digit kode yang diberikan oleh guru lalu klik "Join"
3. Siswa memasukkan nama mereka masing-masing lalu klik "start game"
4. Siswa mengerjakan kuis tersebut dengan waktu yang telah diatur oleh guru. Siswa mengerjakan kuis dengan mengklik jawaban yang dianggap benar pada layar.



Gambar 2. Siswa mengklik jawaban pada layar untuk menjawab kuis

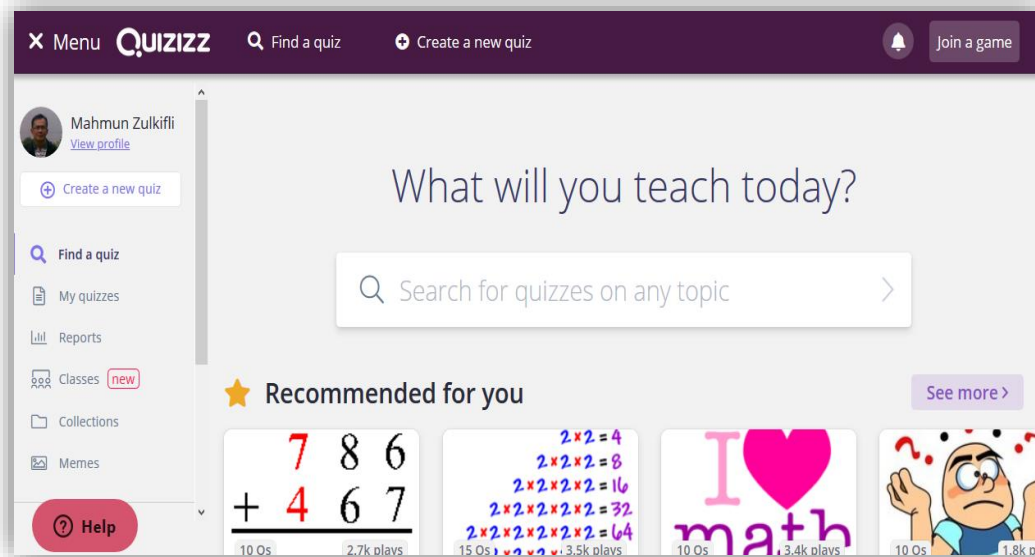
Menu Utama Aplikasi Quizizz

Beberapa menu utama Aplikasi Quizizz yang perlu dioptimalkan oleh guru adalah sebagai berikut;

1. **Create a New Quiz**, adalah menu yang digunakan untuk membuat kuis atau ujian yang akan dilaksanakan guru. Jika menu ini diklik maka akan muncul isian nama kuis, subjek kuis kemudian akan muncul dua pilihan sub menu yaitu *create new question* dan *teleport*. *Create new question* adalah sub menu untuk menulis soal yang akan dibuat sedangkan *teleport* adalah sub menu untuk mencari soal-soal yang telah dibuat oleh orang lain yang tersimpan pada basis data Quizizz. Guru dapat menggunakan soal-soal tersebut untuk dijadikan soal pada kuis yang akan dibuat.
2. **Find a Quiz**, adalah menu untuk mencari atau menemukan kuis yang telah dibuat oleh orang lain yang terdapat pada basis data Quizizz yang langsung bisa dijalankan pada saat bersamaan dengan mengklik *Live Game* dan dapat dijadikan tugas dengan mengklik *homework*.
3. **My Quizzes**, adalah menu yang memuat semua kuis telah dibuat dan tersimpan di aplikasi Quizizz. Kuis yang ada di *My Quizzes* dapat kita gunakan kapan saja selama kuis itu tidak pernah dihapus.
4. **Reports**, adalah menu berisi laporan pelaksanaan ujian atau kuis yang telah dilaksanakan oleh guru. Pada menu ini terdapat data peserta kuis, skor peserta, ketepatan jawaban peserta, jawaban peserta untuk setiap soal, analisis setiap butir soal. Pada menu ini guru juga dapat mengunduh dan mengirimkan hasil kuis kepada orang tua melalui surat elektronik.
5. **Classes**, adalah menu untuk membuat kelas. Guru dapat membuat kelas pada aplikasi Quizizz dengan cara mengklik *Create a class*. Isikan nama kelas, akan muncul *link* untuk masuk ke kelas yang diberikan kepada siswa. Jika siswa mengklik *link* yang diberikan kepada siswa maka secara otomatis siswa akan terdaftar di kelas yang dibuat oleh guru.

6. **Collection**, adalah menu untuk mengoleksi kumpulan kuis berdasarkan materi kuis. Kuis dapat dikelompokkan menurut materi seperti aljabar, trigonometri, kalkulus, dll. Menu ini untuk memudahkan pembuat kuis untuk mencari kuis yang telah dibuat sesuai dengan materi yang sudah dikelompokkan.

Menu-menu aplikasi *Quizizz* diperlihatkan seperti Gambar 3 berikut;



Gambar 3. Menu Utama Quizizz

Manfaat Penggunaan Aplikasi Quizizz dalam Pembelajaran

Beberapa penelitian menunjukkan bahwa penggunaan aplikasi *quizizz* dalam pembelajaran dan penilaian memberikan dampak yang positif, di antaranya penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan di SMA Negeri 15 Semarang. Pada penelitian ini diperoleh hasil adanya peningkatan hasil belajar, keterampilan proses dan peningkatan respon positif penggunaan game edukasi *quizizz* pada proses pembelajaran dan penilaian (Agung Setiawan, 2019). Manfaat penggunaan aplikasi *quizizz* dalam proses pembelajaran dapat dirasakan oleh guru maupun siswa, bagi siswa akan membuat mereka menjadi lebih tertantang karena *quizizz* menampilkan skor secara langsung setelah menyelesaikan soal. Selain itu *Quizizz* juga memperhitungkan kecepatan dan ketepatan dalam menjawab soal menjadi salah satu penilaian dalam penskoran karena dalam menyelesaikan soal tersebut siswa akan diberikan batas waktu sesuai waktu yang dibuat oleh guru. Selain itu di akhir penyelesaian soal nantinya *quizizz* akan menampilkan peringkat () yang dapat dilihat langsung siswa saat *live* di kelas. Selain itu dalam praktiknya aplikasi *quizizz* akan menampilkan musik yang dapat memberikan semangat siswa serta akan diikuti gambar-gambar lucu yang membuat siswa tidak merasa tegang dalam menyelesaikan kuis yang diberikan.

Bagi guru penggunaan aplikasi *quizizz* akan lebih memudahkan guru dalam penilaian, karena di aplikasi ini akan ada penilaian secara otomatis, yang dilengkapi dengan analisis butir soal, serta laporan penilaian benar atau salahnya jawaban siswa dapat kita unduh langsung beserta persentase pencapaian kuis bagi seluruh siswa. Selain itu guru dapat pula berkomunikasi dengan orang tua karena di aplikasi *quizizz* ini juga menyediakan fitur kelas maya yang nantinya seluruh nilai siswa dapat kita kirimkan kepada masing-masing orang tua, sehingga orang tua dapat melihat prestasi belajar anak mereka.

Dalam pelaksanaan ujian soal akan diacak oleh aplikasi sehingga aplikasi tidak akan menampilkan urutan soal yang sama untuk seluruh siswa sehingga siswa tidak dapat melakukan kecurangan dengan melihat jawaban teman yang berdekatan. Selain itu setelah setiap soal yang dijawab siswa bisa langsung melihat apakah jawaban yang mereka pilih benar atau salah, sehingga untuk melanjutkan pada soal berikutnya siswa akan lebih berhati-hati. Guru dapat mengetahui secara langsung hasil jawaban mereka benar atau salah dan langsung di rangking secara keseluruhan dari yang nilainya paling banyak benar sampai siswa yang memiliki nilai benar paling sedikit.

Kelebihan Aplikasi Quizizz

Kelebihan aplikasi *quizizz* di antaranya;

1. Fitur aplikasi *quizizz* tidak perlu diunduh oleh siswa, siswa cukup langsung membuka aplikasi ini di peramban saat menyelesaikan soal yang akan dikerjakan.
2. Aplikasi *Quizizz* dapat diakses melalui Android, tablet maupun laptop.
3. Untuk pekerjaan rumah dapat dikerjakan di manapun dan kapanpun sesuai batas waktu yang ditentukan.
4. Ada fasilitas untuk mengetik karakter dan simbol matematika (*equation*), sehingga memudahkan guru matematika dan guru lainnya untuk mengetik simbol (*equation*) yang berhubungan dengan matematika.
5. Ada fasilitas *teleport* yaitu fasilitas untuk menggunakan kuis yang telah dibuat oleh orang lain. Kita bisa menggunakan fasilitas ini bila kita tidak punya ide atau waktu yang terbatas untuk membuat soal secara mandiri. Pada fasilitas ini soal yang telah kita ambil bisa diedit sesuai dengan keinginan kita.
6. Quizizz terintegrasi dengan raksasa *Learning Management System (LMS) Google Classroom*. Jika kita membuat akun dengan menggunakan akun *email gmail* dan telah memiliki kelas di *Google Classroom*, maka kelas di *Google Classroom* bisa langsung dijadikan kelas di *Quizizz* dengan menggunakan menu *Import Google Classes*

Penutup

Inovasi pembelajaran berbasis digital merupakan hal penting dilakukan oleh guru. Guru dapat mencoba berbagai aplikasi baik sebagai media belajar bersama maupun sebagai media evaluasi. Pembelajaran yang menarik akan dapat membuat siswa belajar menyenangkan dan tidak membosankan. Salah satu aplikasi yang dapat digunakan adalah *Quizizz*. Selamat mencoba.

Daftar Pustaka

Agung Setiawan, S. W. (2019). Implementasi Media Game Edukasi Quizizz untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Materi Persamaan Linear Tiga Variabel. *Seminar Nasional Edusaintek* (hal. 167-173). Semarang: Unimus.

*Mahmun Zulkifli, S.Pd. M.Si.
Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta

E-Learning

Pemanfaatan *e-learning* dalam Proses Pembelajaran

*) Joko Purnomo

Pendahuluan

Proses pembelajaran mengalami perubahan dari waktu ke waktu. Perubahan tersebut salah satunya dipengaruhi oleh kemajuan teknologi yang ada. Di era teknologi informasi dan komunikasi (TIK) saat ini yang berkembang pesat, para pendidik dapat memanfaatkannya untuk mengoptimalkan proses pembelajaran. Salah satu alternatif pemanfaatan TIK dalam mengoptimalkan proses pembelajaran adalah dengan memanfaatkan *e-learning*.

E-learning memberikan berbagai peluang untuk mengoptimalkan proses pembelajaran, dimana dengan *e-learning* proses pembelajaran tatap muka di kelas dapat menjadi lebih bermakna dan lebih inovatif. Melalui *e-learning* materi yang akan dibahas di kelas dapat diketahui terlebih dahulu oleh para peserta didik dengan melihat dan mempelajarinya pada *e-learning* yang dipersiapkan oleh guru. *E-learning* tidak harus dibuat sendiri oleh guru, tetapi dapat memanfaatkan yang sudah tersedia di *internet*. Pemanfaatan *e-learning* yang sudah ada di *internet* dilakukan dengan memilih materi yang sesuai dengan materi yang akan diberikan guru kepada peserta didik. Materi tersebut dapat berupa teks, presentasi, maupun video. Namun demikian apabila guru menghendaki untuk membuat sendiri *e-learning*, maka *e-learning* tersebut akan lebih fleksibel sesuai dengan rancangan atau kehendak dari guru.

E-learning buatan sendiri dapat dibuat lebih inovatif, dimana *e-learning* tersebut tidak hanya untuk penyampaian materi pelajaran saja tetapi peserta didik dapat secara aktif mengamati, melakukan demonstrasi dan lain-lain. Hal ini sejalan dengan pendapat Yustati dan Novita yang menyampaikan bahwa *e-learning* dapat dimanfaatkan dalam proses pembelajaran, tidak hanya dalam penyampaian materi pembelajaran tetapi juga perubahan kemampuan kompetensi peserta didik. Melalui *e-learning*, peserta didik tidak hanya dapat mendengarkan uraian materi namun juga aktif mengamati, melakukan, mendemonstrasikan, dan sebagainya. (Yustanti & Novita, 2019)

E-learning dengan memanfaatkan yang sudah tersedia di *internet*, yang dikenal juga dengan istilah *website e-learning*, sebagaimana telah disampaikan di atas, dapat dilakukan dengan memilih materi yang sesuai dengan kebutuhan guru. Beberapa *website e-learning* gratis yang dapat dimanfaatkan dalam proses pembelajaran diantaranya: (1) ilmukomputer.com, merupakan situs komunitas *e-learning* yang membagi literatur dan materi bebas dan gratis di bidang ilmu komputer dan teknologi informasi dalam bahasa Indonesia; (2) W3Schools.com, merupakan *website e-learning* gratis yang ditujukan untuk mengajarkan

siswa tentang berbagai aspek desain *website*; (3) Desmos.com, situs *e-learning* yang menyajikan materi pelajaran matematika, dimana anda dapat menggunakan materi yang ada dan juga dapat merancang pembelajaran sendiri melalui situs ini; (4) khanacademy.org, *website* pembelajaran online yang menawarkan sumber belajar gratis dengan banyak mata pelajaran untuk segala usia.

Artikel ini akan membahas lebih dalam mengenai pemanfaatan *e-learning* dalam proses pembelajaran dengan memanfaatkan *e-learning* yang sudah ada di internet. Di bagian ini akan dibahas tentang pengertian *e-learning*, manfaat *e-learning*, contoh *website* yang dapat dijadikan *e-learning* dan bagaimana memanfaatkan *e-learning* tersebut, serta kelebihan dan kekurangan *e-learning*.

Pengertian *e-learning*

Terdapat beberapa pengertian tentang *e-learning* dari beberapa pakar. Beberapa pengertian *e-learning* dapat disampaikan sebagai berikut. Rossi dalam Arkorful & Abaidoo (2015) menyebutkan *e-learning* sebagai konsep yang mencakup berbagai aplikasi, metode dan proses pembelajaran. (Arkorful & Abaidoo, 2015).

Sementara itu Sutiyoso dkk memberikan beberapa pengertian tentang *e-learning*, yaitu: (a) merupakan suatu jenis belajar mengajar yang memungkinkan tersampainya materi ke pembelajar menggunakan media *internet* atau media jaringan komputer lain; (b) merupakan sistem yang menggunakan aplikasi elektronik untuk mendukung pembelajaran dengan media *internet*, jaringan komputer, maupun komputer *stand alone*; (c) suatu bentuk pembelajaran berbasis web yang dapat diakses melalui *internet*; (d) pembelajaran jarak jauh yang memanfaatkan teknologi komputer dan jaringan komputer atau *internet*. (Sutiyono et al., 2013).

Sejalan dengan hal tersebut, Ade Kusmana menyebutkan bahwa *e-learning* secara umum merupakan pembelajaran menggunakan bantuan perangkat komputer. (Ade Kusmana, 2011) Sedangkan Hartley dan Horton dalam Yustanti & Novita (2019) menyampaikan bahwa *e-learning* merupakan pembelajaran berbasis web yang memungkinkan tersampainya materi pembelajaran menggunakan media *internet*, atau media jaringan komputer lain. (Yustanti & Novita, 2019). Pengertian *e-learning* yang masih senada dengan hal tersebut disampaikan oleh Sudaryanto, Gunawan & Saliman yang menyebutkan bahwa *e-learning* merupakan proses dan kegiatan penerapan pembelajaran berbasis *web*, komputer, kelas virtual, dan kelas digital. Materi dalam pembelajaran tersebut dikirim melalui media dari intranet di jaringan lokal atau *internet*. (Gunawan & Saliman, 2013)(Sudaryanto, 2017)

e-learning juga didefinisikan sebagai sistem pembelajaran berdasarkan pengajaran formal tetapi dengan bantuan sumber daya elektronik, yaitu penggunaan komputer dan *internet* yang memungkinkan transfer keterampilan dan pengetahuan, dimana penyampaianya dibuat untuk sejumlah besar penerima pada waktu yang bersamaan atau berbeda. (<https://economictimes.indiatimes.com>).

Manfaat *e-learning*

Rahmasari dan Rismiati dalam Yustanti & Novita (2019) mengatakan bahwa pembelajaran *e-learning* memiliki beberapa manfaat, antara lain: (a) memungkinkan peserta didik mengakses pengetahuan setiap saat tak terbatas oleh waktu dan tempat; (b) peserta didik dapat menjalin komunikasi baik sesama peserta didik maupun dengan gurunya sehingga lebih banyak lagi pengetahuan yang dapat mereka peroleh; (c) menjadikan peserta didik belajar lebih mudah dan menyenangkan; (d) membuat proses pembelajaran lebih interaktif dan inovatif; dan (d) peserta didik dapat didorong untuk bereksplorasi melalui *website-website* yang tersedia, sehingga kreativitas dan rasa keingintahuannya bertambah. (Yustanti & Novita, 2019)

Menurut Yustanti & Novita, *e-learning* juga memiliki fungsi yang sangat penting dalam kegiatan pembelajaran. Fungsi *e-learning* dalam kegiatan pembelajaran dapat dibedakan menjadi tiga, yaitu sebagai suplemen (tambahan), komplemen (pelengkap), atau substitusi (pengganti). (1) *e-learning* sebagai suplemen (tambahan) artinya *e-learning* digunakan sebagai tambahan materi yang disediakan bagi peserta didik. Disini peserta didik mempunyai kebebasan memilih, apakah akan memanfaatkan materi pembelajaran yang ada di *e-learning* atau tidak. Dalam hal ini peserta didik tidak diharuskan untuk mengakses materi pembelajaran elektronik, tetapi dihibau untuk mengakses materi pembelajaran elektronik tersebut. (2) *e-learning* sebagai komplemen (pelengkap), dimana materi pembelajaran elektronik diprogramkan untuk melengkapi materi pembelajaran yang diterima peserta didik di dalam kelas, digunakan sebagai pengayaan bagi peserta didik berkemampuan rata-rata, atau remedial bagi peserta didik yang lamban kemampuan belajarnya. (3) *e-learning* sebagai substitusi (pengganti), *e-learning* digunakan dengan tujuan untuk membantu mempermudah peserta didik dalam mengelola pembelajaran. Biasanya digunakan oleh mahasiswa untuk mengelola kegiatan pembelajaran/perkuliahannya sehingga mahasiswa dapat menyesuaikan waktu dan aktivitas lainnya dengan kegiatan perkuliahan. (Yustanti & Novita, 2019)

Pada pembahasan ini *e-learning* dimanfaatkan sebagai komplemen ataupun sebagai media pembelajaran, dimana *e-learning* dapat dimanfaatkan didalam kelas untuk memberikan aktivitas kepada peserta didik agar peserta didik mempunyai pengalaman yang lebih dalam proses pembelajaran. Di samping itu *e-learning* dapat juga dimanfaatkan di luar kelas dengan meminta peserta didik mempelajari terlebih dahulu materi yang ada di *e-learning* sebelum dipelajari di kelas, sehingga pembelajaran di kelas dapat menjadi lebih efektif dan lebih optimal.

Contoh *website* yang dapat dijadikan *e-learning*

Berikut ini akan dibahas salah satu *website e-learning* dari beberapa contoh yang telah disebutkan di atas yang dapat dimanfaatkan dalam proses pembelajaran, yaitu [desmos.com](https://www.desmos.com). Pemanfaatan *website e-learning* ini dapat digunakan baik didalam kelas untuk memberikan aktivitas kepada peserta didik ataupun di luar kelas, tergantung pada guru sebagai perancang pembelajaran. Situs [desmos.com](https://www.desmos.com) merupakan situs *e-learning* yang menyajikan materi pelajaran matematika. Pada situs ini Anda dapat menggunakan materi yang ada untuk digunakan dalam pembelajaran Anda. Anda juga dapat merancang pembelajaran sendiri melalui situs ini.

Berikut tampilan utama dari situs www.desmos.com dapat dilihat pada gambar 1.

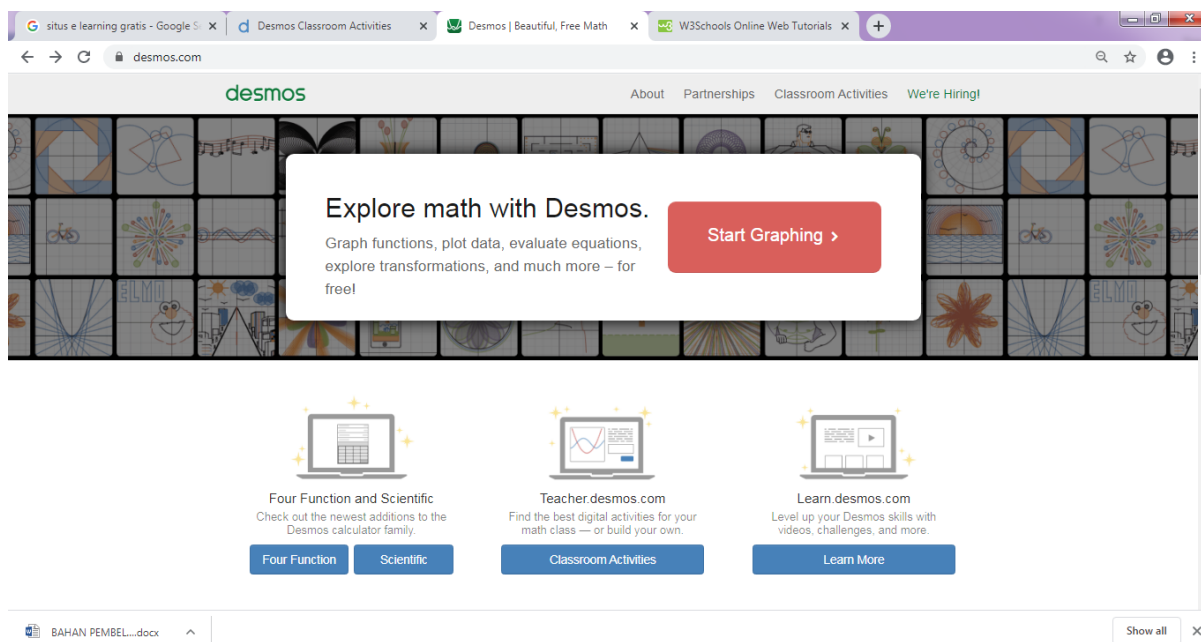
Pada menu utama [desmos](https://www.desmos.com) tersebut terdapat tiga menu utama, yaitu: (1) [FourFunctionandScientific](https://www.desmos.com); (2) [Teacher.desmos.com](https://www.desmos.com); dan (3) [Learn.desmos.com](https://www.desmos.com).

Pada kesempatan ini kita akan mempelajari secara lebih mendalam mengenai ***Classroom Activities***. Untuk mengeksplor lebih jauh tentang kita dapat membuka [Teacher.desmos.com](https://www.desmos.com) dan [student.desmos.com](https://www.desmos.com). Berikut beberapa langkah yang dilakukan untuk mengeksplorasi ***Classroom Activities***:

1. Buka URL [teacher.desmos.com](https://www.desmos.com)
2. Klik tombol ***Classroom Activities*** pada menu utama, maka akan muncul tampilan seperti gambar 2.
3. Langkah selanjutnya, dapat dilihat video ***Desmos Classroom Activities*** untuk mempelajari hal-hal apa saja yang dapat dilakukan pada ***Desmos Classroom Activities***. Berikutnya dapat dibuat akun dengan cara: klik tombol ***Create Account***, maka akan muncul tampilan seperti gambar 3. Akun ini

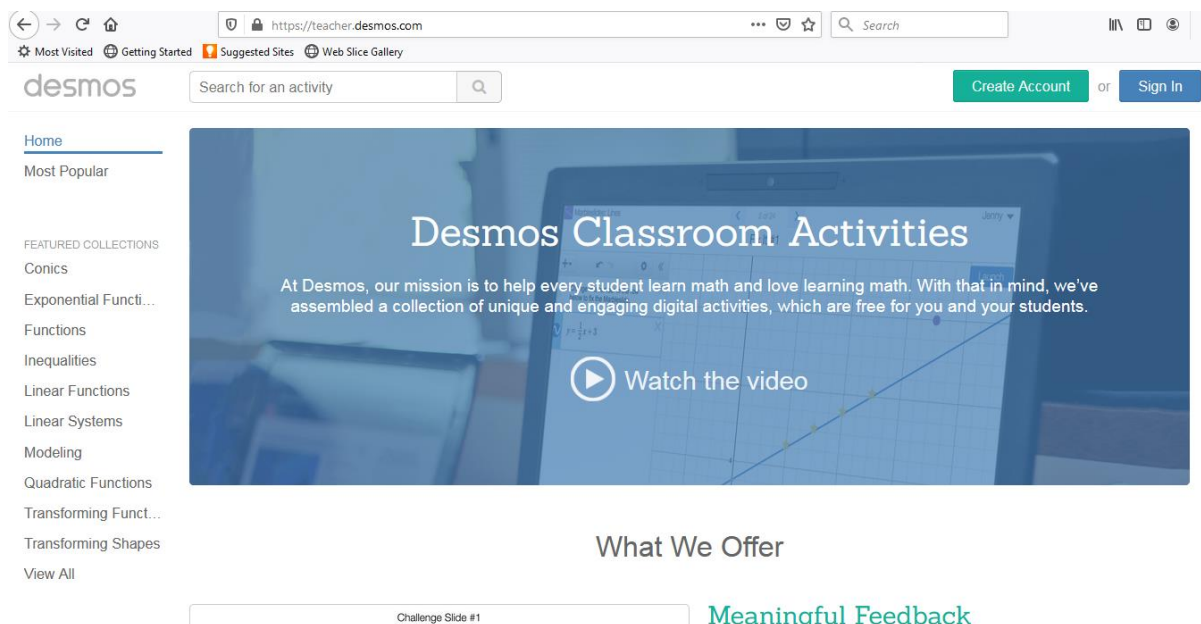
akan bermanfaat salah satunya ketika akan membuat kelas dimana peserta didik dapat bergabung dengan kelas yang dibuat.

4. Setelah akun dibuat, selanjutnya dapat melakukan **Sign In**. Tampilan setelah **Sign In** seperti terlihat pada gambar 4.

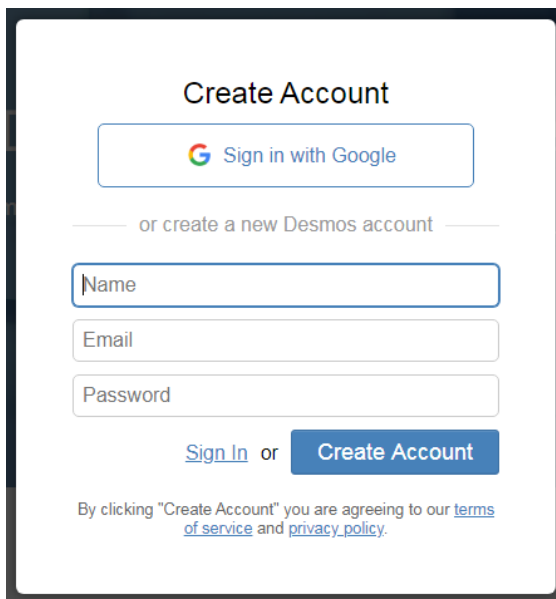


Gambar 1. Tampilan utama situs desmos.com

*Sumber: (<http://www.desmos.com>)



Gambar 2. Tampilan setelah klik tombol *ClassroomActivities*



Create Account

 Sign in with Google

or create a new Desmos account

Name

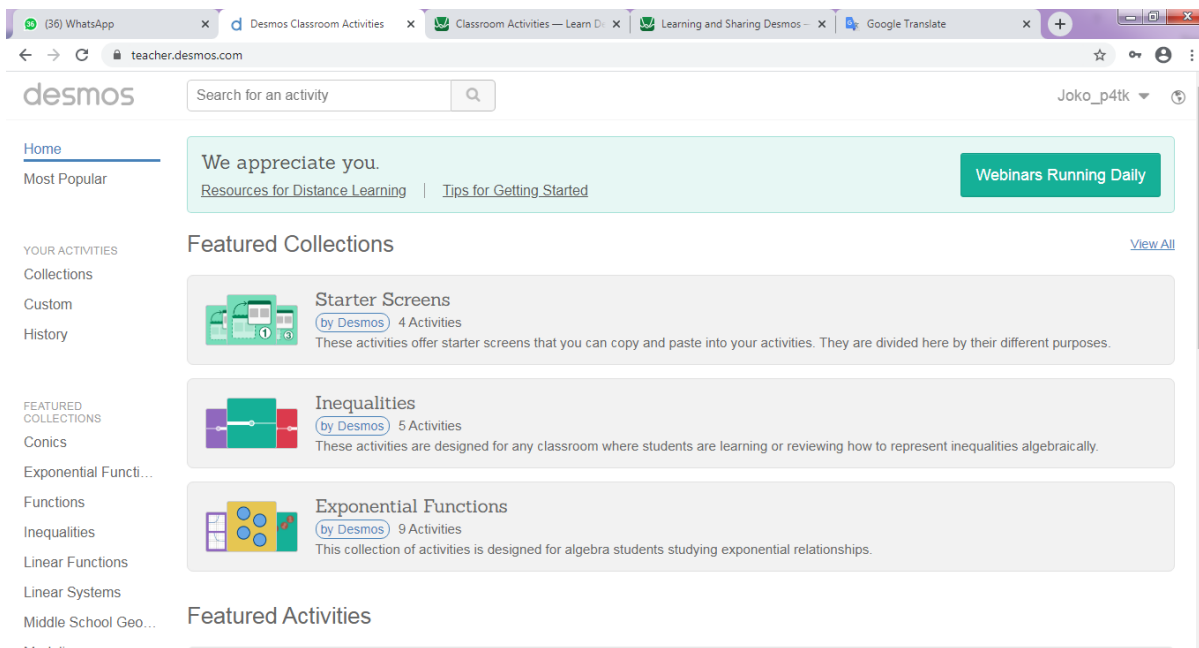
Email

Password

[Sign In](#) or [Create Account](#)

By clicking "Create Account" you are agreeing to our [terms of service](#) and [privacy policy](#).

Gambar 3. Membuat Akun di Desmos

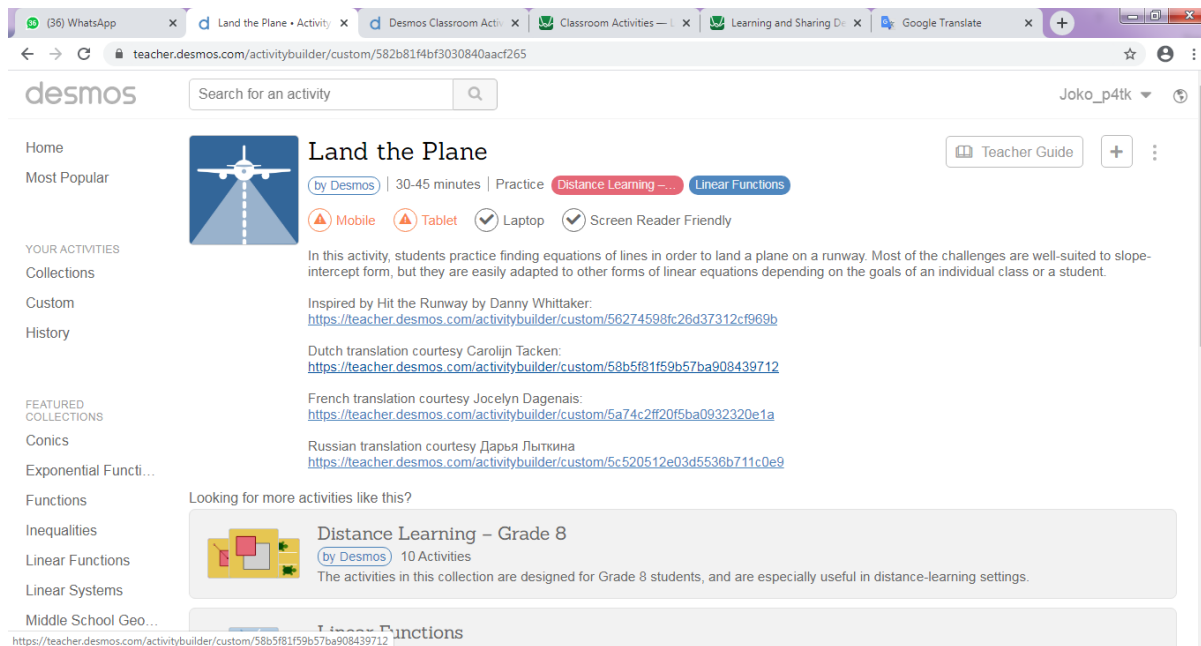


Gambar 4. Tampilan sesudah Sign In

Setelah **Sign In**, terdapat beberapa menu yang dapat dilihat, diantaranya: **Home** (seperti terlihat pada gambar 4), **Most Popular** (berisi tentang aktivitas populer di desmos), **Your Activities** (berisi aktivitas yang pernah dilakukan), dan **Featured Collections** (berisi koleksi-koleksi unggulan).

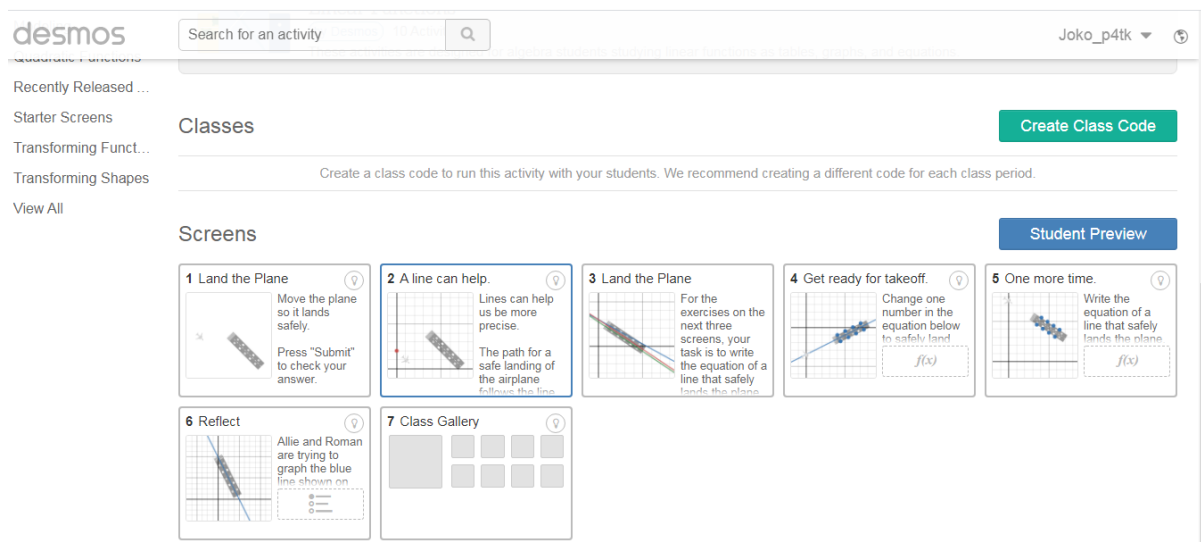
Pada kesempatan ini kita akan mencoba salah satu aktivitas, yaitu **Land the Plane** seperti terlihat pada gambar 5. Berikut. Untuk menemukan aktivitas tersebut di dapat melihat satu per satu pada **Most Popular**

atau pada **Featured Collections**. Selanjutnya dapat juga mencari dengan menuliskan **Land the Plane** pada kotak pencarian 'Search for an activity'.



Gambar 5. Aktivitas "Land the Plane"

Klik '**Teacher Guide**' untuk melihat petunjuk bagi guru, apa yang perlu dilakukan. Untuk memulai aktivitas, silakan scroll kursor ke bawah, sehingga tampilannya menjadi seperti gambar 6. Berikut.



Gambar 6. Tampilan untuk membuat kode kelas

Selanjutnya dapat diklik tombol '**Create Class Code**', maka di bawah tombol tersebut akan muncul kode kelas (**Class Code**), **Students**, dan Tanggal (**Date**) pembuatan kelas. Lihat gambar 7. **View Dashboard** dapat diklik untuk melihat aktivitas apa saja yang telah dilakukan oleh peserta didik. Tampilan **Dashboard** terlihat seperti pada gambar 8. Karena kelas baru saja dibuat dan belum ada peserta didiknya, maka **Students (0)** dan pada **dashboard** belum ada aktivitas apapun.

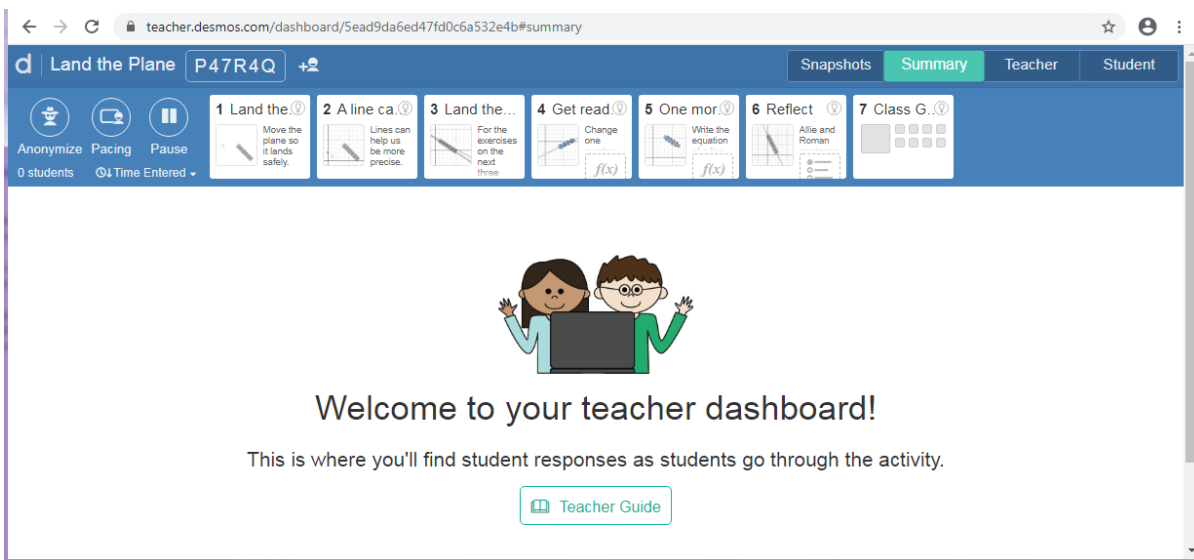
Classes

[Create Class Code](#)

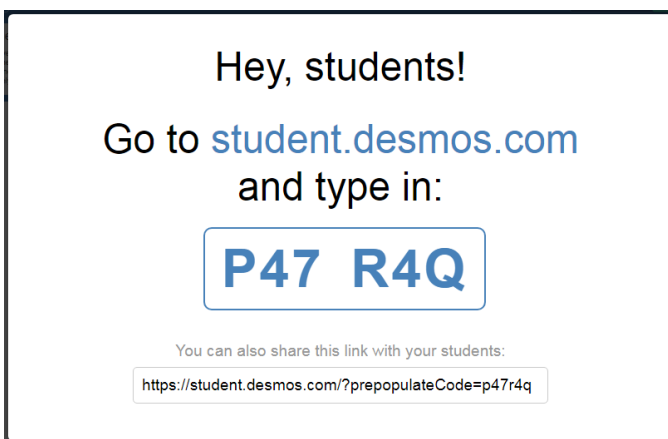
CLASS CODE	STUDENTS	DATE	
<u>P47R4Q</u>	0	May 2, 2020 at 11:19 pm	 View Dashboard

Gambar 7. Tampilan kode kelas yang sudah dibuat

Untuk memunculkan *link* dan kode kelas seperti tampak pada gambar 9 dilakukan dengan cara klik kode kelas yang berada pada kolom **Class Code**. (Lihat gambar 7).

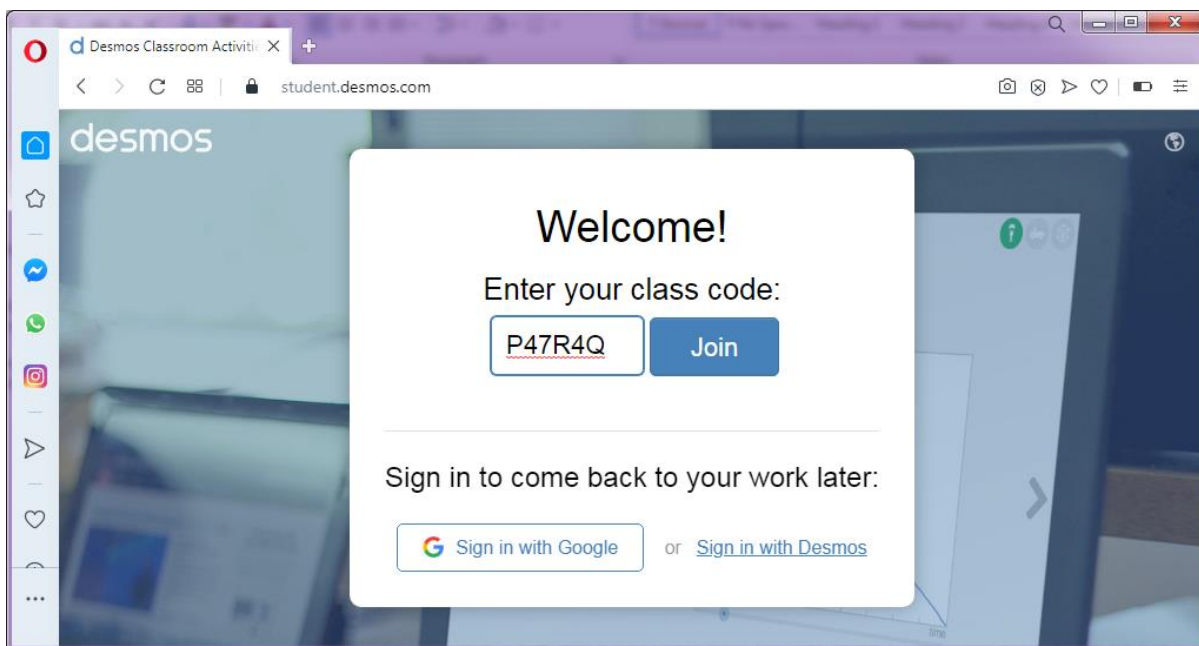


Gambar 8. Tampilan *Dashboard*



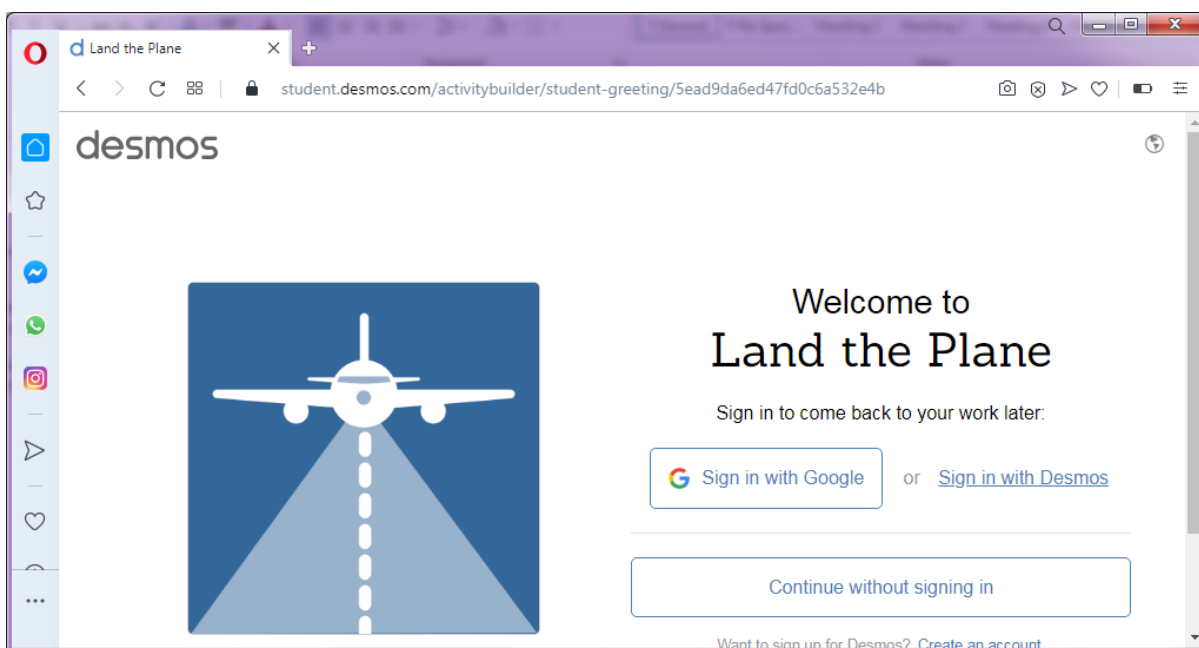
Gambar 9. Link dan kode kelas bagi peserta didik yang ingin bergabung ke kelas

Dengan menuliskan link pada URL bar dan menuliskan kode kelasnya maka peserta dapat bergabung pada kelas tersebut, sebagaimana terlihat pada gambar 10.



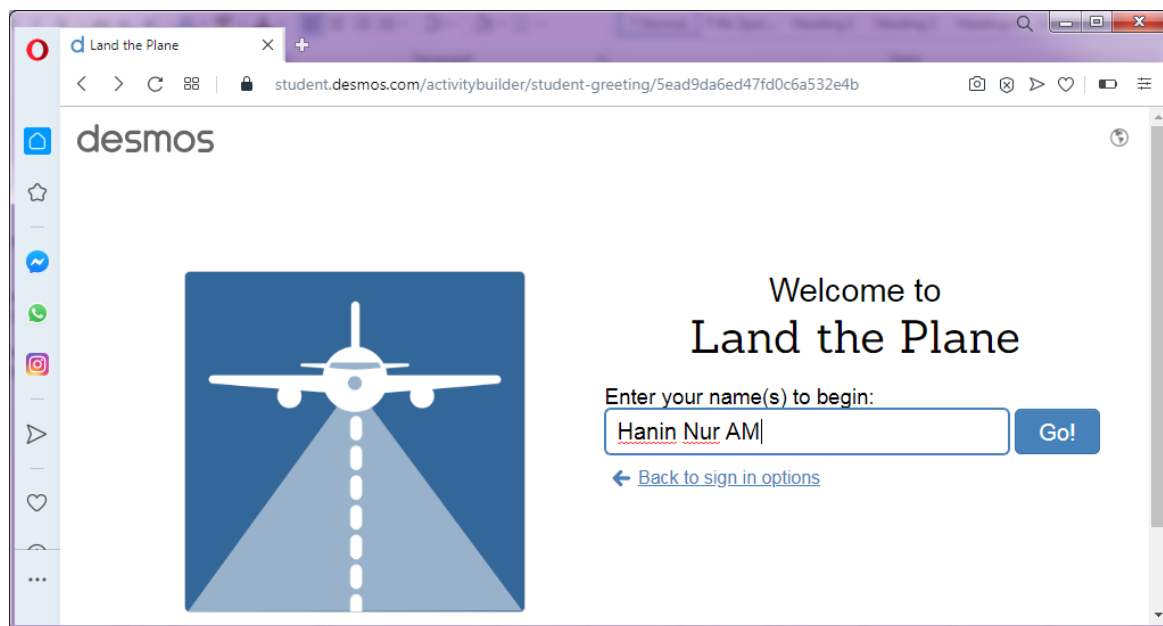
Gambar 10. Peserta bergabung/join ke kelas.

Selanjutnya jika diklik **Join**, maka muncul tampilan seperti terlihat pada gambar 11. Peserta dapat melanjutkan dengan klik **Sign in with Google** apabila peserta mempunyai email Google, atau **Sign in with Desmos** apabila peserta mempunyai akun di desmos, atau pilih **Continue without signing in** untuk melanjutkan tanpa akun maupun email. Pada kesempatan ini selanjutnya akan dilanjutkan tanpa menggunakan akun, sehingga dapat diklik pada **Continue without signing in**.



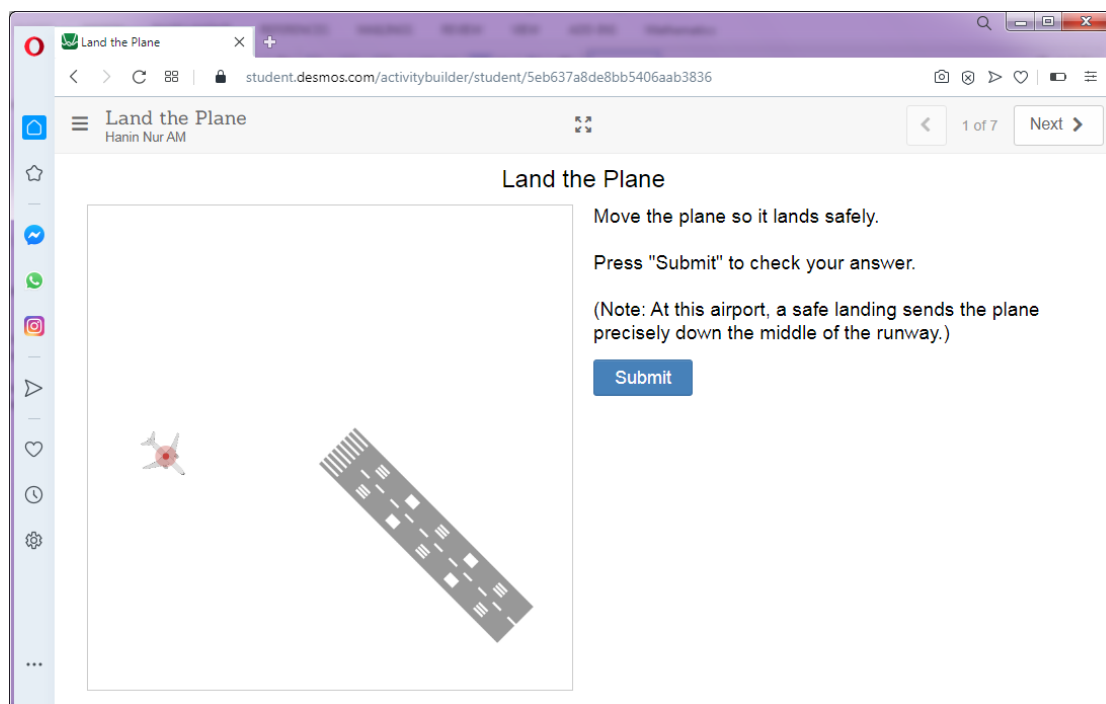
Gambar 11. Bergabung di kelas tanpa Sign In

Setelah klik ***Continue without signing in*** maka akan muncul tampilan dimana peserta yang akan bergabung diminta untuk menuliskan nama sebagaimana terlihat pada gambar 12.



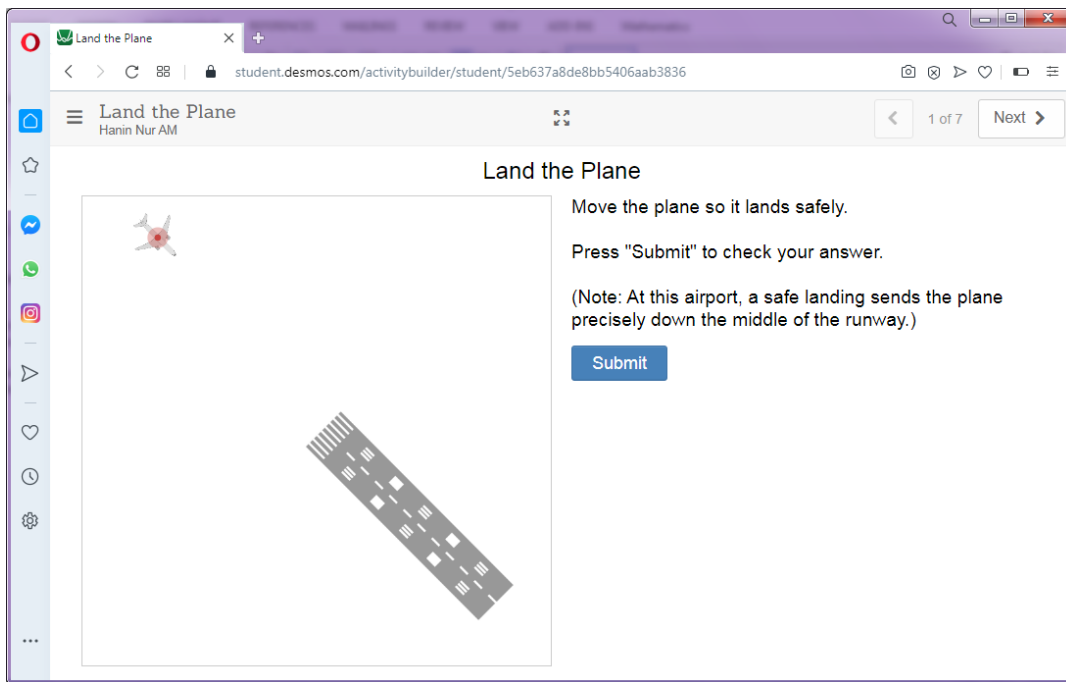
Gambar 12. Mengisi nama peserta untuk gabung ke kelas

Tekan tombol **Go!** Setelah menuliskan nama, maka peserta akan diajak untuk memulai aktivitas. Pada aktivitas 1 ini peserta diminta untuk melakukan pendaratan yang aman (*landssafely*) dengan cara mengeser pesawat menggunakan mouse. (lihat gambar 13.)



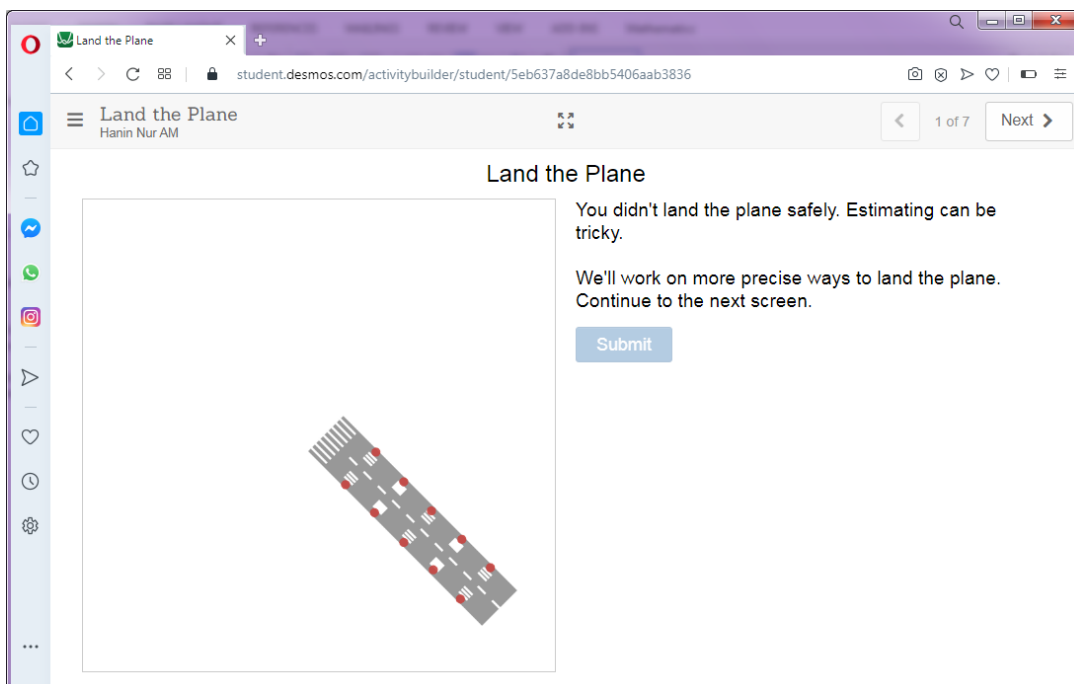
Gambar 13. Memulai aktivitas 1 dari 7 aktivitas yang ada

Pesawat (*plane*) digeser dan ditempatkan pada posisi tertentu, selanjutnya klik tombol **Submit**. (lihat gambar 14)



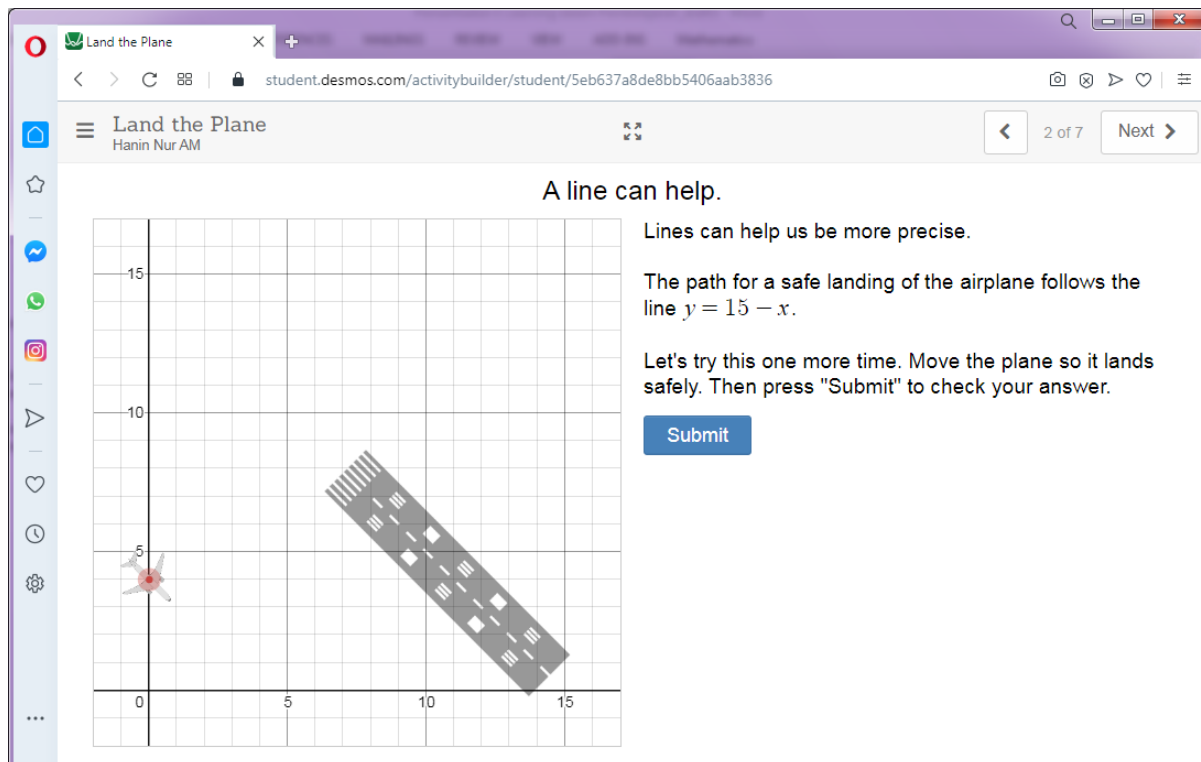
Gambar 14. Pesawat (*plane*) ditempatkan pada posisi tertentu

Setelah diklik tombol **Submit**, maka akan tampilan akan berubah menjadi seperti pada gambar 15. Tampilan ini merupakan tampilan umpan balik, apakah kita telah melakukan landing dengan aman atau belum. Pada gambar 15. Memberikan umpan balik bahwa pendaratan (*landing*) yang dilakukan tidak aman.



Gambar 15. Tampilan umpan balik setelah di klik tombol *submit*

Untuk melanjutkan ke aktivitas selanjutnya klik tombol **Next**, maka akan menuju pada aktivitas 2 sebagaimana terlihat pada tampilan 16.



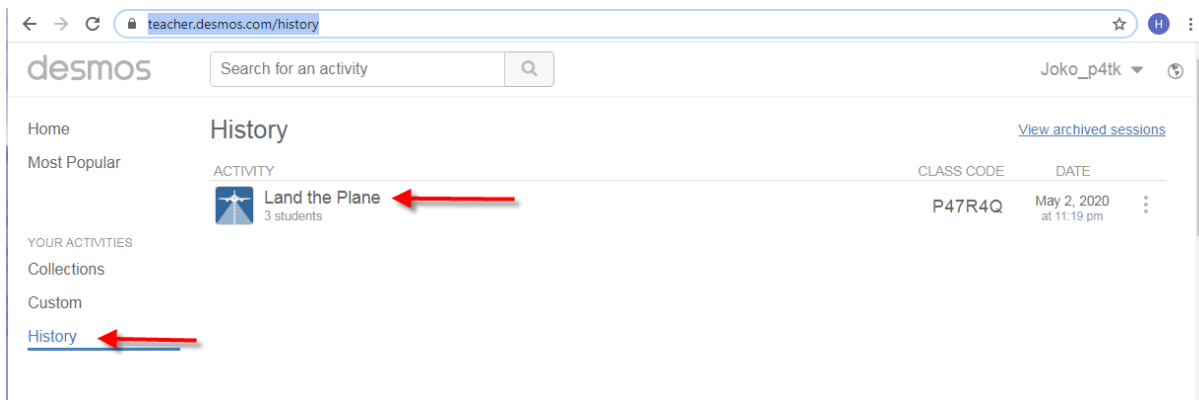
Gambar 16. Aktivitas untuk membantu lebih presisi

Pada aktivitas ini peserta diberi bantuan agar dapat melakukan *landing* dengan aman, yaitu dengan diberi bantuan persamaan garis. Setelah menentukan titik yang memenuhi persamaan tersebut dan posisi diperkirakan dapat melakukan pendaratan dengan aman, maka peserta dapat menggeser dan meletak pesawat (*plane*) pada titik tersebut. Selanjutnya klik **Submit**, maka akan muncul tampilan umpan balik sebagaimana pada aktivitas 1. Lakukan hal seperti di atas sampai semua aktivitas selesai dilakukan.

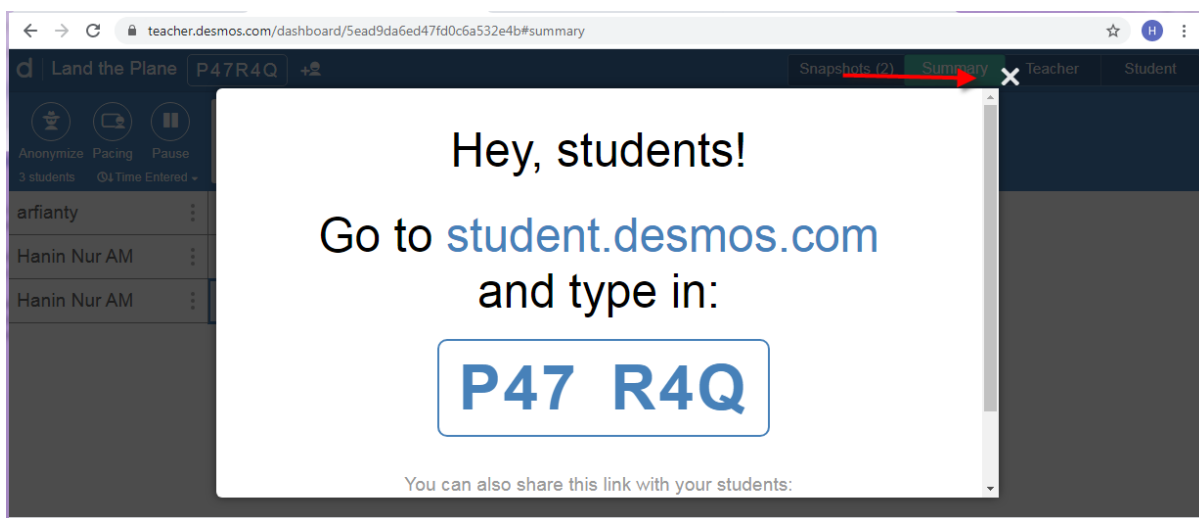
Guru dapat melihat peserta didik apakah semua peserta sudah melakukan aktivitas yang ditugaskan atau belum. Guru juga dapat mengetahui dari masing-masing peserta didik yang telah melakukan aktivitas apakah sudah paham atau mempunyai kesulitan tertentu.

Untuk melihat rangkuman aktivitas seluruh peserta didiknya, maka guru dapat membukanya melalui langkah-langkah berikut:

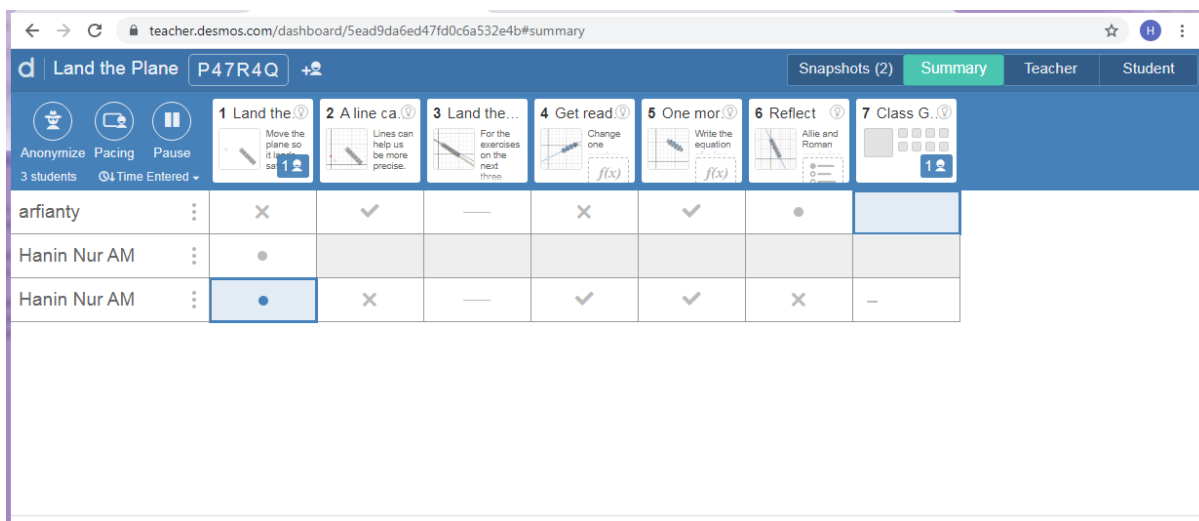
- (1) <https://teacher.desmos.com/history>, klik **history** kemudian klik **Land the Plane** (lihat gambar 17).
- (2) Akan muncul tampilan URL untuk student bergabung dan kode kelasnya.(lihat gambar 18). Klik tanda silang (X) pada tampilan tersebut. Maka akan terlihat *dashboard* yang berisi tentang peserta didik yang telah melakukan aktivitas. (lihat gambar 19)



Gambar 17. Melihat kelas yang pernah dibuat



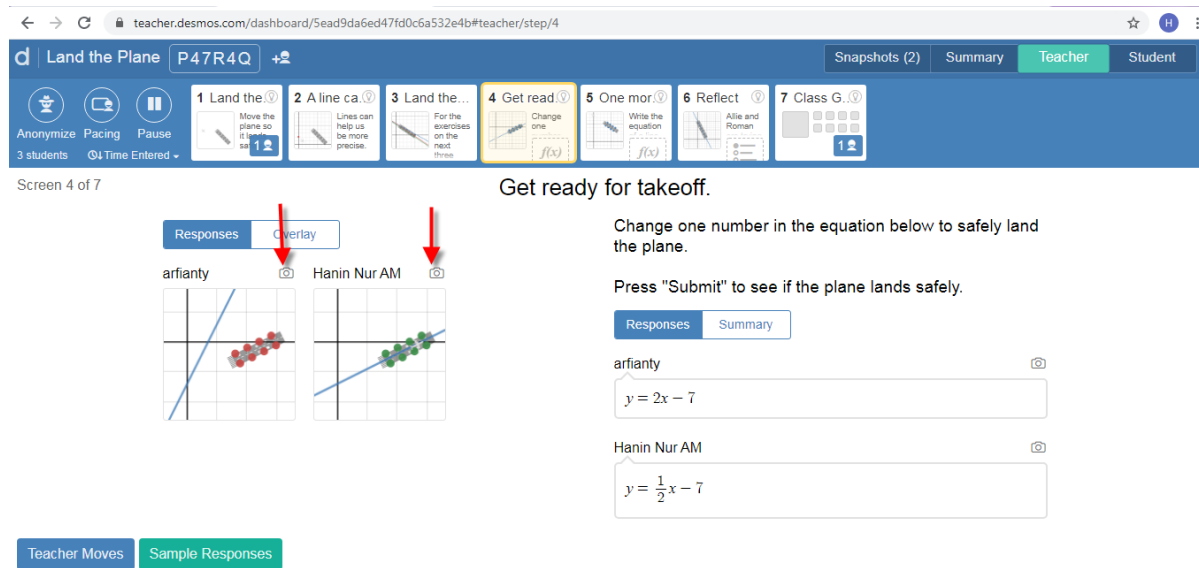
Gambar 18. Tampilan URL untuk student bergabung dan kode kelasnya



Gambar 19. Dashboard yang berisi rangkuman (summary) peserta yang telah melakukan aktivitas

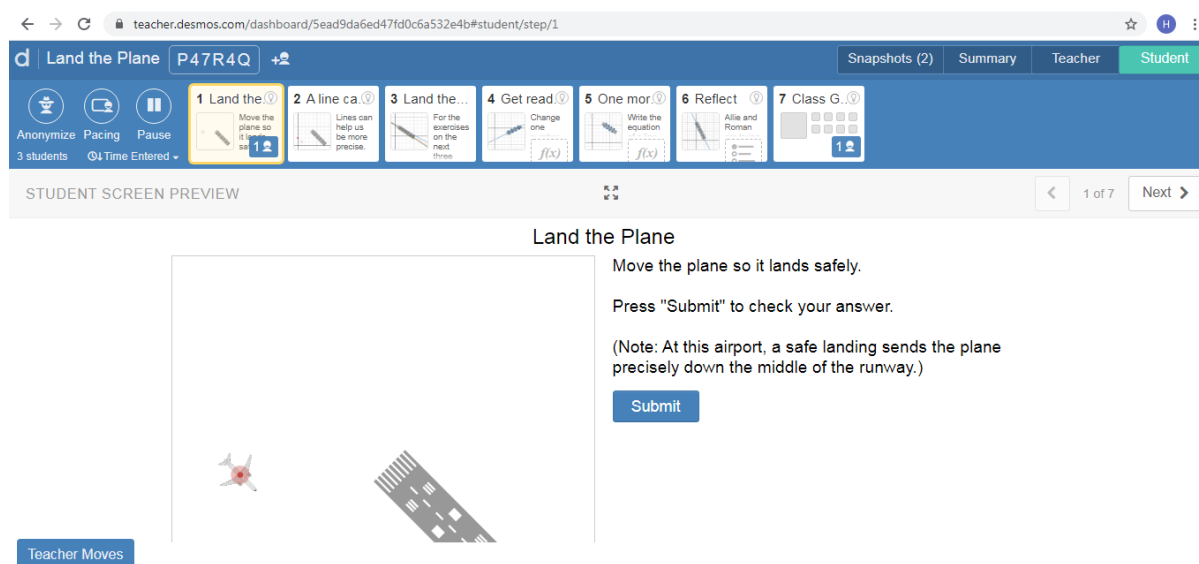
Pada *dashboard* ini terdapat beberapa tampilan yang dapat dilihat, salah satunya adalah tampilan *summary* seperti pada gambar 19. Pada tampilan ini guru dapat melihat siapa saja peserta didik yang telah melakukan aktivitas, aktivitas mana saja dari peserta didik yang mayoritas sudah benar, aktivitas mana saja dari peserta didik yang mayoritas belum benar dan seterusnya.

Tampilan lain dari *dashboard* yang ada berturut-turut adalah tampilan *Teacher* untuk melihat jawaban peserta didik pada tiap aktivitas (*screen*) (lihat gambar 20), tampilan *Student* untuk melihat tampilan dari sisi peserta didik, dan tampilan *Snapshots* untuk melihat aktivitas-aktivitas yang telah difoto. (lihat gambar 22).



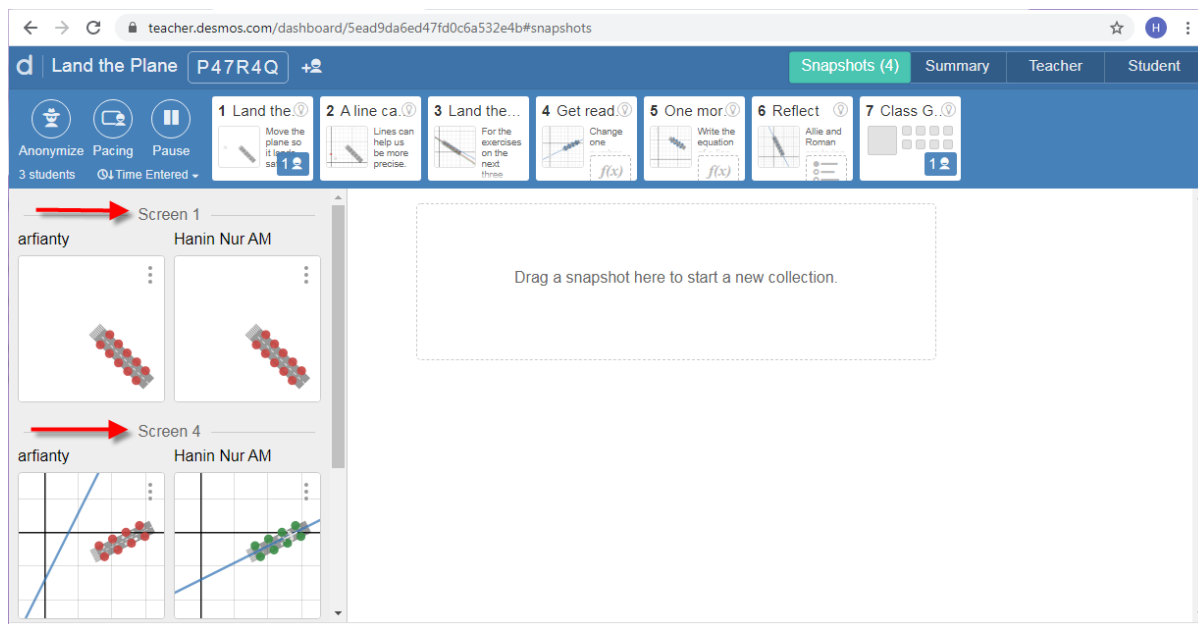
Gambar 20. Tampilan *dashboard Teacher*

Pada tampilan *dashboard teacher* ini guru dapat melihat secara detail hasil dari aktivitas masing-masing *screen* dan juga masing-masing peserta didik. Pada contoh gambar 20 tampak hasil aktivitas pada *screen* 4 dari peserta didik arfianty dan Hanin Nur AW.



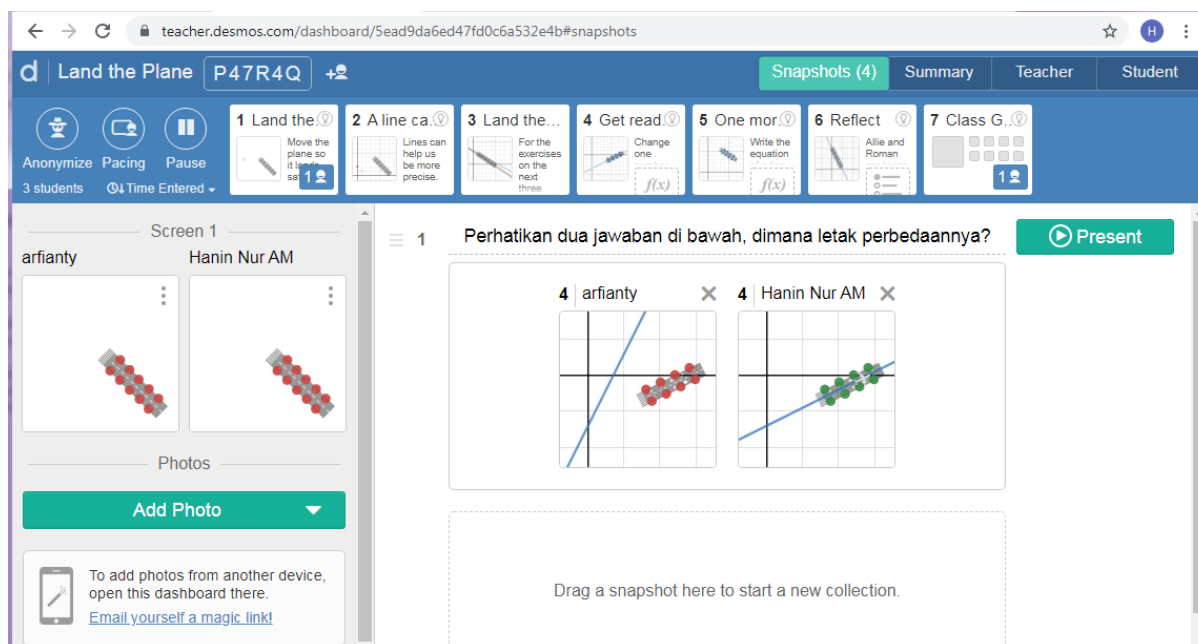
Gambar 21. Tampilan *dashboard Student*

Pada tampilan *dashboard student* ini guru dapat melihat secara detail dari aktivitas peserta didik. Dengan demikian guru dapat mengetahui dengan lebih jelas berbagai kesalahan yang dilakukan oleh peserta didiknya.

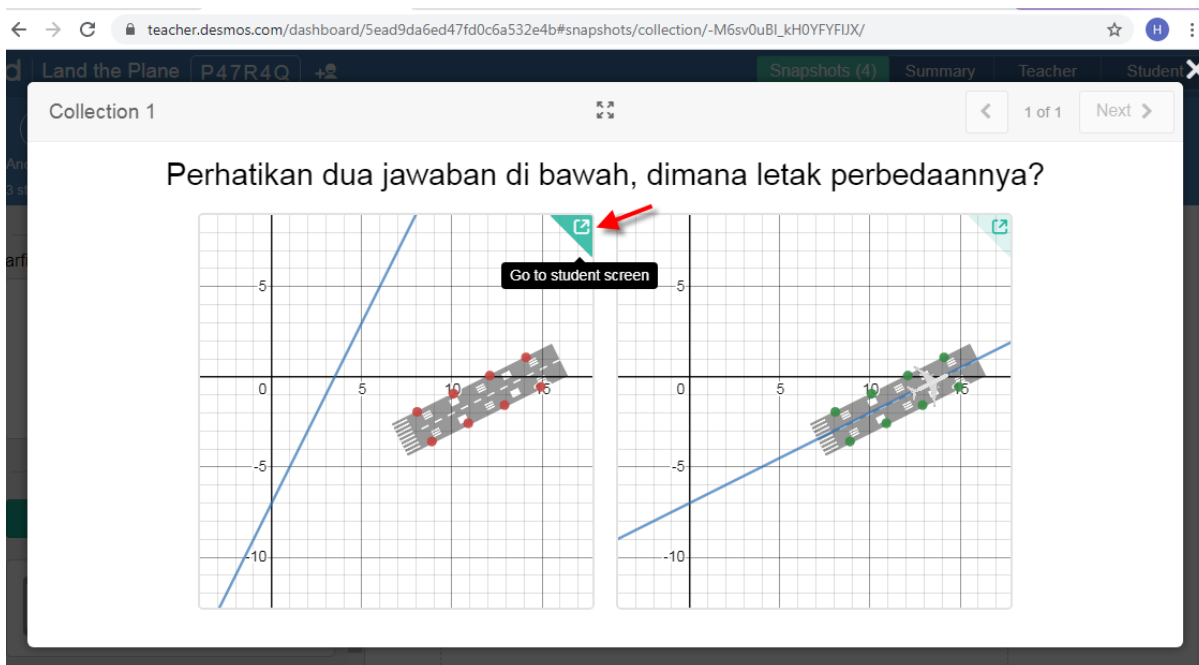


Gambar 22. Tampilan *dashboard Snapshots*

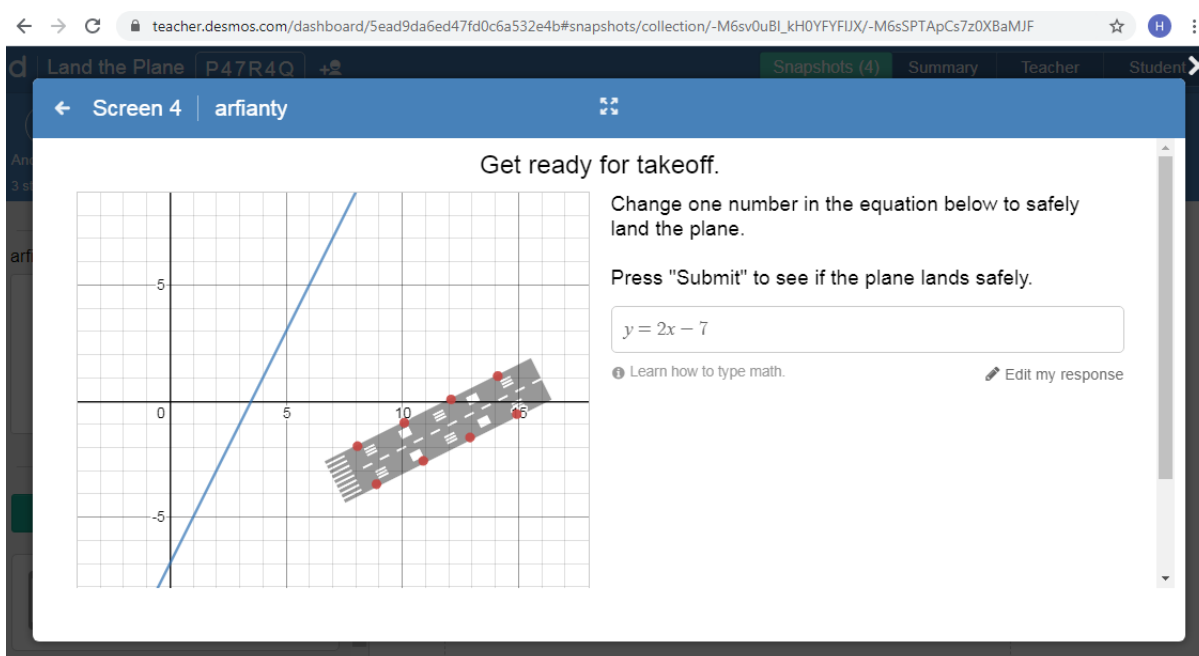
Pada tampilan *dashboard snapshots* kita dapat melihat berbagai aktivitas dari peserta didik yang telah di foto. Foto ini dapat dimanfaatkan untuk koleksi yang bisa dijadikan bahan koleksi guru dan bisa juga untuk bahan diskusi, sebagaimana terlihat pada gambar 23 dan gambar 24. Guru dapat menunjukkan secara lebih detail gambar tersebut seperti pada gambar 25.



Gambar 23. Membuat diskusi dari jawaban peserta



Gambar 24. Tampilan *present* dari diskusi yang dibuat



Gambar 25. Melihat detail jawaban peserta yang dijadikan bahan diskusi

Dari contoh *situs e-learning* desmos.com yang telah kita bahas secara lebih mendalam pada bagian **Classroom Activities** dapat diketahui bahwa situs tersebut dapat dimanfaatkan untuk proses pembelajaran yang dapat memperkaya pengalaman belajar peserta didik. Tentu saja yang dibahas di atas baru sebagian kecil saja, dan Anda dapat mengeksplor lebih jauh lagi.

Apabila Anda tertarik untuk mencari *website e-learning* yang lain untuk dimanfaatkan dalam pembelajaran, Anda dapat melakukan *searching* di *internet* dengan kata kunci tertentu. Kata kunci yang

dapat digunakan misalnya “*e-learning* untuk pembelajaran”, “*website elearning* untuk pembelajaran” dan lain-lain.

Kelebihan dan kekurangan *e-learning*

Kelebihan *e-learning*:

Beberapa kelebihan dari *e-learning* dapat disampaikan disini sebagai berikut.

1. Pembelajaran dapat diakses kapanpun dan dimanapun tanpa dibatasi oleh jarak, tempat, dan waktu, selama tersedia jaringan *internet*.
2. Diskusi dapat dilakukan kapanpun melalui portal atau forum di *internet* antara fasilitator dan peserta, apabila pada situs disediakan forum diskusi.
3. Bila peserta memerlukan tambahan informasi yang berkaitan dengan bahan yang dipelajarinya dapat melakukan akses di *internet*.
4. *e-learning* dapat menciptakan lingkungan belajar yang lebih memotivasi, menantang dan menyenangkan.
5. *e-learning* merupakan teknologi yang mendukung multimedia sehingga isinya bisa lebih menarik.
6. Peserta didik dari yang biasanya pasif dapat menjadi aktif.

Kekurangan *e-learning*:

Berikut beberapa kekurangan dari *e-learning*.

1. Tidak semua tempat tersedia fasilitas komputer maupun *internet*, sehingga pembelajaran dengan *e-learning* tidak bisa dilakukan bagi tempat yang belum mempunyai fasilitas tersebut.
2. Perubahan peran guru yang semula menguasai teknik pembelajaran konvensional, kini juga dituntut mengetahui teknik pembelajaran menggunakan teknologi, sehingga guru yang kurang menguasai teknologi akan cenderung mengalami kesulitan menggunakan *e-learning*.
3. Peserta didik yang tidak mempunyai motivasi belajar tinggi cenderung terhambat bahkan gagal.

Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang dapat diambil mengenai penggunaan *e-learning*, khususnya penggunaan *website e-learning* adalah:

1. *Website e-learning* dapat digunakan guru dalam proses pembelajaran untuk menambah pengalaman belajar peserta didik.
2. Pembelajaran menggunakan *website e-learning* dapat diaplikasikan sebagai komplemen maupun sebagai media pembelajaran, dimana pemanfaatannya dapat dilakukan di dalam kelas maupun diluar kelas.
3. Pembelajaran menggunakan *website e-learning* dapat menciptakan lingkungan belajar yang lebih memotivasi, menantang dan menyenangkan.
4. Pembelajaran menggunakan *website e-learning* dapat berjalan efektif apabila guru menjelaskan penggunaan *website* tersebut, melakukan demo dan praktek terlebih dahulu serta mendorong peserta

didik menggunakan *website e-learning* tersebut dengan tugas-tugas yang menarik, memotivasi, menantang dan menyenangkan.

5. Penggunaan *website e-learning* perlu mempertimbangkan ketersediaan sarana dan prasarana yang ada.

Daftar Pustaka

- Ade Kusmana. (2011). *e-learning dalam Pembelajaran*. Lentera Pendidikan, 14(1), 35–51.
- Arkorful, V., & Abaidoo, N. (2015). *The role of e-learning, advantages and disadvantages of its adoption in higher education*. International Journal of Instructional Technology and Distance Learning, 12(1), 29–42.
- Gunawan, A., & Saliman. (2013). *Studi Eksplorasi Pemanfaatan e-learning oleh Siswa dalam Pembelajaran IPS di SMPN 2 Klaten*. Universitas Negeri Yogyakarta.
- <https://economictimes.indiatimes.com>. *Definisi E Learning*. Retrieved March 23, 2020, from <https://economictimes.indiatimes.com/definition/e-learning>
- <https://id.khanacademy.org/>. <https://id.khanacademy.org/>. Retrieved March 27, 2020, from <https://id.khanacademy.org/>
- Ilmukomputer.com. *Ilmu komputer.com*. Retrieved April 29, 2020, from www.ilmukomputer.com
- Sudaryanto, D. H. (2017). *Pemanfaatan e-learning Sebagai Media Pembelajaran Mandiri*. Forum Diklat, 06(4), 2.
- Sutiyono, Pranoto, E., Ariadi, Y., Iskandar, A., & Supriadi. (2013). *Analisis Pemanfaatan e-learning Sebagai Media Pembelajaran di Universitas Diponegoro* (Issue 10142016).
- W3Schools.com. *W3Schools.com*. Retrieved March 26, 2020, from <http://www.desmos.com/>
- www.desmos.com. <http://www.desmos.com/>. Retrieved March 26, 2020, from <http://www.desmos.com/>
- Yustanti, I., & Novita, D. (2019). *Pemanfaatan e-learning Bagi Para Pendidik Di Era Digital 4.0. Prosiding Seminar Nasional*, 338–346. <https://jurnal.univpgri-palembang.ac.id/index.php/Prosidingpps/article/download/2543/2357>

^{*)} Joko Purnomo, M.T.
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta

MELIHAT KEUNIKAN BILANGAN FIBONACCI DENGAN EXCEL

*) Fadjar Noer Hidayat

Bilangan Fibonacci adalah bilangan cacah F_n yang didefinisikan secara rekursif:

$$F_1 = F_2 = 1$$

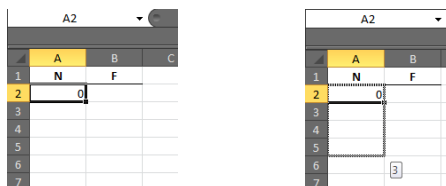
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ untuk } n > 2$$

Bilangan-bilangan ini membentuk barisan dengan setiap sukunya diperoleh dari penjumlahan tepat dua suku sebelumnya. Nama bilangan ini diambil dari nama Leonardo Fibonacci, seorang matematikawan abad ke-13 dari Italia. Dalam bukunya tahun 1202 yang berjudul Liber Abaci, barisan ini diperkenalkan ke Eropa Barat. Berdasarkan definisi yang diberikan, elemen-elemen dari barisan Fibonacci adalah: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, ... Terkadang urutan ini ditunjukkan sebagai 0, 1, 1, 2, 3, 5, ... (0 menjadi elemen ke-0 dari barisan). Jika diambil nilai F_1 dan F_2 sebarang, barisan dengan definisi di atas dinamakan barisan bilangan Lucas. Contohnya adalah 3, 10, 13, 23, 36, 59, ...

Barisan bilangan Fibonacci mempunyai beberapa keunikan. Di sini akan ditunjukkan beberapa keunikannya menggunakan Microsoft Excel. Karena menggunakan Excel lebih mudah dipahami oleh orang umum dibandingkan dengan menunjukkan pembuktian secara analitis yang hanya bisa dipahami oleh ahli matematika. Untuk itu, yang pertama kita lakukan adalah menunjukkan bagaimana Excel digunakan untuk membuat suatu barisan bilangan. Dalam hal ini bagaimana membuat barisan bilangan Fibonacci.

Membuat Barisan Fibonacci dengan Excel

1. Buat 2 kolom di Excel yang memuat suku dan bilangan ke- n dari barisan bilangan Fibonacci. Kita akan membuat barisan bilangan Fibonacci yang dimulai dari suku ke-0 yang berupa bilangan 0.
2. Kolom **A**, kita beri judul **n** untuk menunjukkan suku ke- n dan kolom **B** diberi judul **F** yang menunjukkan bilangan Fibonacci suku ke- n dari barisan Fibonacci. Ketik **n** pada sel **A1** dan **F** pada sel **B1**
3. Mengisi kolom **n** dengan bilangan urut mulai 0 sampai bilangan yang kita inginkan (misalnya 50). Dengan Excel akan sangat mudah membuat nomor urut otomatis. Salah satu caranya adalah dengan menge-*drag* sel yang sudah diberi nilai awal sambil menekan tombol **CTRL**. Lebih detail caranya sebagai berikutnya.
 - Ketik angka **0** pada sebuah sel **A2**.
 - Selanjutnya arahkan kursor pada sudut kanan bawah bidang sel tersebut, sampai kursor berbentuk tanda **+** tipis kemudian tekan dan tahan tombol **Ctrl** pada *keyboard* dan *drag* ke bawah sampai muncul angka terakhir yang kita inginkan kemudian lepas.



- Maka hasilnya bilangan berurutan akan muncul.

- Mengisi kolom **F** dengan bilangan Fibonacci sesuai dengan nilai n -nya. Untuk $n = 0$ di sel **B2** di ketikkan angka **0** dan sel **B3** untuk $n = 1$ diisi dengan angka 1. Untuk baris selanjutnya yaitu sel **B4** diisi dengan formula **=B3+B2**. Baris selanjutnya pada kolom **F** kita salin formula dari sel **B4**. Caranya hampir sama dengan langkah no 3 tapi tidak harus menekan tombol **CTRL** di *keyboard*.

B4		fx		=B3+B2	
	A	B	C	D	E
1	N	F			
2		0			
3		1			
4		2			
5		3			
6		4			

- Kita akan mendapatkan barisan bilangan Fibonacci dengan cara sebagai berikut. Atur lebar kolomnya sehingga bilangannya dapat ditampilkan utuh karena kalau kurang lebar Excel akan menampilkan bilangan dalam bentuk eksponen. Adapun untuk suku ke-50 dari barisan bilangan Fibonacci sudah sampai 11 digit.

C52		fx			
	A	B	C	D	E
1	N	F			
2		0			
3		1			
4		2			
5		3			
6		4			
7		5			
8		6			
9		7			
10		8			
11		9			
12		10			

45	43	433494437	
46	44	701408733	
47	45	1134903170	
48	46	1836311903	
49	47	2971215073	
50	48	4807526976	
51	49	7778742049	
52	50	12586269025	

- Pembuatan barisan bilangan Fibonacci menggunakan Excel terdapat keterbatasan dari Excel hanya bisa sampai untuk $n = 73$ karena mulai $n = 74$ memberikan nilai bilangan Fibonacci yang tidak benar. Harusnya bilangan fibonacci ke-74 adalah 1304969544928657, namun pada Excel akan tertulis 1304969544928660. Hal ini terjadi karena bilangan yang dihasilkan sudah melebihi 15 digit, sedangkan Excel hanya menyimpan 15 digit yang penting (*significant digit*) dalam sebuah bilangan dan mengubah digit setelah digit ke-15 dengan nol sehingga nilainya menjadi berbeda untuk bilangan dengan digit lebih dari 15. (Microsoft, 2018). Untuk itu pengguna Excel harus hati-hati jika menggunakan bilangan yang sangat besar yang lebih dari 15 digit.

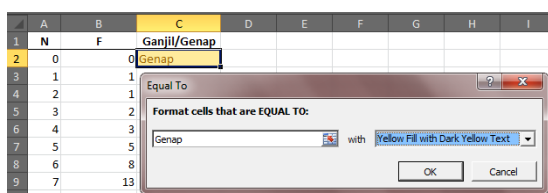
Selanjutnya berdasarkan bilangan Fibonacci yang sudah dibuat maka akan ditunjukkan beberapa keunikan bilangan Fibonacci dengan Excel.

Keunikan Bilangan Fibonacci

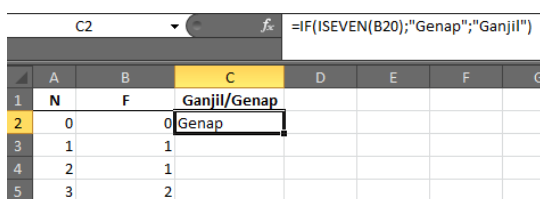
- Jika kita bedakan bilangan Fibonacci ini dengan kategori genap dan ganjil maka akan terlihat polanya berbentuk urutan ganjil-ganjil-genap, ganjil-ganjil-genap, dst. yang dimulai dari $n = 1$.

Untuk menunjukkan hal tersebut, kita bisa membuat kolom baru yang berisi ganjil atau genap sesuai bilangan Fibonacci-nya. Dengan Excel hal tersebut sangat mudah dilakukan karena Excel mempunyai fungsi untuk menentukan suatu bilangan itu ganjil atau genap. Fungsi **ISODD(bil)** memberikan nilai Benar (true) jika bil adalah bilangan ganjil, sedangkan fungsi **ISEVEN(bil)** memberikan nilai Benar (true) jika bil adalah bilangan genap.

Dalam contoh ini kita akan gunakan fungsi ISEVEN. Kita buat di kolom ketiga dengan judul **Ganjil/Genap** dan buat formula di baris kedua (sel C2) dengan rumus **=IF(ISEVEN(B2);"Genap";"Ganjil")**. Sekaligus kita beri warna yang berbeda untuk sel yang ganjil dan genap menggunakan *Conditional Formatting*.



Gambar 1. Menformat bilangan genap



Gambar 2. Menentukan bilangan genap/ganjil

Selanjutnya kita salin sel C2 ke sel di bawahnya sehingga mendapatkan tampilan sebagai berikut. Dari tampilan tersebut terlihat pola bilangan Fibonacci yang dimulai dari suku kesatu adalah ganjil-ganjil-genap, ganjil-ganjil-genap dan seterusnya.

A	B	C
N	F	Ganjil/Genap
0	0	Genap
1	1	Ganjil
2	1	Ganjil
3	2	Genap
4	3	Ganjil
5	4	Genap
6	5	Ganjil
7	6	Genap
8	7	Ganjil
9	8	Ganjil
10	9	Genap

12	10	55	Ganjil
13	11	89	Ganjil
14	12	144	Genap
15	13	233	Ganjil
16	14	377	Ganjil
17	15	610	Genap
18	16	987	Ganjil
19	17	1597	Ganjil
20	18	2584	Genap
21	19	4181	Ganjil
22	20	6765	Ganjil
23	21	10946	Genap

Gambar 3. Pola ganjil-genap bilangan Fibonacci

2. Pada n bilangan Fibonacci genap, jumlah semua bilangan genap sampai ke-n dan jumlah semua bilangan ganjil sampai ke-(n - 1) akan memberikan hasil nilai yang sama.

Sebagai contoh pada bilangan $F(9) = 34$ dan merupakan bilangan genap, barisan bilangan Fibonacci-nya adalah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

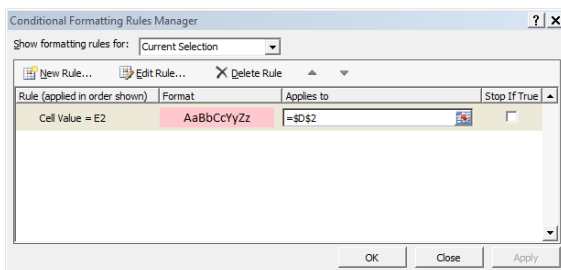
Bilangan genapnya adalah 2, 8, 34. Jumlah semua bilangan genapnya = $2 + 8 + 34 = 44$

Bilangan ganjilnya adalah 1, 1, 3, 5, 13, 21. Jumlahnya = $1 + 1 + 3 + 5 + 13 + 21 = 44$

Untuk menunjukkan hal tersebut di atas berlaku secara umum menggunakan Excel maka kita buat 2 kolom baru. Kolom baru pertama adalah jumlah semua bilangan Fibonacci genap dan kolom baru yang kedua merupakan jumlahan semua bilangan Fibonacci ganjil sampai pada suku ke-n. Di Excel kita dapat menggunakan fungsi **SUMIF** yang akan menjumlahkan semua bilangan dengan kriteria tertentu contohnya menjumlahkan hanya untuk bilangan ganjil atau genap. Kemudian kita beri *conditional formatting* dengan memberi warna baris yang kedua kolomnya mempunyai nilai yang sama.

Cara membuatnya sebagai berikut:

- Buat judul untuk 2 kolom yang baru. Kolom baru pertama diberi judul **Jumlah Bilangan Genap** dan kolom baru kedua diberi judul **Jumlah Bilangan Ganjil**.
- Di baris berikutnya pada kolom Jumlah Bilangan Genap kita masukkan formula berikut **=SUMIF(C\$2:C2;"Genap";B\$2:B2)** yang akan menjumlahkan bilangan pada kolom B yang mulai dari sel B2 dengan syarat kolom C mengandung tulisan Genap. Begitu juga dengan Kolom Jumlah Bilangan Ganjil dengan mengganti tulisan Genap dengan Ganjil menjadi seperti ini **=SUMIF(C\$2:C2;"Ganjil";B\$2:B2)**.
- Beri warna yang berbeda jika pada baris yang sama jumlah bilangan genap dan jumlah bilangan ganjil mempunyai nilai yang sama. Kita bisa memberi *conditional formatting* untuk kolom Jumlah Bilangan Genap seperti ini.



Gambar 4. Memberi warna jika nilainya sama dengan sel D2

Pada sel **D2**, jika nilainya sama dengan nilai di sel **E2** maka diberi warna merah. Untuk kolom Jumlah Bilangan Ganjil sebagai contoh di sel **E2** maka **Cell Value = E2** diganti dengan **Cell Value = D2**.

- Selanjutnya kita salin sel D2 dan E2 ke suku ke-50 bilangan Fibonacci. Hasilnya akan terlihat sebagai berikut.

	A	B	C	D	E
	N	F	Ganjil/ Genap	Jumlah bilangan Genap	Jumlah bilangan Ganjil
2	0	0	Genap	0	0
3	1	1	Ganjil	0	1
4	2	1	Ganjil	0	2
5	3	2	Genap	2	2
6	4	3	Ganjil	2	5
7	5	5	Ganjil	2	10
8	6	8	Genap	10	10
9	7	13	Ganjil	10	23
10	8	21	Ganjil	10	44
11	9	34	Genap	44	44
12	10	55	Ganjil	44	99
13	11	89	Ganjil	44	188
14	12	144	Genap	188	188
15	13	233	Ganjil	188	421
16	14	377	Ganjil	188	798

17	15	610	Genap	798	798
18	16	987	Ganjil	798	1785
19	17	1597	Ganjil	798	3382
20	18	2584	Genap	3382	3382
21	19	4181	Ganjil	3382	7563
22	20	6765	Ganjil	3382	14328
23	21	10946	Genap	14328	14328
24	22	17711	Ganjil	14328	32039
25	23	28657	Ganjil	14328	60696
26	24	46368	Genap	60696	60696
27	25	75025	Ganjil	60696	135721

Gambar 5. Jumlah bilangan genap = jumlah bilangan ganjil

Dari gambar di atas terlihat warna merah pada suku bilangan Fibonacci genap, ini berarti jumlah bilangan Fibonacci genap dan jumlah bilangan Fibonacci ganjil sampai di n bilangan tersebut adalah sama.

- Selisih dari 2 bilangan Fibonacci berurutan akan membentuk barisan bilangan Fibonacci juga.

Untuk menunjukkan hal di atas, kita buat kolom baru dengan judul Selisih ($F_n - F_{n-1}$). Kolom ini diisi formula yang sangat sederhana $=B3-B2$. Formula ini menunjukkan selisih antara suku ke- n dan suku ke- $(n-1)$ dan dimulai dari $n = 1$ (Sel F3). Setelah itu kita salin sel F3 ke seluruh baris di kolom tersebut. Hasilnya akan dilihat pada kolom **Selisih ($F_n - F_{n-1}$)** di file Excel mulai suku ke-2 (sel yang diwarnai kuning) dan nilainya sama dengan suku ke-0 pada deret Fibonacci yang semula atau $F_n = S_{n+2}$ dengan F_n adalah bilangan Fibonacci ke- n dan S_{n+2} adalah selisih nilai F_{n+2} dan F_{n+1}

	A	B	C	D	E	F
	N	F	Ganjil/ Genap	Jumlah bilangan Genap	Jumlah bilangan Ganjil	Selisih ($F_n - F_{(n-1)}$)
2	0	0	Genap	0	0	
3	1	1	Ganjil	0	1	1
4	2	1	Ganjil	0	2	0
5	3	2	Genap	2	2	1
6	4	3	Ganjil	2	5	1
7	5	5	Ganjil	2	10	2
8	6	8	Genap	10	10	3
9	7	13	Ganjil	10	23	5
10	8	21	Ganjil	10	44	8
11	9	34	Genap	44	44	13
12	10	55	Ganjil	44	99	21
13	11	89	Ganjil	44	188	34
14	12	144	Genap	188	188	55
15	13	233	Ganjil	188	421	89
16	14	377	Ganjil	188	798	144
17	15	610	Genap	798	798	233
18	16	987	Ganjil	798	1785	377
19	17	1597	Ganjil	798	3382	610
20	18	2584	Genap	3382	3382	987
21	19	4181	Ganjil	3382	7563	1597
22	20	6765	Ganjil	3382	14328	2584
23	21	10946	Genap	14328	14328	4181
24	22	17711	Ganjil	14328	32039	6765
25	23	28657	Ganjil	14328	60696	10946
26	24	46368	Genap	60696	60696	17711
27	25	75025	Ganjil	60696	135721	28657
28	26	121393	Ganjil	60696	257114	46368

Gambar 6. Selisih 2 bilangan Fibonacci membentuk barisan Fibonacci juga

4. Bilangan prima Fibonacci adalah bilangan Fibonacci yang sekaligus bilangan prima (Rizal, 2014), sehingga yang termasuk bilangan prima Fibonacci antara lain $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, $F_5 = 5$, $F_7 = 13$ dst. Dari situ muncul teorema, jika F_n adalah bilangan prima Fibonacci maka $n = 4$ atau n merupakan bilangan prima juga. Untuk $n = 4$ adalah kejadian khusus. Bilangan 4 (empat) itu bukan bilangan prima namun $F_4 = 3$ adalah bilangan prima.

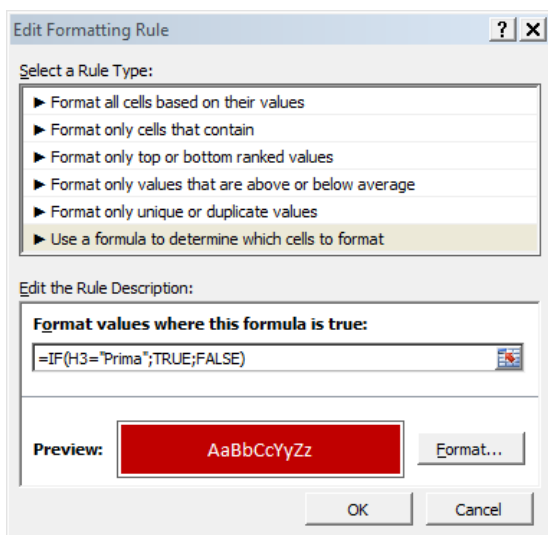
Di Excel tidak ada fungsi bawaan untuk mengecek suatu bilangan merupakan bilangan prima. Untuk itu kita harus membuat sendiri formula untuk menentukan bilangan prima. ExtendOffice (2020) memberikan suatu formula untuk mengecek suatu bilangan apakah termasuk bilangan prima. Formulanya sebagai berikut:

=IF(A2=2,"Prime",IF(AND(MOD(A2,ROW(INDIRECT("2:"&ROUNDUP(SQRT(A2),0))))<>0),"Prime","Not Prime"))}. Pada formula ini mengecek bilangan yang ada di sel A2, Jika A2 berisi bilangan 2 maka dituliskan "Prime". Jika tidak maka akan dicek apakah bilangan tersebut mempunyai sisa (tidak menghasilkan bilangan 0) jika dibagi dengan bilangan 2 sampai bilangan yang merupakan pembulatan dari akar dari bilangan yang dicek. Jika selalu ada sisanya akan dituliskan "Prime" dan jika ada yang tidak bersisa akan dituliskan "Not Prime". Untuk memberikan tanda **{}** dengan menekan tombol **Ctrl+Shift+Enter** untuk membuat formula menjadi array formula.

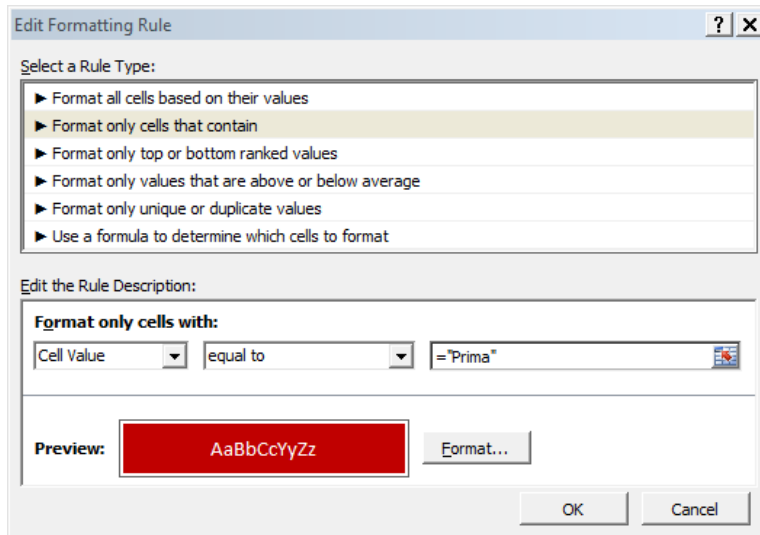
Untuk menunjukkan teorema ini menggunakan Excel maka kita buat 2 kolom baru untuk menunjukkan suku ke berapa dan bilangan Fibonacci-nya merupakan bilangan prima atau tidak. Kolom baru pertama ini diberi judul **N Bil. Prima** untuk menunjukkan apakah suku ke- n bilangan prima. Untuk itu kita ketikkan formula **=IF(A3=2;"Prima";IF(AND(MOD(A3;ROW(INDIRECT("2:"&ROUNDUP(SQRT(A3);0))))<>0;"Prima";"-"))** di sel **G3** untuk n mulai dari 1 dan tekan kombinasi tombol **Ctrl+Shift+Enter**. Untuk $n = 0$ formula tersebut tidak bisa diterapkan.

Begitu juga untuk kolom baru kedua yang kita beri judul **F Bil. Prima** untuk menunjukkan apakah bilangan Fibonacci ke- n merupakan bilangan prima. Untuk itu di sel **H3** kita ketikkan formulanya sama dengan kolom N Bil Prima tetapi **A3** diganti dengan **B3**.

Kita atur tampilan pada kedua kolom tersebut untuk memudahkan menunjukkan teorema tersebut. Untuk kolom **F Bil. Prima** akan diberi warna merah jika bilangan tersebut merupakan bilangan prima. Sedangkan kolom **N Bil. Prima** akan diberi warna merah jika kolom **F Bil. Prima** yang bersesuaian dengan barisnya merupakan bilangan prima. *Conditional formatting* untuk kolom N Bil. Prima (sel G3) dan F Bil. Prima (Sel H3) seperti ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 8. Conditional Formating untuk sel G3



Gambar 7. Conditional Formating untuk sel H3

Setelah itu kedua kolom kita salin ke semua baris di bawahnya. Kita akan mendapatkan tampilan sebagai berikut .

A	B	C	G	H
N	F	Ganjil/ Genap	N Bil. Prima	F Bil. Prima
0	0	Genap	-	-
1	1	Ganjil	-	-
2	1	Ganjil	Prima	-
3	2	Genap	Prima	Prima
4	3	Ganjil	-	Prima
5	5	Ganjil	Prima	Prima
6	8	Genap	-	-
7	13	Ganjil	Prima	Prima
8	21	Ganjil	-	-
9	34	Genap	-	-
10	55	Ganjil	-	-
11	89	Ganjil	Prima	Prima
12	144	Genap	-	-
13	233	Ganjil	Prima	Prima
14	377	Ganjil	-	-
15	610	Genap	-	-

16	987	Ganjil	-	-
17	1597	Ganjil	Prima	Prima
18	2584	Genap	-	-
19	4181	Ganjil	Prima	-
20	6765	Ganjil	-	-
21	10946	Genap	-	-
22	17711	Ganjil	-	-
23	28657	Ganjil	Prima	Prima
24	46368	Genap	-	-
25	75025	Ganjil	-	-
26	121393	Ganjil	-	-
27	196418	Genap	-	-
28	317811	Ganjil	-	-
29	514229	Ganjil	Prima	Prima
30	832040	Genap	-	-
31	1346269	Ganjil	Prima	-

Gambar 9. Bilangan Prima Fibonacci

Sesuai tampilan di atas yang berwarna merah terlihat bahwa selain N = 4 (bukan bilangan prima) yang mempunyai bilangan prima Fibonacci maka setiap bilangan prima Fibonacci akan mempunyai N yang merupakan bilangan prima. Tetapi kebalikannya, tidak semua N bilangan prima mempunyai bilangan Fibonacci yang prima.

5. Untuk nilai n yang semakin besar, bilangan Fibonacci jika dibagi dengan bilangan Fibonacci pada urutan sebelumnya akan mendapatkan hasil yang semakin mendekati bilangan Phi (Φ) $\approx 1,618$ atau biasa disebut dengan Golden Ratio (rasio emas). Rasio emas sendiri merupakan bilangan yang diperoleh dari $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887 \dots$

Keunikan ini dapat dengan mudah ditunjukkan menggunakan Excel. Pertama-tama kita buat satu kolom dengan nama **Phi** untuk menunjukkan perbandingan F_n dengan F_{n-1} . Kita buat mulai $n = 2$ karena kalau $n = 1$ mengakibatkan pembagian dengan nol (jika di Excel ditandai dengan **#DIV/0!**). Pada sel **I4** kita ketik **=B4/B3**. Setelah itu kita salin rumus ini ke baris berikutnya. Kita atur ketelitiannya bilangan yang dihasilkan misalnya dengan ketelitian 12 angka di belakang koma. Berikut ini tampilannya di Excel.

134		fx		=B34/B33		
	A	B	I	J	K	L
1	N	F	Phi			
2	0	0				
3	1	1	#DIV/0!			
4	2	1	1,000000000000			
5	3	2	2,000000000000			
6	4	3	1,500000000000			
7	5	5	1,666666666667			
8	6	8	1,600000000000			
9	7	13	1,625000000000			
10	8	21	1,615384615385			
11	9	34	1,619047619048			
12	10	55	1,617647058824			
13	11	89	1,618181818182			
14	12	144	1,617977528090			
15	13	233	1,618055555556			
16	14	377	1,618025751073			
17	15	610	1,618037135279			
18	16	987	1,618032786885			
19	17	1597	1,618034447822			

20	18	2584	1,618033813400			
21	19	4181	1,618034055728			
22	20	6765	1,618033963167			
23	21	10946	1,618033988522			
24	22	17711	1,618033985017			
25	23	28657	1,618033990176			
26	24	46368	1,618033988205			
27	25	75025	1,618033988958			
28	26	121393	1,618033988670			
29	27	196418	1,618033988780			
30	28	317811	1,618033988738			
31	29	514229	1,618033988754			
32	30	832040	1,618033988748			
33	31	1346269	1,618033988751			
34	32	2178309	1,618033988750			
35	33	3524578	1,618033988750			
36	34	5702887	1,618033988750			
37	35	9227465	1,618033988750			
38	36	14930352	1,618033988750			
39	37	24157817	1,618033988750			
40	38	39088169	1,618033988750			

Gambar 10. Rasio 2 bilangan prima berdekatan membentuk bilangan Phi

Dengan ketelitian 12 angka di belakang koma maka pada mulai bilangan Fibonacci ke-32 (F_{32}) yaitu 2178309 akan mendapatkan bilangan yang sama sebesar 1,618033988750.

6. Selisih dari perkalian 2 bilangan sebelum dan sesudah bilangan Fibonacci dengan kuadrat suatu bilangan Fibonacci dengan akan selalu memberikan beda 1. Persamaan ini dikenal sebagai identitas Cassini yang secara aljabar dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut.

$$F_{n-1} F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n, \quad n \geq 1$$

Untuk n bernilai ganjil, maka nilai kuadrat bilangan Fibonacci lebih besar daripada perkalian dua bilangan yang mengapitnya. Sebaliknya, untuk n bernilai genap, maka perkalian dua bilangan yang mengapitnya akan bernilai lebih besar.

Keunikan ini dapat dengan mudah ditunjukkan menggunakan Excel. Pertama-tama kita buat satu kolom dengan nama **Identitas Cassini** untuk menunjukkan selisih perkalian 2 bilangan sebelum dan sesudah bilangan Fibonacci dengan kuadrat suatu bilangan Fibonacci. Kita tulis di sel **J3** untuk $n = 1$, **=B2*B4-B3^2**, setelah itu kita salin formula itu ke bawah sampai di $n-1$ sebelum sel terakhir. Kita akan mendapat tampilan sebagai berikut.

J3					fx =B2*B4-B3^2				
	A	B	J	K					
1	N	F	Identitas Cassini						
2	0	0							
3	1	1	-1						
4	2	1	1						
5	3	2	-1						
6	4	3	1						
7	5	5	-1						
8	6	8	1						
9	7	13	-1						
10	8	21	1						
11	9	34	-1						
12	10	55	1						
13	11	89	-1						
14	12	144	1						
15	13	233	-1						

16	14	377	1
17	15	610	-1
18	16	987	1
19	17	1597	-1
20	18	2584	1
21	19	4181	-1
22	20	6765	1
23	21	10946	-1
24	22	17711	1
25	23	28657	-1
26	24	46368	1
27	25	75025	-1
28	26	121393	1
29	27	196418	-1
30	28	317811	1
31	29	514229	-1
32	30	832040	1
33	31	1346269	-1

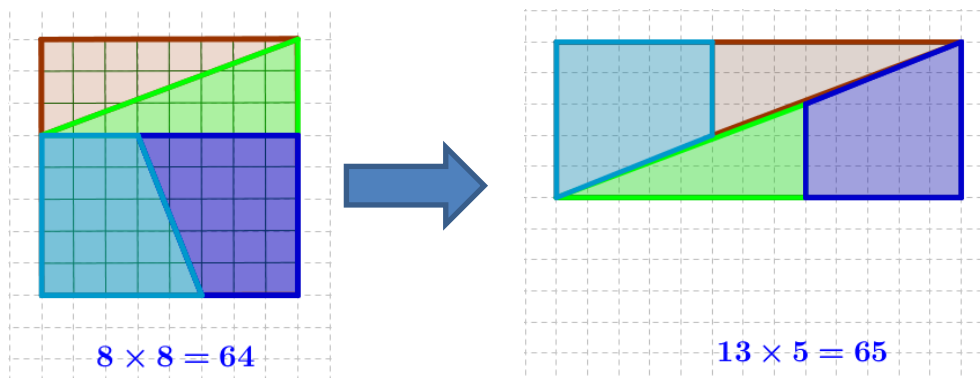
Gambar 11. Identitas Cassini

Namun Excel hanya bisa menunjukkan identitas Cassini sampai di $n = 38$ karena adanya keterbatasan Excel yang hanya bisa menerima bilangan sampai 15 digit. Karena setiap bilangan setelah digit ke 15 akan diubah oleh Excel ke nol, sehingga perhitungannya menjadi tidak benar (Microsoft, 2018). Pada tampilan berikut ditunjukkan bahwa selisihnya memberikan nilai 0 karena hasil perkalian dan kuadratnya memberikan hasil yang sama. Excel mengubah bilangan mulai digit ke-16nya menjadi nol.

J40					fx =B39*B41-B40^2				
	A	B	J	K	L	M			
1	N	F	Identitas Cassini		Hasil Kali 2 bilangan pengapit F	Kuadrat F			
38	36	14930352	1		222915410843905	222915410843904			
39	37	24157817	-1		583600122205488	583600122205489			
40	38	39088169	0		1527884955772560	1527884955772560			
41	39	63245986	0		4000054745112190	4000054745112200			
42	40	102334155	0		10472279279564000	10472279279564000			
43	41	165580141	0		27416783093579900	27416783093579900			

Gambar 12. Kegagalan Identitas Cassini menggunakan Excel

Keunikan ini dapat digunakan untuk menarik minat siswa dengan menunjukkan bahwa setiap bentuk persegi suatu bilangan Fibonacci akan selalu bisa dibawa ke bentuk persegi panjang dengan panjang sisi-sisinya merupakan bilangan Fibonacci sebelum dan sesudahnya. Dalam contoh ini ditunjukkan seolah-olah $64 = 65$.



Gambar 13. Penerapan Identitas Cassini

7. Suku-suku tertentu dari barisan Fibonacci memiliki kaitan dengan kelipatan bilangan tertentu.

- Setiap bilangan Fibonacci suku ke-3 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 2
- Setiap bilangan Fibonacci suku ke-4 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 3.
- Setiap bilangan Fibonacci suku ke-5 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 5.
- Setiap bilangan Fibonacci suku ke-6 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 8.
- Setiap bilangan Fibonacci suku ke-7 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 13.

Untuk menunjukkan kelipatan di Excel bisa digunakan fungsi MOD. Fungsi MOD memberikan sisa hasil bagi. Jika sisanya adalah 0 (nol) maka bilangan tersebut merupakan kelipatan dari pembaginya.

Sebagai contoh untuk mencari kelipatan 2 maka kita dapat gunakan perintah **=Mod(B2;2)** pada sel **K2** dan diberikan *conditional formatting* untuk sel yang bernilai 0. Berikut ini tampilan Excel yang menunjukkan keunikan-keunikan tersebut.

		K2		f _x		=MOD(B2;2)	
	A	B	K	L	M	N	O
1	N	F	Kelipatan 2	Kelipatan 3	Kelipatan 5	Kelipatan 8	Kelipatan 13
2	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	1	1
4	2	1	1	1	1	1	1
5	3	2	0	2	2	2	2
6	4	3	1	0	3	3	3
7	5	5	1	2	0	5	5
8	6	8	0	2	3	0	8
9	7	13	1	1	3	5	0
10	8	21	1	0	1	5	8
11	9	34	0	1	4	2	8
12	10	55	1	1	0	7	3
13	11	89	1	2	4	1	11
14	12	144	0	0	4	0	1
15	13	233	1	2	3	1	12
16	14	377	1	2	2	1	0
17	15	610	0	1	0	2	12
18	16	987	1	0	2	3	12
19	17	1597	1	1	2	5	11
20	18	2584	0	1	4	0	10
21	19	4181	1	2	1	5	8
22	20	6765	1	0	0	5	5
23	21	10946	0	2	1	2	0
24	22	17711	1	2	1	7	5
25	23	28657	1	1	2	1	5
26	24	46368	0	0	3	0	10
27	25	75025	1	1	0	1	2
28	26	121393	1	1	3	1	12

Gambar 14. Bilangan Fibonacci kelipatan 2, 3, 5, 8, dan 13

Dari tampilan tersebut dapat dilihat bahwa untuk bilangan Fibonacci kelipatan 2 terletak pada sel yang diberi warna dengan suku ke- $n = 0, 3, 6, 9, 12, \dots$ yang merupakan bilangan kelipatan 3. Untuk bilangan Fibonacci kelipatan 3 terdapat pada suku ke- $n = 0, 4, 8, 12, \dots$ yang merupakan kelipatan 4. Untuk bilangan Fibonacci kelipatan 5 terdapat pada suku ke- $n = 0, 5, 10, 15, \dots$ yang merupakan kelipatan 5. Untuk bilangan Fibonacci kelipatan 8 terdapat pada suku ke- $n = 0, 6, 12, 18, \dots$ yang merupakan kelipatan 6. Untuk bilangan Fibonacci kelipatan 13 terdapat pada suku ke- $n = 0, 7, 14, 21, \dots$ yang merupakan kelipatan 7.

Rangkuman

1. Excel dapat digunakan untuk menunjukkan barisan suatu bilangan contohnya barisan bilangan Fibonacci.
2. Beberapa keunikan bilangan Fibonacci yang ditunjukkan dengan menggunakan Excel antara lain:
 - a. Barisan bilangan Fibonacci membentuk pola urutan ganjil-ganjil-genap, ganjil-ganjil-genap.

- b. Pada n bilangan Fibonacci genap, jumlah semua bilangan genap sampai ke- n dan jumlah semua bilangan ganjil sampai ke- $(n-1)$ akan memberikan hasil nilai yang sama.
 - c. Selisih dari 2 bilangan Fibonacci yang berurutan akan membentuk barisan bilangan Fibonacci juga.
 - d. Jika F_n adalah bilangan prima Fibonacci maka n merupakan bilangan prima juga atau $n = 4$.
 - e. Bilangan Fibonacci jika dibagi dengan bilangan Fibonacci pada urutan sebelumnya akan mendapatkan hasil yang mendekati bilangan Phi (Φ)
 - f.
 - Setiap bilangan Fibonacci suku ke-3 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 2
 - Setiap bilangan Fibonacci suku ke-4 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 3.
 - Setiap bilangan Fibonacci suku ke-5 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 5.
 - Setiap bilangan Fibonacci suku ke-6 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 8.
 - Setiap bilangan Fibonacci suku ke-7 dan kelipatannya merupakan bilangan kelipatan 13.
3. Penggunaan Excel untuk menunjukkan pembuktian matematika lebih mudah dipahami oleh orang umum dibandingkan dengan menunjukkan pembuktian secara analitis yang hanya dapat dipahami oleh ahli matematika.
 4. Penggunaan Excel untuk perhitungan yang melibatkan bilangan-bilangan yang besar harus dilakukan secara hati-hati karena ada keterbatasan Excel dalam menangani bilangan lebih dari 15 digit.

Daftar Pustaka

- Sajad Ahmad Rather. 2018. Even Odd and Difference Property(s) of Fibonacci Numbers. *International Journal of Development Research*, 8,(06), 20756-20761.
- Rizal, Saiful & Lukito, Agung. 2014. Bilangan Prima Fibonacci. *MATHunesa*, vol. 3, no. 2, 2014.
- Extendoffice. 2020. How to check if the number is prime number in Excel?. Diakses dari <https://www.extendoffice.com/documents/excel/3681-excel-check-if-prime-number.html> pada tanggal 19 Maret 2020
- Arini Soesatyo Putri. 2018. Bilangan Fibonacci dan Identitas Cassini. Diakses dari <https://animath1994.wordpress.com/2018/04/23/pola-bilangan-fibonacci-dan-identitas-cassini/> pada tanggal 12 April 2020
- Microsoft. 2018. Digit terakhir diubah ke angka nol saat Anda mengetik angka panjang dalam sel Excel. Diakses dari <https://support.microsoft.com/id-id/help/269370> pada tanggal 4 Mei 2020.

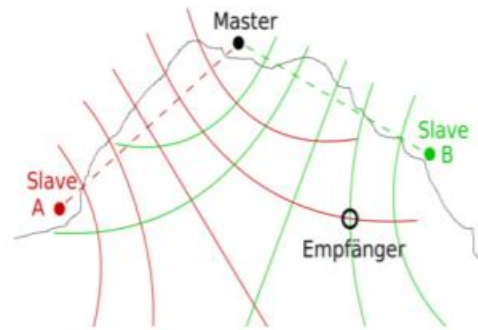
*) Fadjar Noer Hidayat, S.Si, M.Ed.
Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta

ORIGAMI IRISAN KERUCUT

*) Titik Sutanti

Pendahuluan

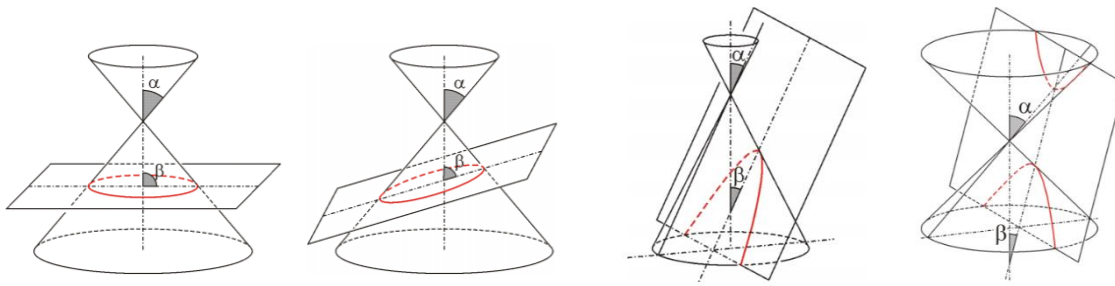
Irisan kerucut berupa lingkaran, elips, parabola, dan hiperbola memiliki banyak aplikasi di dunia nyata. Aplikasi lingkaran sangat banyak kita temui dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pada roda, holahop, cincin, dan sebagainya. Irisan kerucut yang lain pun memiliki terapannya dalam dunia nyata. Sebut saja penangkap sinyal televisi dari satelit yang berbentuk parabola, karena berbentuk parabola, orang awam menyebutnya sebagai antena parabola. Kompor matahari juga merupakan aplikasi dari parabola yang memanfaatkan sifat pemantulan cahaya yang sejajar sumbu simetri dan melalui titik fokus. Elips dapat kita jumpai pada lintasan orbit planet dengan matahari sebagai salah satu titik fokusnya. Sementara hiperbola dapat kita jumpai pada cerobong pendingin, LORAN (*Long Range Navigation*) atau system navigasi jarak jauh yang menjadi sistem navigasi kapal. Meski banyak terapan dari irisan kerucut dalam kehidupan sehari-hari, materi ini menjadi materi yang tidak muncul pada Kurikulum 2013 versi revisi. Namun demikian, sebagai guru, calon guru, maupun penggemar matematika, mempelajari tentang materi irisan kerucut dapat menambah pengetahuan dan pengalaman.



Gambar 1 Menara Pendingin & LORAN sebagai aplikasi dari hiperbola

Sumber gambar: Rahayu Malini & Idris Harta, Irisan Kerucut

Irisan kerucut terbentuk dari suatu kerucut ganda yang dipotong oleh suatu bidang datar. Berkas potongan tersebut membentuk irisan kerucut. Apabila suatu kerucut dengan sumbu vertikal, sehingga sudut antara sumbu dengan garis pelukis kerucut adalah α dan sudut antara bidang pemotong dengan sumbu kerucut adalah β , maka irisan kerucut yang terbentuk adalah (1) lingkaran, jika $\beta = \frac{\pi}{2}$ dan tidak melalui puncak kerucut; (2) elips, jika $\alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$; (3) parabola, jika $\alpha = \beta$ dan tidak melalui puncak kerucut; (4) hiperbola, jika $0 \leq \beta < \alpha$.



Gambar 2 Irisan kerucut berdasar sudut bidang pemotong terhadap sumbu dan garis pelukis kerucut

Sumber gambar: Untung Trisna Suwaji & Himawati, Geometri dan Irisan Kerucut

Irisan kerucut dapat didefinisikan sebagai berikut. (1) Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama dengan suatu titik tertentu. Titik tertentu tersebut disebut titik pusat dan jarak tersebut dinamakan jari-jari lingkaran; (2) Elips adalah tempat kedudukan titik-titik yang jumlah jaraknya ke dua titik tertentu adalah tetap. Dua titik tertentu tersebut disebut fokus elips; (3) Parabola adalah tempat kedudukan titik-titik yang jaraknya terhadap suatu titik tertentu dan suatu garis tertentu adalah sama. Titik tertentu tersebut dinamakan titik fokus dan garis tertentu tersebut dinamakan garis direktriks; (4) Hiperbola adalah tempat kedudukan titik-titik yang selisih jaraknya terhadap dua titik tertentu adalah tetap. Dua titik tertentu tersebut dinamakan titik fokus. Berdasarkan definisi tersebut, akan dibahas dalam tulisan ini bagaimana seni melipat kertas (origami) dapat mengonstruksi irisan-irisan kerucut tersebut. Hal ini dapat menjadi alternatif pembelajaran agar siswa memiliki pengalaman bermakna tentang irisan kerucut melalui aktivitas melipat kertas.

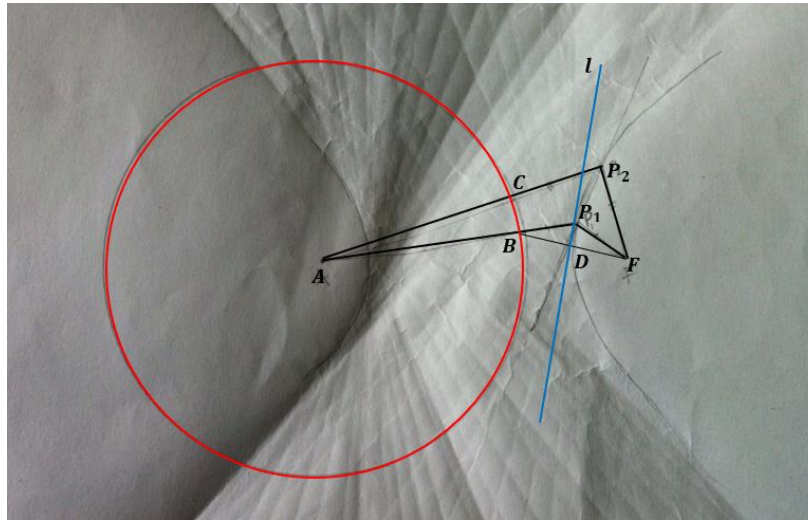
Origami Irisan Kerucut

Irisan kerucut berupa lingkaran dapat dilukis dengan mudah. Melukis lingkaran dapat dilakukan dengan menggunakan alat berupa jangka. Namun untuk melukis irisan kerucut yang lain diperlukan langkah-langkah tertentu tidak semudah melukis lingkaran. Salah satu cara melukis adalah dengan origami. Oleh karena itu, pada tulisan ini akan dibahas origami irisan kerucut khususnya berupa elips, parabola, dan hiperbola.

1. Elips

Langkah-langkah origami untuk membentuk elips adalah:

- Lukis suatu lingkaran, misalkan titik pusatnya di A.
- Buatlah suatu titik lain di dalam lingkaran, misalkan titik F. Titik A dan titik F nantinya akan menjadi titik fokus elips.
- Lipatlah lingkaran sedemikian sehingga titik-titik pada lingkaran berimpit dengan titik F. Untuk memudahkan, beri titik-titik berkeliling lingkaran, kemudian lipat titik-titik pada lingkaran tersebut ke titik F. Setiap kali melipat, pastikan bekas lipatannya tampak jelas.
- Kurva yang terbentuk sebagai perpotongan garis-garis lipatan membentuk elips.



Pembuktian bahwa kurva yang terbentuk adalah hiperbola dapat ditunjukkan sebagai berikut:

- Ambil sebarang titik pada lingkaran, misalkan B , dilipat ke titik fokus F sehingga terbentuk lipatan berupa garis l yang merupakan sumbu simetri dari garis BF .
- Perhatikan $\triangle BP_1F$ dan $\triangle FP_1D$

$$BD = DF \quad (\text{sifat simetri lipat})$$

$$PD = PD \quad (\text{sudah jelas})$$

$$\angle BDP_1 = \angle FDP_1 = 90^\circ \quad (\text{sifat simetri lipat})$$

Jadi, $\triangle BP_1D \cong \triangle FP_1D$ (sisi, sudut, sisi). Dengan demikian $BP_1 = P_1F$.

- Dengan cara yang sama, akan kita temukan bahwa $CP_2 = P_2F$
- Perhatikan bahwa

$$AP_1 - P_1F = AP_1 - P_1B = AB = r$$

$$AP_2 - P_2F = AP_2 - P_2C = AC = r$$

$$\text{Sehingga } AP_1 - P_1F = AP_2 - P_2F = r$$

Kondisi ini sesuai dengan definisi hiperbola yaitu suatu kurva di mana setiap titik pada kurva memiliki sifat selisih jarak titik tersebut ke dua titik tertentu bernilai tetap. Titik tertentu tersebut disebut fokus.

3. Parabola

Kurva parabola juga dapat dibentuk dengan origami. Langkah membentuk suatu kurva parabola dengan melipat kertas adalah sebagai berikut:

- Pada suatu kertas persegi panjang, berilah tanda titik yang akan dijadikan fokus dari parabola yang akan dibuat.
- Selanjutnya, pilihlah sebuah garis direktriks untuk parabola yang akan dibuat. Agar lebih mudah, pilih tepi kertas sebagai garis direktriks.
- Ambillah beberapa titik pada garis direktriks dengan memberi tanda titik di tepi kertas, semakin banyak titik akan semakin terlihat parabolanya.

- Lipat titik-titik pada garis direktri/tepi kertas ke titik fokus yang telah ditandai sebelumnya.
- Bentuk garis lipatannya.
- Setelah selesai melipat, perhatikan kurva yang terbentuk dari hasil perpotongan garis-garis bekas lipatan.



Bukti:

Setelah melipat perwakilan titik-titik pada garis direktri, akan terlihat bahwa titik B terletak pada kurva. Titik B adalah sebarang titik pada kurva.

Perhatikan $\triangle FAB$ & $\triangle PAB$

$$FA = PA \quad (\text{sifat simetri lipat})$$

$$\angle FAB = \angle PAB = 90^\circ \quad (\text{sifat simetri lipat})$$

$$AB = AB \quad (\text{jelas})$$

Dengan demikian $\triangle FAB \cong \triangle PAB$, sehingga $FB = PB$

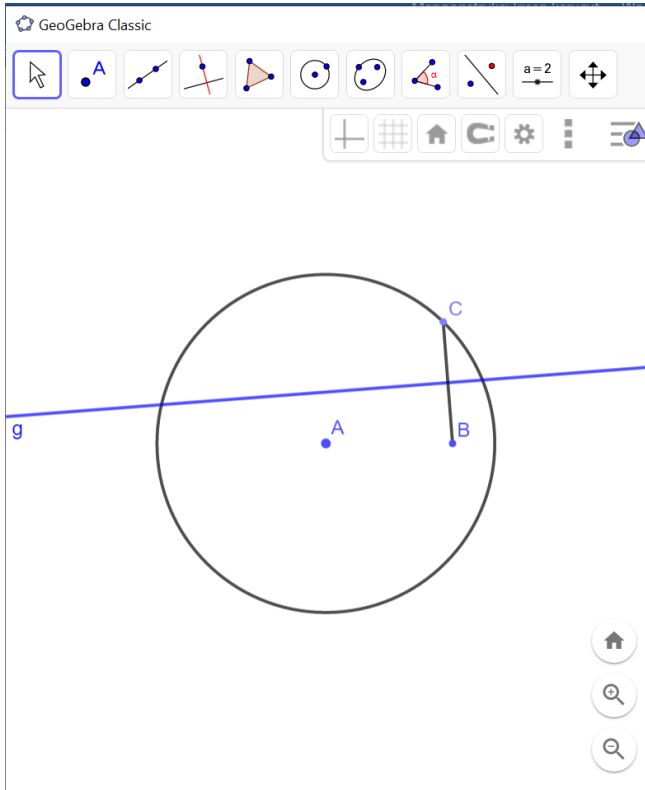
Hal ini sesuai dengan definisi parabola yaitu suatu kurva di mana setiap titik pada kurva jaraknya terhadap suatu titik dan suatu garis selalu sama. Titik tersebut dinamakan fokus dan garis tersebut dinamakan direktri.

Geogebra Irisan Kerucut

Selain dengan origami, irisan kerucut dapat dibentuk dengan berbagai cara antara lain dengan geogebra. Hal yang dilakukan dalam geogebra adalah membuat garis lipatan yang terbentuk saat melipat kertas. Garis lipatan tersebut merupakan garis bagi tegak lurus (*perpendicular bisector*) dari ruas garis yang menghubungkan dua titik yang dipertemukan melalui lipat kertas.

1. Elips

GeoGebra Classic



1. Gambar suatu lingkaran, misal lingkaran A. Pilihlah lingkaran dengan jari-jari tertentu supaya lingkaran yang terbentuk besarnya tetap.

2. Gambar suatu titik di dalam lingkaran, misal B. Titik ini akan menjadi salah satu titik fokus dari elips yang akan kita konstruksi. Satu fokus lainnya adalah pusat lingkaran.

3. Gambar suatu titik pada lingkaran menggunakan point on object.

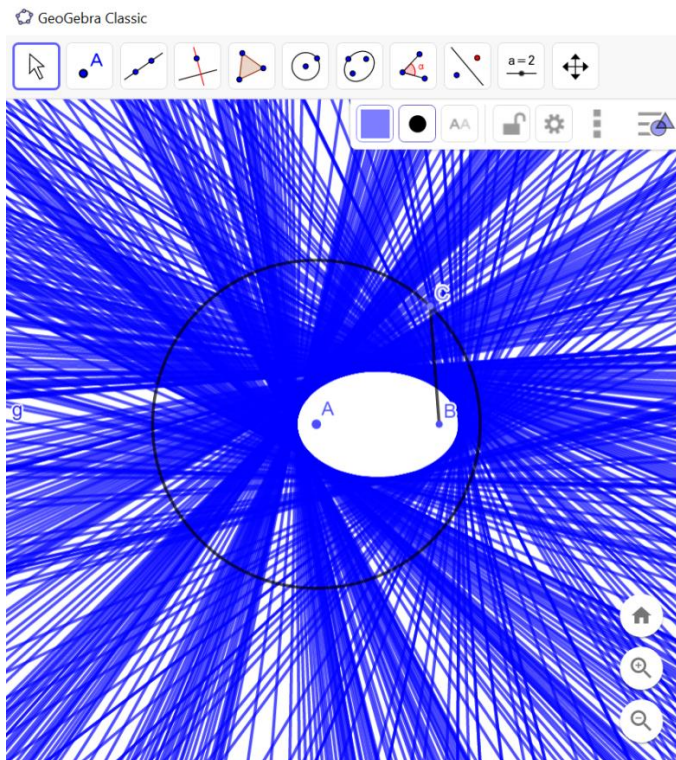
4. Hubungkan titik B dengan C menggunakan ruas garis (segment)

5. Gambarkan perpendicular bisector dari ruas garis BC. Ini merupakan bekas lipatan pada kertas origami.

6. Putar titik C mengelilingi lingkaran. Aktifkan menu "trace" untuk membuat jejak setiap 'lipatan' tampak.

7. Perhatikan kurva yang terbentuk.

GeoGebra Classic



1. Gambar suatu lingkaran, misal lingkaran A. Pilihlah lingkaran dengan jari-jari tertentu supaya lingkaran yang terbentuk besarnya tetap.

2. Gambar suatu titik di dalam lingkaran, misal B. Titik ini akan menjadi salah satu titik fokus dari elips yang akan kita konstruksi. Satu fokus lainnya adalah pusat lingkaran.

3. Gambar suatu titik pada lingkaran menggunakan point on object.

4. Hubungkan titik B dengan C menggunakan ruas garis (segment)

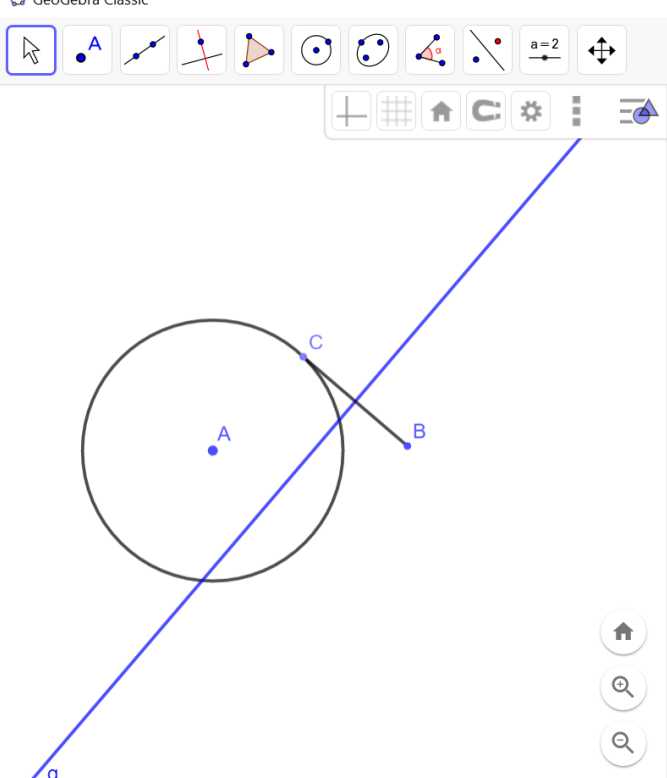
5. Gambarkan perpendicular bisector dari ruas garis BC. Ini merupakan bekas lipatan pada kertas origami.

6. Putar titik C mengelilingi lingkaran. Aktifkan menu "trace" untuk membuat jejak setiap 'lipatan' tampak.

7. Perhatikan kurva yang terbentuk.

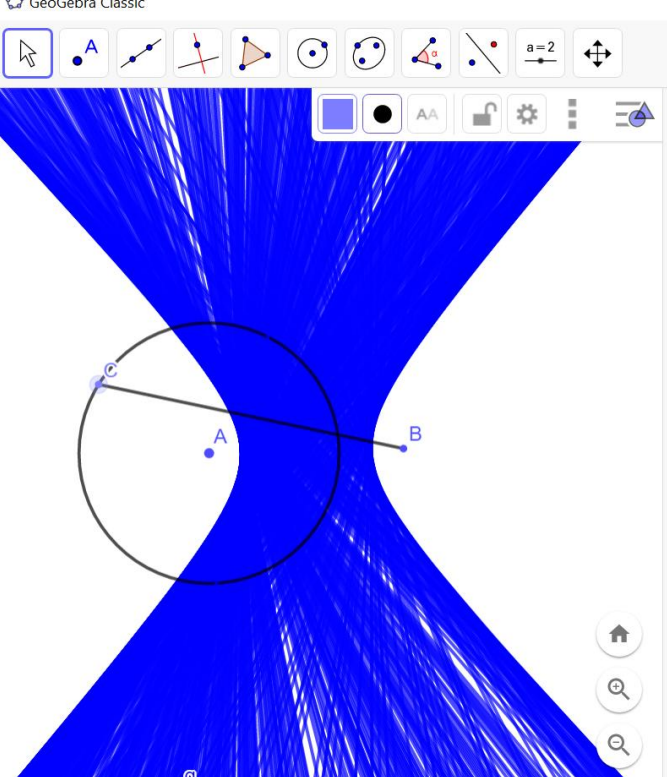
2. Hiperbola

GeoGebra Classic



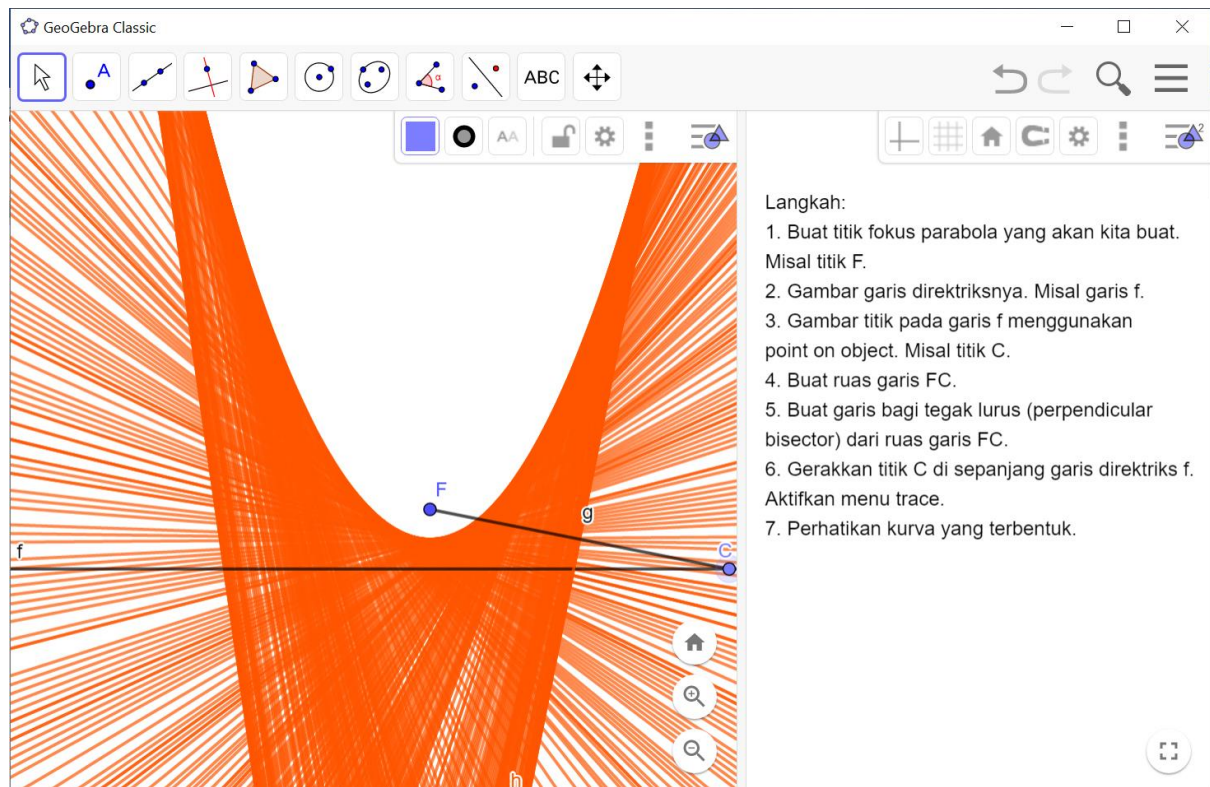
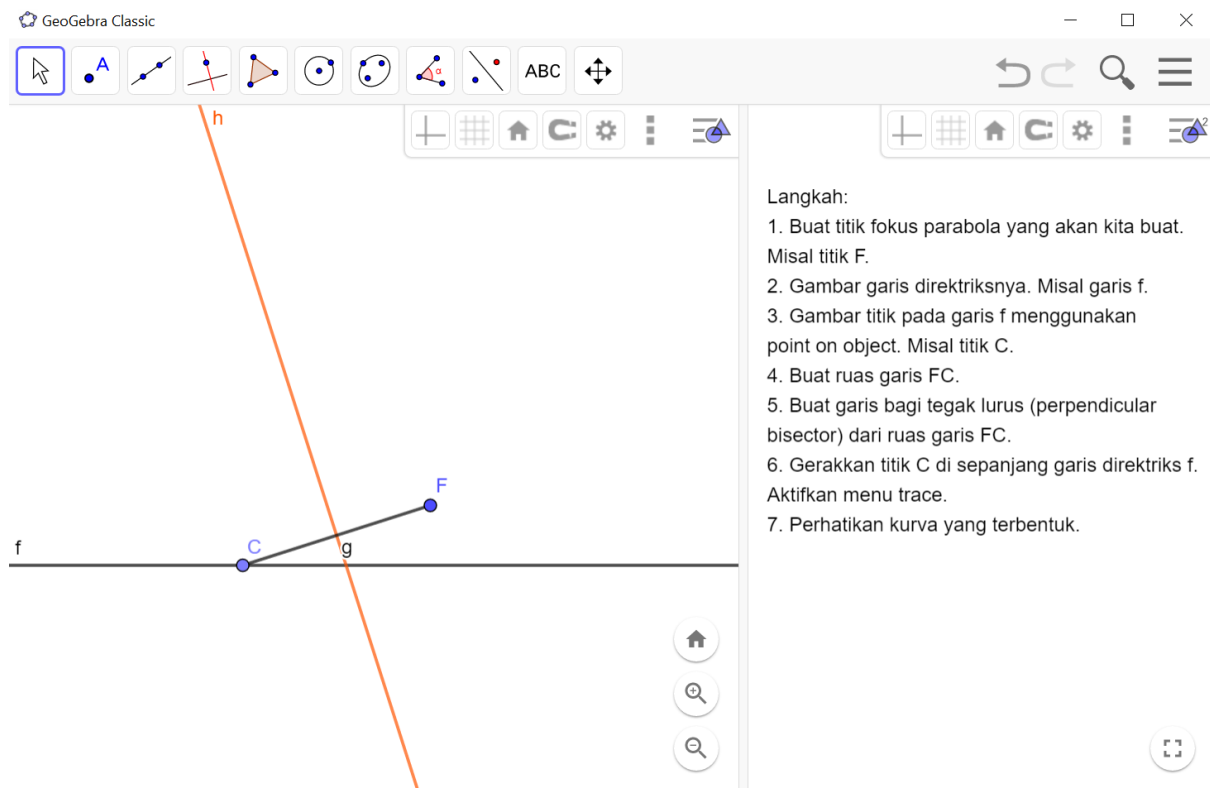
1. Gambar suatu lingkaran, misal lingkaran A. Pilihlah lingkaran dengan jari-jari tertentu supaya lingkaran yang terbentuk besarnya tetap.
2. Gambar suatu titik di LUAR lingkaran, misal B. Titik ini akan menjadi salah satu titik fokus dari hiperbola yang akan kita konstruksi. Satu fokus lainnya adalah pusat lingkaran.
3. Gambar suatu titik pada lingkaran menggunakan point on object.
4. Hubungkan titik B dengan C menggunakan ruas garis (segment)
5. Gambarkan perpendicular bisector dari ruas garis BC. Ini merupakan bekas lipatan pada kertas origami.
6. Putar titik C mengelilingi lingkaran. Aktifkan menu "trace" untuk membuat jejak setiap 'lipatan' tampak.
7. Perhatikan kurva yang terbentuk.

GeoGebra Classic



1. Gambar suatu lingkaran, misal lingkaran A. Pilihlah lingkaran dengan jari-jari tertentu supaya lingkaran yang terbentuk besarnya tetap.
2. Gambar suatu titik di LUAR lingkaran, misal B. Titik ini akan menjadi salah satu titik fokus dari hiperbola yang akan kita konstruksi. Satu fokus lainnya adalah pusat lingkaran.
3. Gambar suatu titik pada lingkaran menggunakan point on object.
4. Hubungkan titik B dengan C menggunakan ruas garis (segment)
5. Gambarkan perpendicular bisector dari ruas garis BC. Ini merupakan bekas lipatan pada kertas origami.
6. Putar titik C mengelilingi lingkaran. Aktifkan menu "trace" untuk membuat jejak setiap 'lipatan' tampak.
7. Perhatikan kurva yang terbentuk.

3. Parabola



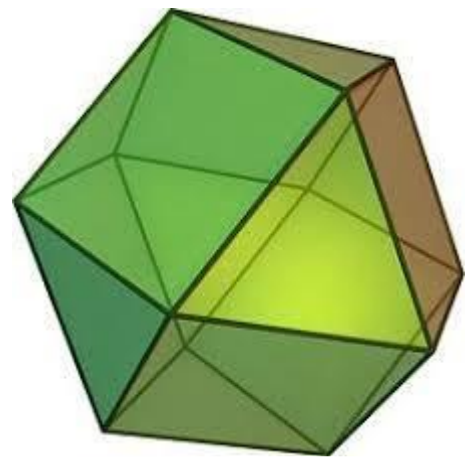
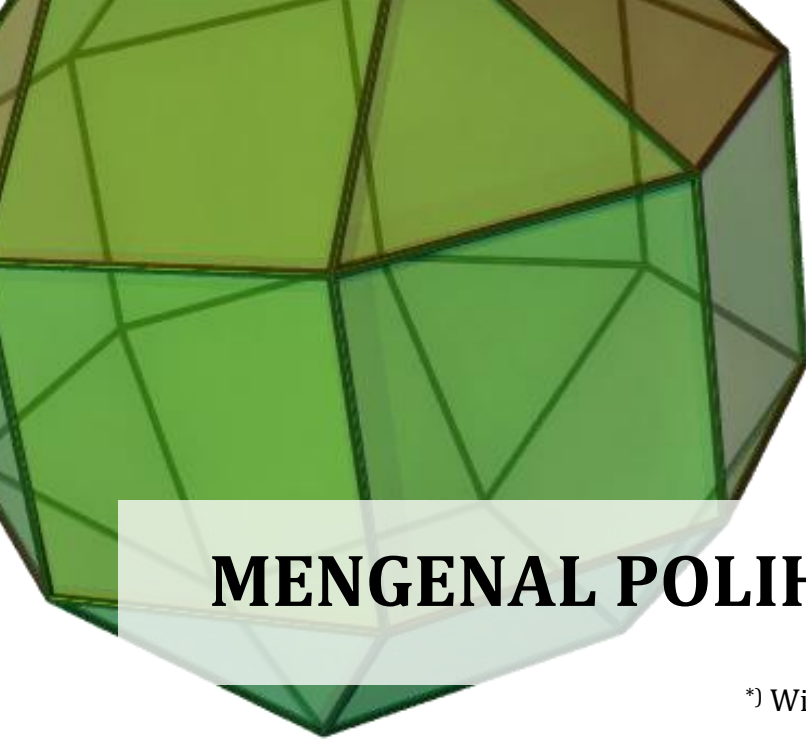
Penutup

Aktivitas melipat kertas untuk mengonstruksi irisan kerucut dapat menjadi pengalaman belajar bagi siswa. Siswa tidak hanya menghafal tetapi juga memahami definisi masing-masing irisan kerucut dengan menerapkannya pada aktivitas melipat kertas maupun dalam pembuktiannya. Aktivitas melipat kertas juga dapat menjadi alternatif media yang bias guru gunakan di mana media kertas sangat mudah didapatkan. Adapun media geogebra, dapat menjadi media untuk konfirmasi dari aktivitas melipat kertas yang telah dilakukan, jika dirasa diperlukan.

Daftar Pustaka

- Malini, Rahayu, and Idris Harta. n.d. "Irisan Kerucut." Accessed 03 18, 2020.
<http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/article/downloadSuppFile/3736/409>.
- Olson, Alton. T. 1976. *Mathematics Through Paper Folding*. Virginia: The Natioal Council of Teacher of Mathematics Inc.
- Suwaji, Untung Trisna, and Himawati. 2016. *Modul Matematika SMA Kelompok Kompetensi D Profesional: Geometri dan Irisan Kerucut*. Jakarta: Ditjen GTK Kemdikbud.

^{*)} Titik Sutanti, S.Pd.,Si., M.Ed.
Widyaiswara PPPPTK Matematika



MENGENAL POLIHEDRON JOHNSON

*) Wiworo

Bentuk-bentuk polihedron tidak hanya terdapat pada matematika saja, akan tetapi sangat banyak ditemukan di alam sekitar dan dapat dimanfaatkan untuk pengembangan sains dan teknologi. Keunikan bentuk-bentuk polihedron juga dapat digunakan untuk menunjukkan aspek seni dan keindahan matematika. Pada Buletin LIMAS edisi nomor 41, November 2019, dalam artikel berjudul *Mengenal Polihedron Platonik dan Archimedean* telah ditulis tentang dasar-dasar polihedron dan pembahasan tentang Polihedron Platonik dan Archimedean. Pada artikel ini akan dibahas jenis polihedron konveks yang lain, yaitu Polihedron Johnson

POLIHEDRON SISI BERATURAN

Diantara tak berhingga banyaknya polihedron konveks yang ada, terdapat beberapa polihedron yang memiliki semua sisi berupa poligon beraturan (*regular polygon*). Polihedron jenis ini disebut polihedron sisi beraturan (*regular faced polyhedral*). Dua kelompok polihedron sisi beraturan yang paling sederhana adalah prisma n -gon beraturan (*regular n -gonal prisms*) dan antiprisma n -gon beraturan (*regular n -gonal antiprisms*). Prisma n -gon beraturan mempunyai sisi alas dan tutup berupa n -gon beraturan dan semua sisi tegaknya berupa persegi identik. Adapun antiprisma n -gon beraturan mempunyai sisi alas dan tutup berupa n -gon beraturan dan semua sisi tegaknya berupa segitiga samasisi identik. Terdapat tak berhingga banyak bentuk prisma n -gon beraturan dan antiprisma n -gon beraturan.

Dua kelompok berikutnya dari polihedron sisi beraturan adalah Polihedron Platonik dan Polihedron Archimedean. Terdapat lima bentuk Polihedron Platonik, yaitu *tetrahedron*, kubus (*hexahedron*), *octahedron*, *dodecahedron*, dan *icosahedron*. Adapun

untuk Polihedron Archimedean terdapat tigabelas bentuk, yaitu *truncated tetrahedron*, *truncated cube*, *truncated octahedron*, *truncated dodecahedron*, *truncated icosahedron*, *cuboctahedron*, *icosidodecahedron*, *small rhombicuboctahedron*, *great rhombicuboctahedron*, *small rhombicosidodecahedron*, *great rhombicosidodecahedron*, *snub cube*, dan *snub dodecahedron*. Pembahasan mengenai dua kelompok polihedron ini terdapat pada artikel *Mengenal Polihedron Platonik dan Archimedean*.

Kelompok terakhir dari polihedron sisi beraturan adalah Polihedron Johnson. Pada tahun 1966, Norman W. Johnson mempublikasikan artikel berjudul *Convex Polyhedra with Regular Faces* pada *Canadian Journal of Mathematics*. Artikel ini membahas tentang adanya 92 bentuk polihedron sisi beraturan yang bukan Platonik dan Archimedean. Polihedron jenis ini dinamakan sebagai Polihedron Johnson. Beberapa referensi menamakannya sebagai Polihedron Johnson-Zalgaller. Selanjutnya pada tahun 1969 Victor A. Zalgaller membuktikan bahwa Polihedron Johnson tepat terdiri dari 92 bentuk.

POLIHEDRON JOHNSON

Polihedron Johnson mempunyai sifat sebagai berikut:

1. Sisi-sisi Polihedron Johnson hanya berupa segitiga samasisi, persegi, *pentagon* beraturan, *hexagon* beraturan, *octagon* beraturan, atau *decagon* beraturan.
2. Pada sebuah bentuk Polihedron Johnson, sisi-sisinya maksimal hanya terdiri dari satu jenis diantara *hexagon* beraturan, *octagon* beraturan, atau *decagon* beraturan.
3. Jika sebuah bentuk Polihedron Johnson mempunyai sebuah sisi berbentuk $2n$ -gon beraturan (dengan $n = 3, 4, 5$), maka polihedron tersebut juga mempunyai sebuah sisi berbentuk n -gon beraturan.

Mayoritas Polihedron Johnson diperoleh dari bentuk Polihedron Platonik dan Archimedean dengan cara menambah atau menghilangkan suatu bagian. Johnson mengembangkan tata nama (nomenklatur) untuk hal tersebut. Suatu bangun ruang dikatakan dalam bentuk dasar (elementer) jika bangun tersebut tidak dapat dibelah atau dibedah oleh bidang yang memuat beberapa rusuk dari bangun dasar tersebut menjadi bangun yang lebih sederhana

Berikut ini istilah-istilah yang terkait dengan tata nama (nomenklatur) Polihedron Johnson:

1. **Prisma:**
Bangun dengan sisi alas dan tutup berupa n -gon beraturan dan semua sisi tegaknya berupa persegi identik
2. **Antiprisma:**
Bangun dengan sisi alas dan tutup berupa n -gon beraturan dan semua sisi tegaknya berupa segitiga samasisi identik
3. **Pyramid:**
Bangun dengan alas berbentuk 3, 4, atau 5-gon dan sisi tegak berupa n segitiga samasisi identik yang bertemu pada satu titik (verteks).
4. **Cupola:**
Bangun dengan alas berbentuk $2n$ -gon, tutup berbentuk n -gon, dan sisi tegak berselang seling antara persegi dan segitiga samasisi.
5. **Rotunda:**
Bagian potongan dari icosidodecahedron yang terdiri dari segitiga-segitiga samasisi identik dan pentagon-pentagon identik.

6. **Lune:**
Bentuk tiga sisi terdiri dari sebuah persegi dan segitiga-segitiga yang berhadapan.
7. **Corona:**
Suatu n -gon dengan segitiga-segitiga pada rusuk-rusuk yang berselang seling.
8. **Augmented:**
Suatu cupola atau pyramid yang ditambahkan pada sisi dari suatu bangun bentuk dasar.
9. **Elongated:**
Bangun yang diperpanjang dengan menambahkan satu prisma pada salah satu alasnya.
10. **Gyroelongated:**
Bangun yang diperpanjang dengan menambahkan satu antiprisma pada salah satu alasnya.
11. **Gyrate:**
Bagian (biasanya *cupola*) yang diputar relatif terhadap orientasi normalnya.
12. **Diminished:**
Bagian (biasanya *cupola*) yang dipotong atau dibuang dari bangun ruang.
13. **Para-:**
Operasi penambahan atau perubahan yang dilakukan pada dua sisi atau bagian, pada sisi-sisi yang berhadapan pada bangun ruang.
14. **Meta-:**
Operasi penambahan atau perubahan yang dilakukan pada dua sisi atau bagian, tidak pada sisi-sisi yang berhadapan pada bangun ruang.
15. **Bi-:**
Operasi penambahan atau perubahan yang dilakukan pada dua bagian.
16. **Tri-:**
Operasi penambahan atau perubahan yang dilakukan pada tiga bagian.

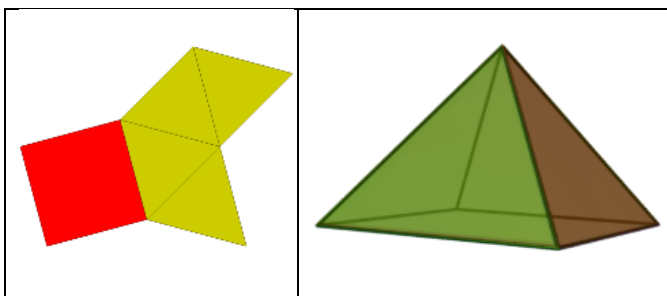
KARAKTERISTIK POLIHEDRON JOHNSON

Berikut ini disajikan secara lengkap karakteristik dari 92 bentuk Polihedron Johnson (J1 – J92). Karakteristik ini terdiri dari banyaknya verteks, rusuk, dan sisi untuk masing-masing bentuk polihedron beserta bentuk dan banyak poligon pembentuk sisi-sisinya. Tanpa perlu dituliskan lagi, disepakati bahwa semua poligon pembentuk sisi-sisinya adalah beraturan (*regular*). Semua gambar jaring-jaring dan bentuk bangun Polihedron Johnson

berikut ini diambil dari laman https://en.m.wikipedia.org/wiki/List_of_Johns_on_solids.

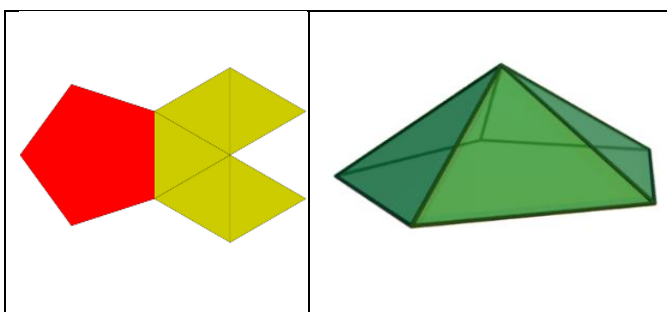
J1 – Square Pyramid

Square pyramid mempunyai 5 verteks, 8 rusuk, dan 5 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *square pyramid* adalah sebagai berikut.



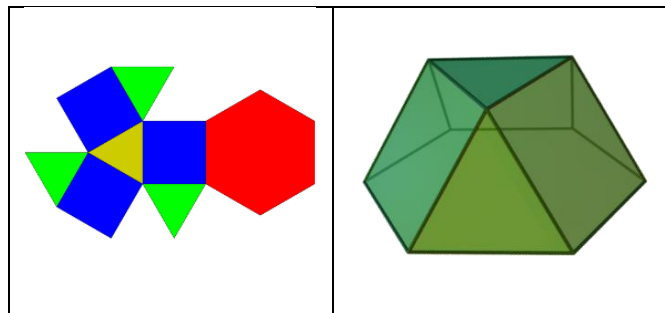
J2 – Pentagonal Pyramid

Pentagonal pyramid mempunyai 6 verteks, 10 rusuk, dan 6 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal pyramid* adalah sebagai berikut.



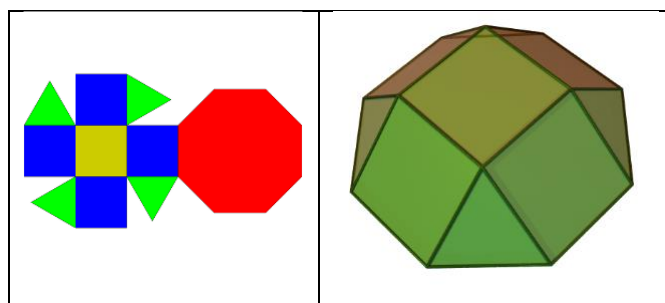
J3 – Triangular Cupola

Triangular cupola mempunyai 9 verteks, 15 rusuk, dan 8 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 3 persegi, dan 1 hexagon. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triangular cupola* adalah sebagai berikut.



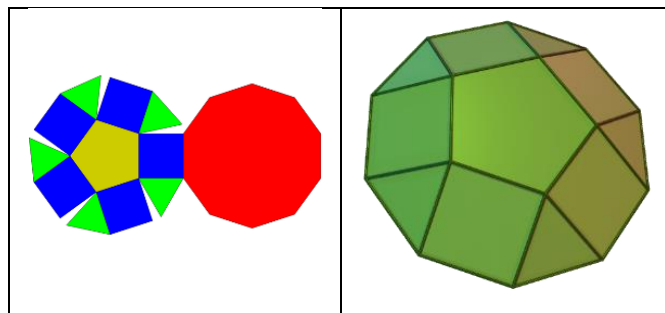
J4 – Square Cupola

Square cupola mempunyai 12 verteks, 20 rusuk, dan 10 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 5 persegi, dan 1 octagon. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *square cupola* adalah sebagai berikut.



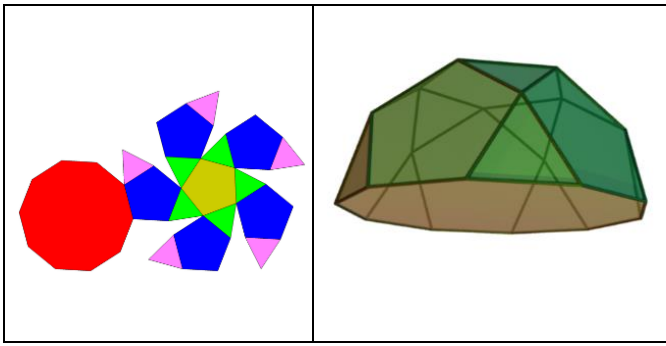
J5 – Pentagonal Cupola

Pentagonal cupola mempunyai 15 verteks, 25 rusuk, dan 12 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga, 5 persegi, 1 pentagon, dan 1 decagon. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal cupola* adalah sebagai berikut.



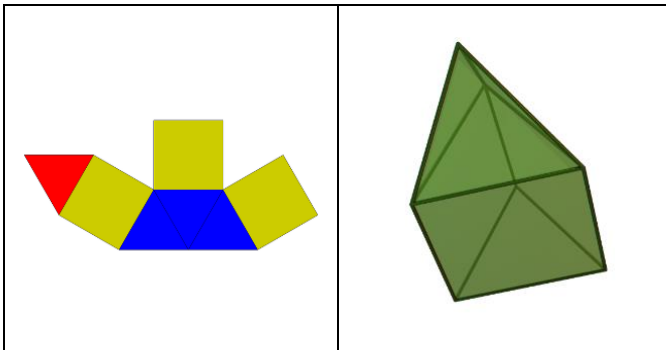
J6 – Pentagonal Rotunda

Pentagonal rotunda mempunyai 20 verteks, 35 rusuk, dan 17 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 6 pentagon, dan 1 decagon. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal rotunda* adalah sebagai berikut.



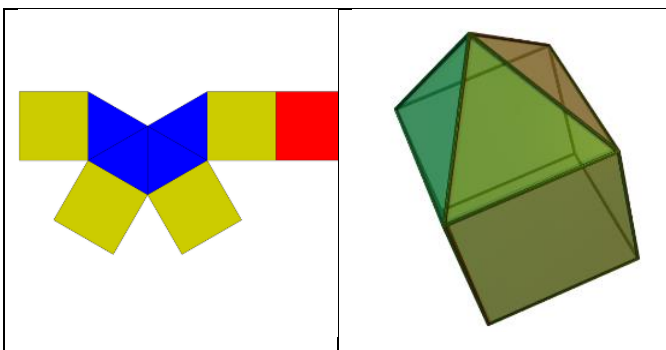
J7 – Elongated Triangular Pyramid

Elongated triangular pyramid mempunyai 7 verteks, 12 rusuk, dan 7 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga dan 3 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated triangular pyramid* adalah sebagai berikut.



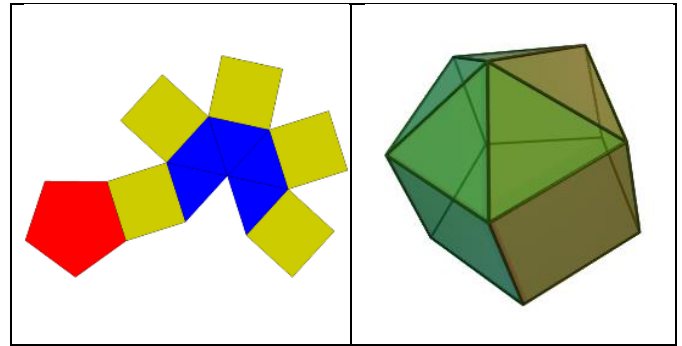
J8 – Elongated Square Pyramid

Elongated square pyramid mempunyai 9 verteks, 16 rusuk, dan 9 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga dan 5 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated square pyramid* adalah sebagai berikut.



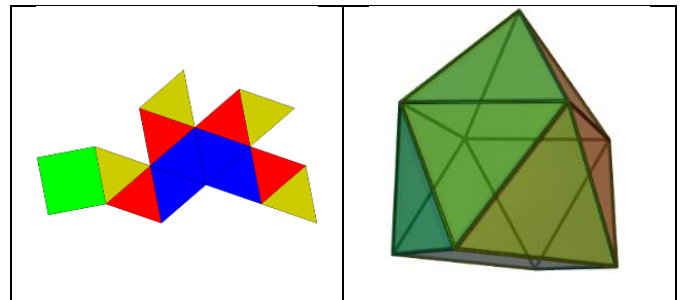
J9 – Elongated Pentagonal Pyramid

Elongated pentagonal pyramid mempunyai 11 verteks, 20 rusuk, dan 11 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga, 5 persegi, dan 1 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal pyramid* adalah sebagai berikut.



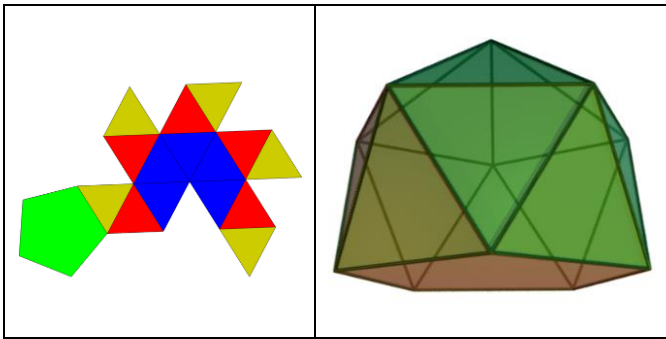
J10 – Gyroelongated Square Pyramid

Gyroelongated square pyramid mempunyai 9 verteks, 20 rusuk, dan 13 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 12 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated square pyramid* adalah sebagai berikut.



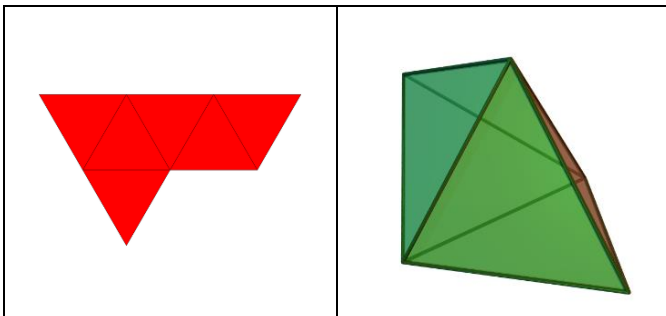
J11 – Gyroelongated Pentagonal Pyramid

Gyroelongated pentagonal pyramid mempunyai 11 verteks, 25 rusuk, dan 16 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal pyramid* adalah sebagai berikut.



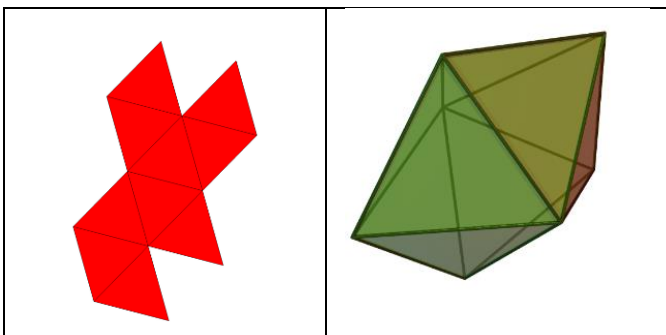
J12 – Triangular Bipyramid

Triangular bipyramid mempunyai 5 verteks, 9 rusuk, dan 6 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 6 segitiga. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triangular bipyramid* adalah sebagai berikut.



J13 – Pentagonal Bipyramid

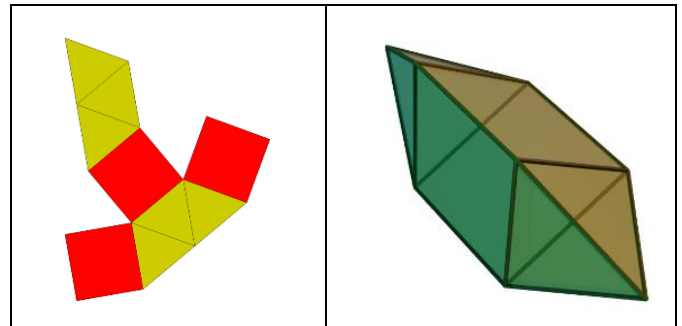
Pentagonal bipyramid mempunyai 7 verteks, 15 rusuk, dan 10 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal bipyramid* adalah sebagai berikut.



J14 – Elongated Triangular Bipyramid

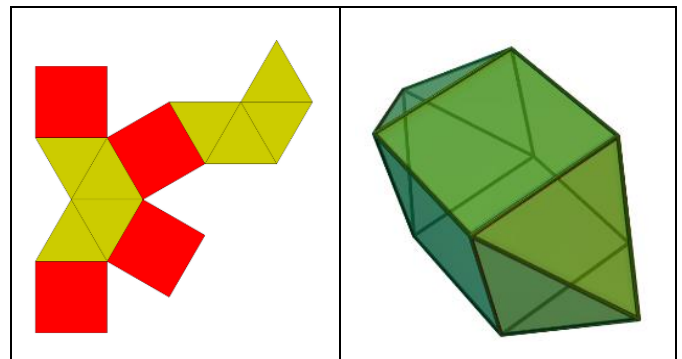
Elongated triangular bipyramid mempunyai 8 verteks, 15 rusuk, dan 9 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 6 segitiga dan 3 persegi. Bentuk

jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated triangular bipyramid* adalah sebagai berikut.



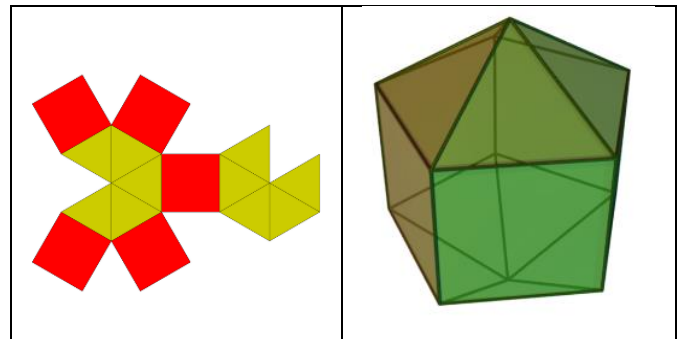
J15 – Elongated Square Bipyramid

Elongated square bipyramid mempunyai 10 verteks, 20 rusuk, dan 12 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 4 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated square bipyramid* adalah sebagai berikut.



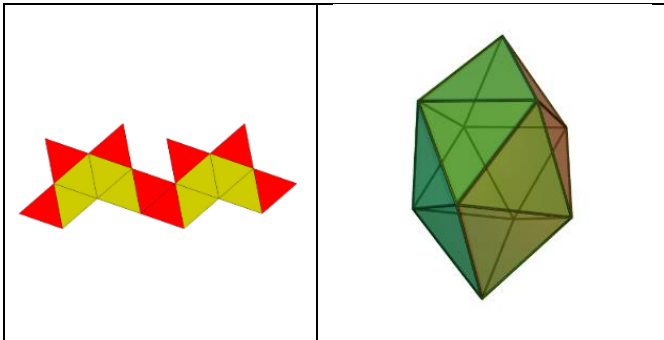
J16 – Elongated Pentagonal Bipyramid

Elongated pentagonal bipyramid mempunyai 12 verteks, 25 rusuk, dan 15 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga dan 5 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal bipyramid* adalah sebagai berikut.



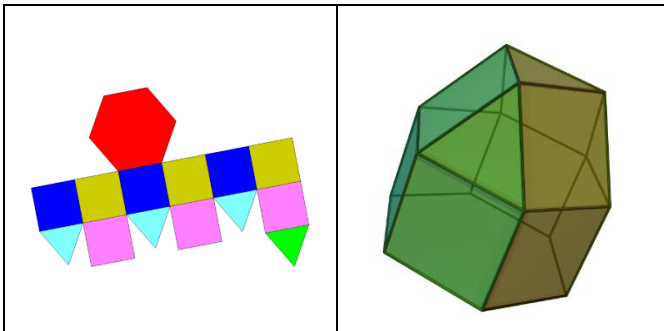
J17 – Gyroelongated Square Bipyramid

Gyroelongated square bipyramid mempunyai 10 verteks, 24 rusuk, dan 16 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 16 segitiga. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated square bipyramid* adalah sebagai berikut.



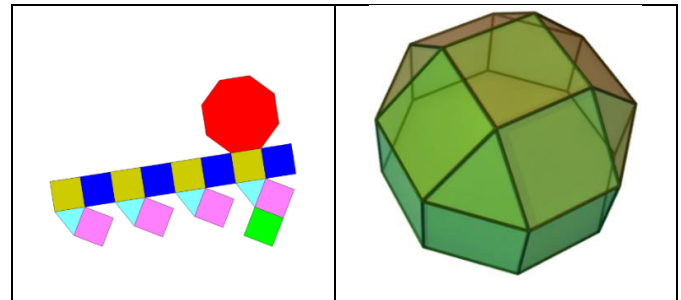
J18 – Elongated Triangular Cupola

Elongated triangular cupola mempunyai 15 verteks, 27 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 9 persegi, dan 1 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated triangular cupola* adalah sebagai berikut.



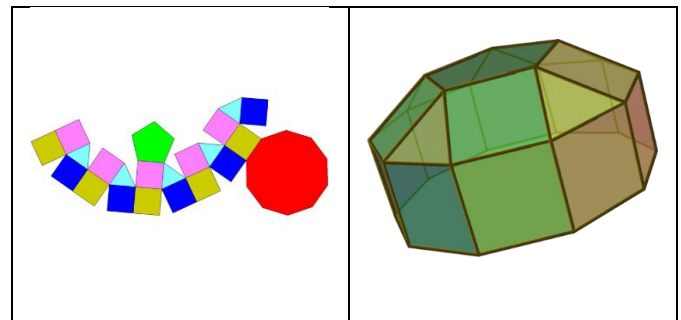
J19 – Elongated Square Cupola

Elongated square cupola mempunyai 20 verteks, 36 rusuk, dan 18 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 13 persegi, dan 1 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated square cupola* adalah sebagai berikut.



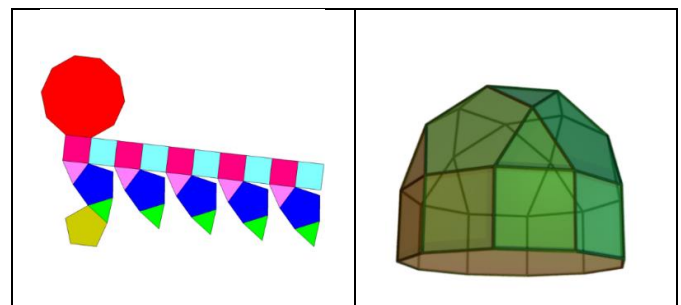
J20 – Elongated Pentagonal Cupola

Elongated pentagonal cupola mempunyai 25 verteks, 45 rusuk, dan 22 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga, 15 persegi, 1 *pentagon*, dan 1 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal cupola* adalah sebagai berikut.



J21 – Elongated Pentagonal Rotunda

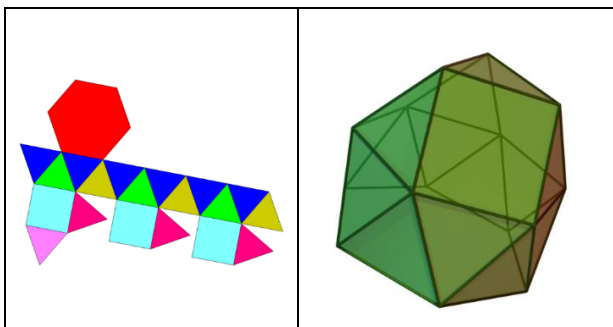
Elongated pentagonal rotunda mempunyai 30 verteks, 55 rusuk, dan 27 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 10 persegi, 6 *pentagon*, dan 1 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal rotunda* adalah sebagai berikut.



J22 – Gyroelongated Triangular Cupola

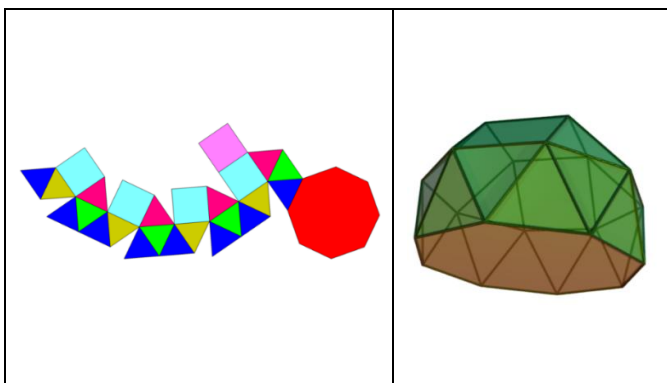
Gyroelongated triangular cupola mempunyai 15 verteks, 33 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 16 segitiga, 3 persegi, dan 1

hexagon. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated triangular cupola* adalah sebagai berikut.



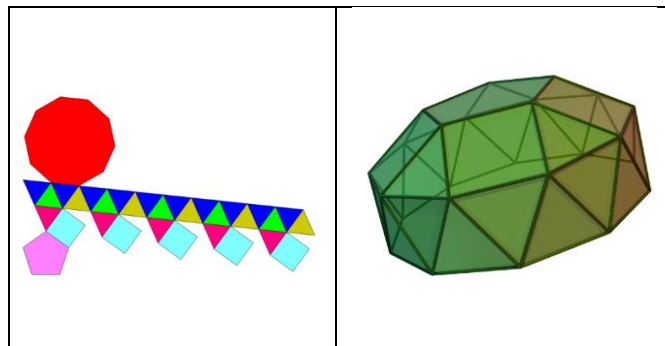
J23 – Gyroelongated Square Cupola

Gyroelongated square cupola mempunyai 20 verteks, 44 rusuk, dan 26 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 5 persegi, dan 1 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated square cupola* adalah sebagai berikut.



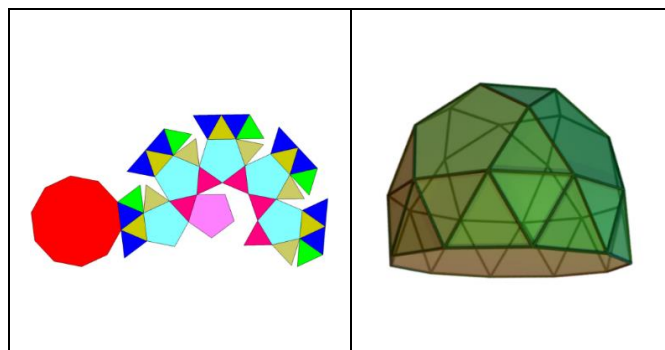
J24 – Gyroelongated Pentagonal Cupola

Gyroelongated pentagonal cupola mempunyai 25 verteks, 55 rusuk, dan 32 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 25 segitiga, 5 persegi, 1 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal cupola* adalah sebagai berikut.



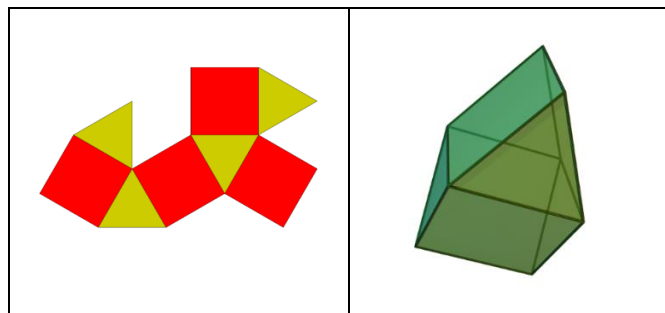
J25 – Gyroelongated Pentagonal Rotunda

Gyroelongated pentagonal rotunda mempunyai 30 verteks, 65 rusuk, dan 37 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 30 segitiga, 6 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal rotunda* adalah sebagai berikut.



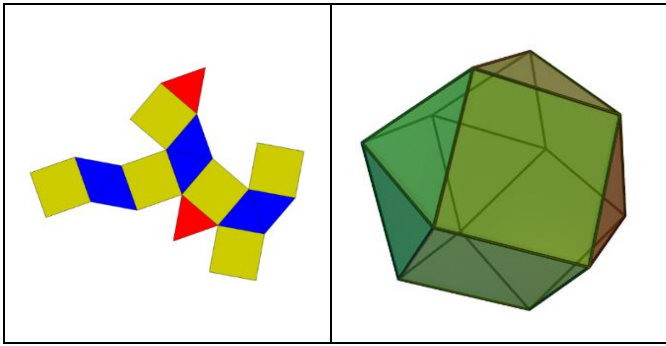
J26 – Gyrobifastigium

Gyrobifastigium mempunyai 8 verteks, 14 rusuk, dan 8 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga dan 4 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyrobifastigium* adalah sebagai berikut.



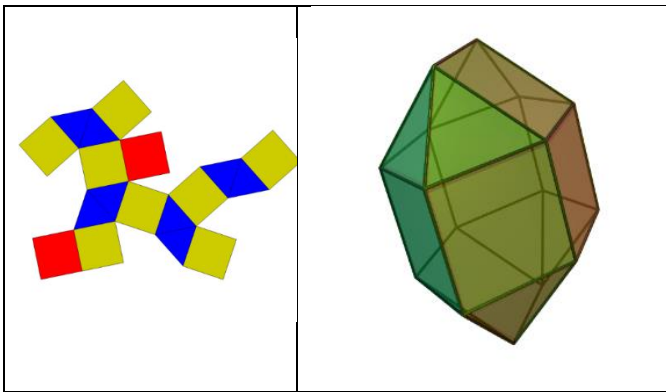
J27 – Triangular Orthobicupola

Triangular orthobicupola mempunyai 12 verteks, 24 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 6 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triangular orthobicupola* adalah sebagai berikut.



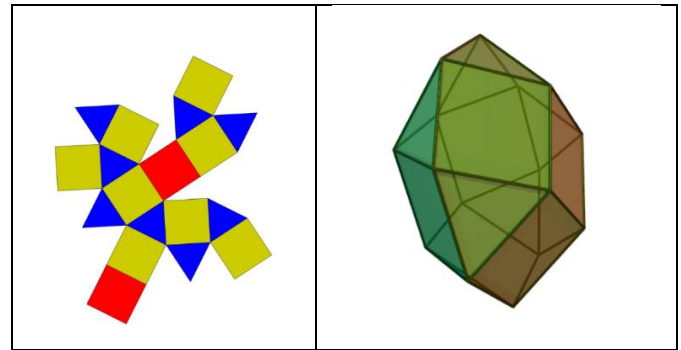
J28 – Square Orthobicupola

Square orthobicupola mempunyai 16 verteks, 32 rusuk, dan 18 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 10 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *square orthobicupola* adalah sebagai berikut.



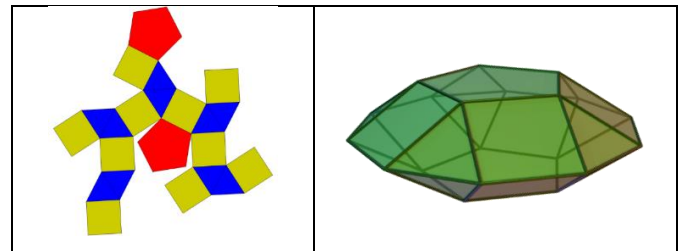
J29 – Square Gyrobicupola

Square gyrobicupola mempunyai 16 verteks, 32 rusuk, dan 18 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 10 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *square gyrobicupola* adalah sebagai berikut.



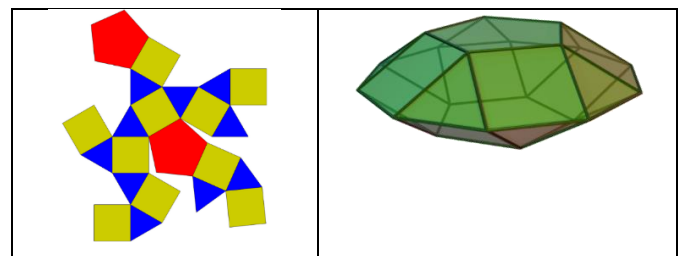
J30 – Pentagonal Orthobicupola

Pentagonal orthobicupola mempunyai 20 verteks, 40 rusuk, dan 22 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 10 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal orthobicupola* adalah sebagai berikut.



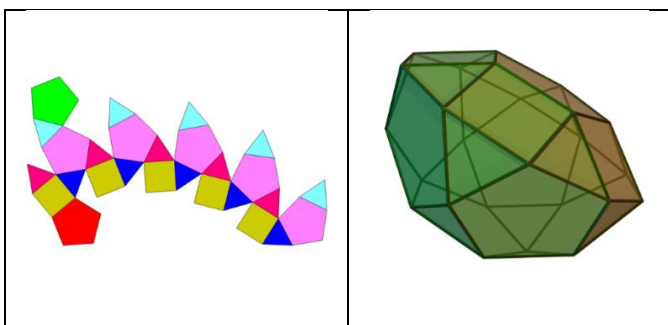
J31 – Pentagonal Gyrobicupola

Pentagonal gyrobicupola mempunyai 20 verteks, 40 rusuk, dan 22 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 10 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal gyrobicupola* adalah sebagai berikut.



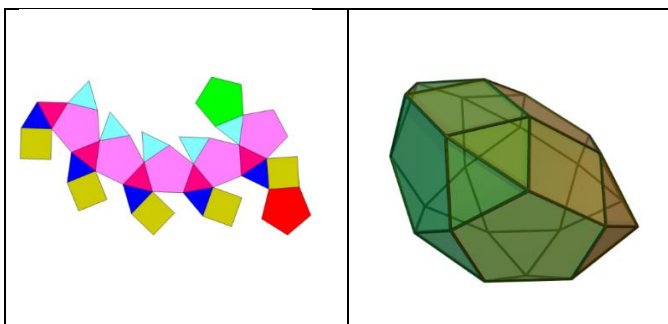
J32 – Pentagonal Orthocupolarotunda

Pentagonal orthocupolarotunda mempunyai 25 verteks, 50 rusuk, dan 27 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 5 persegi, dan 7 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal orthocupolarotunda* adalah sebagai berikut.



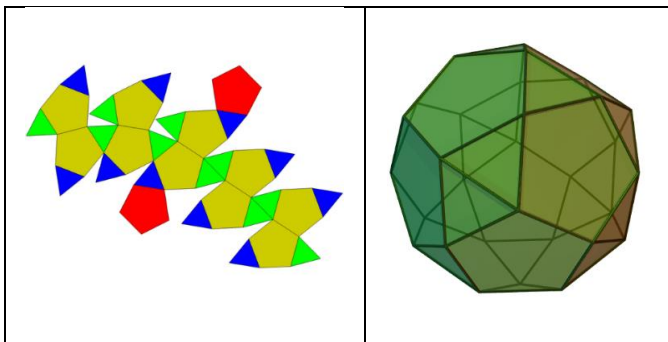
J33 – Pentagonal Gyrocupolarotunda

Pentagonal gyrocupolarotunda mempunyai 25 verteks, 50 rusuk, dan 27 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 5 persegi, dan 7 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal gyrocupolarotunda* adalah sebagai berikut.



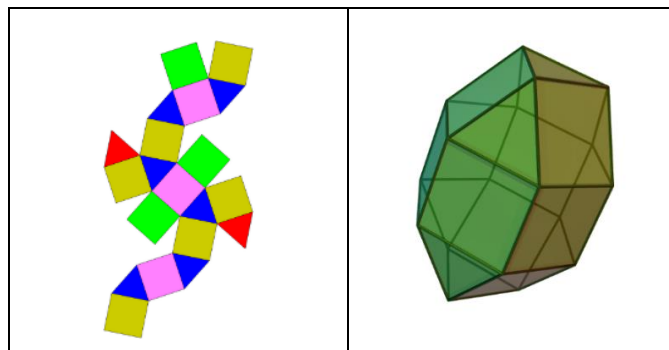
J34 – Pentagonal Orthobirotunda

Pentagonal orthobirotunda mempunyai 30 verteks, 60 rusuk, dan 32 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *pentagonal orthobirotunda* adalah sebagai berikut.



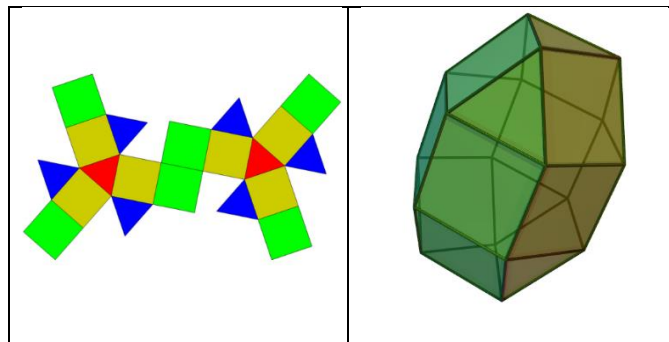
J35 – Elongated Triangular Orthobicupola

Elongated triangular orthobicupola mempunyai 18 verteks, 36 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 12 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated triangular orthobicupola* adalah sebagai berikut.



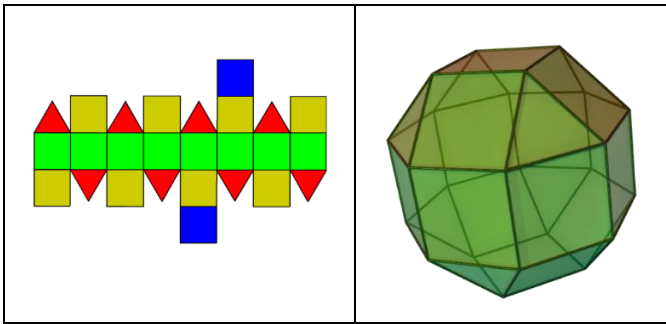
J36 – Elongated Triangular Gyrobicupola

Elongated triangular gyrobicupola mempunyai 18 verteks, 36 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 12 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated triangular gyrobicupola* adalah sebagai berikut.



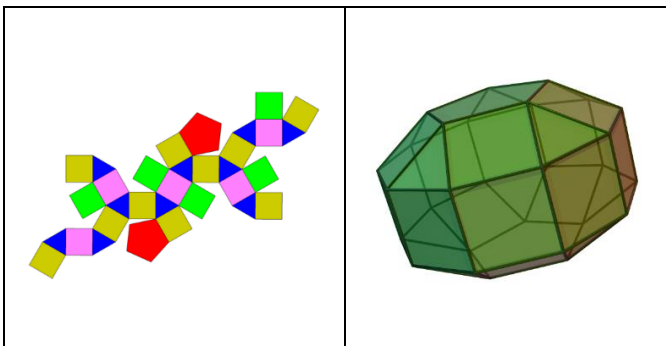
J37 – Elongated Square Gyrobicupola

Elongated square gyrobicupola mempunyai 24 verteks, 48 rusuk, dan 26 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga dan 18 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated square gyrobicupola* adalah sebagai berikut.



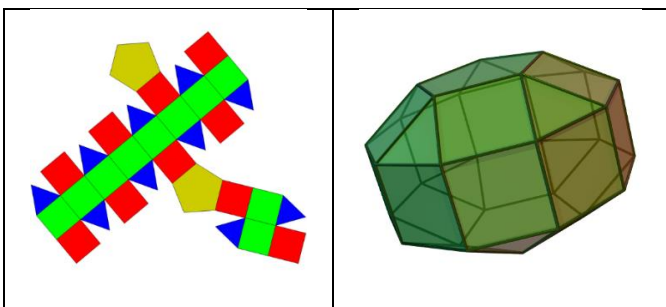
J38 – *Elongated Pentagonal Orthobicupola*

Elongated pentagonal orthobicupola mempunyai 30 verteks, 60 rusuk, dan 32 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 20 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal orthobicupola* adalah sebagai berikut.



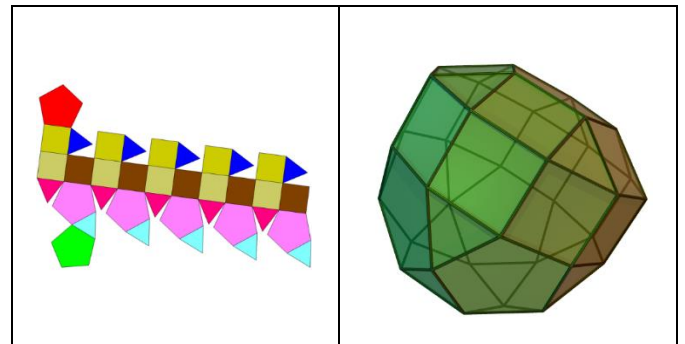
J39 – *Elongated Pentagonal Gyrobicupola*

Elongated pentagonal gyrobicupola mempunyai 30 verteks, 60 rusuk, dan 32 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 20 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal gyrobicupola* adalah sebagai berikut.



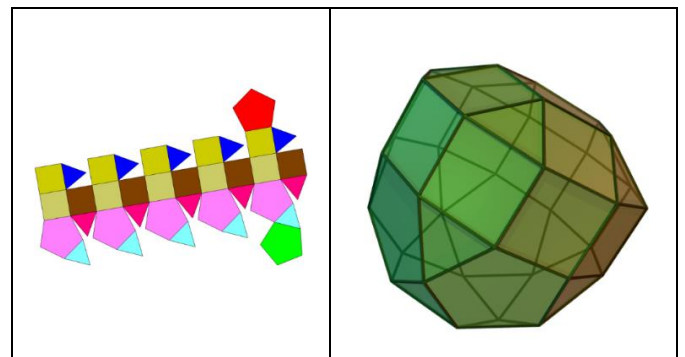
J40 – *Elongated Pentagonal Orthobicupolarotunda*

Elongated pentagonal orthobicupolarotunda mempunyai 35 verteks, 70 rusuk, dan 37 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 15 persegi, dan 7 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal orthobicupolarotunda* adalah sebagai berikut.



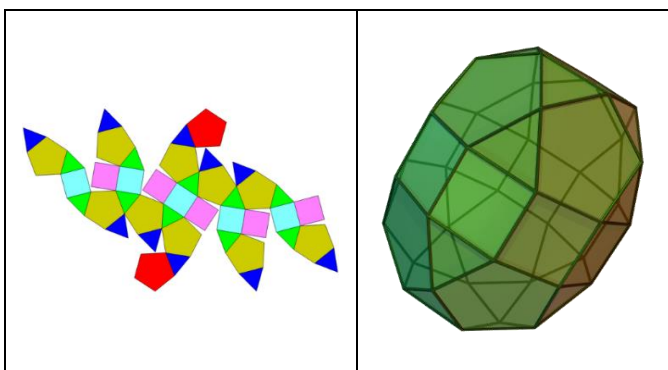
J41 – *Elongated Pentagonal Gyrobicupolarotunda*

Elongated pentagonal gyrobicupolarotunda mempunyai 35 verteks, 70 rusuk, dan 37 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 15 persegi, dan 7 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal gyrobicupolarotunda* adalah sebagai berikut.



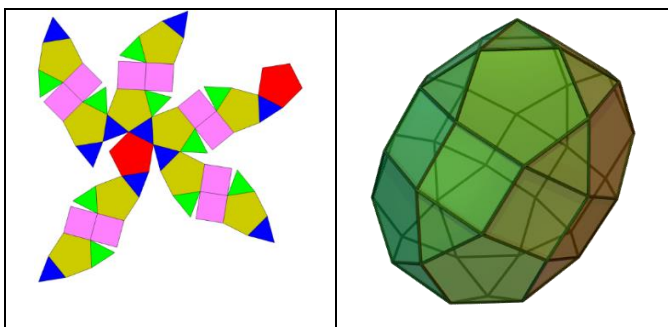
J42 – *Elongated Pentagonal Orthobirotunda*

Elongated pentagonal orthobirotunda mempunyai 40 verteks, 80 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 10 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal orthobirotunda* adalah sebagai berikut.



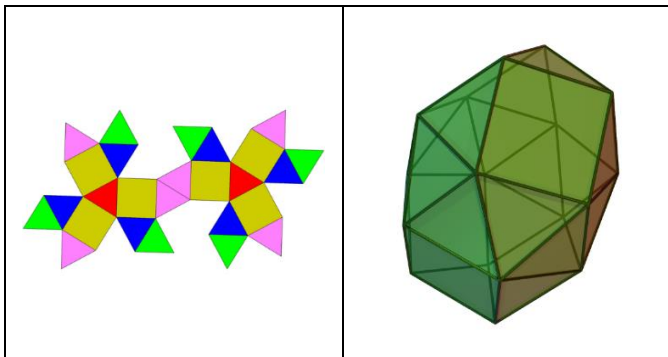
J43 – *Elongated Pentagonal Gyrobirotunda*

Elongated pentagonal gyrobirotunda mempunyai 40 verteks, 80 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 10 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *elongated pentagonal gyrobirotunda* adalah sebagai berikut.



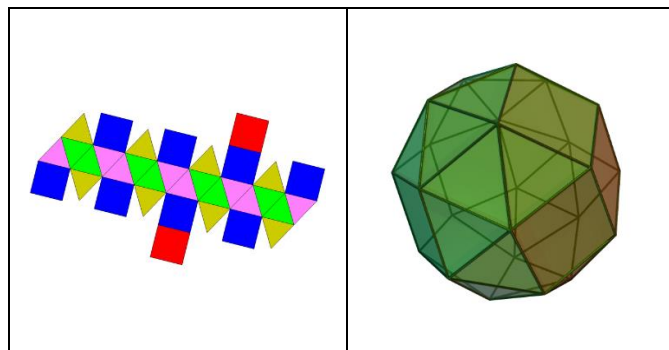
J44 – *Gyroelongated Triangular Bicupola*

Gyroelongated triangular bicupola mempunyai 18 verteks, 42 rusuk, dan 26 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga dan 6 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated triangular bicupola* adalah sebagai berikut.



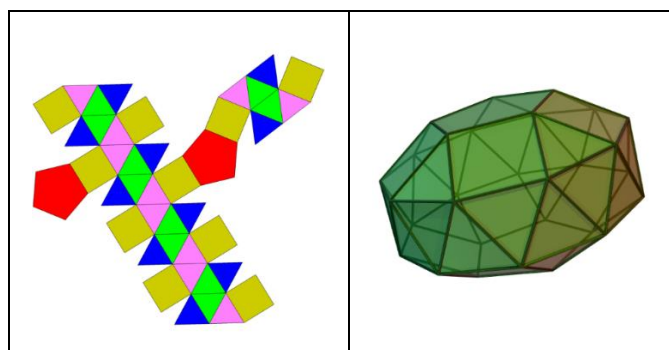
J45 – *Gyroelongated Square Bicupola*

Gyroelongated square bicupola mempunyai 24 verteks, 56 rusuk, dan 34 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 24 segitiga dan 10 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated square bicupola* adalah sebagai berikut.



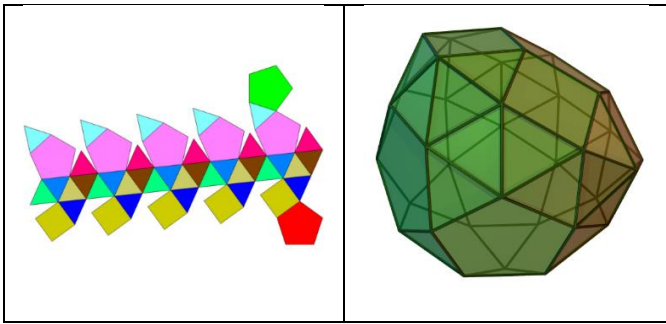
J46 – *Gyroelongated Pentagonal Bicupola*

Gyroelongated pentagonal bicupola mempunyai 30 verteks, 70 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 30 segitiga, 10 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal bicupola* adalah sebagai berikut.



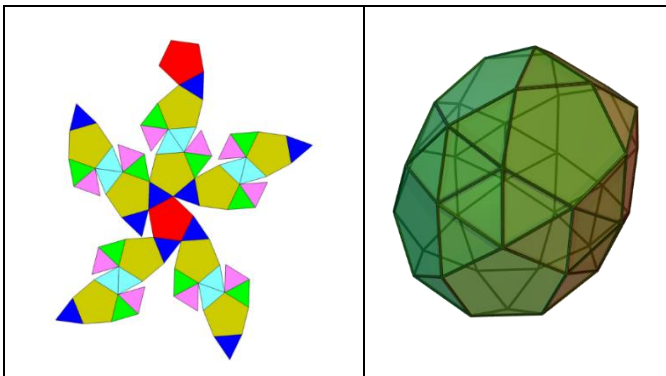
J47 – *Gyroelongated Pentagonal Cupolarotunda*

Gyroelongated pentagonal cupolarotunda mempunyai 35 verteks, 80 rusuk, dan 47 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 35 segitiga, 5 persegi, dan 7 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal cupolarotunda* adalah sebagai berikut.



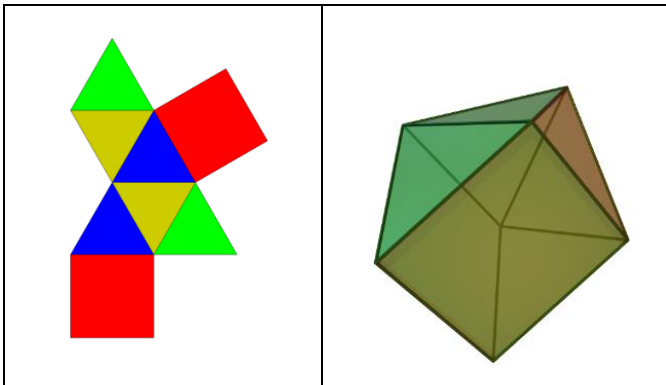
J48 – Gyroelongated Pentagonal Birotunda

Gyroelongated pentagonal birotunda mempunyai 40 verteks, 90 rusuk, dan 52 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 40 segitiga dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyroelongated pentagonal birotunda* adalah sebagai berikut.



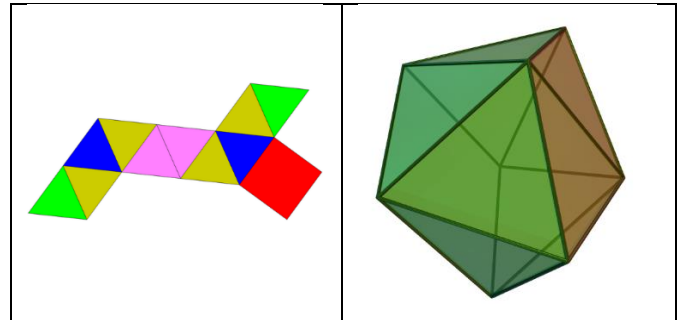
J49 – Augmented Triangular Prism

Augmented triangular prism mempunyai 7 verteks, 13 rusuk, dan 8 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 6 segitiga dan 2 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented triangular prism* adalah sebagai berikut.



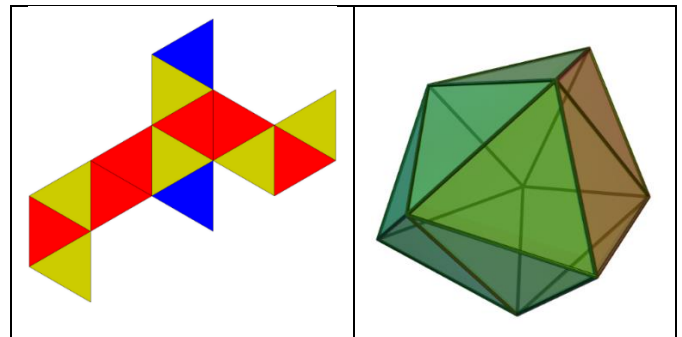
J50 – Biaugmented Triangular Prism

Biaugmented triangular prism mempunyai 8 verteks, 17 rusuk, dan 11 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *biaugmented triangular prism* adalah sebagai berikut.



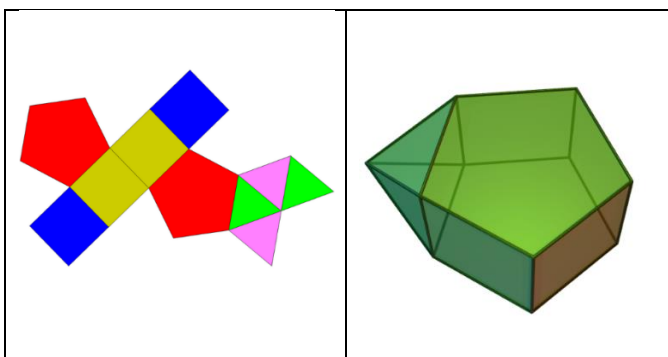
J51 – Triaugmented Triangular Prism

Triaugmented triangular prism mempunyai 9 verteks, 21 rusuk, dan 14 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 14 segitiga. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triaugmented triangular prism* adalah sebagai berikut.



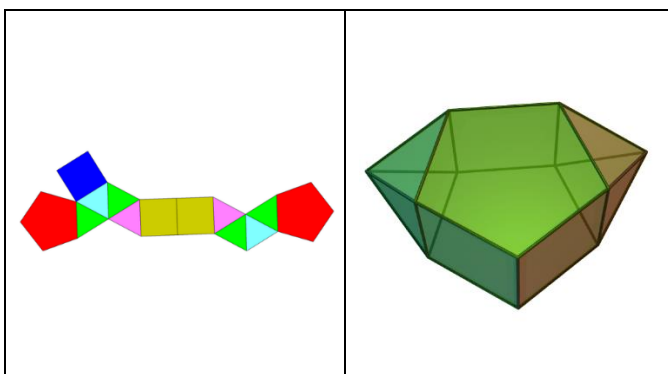
J52 – Augmented Pentagonal Prism

Augmented pentagonal prism mempunyai 11 verteks, 19 rusuk, dan 10 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 4 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented pentagonal prism* adalah sebagai berikut.



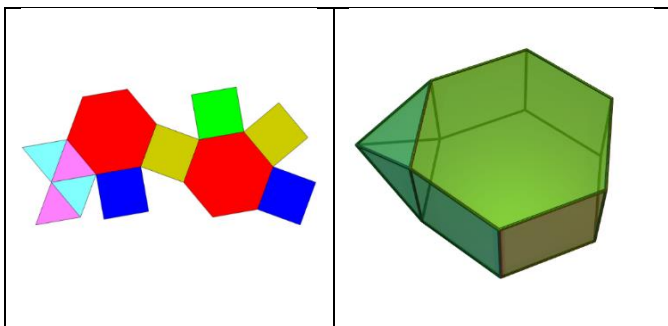
J53 – *Biaugmented Pentagonal Prism*

Biaugmented pentagonal prism mempunyai 12 verteks, 23 rusuk, dan 13 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga, 3 persegi, dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *biaugmented pentagonal prism* adalah sebagai berikut.



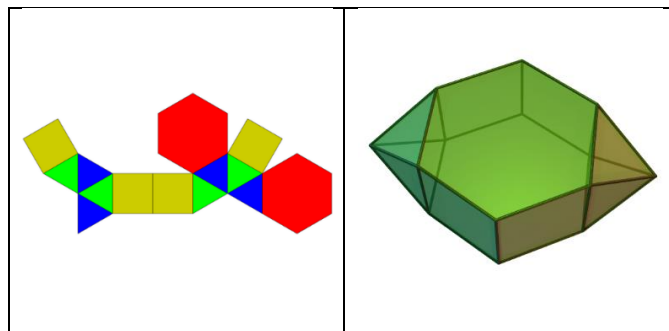
J54 – *Augmented Hexagonal Prism*

Augmented hexagonal prism mempunyai 13 verteks, 22 rusuk, dan 11 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 4 segitiga, 5 persegi, dan 2 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented hexagonal prism* adalah sebagai berikut.



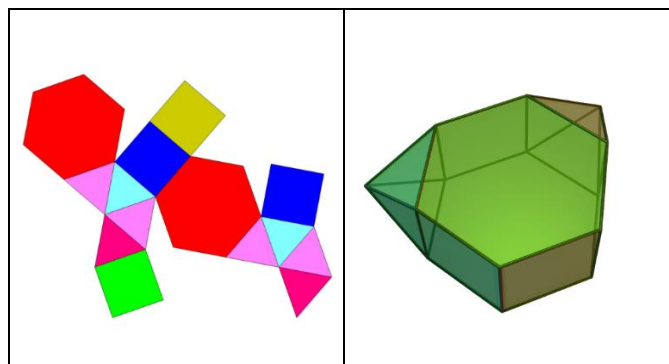
J55 – *Parabiaugmented Hexagonal Prism*

Parabiaugmented hexagonal prism mempunyai 14 verteks, 26 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga, 4 persegi, dan 2 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *parabiaugmented hexagonal prism* adalah sebagai berikut.



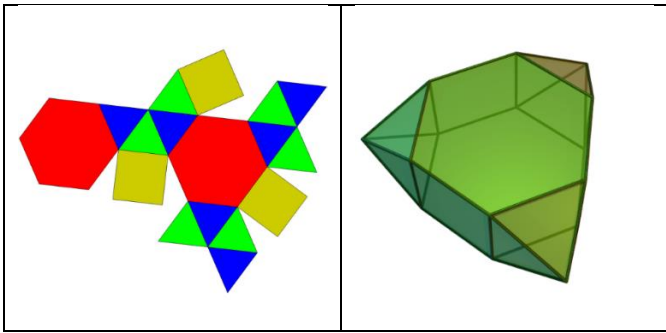
J56 – *Metabiaugmented Hexagonal Prism*

Metabiaugmented hexagonal prism mempunyai 14 verteks, 26 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga, 4 persegi, dan 2 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabiaugmented hexagonal prism* adalah sebagai berikut.



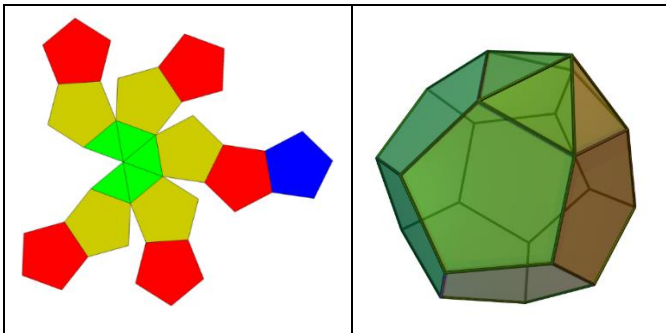
J57 – *Triaugmented Hexagonal Prism*

Triaugmented hexagonal prism mempunyai 15 verteks, 30 rusuk, dan 17 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 12 segitiga, 3 persegi, dan 2 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *Triaugmented hexagonal prism* adalah sebagai berikut.



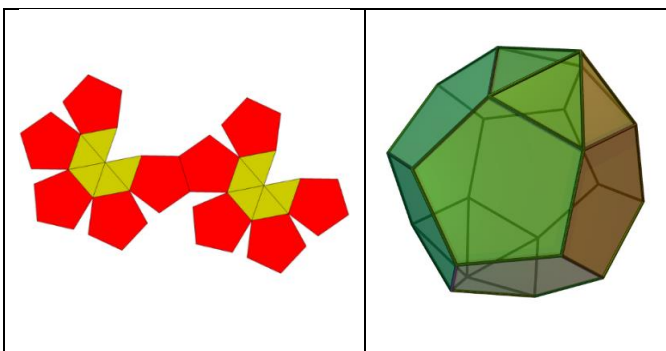
J58 – Augmented Dodecahedron

Augmented dodecahedron mempunyai 21 verteks, 35 rusuk, dan 16 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga dan 11 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented dodecahedron* adalah sebagai berikut.



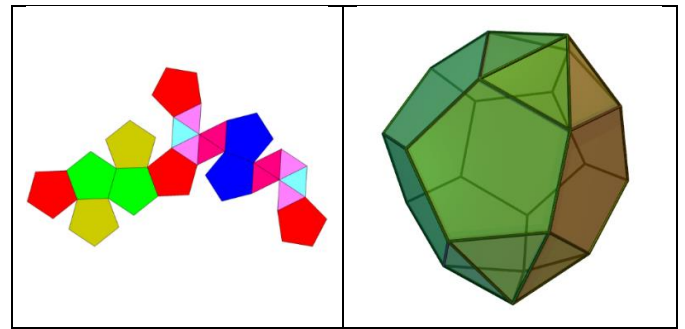
J59 – Parabiaugmented Dodecahedron

Parabiaugmented dodecahedron mempunyai 22 verteks, 40 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga dan 10 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *parabiaugmented dodecahedron* adalah sebagai berikut.



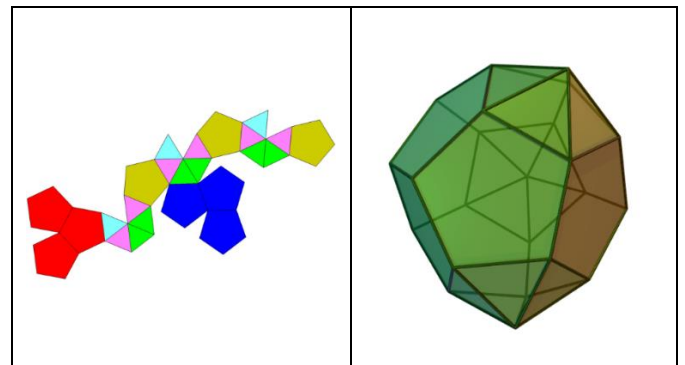
J60 – Metabiaugmented Dodecahedron

Metabiaugmented dodecahedron mempunyai 22 verteks, 40 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga dan 10 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabiaugmented dodecahedron* adalah sebagai berikut.



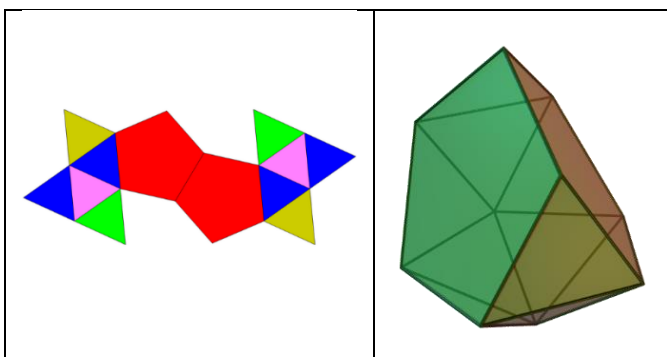
J61 – Triaugmented Dodecahedron

Triaugmented dodecahedron mempunyai 23 verteks, 45 rusuk, dan 24 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga dan 9 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triaugmented dodecahedron* adalah sebagai berikut.



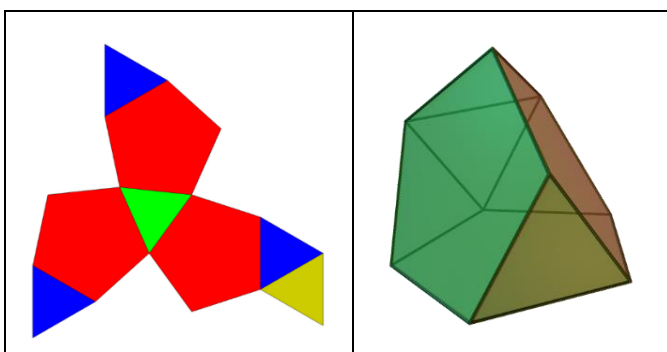
J62 – Metabidiminished Icosahedron

Metabidiminished icosahedron mempunyai 10 verteks, 20 rusuk, dan 12 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga dan 2 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabidiminished icosahedron* adalah sebagai berikut.



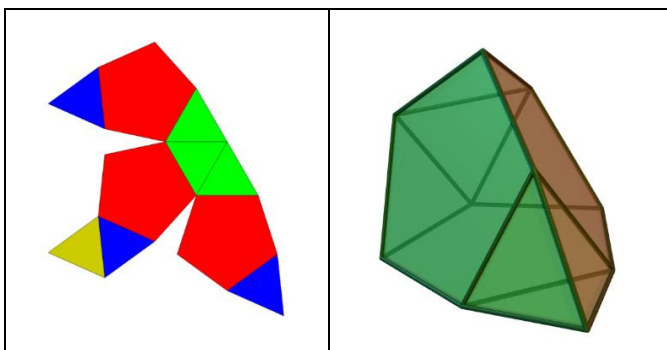
J63 – *Tridiminished Icosahedron*

Tridiminished icosahedron mempunyai 9 verteks, 15 rusuk, dan 8 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga dan 3 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *tridiminished icosahedron* adalah sebagai berikut.



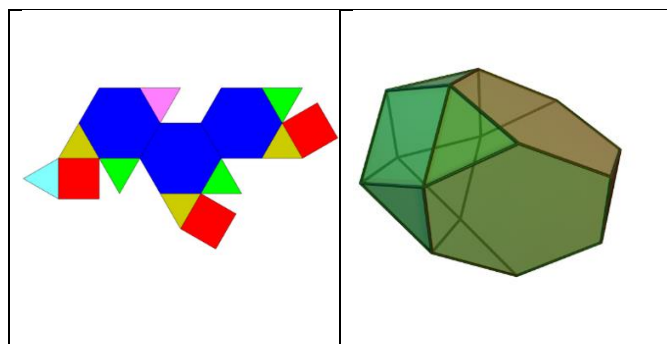
J64 – *Augmented Tridiminished Icosahedron*

Augmented tridiminished icosahedron mempunyai 10 verteks, 18 rusuk, dan 10 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 7 segitiga dan 3 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented tridiminished icosahedron* adalah sebagai berikut.



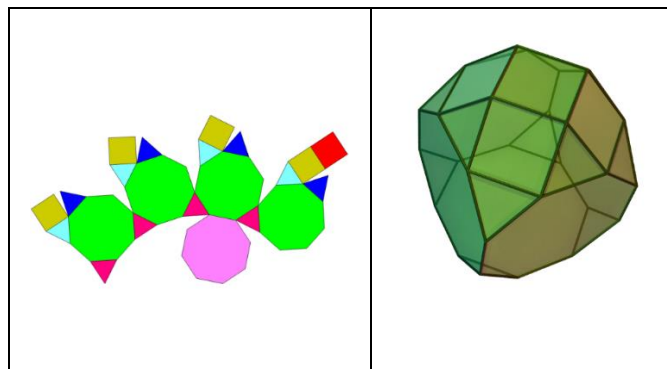
J65 – *Augmented Truncated Icosahedron*

Augmented truncated icosahedron mempunyai 15 verteks, 27 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga, 3 persegi, dan 3 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented truncated icosahedron* adalah sebagai berikut.



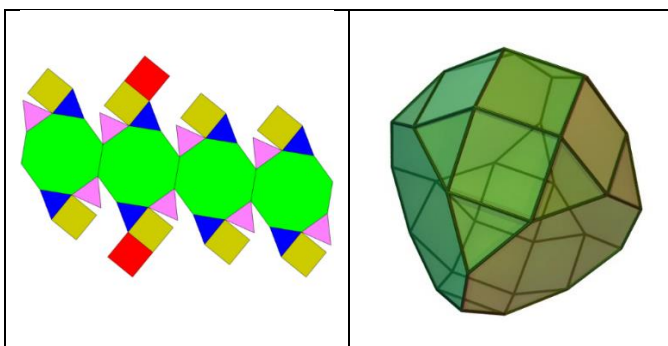
J66 – *Augmented Truncated Cube*

Augmented truncated cube mempunyai 28 verteks, 48 rusuk, dan 22 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 12 segitiga, 5 persegi, dan 5 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented truncated cube* adalah sebagai berikut.



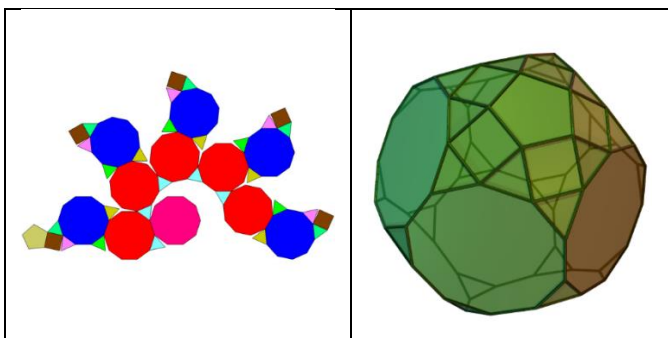
J67 – *Biaugmented Truncated Cube*

Biaugmented truncated cube mempunyai 32 verteks, 60 rusuk, dan 30 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 16 segitiga, 10 persegi, dan 4 *octagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *biaugmented truncated cube* adalah sebagai berikut.



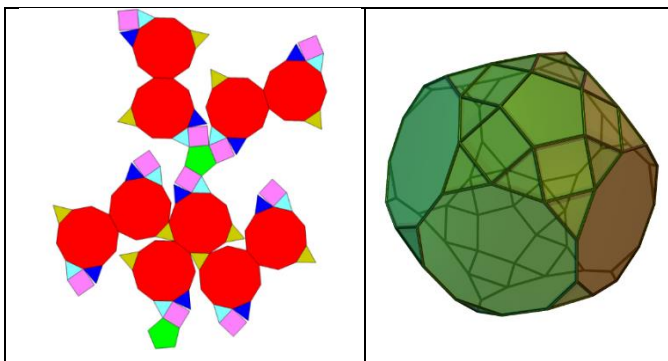
J68 – Augmented Truncated Dodecahedron

Augmented truncated dodecahedron mempunyai 65 verteks, 105 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 25 segitiga, 5 persegi, 1 *pentagon*, dan 11 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented truncated dodecahedron* adalah sebagai berikut.



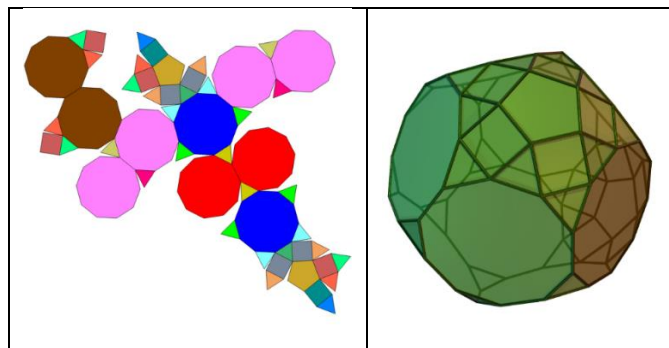
J69 – Parabiaugmented Truncated Dodecahedron

Parabiaugmented truncated dodecahedron mempunyai 70 verteks, 120 rusuk, dan 52 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 30 segitiga, 10 persegi, 2 *pentagon*, dan 10 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *parabiaugmented truncated dodecahedron* adalah sebagai berikut.



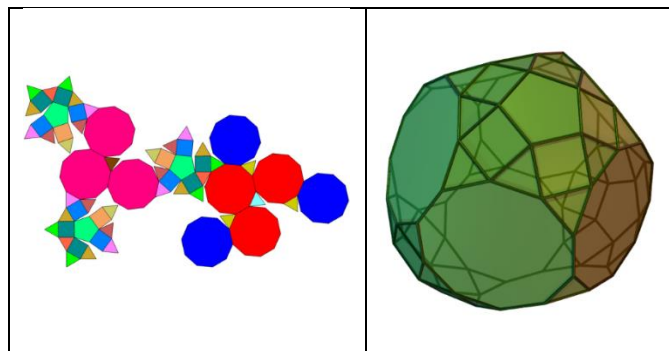
J70 – Metabiaugmented Truncated Dodecahedron

Metabiaugmented truncated dodecahedron mempunyai 70 verteks, 120 rusuk, dan 52 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 30 segitiga, 10 persegi, 2 *pentagon*, dan 10 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabiaugmented truncated dodecahedron* adalah sebagai berikut.



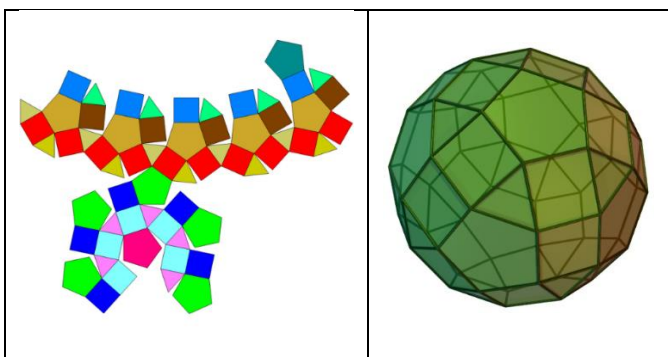
J71 – Triaugmented Truncated Dodecahedron

Triaugmented truncated dodecahedron mempunyai 75 verteks, 135 rusuk, dan 62 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 35 segitiga, 15 persegi, 3 *pentagon*, dan 9 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triaugmented truncated dodecahedron* adalah sebagai berikut.



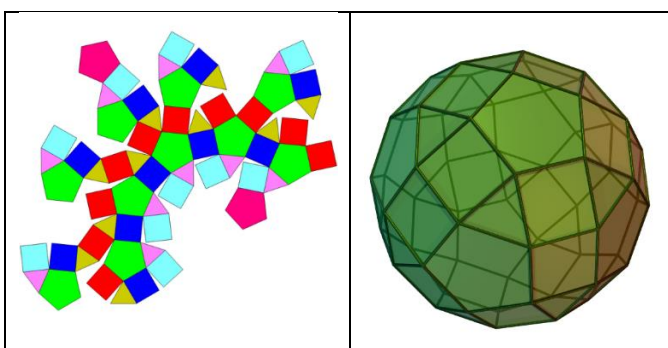
J72 – Gyrate Rhombicosidodecahedron

Gyrate rhombicosidodecahedron mempunyai 60 verteks, 120 rusuk, dan 62 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 30 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyrate rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



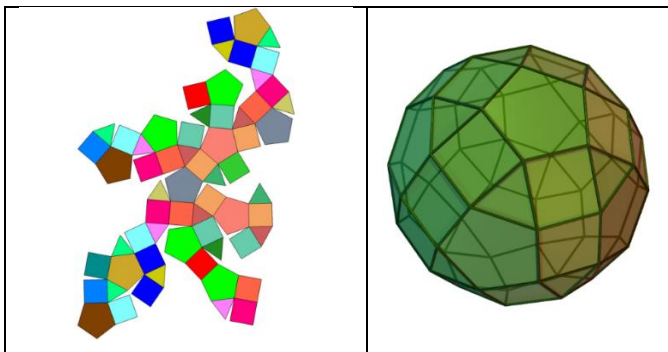
J73 – Paragyrate Rhombicosidodecahedron

Paragyrate rhombicosidodecahedron mempunyai 60 verteks, 120 rusuk, dan 62 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 30 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *paragyrate rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



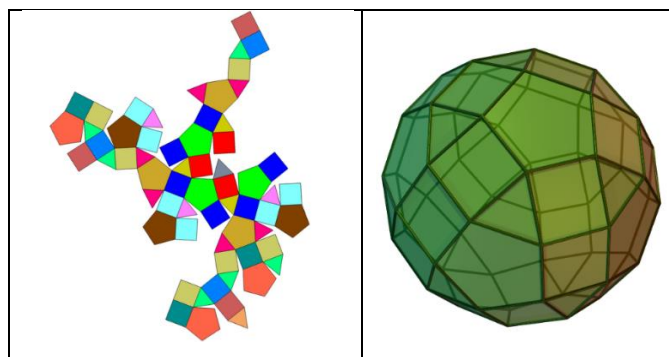
J74 – Metabigyrate Rhombicosidodecahedron

Metabigyrate rhombicosidodecahedron mempunyai 60 verteks, 120 rusuk, dan 62 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 30 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabigyrate rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



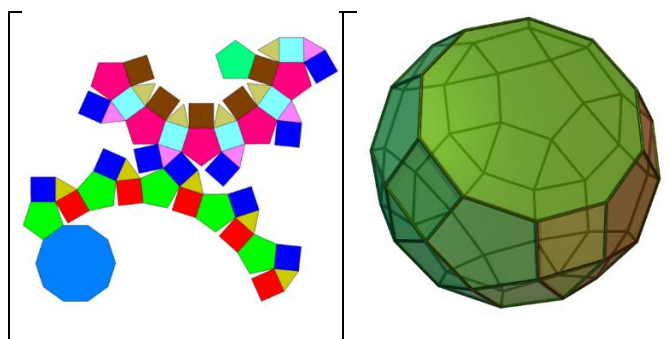
J75 – Trigyrate Rhombicosidodecahedron

Trigyrate rhombicosidodecahedron mempunyai 60 verteks, 120 rusuk, dan 62 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga, 30 persegi, dan 12 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *trigyrate rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



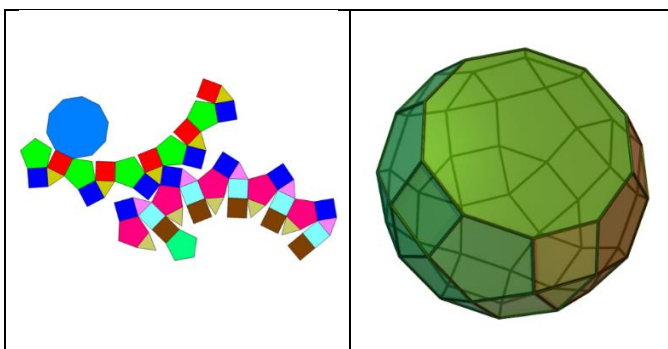
J76 – Diminished Rhombicosidodecahedron

Diminished rhombicosidodecahedron mempunyai 55 verteks, 105 rusuk, dan 52 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 25 persegi, 11 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *diminished rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



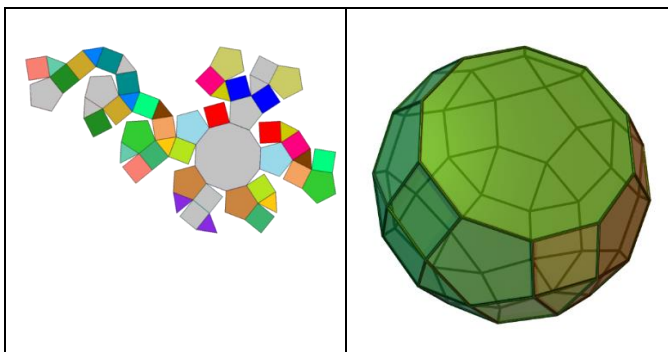
J77 – Paragyrate Diminished Rhombicosidodecahedron

Paragyrate diminished rhombicosidodecahedron mempunyai 55 verteks, 105 rusuk, dan 52 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 25 persegi, 11 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *paragyrate diminished rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



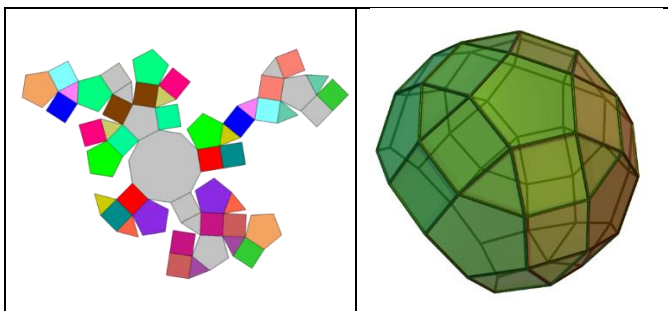
J78 – *Metagyrate Diminished Rhombicosidodecahedron*

Metagyrate diminished rhombicosidodecahedron mempunyai 55 verteks, 105 rusuk, dan 52 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 25 persegi, 11 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metagyrate diminished rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



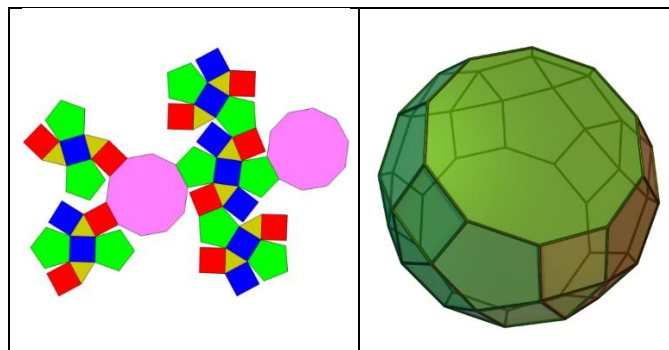
J79 – *Bigyrate Diminished Rhombicosidodecahedron*

Bigyrate diminished rhombicosidodecahedron mempunyai 55 verteks, 105 rusuk, dan 52 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 15 segitiga, 25 persegi, 11 *pentagon*, dan 1 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *bigyrate diminished rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



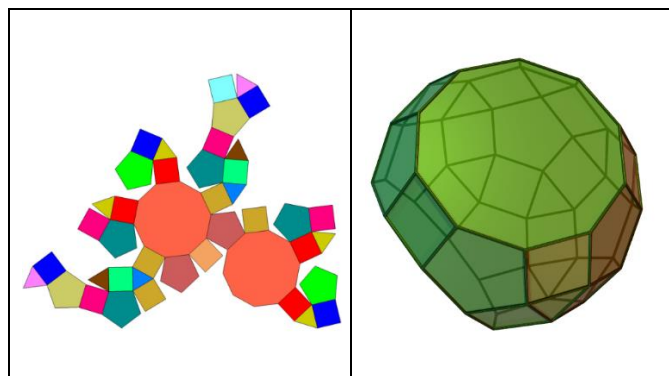
J80 – *Paradiminshed Rhombicosidodecahedron*

Paradiminshed rhombicosidodecahedron mempunyai 50 verteks, 90 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 20 persegi, 10 *pentagon*, dan 2 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *paradiminshed rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



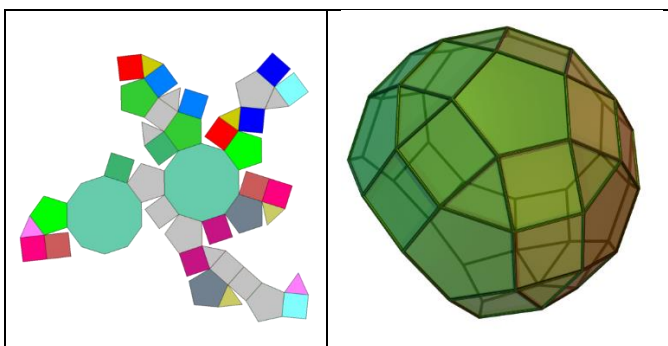
J81 – *Metabidiminshed Rhombicosidodecahedron*

Metabidiminshed rhombicosidodecahedron mempunyai 50 verteks, 90 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 20 persegi, 10 *pentagon*, dan 2 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *metabidiminshed rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



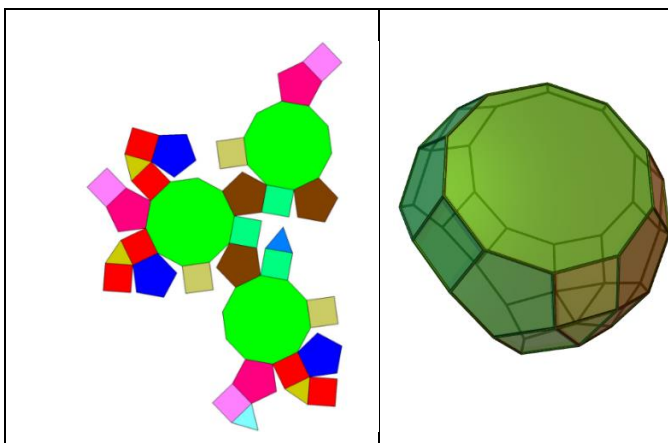
J82 – *Gyrate Bidiminshed Rhombicosidodecahedron*

Gyrate bidiminshed rhombicosidodecahedron mempunyai 50 verteks, 90 rusuk, dan 42 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 10 segitiga, 20 persegi, 10 *pentagon*, dan 2 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *gyrate bidiminshed rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



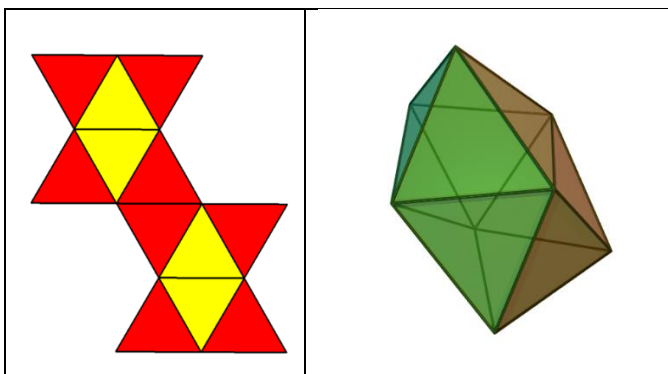
J83 – Tridiminished Rhombicosidodecahedron

Tridiminished rhombicosidodecahedron mempunyai 45 verteks, 75 rusuk, dan 32 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 5 segitiga, 15 persegi, 9 *pentagon*, dan 3 *decagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *tridiminished rhombicosidodecahedron* adalah sebagai berikut.



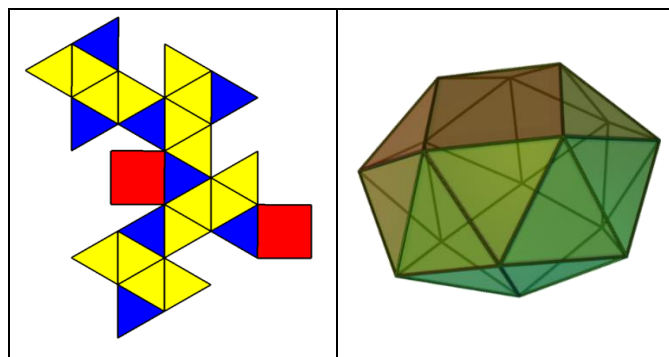
J84 – Snub Disphenoid

Snub disphenoid mempunyai 8 verteks, 18 rusuk, dan 12 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 12 segitiga. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *snub disphenoid* adalah sebagai berikut.



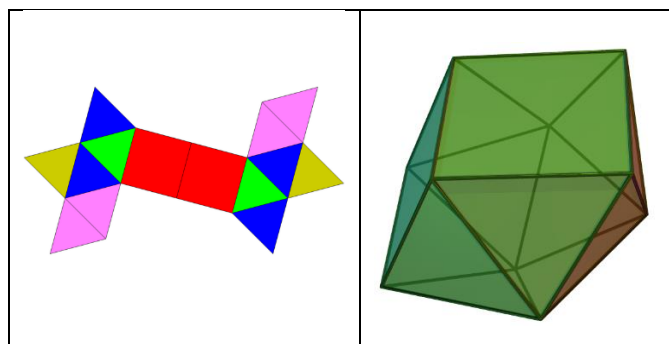
J85 – Snub Square Antiprism

Snub square antiprism mempunyai 16 verteks, 40 rusuk, dan 26 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 24 segitiga dan 2 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *snub square antiprism* adalah sebagai berikut.



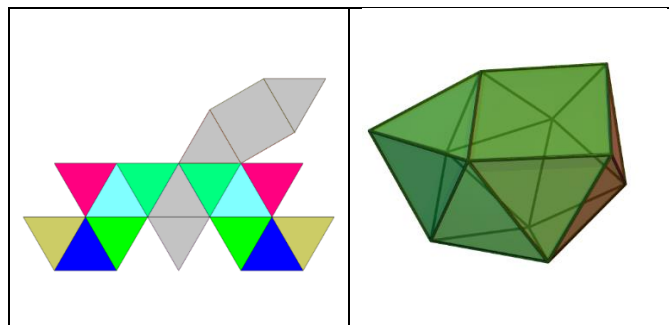
J86 – Sphenocorona

Sphenocorona mempunyai 10 verteks, 22 rusuk, dan 14 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 12 segitiga dan 2 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *sphenocorona* adalah sebagai berikut.



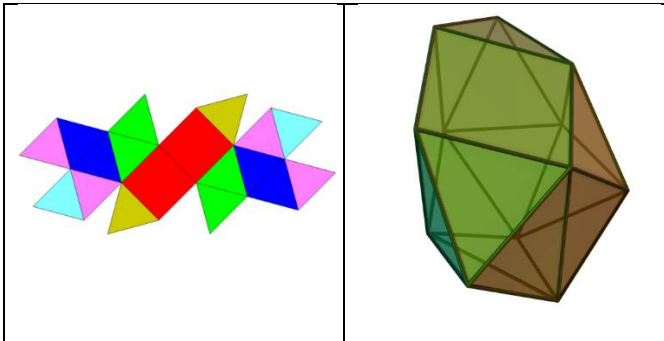
J87 – Augmented Sphenocorona

Augmented sphenocorona mempunyai 11 verteks, 26 rusuk, dan 17 sisi. Polygon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 16 segitiga dan 1 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *augmented sphenocorona* adalah sebagai berikut.



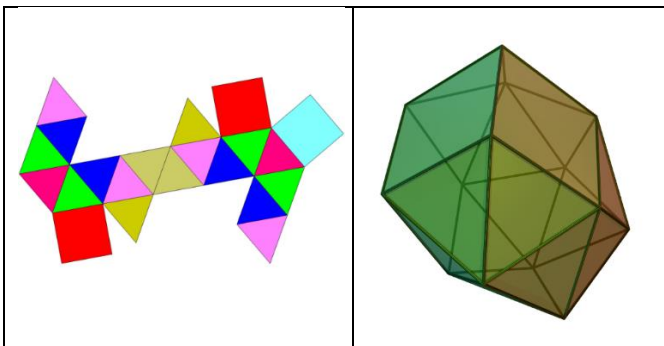
J88 – *Sphenomegacorona*

Sphenomegacorona mempunyai 12 verteks, 28 rusuk, dan 18 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 16 segitiga dan 2 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *sphenomegacorona* adalah sebagai berikut.



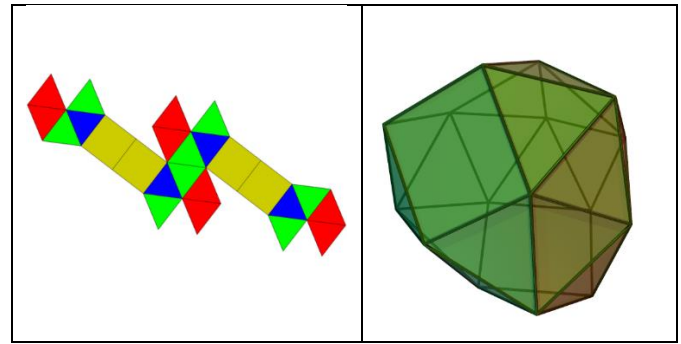
J89– *Hebesphenomegacorona*

Hebesphenomegacorona mempunyai 14 verteks, 33 rusuk, dan 21 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 18 segitiga dan 3 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *hebesphenomegacorona* adalah sebagai berikut.



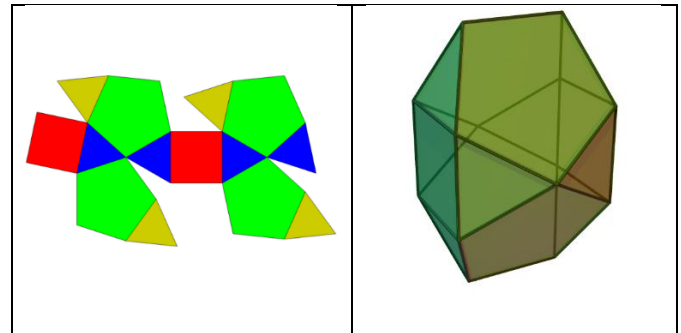
J90 – *Disphenocingulum*

Disphenocingulum mempunyai 16 verteks, 38 rusuk, dan 24 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 20 segitiga dan 4 persegi. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *disphenocingulum* adalah sebagai berikut.



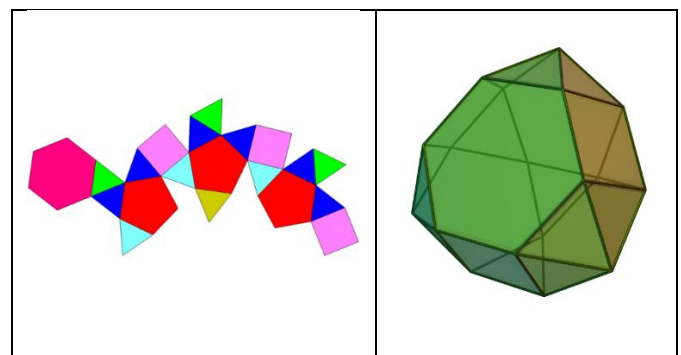
J91 – *Bilunabirotunda*

Bilunabirotunda mempunyai 14 verteks, 26 rusuk, dan 14 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 8 segitiga, 2 persegi, dan 4 *pentagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *bilunabirotunda* adalah sebagai berikut.



J92 – *Triangular Hebesphenorotunda*

Triangular hebesphenorotunda mempunyai 18 verteks, 36 rusuk, dan 20 sisi. Poligon pembentuk sisi-sisinya terdiri dari 13 segitiga, 3 persegi, 3 *pentagon*, dan 1 *hexagon*. Bentuk jaring-jaring dan bentuk bangun *triangular hebesphenorotunda* adalah sebagai berikut.



MANFAAT MEMPELAJARI MODEL POLIHEDRON

Berkaitan dengan pembelajaran matematika di kelas, banyak manfaat yang diperoleh ketika siswa mempelajari berbagai bentuk polihedron. Misalnya terkait dengan estetika dan keindahan bentuk polihedron, dapat memunculkan minat pada beberapa teorema dasar pada geometri ruang. Apabila memungkinkan untuk dilakukan praktek membuat konstruksi bentuk model polihedron, akan memunculkan daya kreativitas, imajinasi, kecermatan, dan kesabaran dari siswa.

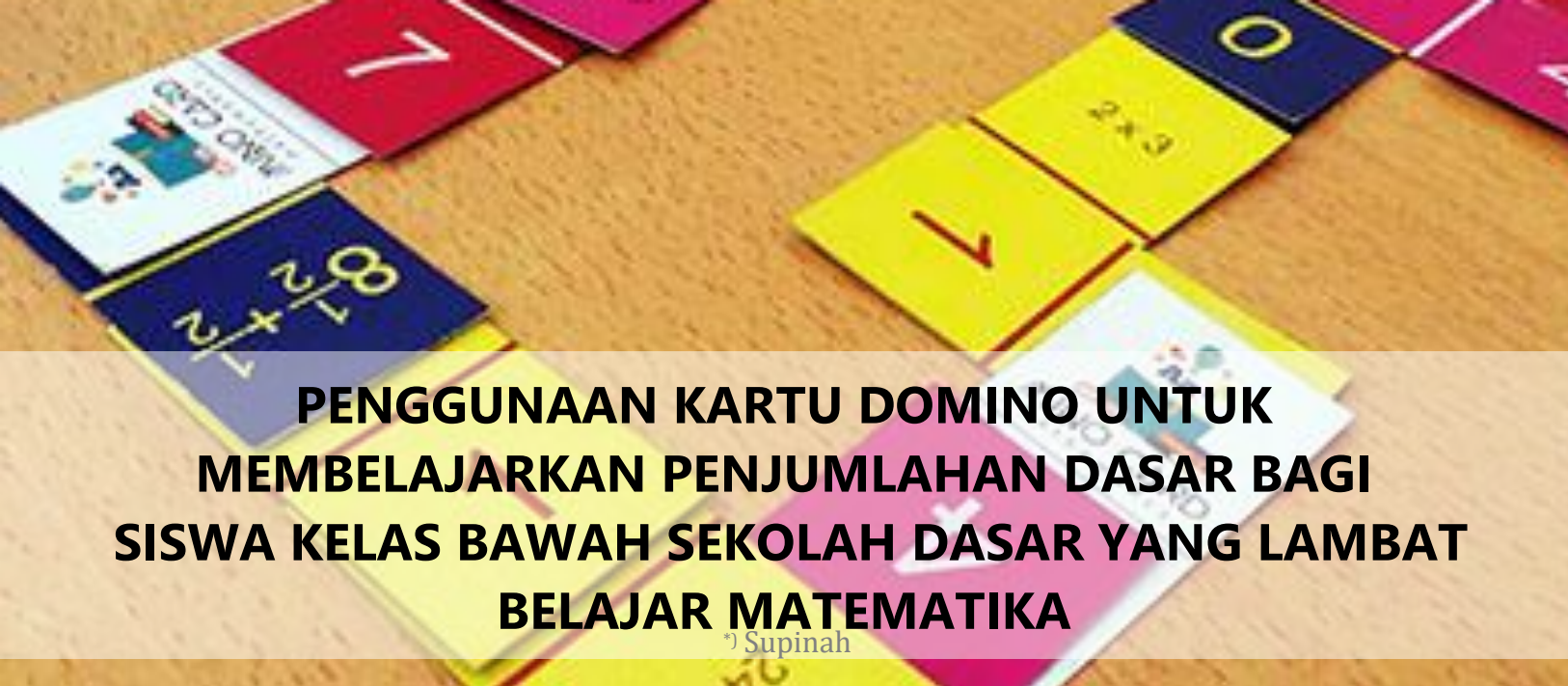
Model-model polihedron dapat digunakan sebagai ilustrasi konsep-konsep simetri, translasi, rotasi, dan refleksi. Selain itu model-model polihedron juga memberikan ide dasar dalam pengembangan cabang ilmu yang lain, misalnya program linear, teori komunikasi, teori persamaan, dan lain-lain.

REFERENSI

- Akiyama, Jin dan Kiyoko Matsunaga. 2015. *Treks into Intuitive Geometry: The World of Polygons and Polyhedra*. Tokyo: Springer Japan.
- Allen, Jon. 2012. *Making Geometry: Exploring Three-Dimensional Forms*. Edinburgh: Floris Books.
- Ball, W. W. Rouse dan H. S. M. Coxeter. 1947. *Mathematical Recreations and Essays*. New York: The MacMillan Company.
- Cromwell, Peter R. 1999. *Polyhedra*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Johnson, Norman W. 1966. *Convex Polyhedra with Regular Faces*. Artikel pada *Canadian Journal of Mathematics*, Volume 18, Januari 1966.
- Senechal, Marjorie. 2013. *Shaping Space: Exploring Polyhedra in Nature, Art, and the Geometrical Imagination*. London: Springer.
- Tanna, Sunil. 2014. *Introduction to Platonic Solids*. London: Answers 2000 Limited.
- Weisstein, Eric W. 2003. *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Wenninger, Magnus J. 1975. *Polyhedron Models for the Classroom*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wenninger, Magnus J. 1989. *Polyhedron Models*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wiworo. 2019. *Mengenal Polihedron Platonik dan Archimedean*. Artikel pada Buletin LIMAS edisi nomor 41, November 2019. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.
- https://en.m.wikipedia.org/wiki/List_of_Johnson_solids. Diunduh tanggal 16 April 2020.
- <http://eusebeia.dyndns.org/4d/johnson>. Diunduh tanggal 16 April 2020.
- <https://web.archive.org/web/20130601082835/http://www.uwgb.edu/dutchs/symmetry/johnsonp.htm>. Diunduh tanggal 16 April 2020.

*Wiworo, S.Si., M.M.

Widyaiswara PPPPTK Matematika, Yogyakarta



PENGUNAAN KARTU DOMINO UNTUK MEMBELAJARKAN PENJUMLAHAN DASAR BAGI SISWA KELAS BAWAH SEKOLAH DASAR YANG LAMBAT BELAJAR MATEMATIKA

¹ Supinah

A. Pendahuluan

Pembelajaran matematika dapat menarik atau tidak tergantung bagaimana proses anak belajar dan berfikir. Untuk itu, dibutuhkan suatu pembelajaran yang dapat mendorong siswa untuk aktif dalam proses pembelajaran. Usaha yang dapat dilakukan adalah memanfaatkan permainan atau kegiatan lain, seperti diskusi kelompok kecil yang berarti dan menarik bagi siswa. Kegiatan tersebut diharapkan dapat menciptakan suatu keadaan yang mampu menarik perhatian siswa dalam mempelajari konsep-konsep matematika. Siswa diharapkan melakukan keterampilan aritmetika dengan senang hati seperti yang diperlukan terutama bagi siswa yang lambat dalam belajar matematika.

Seperti kita ketahui anak-anak menyukai permainan. Jika guru sadar akan kenyataan ini, permainan dapat digunakan sebagai metode mengajar yang menyenangkan dan berdaya guna. Siswa akan dapat termotivasi belajar sambil mendapatkan kesenangan mereka. Kehangatan permainan dapat menumbuhkan daya tarik dan menciptakan pola berpikir matematis khususnya bagi siswa yang lambat dalam belajar matematika. Suasana hangat juga dapat membantu mengembangkan kemampuan mengamati serta menambah pengalaman berkomunikasi. Salah satu cara membelajarkan perhitungan sederhana operasi hitung penjumlahan dasar adalah melalui permainan dengan menggunakan kartu domino.

Sementara itu, salah satu cara dalam mengelompokkan siswa dalam pembelajaran yang dianut dalam pendidikan kita adalah cara klasikal. Cara tersebut, yaitu mengelompokkan anak dengan usia dan kemampuan rata-rata hampir sama dalam waktu dan tempat yang sama. Dalam kegiatan pembelajaran yang berlangsung dengan secara klasikal pada kenyataannya masih terdapat adanya perbedaan kemampuan dari masing-masing siswa dalam menerima pelajaran. Pada umumnya sebagian besar siswa dalam sistem klasikal mempunyai kecerdasan rata-rata, sebagian kecil memiliki kepandaian di atas rata-rata, dan sebagian kecil lagi memiliki kemampuan belajar di bawah kemampuan kelas yang bisa dikatakan sebagai siswa yang lambat dalam belajar.

Siswa yang lambat dalam belajar ini mengalami berbagai kesulitan, misalnya kesulitan memahami konsep-konsep yang diajarkan guru. Untuk beberapa hal siswa yang lambat belajar dianggap sebagai kelompok anak dengan daya tangkap rendah. Mereka pada umumnya mengalami kesulitan mengikuti pelajaran atau kurang mampu belajar dalam ukuran yang sama dari kebanyakan siswa lainnya yang memiliki kemampuan rata-rata. Mereka ini biasanya kurang mendapat perhatian dan pelayanan secara khusus dari guru. Di sekolah siswa yang lambat dalam belajar cenderung dikatakan siswa yang bodoh,

malas, dan lain-lain. Istilah-istilah tersebut sebetulnya kurang tepat, karena dengan menamai anak-anak seperti itu mereka justru cenderung diperlakukan kurang adil oleh lingkungan dan akibatnya mereka akan semakin ketinggalan dan pasif dalam belajar. Sebagai guru sudah merupakan tugas dan kewajiban kita untuk memberikan perhatian dan pelayanan secara khusus kepada siswa-siswa yang lambat dalam belajarnya. Salah satu pelayanan yang bisa kita berikan kepada siswa-siswa Sekolah dasar (SD) yang lambat dalam belajar matematika adalah dengan menggunakan kartu domino. Penggunaan kartu tersebut dapat membantu mereka dalam memahami konsep operasi hitung, khususnya operasi penjumlahan dasar.

B. Siswa yang Lambat dalam Belajar Matematika

Siswa yang lambat dalam belajar matematika pada umumnya memiliki kesulitan memahami hal-hal yang sifatnya abstrak, tidak mudah memanipulasi simbol bilangan dan kaitannya dengan pengerjaan hitung, kurang mampu memahami sebab akibat, dan kurang mampu memecahkan masalah. Siswa tersebut kesulitan pula dalam menyampaikan pikiran serta dalam belajar menyimpulkan dari hal-hal yang merupakan bagian dari suatu kesatuan konsep atau pengalaman.

Kirk dan Jonhson dalam Michael Liauw (1992) menyebutkan bahwa cakupan kemampuan matematis siswa yang lambat berbeda dari siswa yang mempunyai kemampuan rata-rata dalam 12 hal sebagai berikut: (1) kurang mampu dalam memahami konsep tingkat lanjut, (2) prinsip-prinsip dasar kebiasaan matematis yang tidak matang, (3) ciri-ciri kebiasaan matematis yang tidak matang, (4) kemampuan untuk mentransfer terbatas, (5) kesulitan dalam memecahkan masalah yang abstrak, (6) perbendaharaan matematika kurang, (7) pengertian terhadap cara pemecahan masalah lebih rendah, (8) sering mencoba pemecahan masalah atau soal yang sulit dengan menerka atau memberikan jawaban yang tidak cocok, (9) cenderung lebih suka soal yang konkret, (10) menganggap penjumlahan dan pengurangan lebih mudah dari pada perkalian dan pembagian, (11) jarang mengerti relativitas dan urutan waktu, dan (12) sembarang dalam kebiasaan berhitung. Selain itu, ketidakmampuan mereka mempengaruhi keberhasilan penyelesaian latihan-latihan dalam matematika adalah seperti berikut: (1) transfer dalam belajar yang rendah, (2) kemampuan berpikir abstrak yang rendah, (3) pemahaman dan pengamatan terhadap situasi dan hal-hal detail kurang atau terbatas, (4) penyerapan materi atau konsep yang rendah, (5) sedikit prakarsa, dan (6) kurangmampuan untuk berkonsentrasi.

Hal-hal yang diungkapkan di atas kiranya dapat memberikan penjelasan mengapa siswa-siswa yang lambat dalam belajar cenderung untuk menghitung dengan jari-jari mereka. Beberapa siswa yang lambat belajar memakai titik-titik dan tanda-tanda. Sementara yang lain menggunakan pikiran atau sempoa untuk mendapatkan sebuah jawaban. Secara lebih konkret, guru dapat mendiagnosa kurangmampuan matematis siswa dengan melihat gejala-gejala atau tanda-tanda berikut: (1) nilai yang rendah dalam tes matematika, (2) kurangmampuan dalam memecahkan persoalan-persoalan matematika dengan tepat/benar, (3) ketidaktelitian kerja yang terus menerus, (4) sangat lambat dalam bekerja, (5) perhatian pada permainan tebak-tebakan/teka-teki, (6) tidak ada kemajuan dalam latihan, (7) aktivitas yang berlebihan dan tidak bermanfaat serta kurang perhatian, (8) menggunakan unsur-unsur yang tidak tepat atau berkaitan, (9) kurangmampuan memanfaatkan materi atau konsep-konsep yang berhubungan dengan grafik, dan (10) pengetahuan aplikasi praktis kurang, serta (11) perbendaharaan kata/istilah yang terbatas.

Seorang guru harus tanggap dengan hal-hal seperti tersebut di atas, sekalipun belum jelas karakteristik diantara siswa-siswa yang lambat belajar itu. Guru perlu berupaya membantu mereka dengan perhatian dan pelayanan-pelayanan yang sifatnya khusus.

C. Usaha dan Harapan Membantu Memecahkan Permasalahan

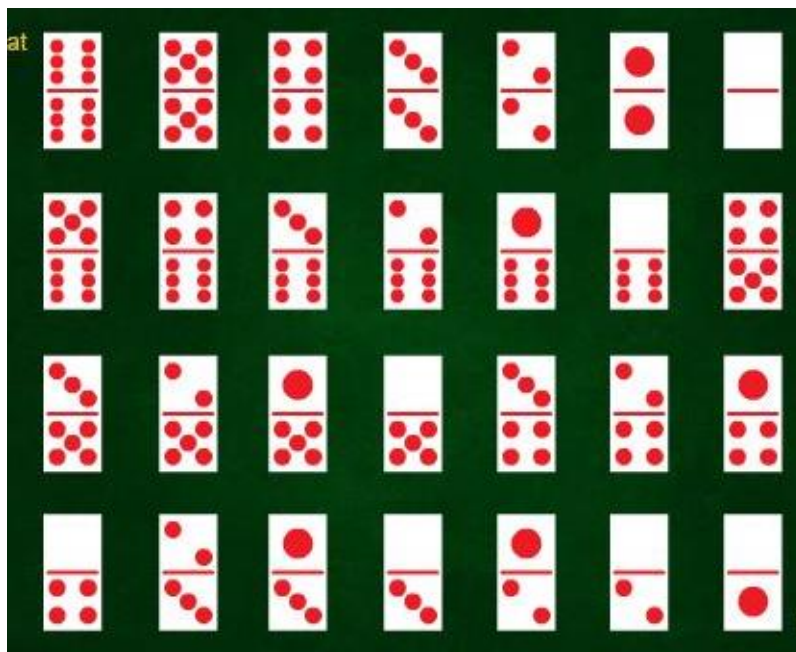
Dalam kelas biasanya dijumpai satu atau sekelompok siswa yang jumlahnya relatif kecil masuk dalam kategori lambat belajar matematika. Umumnya mereka mempunyai kesulitan-kesulitan mendasar, namun masih dimungkinkan guru dapat membantu mereka, misalnya menempatkan mereka pada kelompok tersendiri yang agak sesuai tingkat kemampuannya, kemudian diberikan pelayanan khusus agar tidak jauh tertinggal dibandingkan dengan siswa yang lain.

Alternatif lain dalam pelayanan khusus untuk kelompok siswa lambat belajar matematika adalah dengan menggunakan pendekatan, metode atau strategi mengajar untuk memperjelas atau mempermudah pembelajaran. Salah satu cara yang dapat dipakai untuk mempermudah siswa belajar matematika adalah dengan menggunakan peragaan. Dengan peragaan yang berupa gambar, paling tidak akan mempermudah siswa yang masih lambat dalam membaca atau mengartikan soal. Walau pengungkapan masalah tidak secara lisan, namun cara tersebut akan cukup memacu siswa untuk mencoba menyelesaikan masalah dengan cara sendiri.

Pada peragaan dalam bentuk gambar guru salah satunya dapat menggunakan kartu domino untuk membelajarkan kepada siswa tentang penjumlahan dasar bagi siswa kelas bawah SD yang lambat belajar matematika.

D. Penggunaan Kartu Domino untuk Membelajarkan Penjumlahan Dasar bagi Siswa Kelas Bawah SD yang Lambat Belajar Matematika

Macam Kartu yang digunakan adaah satu set kartu domino seperti berikut ini.



Mengapa kartu domino? Barangnya mudah didapat, bahan relatif tebal, gambar jelas, dan harga relatif murah.

Untuk membantu siswa dalam pemahaman tentang operasi penjumlahan terutama dalam mengartikan atau menyusun bentuk kalimat matematika yang berkaitan dengan penggunaan kartu domino dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut.

1. Penjumlahan secara horizontal atau vertikal dengan satu kartu

Langkah pertama, guru dapat memberikan sebagai contoh soal dalam bentuk kalimat misal: Tiga ditambah dengan lima berapa hasilnya? Guru meminta siswa untuk mencari kartu bergambar bulatan yang banyaknya tiga dan lima, kemudian guru meminta siswa menunjukkan kartu domino yang mewakili kalimat yang diucapkannya. Selanjutnya guru memberikan contoh kalimat matematikanya(penjumlahannya) dengan menuliskan angka di bawah kartu yang diletakkan secara horizontal dan menuliskan angka di samping yang diletakkan secara vertikal, seperti **contoh** berikut ini.



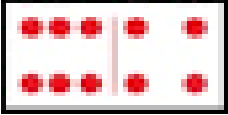
$$\boxed{3} + \boxed{5} = \boxed{8}$$



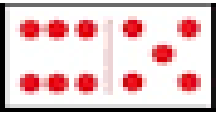
$$\begin{array}{r} \boxed{3} \\ \boxed{5} \\ \hline \end{array} +$$

$$\boxed{8}$$

Langkah kedua, guru dapat memberikan beberapa soal atau siswa diminta membuat sendiri soalnya dari seri kartu domino yang mereka pilih dengan menuliskan kalimat matematikanya secara horizontal dan/atau secara vertikal, seperti **contoh** berikut.

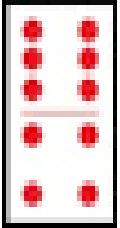


$$\boxed{6} + \boxed{4} = \boxed{10}$$



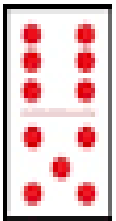
$$\boxed{6} + \boxed{5} = \boxed{11}$$

Soal yang dilisankan guru atau kartu yang dipilih siswa



$$\begin{array}{r} \boxed{6} \\ \boxed{4} \\ \hline \end{array} +$$

$$\boxed{10}$$

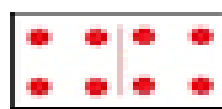
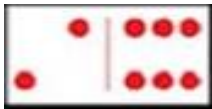


$$\begin{array}{r} \boxed{6} \\ \boxed{5} \\ \hline \end{array} +$$

$$\boxed{11}$$

Langkah ketiga, dapat dilakukan dalam bentuk lomba antar kelompok atau kerja kelompok. Guru memberikan soal atau tugas pada masing-masing kelompok dengan menyebutkan jumlah bilangan yang dikehendaki, misal kumpulkan kartu-kartu yang banyaknya gambar menunjukkan jumlah 8 (delapan) dan tuliskan dalam bentuk operasi penjumlahan. Masing-masing kelompok diminta untuk memilih dan mengumpulkan kartu-kartu bergambar dari satu set kartu domino yang mungkin serta menuliskan bentuk operasi penjumlahannya. Jawaban yang diharapkan dari siswa adalah sebagai berikut.

Kartu yang terkumpul:



Bentuk operasi penjumlahan yang mungkin dituliskan oleh siswa adalah sebagai berikut.

Bentuk horisontal: $2 + 6 = 8$ atau $6 + 2 = 8$; $3 + 5 = 8$ atau $5 + 3 = 8$; dan $4 + 4 = 8$

Bentuk vertikal:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 6 \\ \hline 8 \end{array} \quad \text{atau} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 2 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ \hline 8 \end{array} \quad \text{atau} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 3 \\ \hline 8 \end{array} \quad \text{dan} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 8 \end{array}$$

Guru dapat menanyakan kepada siswa: adakah bentuk operasi penjumlahan yang lain selain yang ditunjukkan dalam gambar yang hasilnya sama dengan delapan (8)? Jawaban yang diharapkan dari siswa adalah: $0 + 8$ atau $8 + 0$; $1 + 7 = 8$ atau $7 + 1 = 8$.

Bentuk soal tersebut di atas merupakan bentuk soal divergen, yaitu soal yang memiliki banyak jawaban seperti yang diharapkan dalam kurikulum kita. Dalam proses pembelajaran tersebut di atas guru dapat sekaligus memperkenalkan pada siswa terkait sifat komutatif pada penjumlahan.

2. Penjumlahan secara Horizontal atau vertikal dengan Dua Kartu

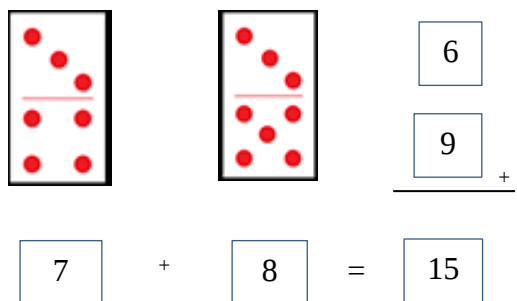
Langkah pertama, guru dapat mengulang kegiatan di atas (kegiatan 1) dengan menggunakan dua (2) kartu bergambar untuk hasil yang nilai bilangannya lebih besar. Sebagai **contoh**, guru dapat memberikan soal secara lisan pada siswa, seperti: berapakah hasil tujuh ditambah delapan? Tuliskan dalam bentuk operasi penjumlahannya! Dari soal yang diberikan guru tersebut, tentu saja ada beberapa alternatif gambar yang dihasilkan yang nilainya 7 dan 8. Sebagai contoh, yang hasilnya 7 bisa: 1 dan 6, 2 dan 5, atau 3 dan 4, sedangkan yang hasilnya 8 bisa: 2 dan 6, 3 dan 5, atau 4 dan 4. Salah satu **contoh** alternatif jawaban siswa adalah sebagai berikut.

$$\boxed{10} + \boxed{8} = \boxed{18}$$

atau

$$\boxed{10} + \boxed{8} = \boxed{18}$$

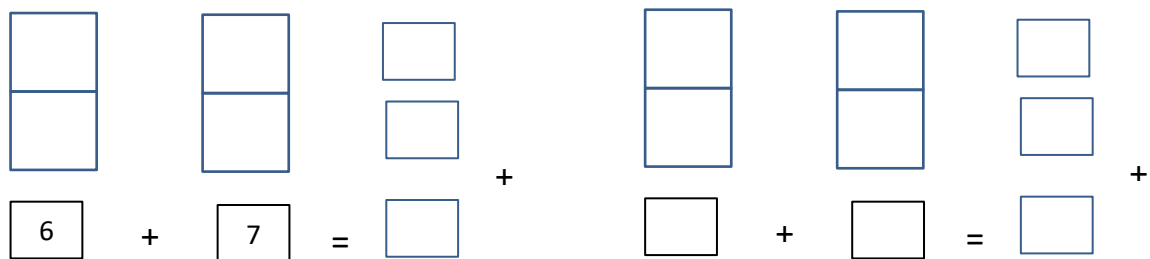
Langkah kedua, siswa dapat diberi soal-soal penjumlahan yang bervariasi baik secara individu ataupun kelompok dengan menggunakan dua kartu. Sebagai salah satu contoh soal yang dapat diberikan adalah penjumlahan yang dilakukan secara vertikal dan horizontal, seperti: berapakah hasilnya tujuh ditambah delapan? Guru dapat memberikan **salah satu contoh** jawaban sebagai berikut.



The image shows two domino cards. The first card has 7 dots (3 on top, 4 on bottom). The second card has 8 dots (3 on top, 5 on bottom). To the right, there is a vertical addition problem: a box with 6 on top and 9 on bottom, followed by a plus sign and an equals sign, and then a box with 15.

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 9 \\ \hline 15 \end{array}$$

Untuk pemahaman lebih lanjut, guru dapat memberikan soal untuk dikerjakan secara individu atau kelompok. Beberapa alternatif soal yang dapat dibuat guru antara lain: (1) siswa disuruh mencari kartu dan membuat kalimat penjumlahan dan hasilnya dari dua nilai kartu yang dilisankan guru, (2) siswa diminta untuk mencari seluruh alternatif yang mungkin pasangan kartu dan bentuk penjumlahan yang hasilnya disebutkan guru, (3) variasi soal yang lain seperti berikut.



The image shows two horizontal addition problems. The first problem uses two domino cards: one with 6 dots (2 on top, 4 on bottom) and one with 7 dots (2 on top, 5 on bottom). Below them is the equation 6 + 7 = [] with empty boxes for the sum. The second problem uses two domino cards: one with 6 dots (2 on top, 4 on bottom) and one with 7 dots (2 on top, 5 on bottom). Below them is the equation [] + [] = [] with empty boxes for the addends and the sum.

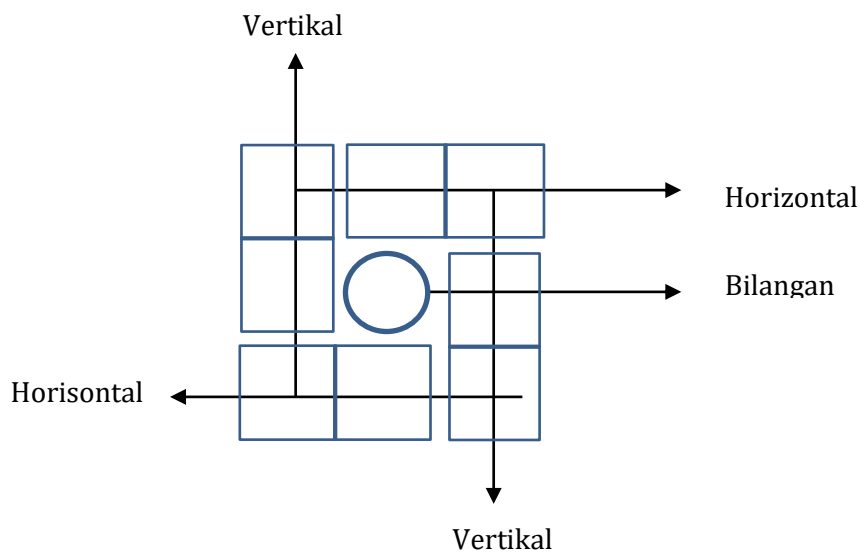
$$\begin{array}{r} \boxed{6} \\ + \boxed{7} \\ \hline \end{array} = \boxed{}$$

$$\boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

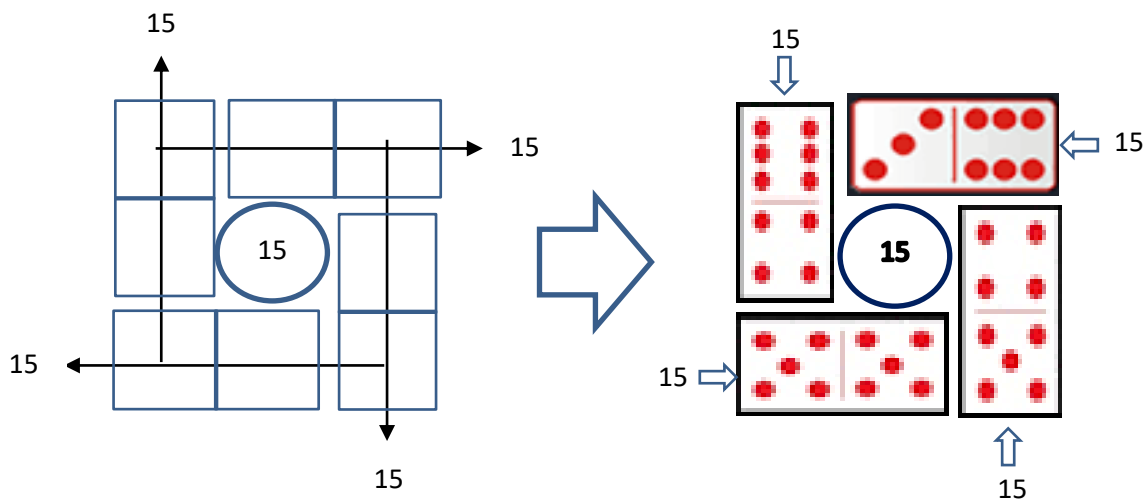
Guru bersama siswa dapat membuat suatu kesimpulan dari kegiatan yang telah dilakukan, yaitu antara lain bahwa hasil penjumlahan dilakukan secara horizontal dan vertikal hasilnya sama.

3. Kartu Domino sebagai Permainan Bilangan

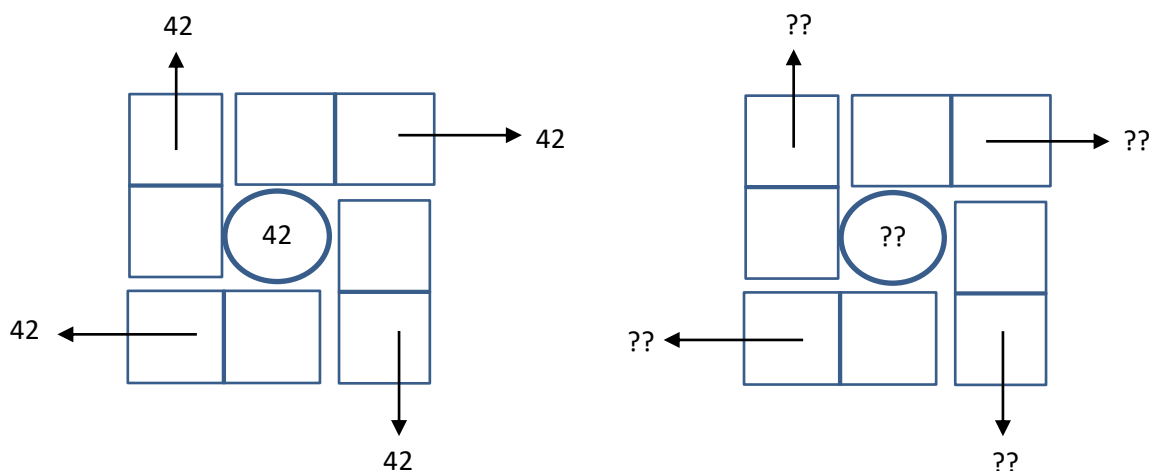
Permainan ini dilakukan apabila siswa telah memahami konsep penjumlahan yang telah dibelajarkan sebelumnya. Permainan ini bisa dilakukan secara individu ataupun kelompok. Aturan dalam permainan ini siswa disuruh meletakkan kartu-kartu bergambar yang apabila dihitung secara horizontal dan vertikal hasilnya sama dengan bilangan yang dikehendaki atau dalam lingkaran yang ditunjukkan dalam gambar berikut ini



Sebagai salah satu contoh seperti berikut ini.



Permainan ini, selanjutnya dapat diberikan dalam bentuk lembar kegiatan dengan variasi bilangan yang nilainya lebih besar dengan langsung menuliskan lambang bilangannya tanpa harus menggambar. Dalam lembar kegiatan nilai bilangannya bisa ditentukan guru atau siswa dapat memilih sendiri bilangan yang dikehendaki dengan batasan yang ditentukan guru, seperti bilangan satu angka, dua angka, dan seterusnya seperti contoh berikut.



E. Simpulan

Siswa yang lambat dalam pembelajaran matematika masih mempunyai harapan dapat mencapai tujuan pembelajaran seperti yang diraih oleh teman sebaya dalam kelasnya. Harapan seperti itu dapat menjadi suatu kenyataan apabila siswa tersebut mendapat cukup perhatian dan layanan yang sesuai dengan kebutuhannya dari guru kelasnya.

Kekhususan dari materi matematika adalah sifatnya yang abstrak dan siswa tingkat sekolah dasar pada umumnya memiliki kemampuan yang terbatas dalam memahami hal-hal yang sifatnya abstrak. Oleh karena itu, peragaan dengan kartu bergambar seperti kartu domino akan sangat membantu siswa khususnya yang lambat dalam memahami dan menguasai matematika yang harus mereka pelajari.

Kartu domino mempunyai tingkat peragaan yang semi konkret. Kartu masih bisa dapat ditata pindahkan siswa dan dari susunan kartu siswa dapat belajar menyusun kalimat matematika dengan betul. Manfaat lain dengan menggunakan kartu domino pembelajaran dapat dirasakan siswa sebagai kegiatan bermain yang menyenangkan. Kegiatan semacam itu, selain dapat membuat siswa berperan aktif dalam proses pembelajaran juga dapat menumbuhkan rasa senang atau minat siswa terhadap mata pelajaran matematika. Guru dapat mengembangkan penggunaan kartu domino dalam membelajarkan operasi hitung dasar pengurangan, perkalian, dan pembagian serta permainan yang lain seperti skrabel.

Daftar Pustaka

- Lexi Elisa Kolumata dan Sumidjan dkk.1991. *(course DPM-62: Development of Instructional Material in Mathematics for Slow Learner at the Primary Level) Collection of Materials for helping Slow Learners in Learning Primary Mathematics*. Penang: Recsam.
- Liau Michael. 1992. *Who are the Slow Learners*. Makalah yang disampaikan pada kursus DSB-61: *Development and Improvisation of Instructional Equipment In Science and Mathematics for the Secondary level* di Seameo Recsam. Penang: Recsam
- Supinah.1994. *Penggunaan Kartu untuk Mengajarkan Operasi Hitung Dasar bagi Siswa kelas I, II, dan III Sekolah Dasar yang Lambat Belajar Matematika*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Williams Alen.1980. *Basic Subjects for the Slow Learner*. London: Methuen Educational Ltd.

*) Dr. Supinah
Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta

Baksos Tanggap Darurat Bencana Covid-19

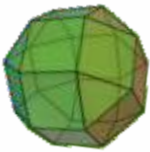
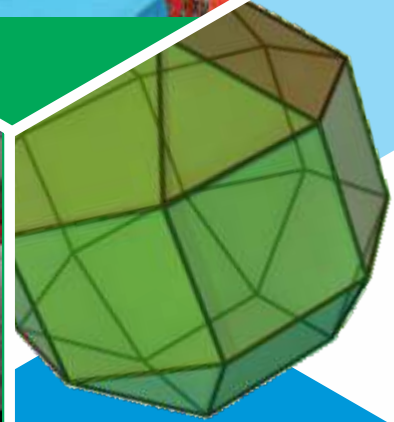
PPPPTK Matematika Salurkan Bantuan 230 Paket Sembako

Bertepatan dengan peringatan Hari Kartini, tanggal 21 April 2020, Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika menyalurkan bantuan sebanyak 230 paket sembako dalam kegiatan Bakti Sosial Tanggap Darurat Bencana Covid-19.

Penyerahan bantuan dilakukan di halaman PPPPTK Matematika oleh Plt. Kepala PPPPTK Matematika, Dr. Dra. Sarjilah, M.Pd., kepada Kepala Dusun Padukuhan Joho, Kepala Dusun Padukuhan Pigondang, Ketua RT 08 RW 60 Sambisari, Ketua RW 52 Pohrubuh, warga RW 60 Padukuhan Joho, perwakilan PPNPN PPPPTK Matematika, perwakilan satpam outsourcing PPPPTK Matematika, perwakilan satpam outsourcing Qitep in Mathematics, dan perwakilan pegawai koperasi Kartika Sembada.

Penyerahan paket sembako kepada perwakilan karena untuk menghindari kerumunan massa sebagai upaya pencegahan penyebaran virus Covid-19.

Selain itu, sebagai wujud tanggung jawab dan kepedulian terhadap lingkungan sekitar, PPPPTK Matematika telah mengawali dengan melakukan penyemprotan desinfektan di RT 08, RW 60, Dusun Sambisari, Desa Condongcatur, Kecamatan Depok, Kabupaten Sleman D.I. Yogyakarta yang mencakup 132 KK dan di RW 52, Dusun Pohrubuh (terdiri dari 3 RT), Desa Condongcatur, Kecamatan Depok, Kabupaten Sleman D.I. Yogyakarta, yang mencakup sebanyak 210 KK.



AJarMat PPPPTK Matematika

Lolos Top 99 Inovasi Pelayanan Publik Tahun 2020

Program Gerakan Ayo Belajar Matematika (AJarMat) yang dimiliki oleh Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika berhasil masuk dalam Top 99 dalam Kompetisi Inovasi Pelayanan Publik (KIPP) Tahun 2020. Dalam kompetisi ini, PPPPTK Matematika berhasil lolos dari total 2.250 proposal yang masuk dan dinilai oleh Kementerian Pendayagunaan Aparatur Negara dan Reformasi Birokrasi (PANRB). Pengumuman tersebut dikeluarkan oleh Kementerian PANRB dalam Surat Pengumuman Nomor: B/153/PP.00.05/2020 tentang Top 99 Inovasi Pelayanan Publik Tahun 2020 di Lingkungan Kementerian/Lembaga, Pemerintah Daerah, BUMN, dan BUMD Tahun 2020 yang ditandatangani oleh Deputi Bidang Publik selaku Ketua Sekretariat KIPP 2020 tanggal 18 Juni 2020.

Gerakan AJarMat dilaksanakan oleh PPPPTK Matematika dengan memberdayakan alumni yang disebut Kader AJarMat dalam mengawal dan membantu orang tua mendampingi anaknya belajar matematika. Program ini diluncurkan sejak tanggal 7 November 2019 oleh Dirjen Guru dan Tenaga Kependidikan, Dr. Supriano, M.Ed. Untuk membantu orang tua dalam mendampingi anak belajar matematika, telah diterbitkan pula buku saku sebagai pegangan bagi orang tua oleh PPPPTK Matematika. Buku saku yang telah diterbitkan adalah Buku Saku Gerakan Ayo Belajar Matematika (AJarMat) Seri 1: "Matematika itu Tidak Sulit Koq...?!" dan Buku Saku Gerakan Ayo Belajar Matematika (AJarMat) Seri 2: "Mendampingi Anak SD Kelas Awal Belajar Matematika".

