Certified System
Quality
ISO 9001
SAI GLOBAL

MEDIA KOMUNIKASI, EDUKASI, DAN INFORMASI PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

LIMAS

Edisi Nomor 41, November 2019

Titik Kritis yang Terabaikan dalam Pelajaran Matematika

Kesalahan Konseptual Topik Trigonometri Pada Buku Kurikulum 2013 Matematika SMA

IZIN TERBIT : No.2426/SK/Ditjen PPG/STT/1998

1829-5657
ISSN 1829-5657

LIMAS

EDISI NOMOR 41, November 2019

TIM REDAKSI

Penanggung Jawab

Kasubbag Tata Usaha dan Rumah Tangga
Harwasono, S.Kom., MM.

Redaktur

Cahyo Sasongko, S.Sn.

Editor

Dra. Th. Widyantini, M.Si.
Agus Dwi Wibawa, S.Pd., M.Si.
Untung Trisna Suwaji, S.Pd., M.Si.
Fadjar Noer Hidayat, S.Si., M.Ed.
Sri Wulandari Danoebroto, M.Pd.
Arfianti Lababa, S.Pd., M.Si.
Rumiati, M.Ed.

Sekretariat

Rina Kusumayanti, S.Sos.
Siti Fathonah
Heru Teguh Purnomo

ALAMAT REDAKSI

Sub bagian TU dan RT
PPPPTK Matematika Yogyakarta
Jl. Kaliurang Km.6, Sambisari, Depok, Sleman,
D.I.Yogyakarta

: (0274) 885725, 881717

: (0274) 885752

: www.p4tkmatematika.kemdikbud.go.id

: limas.p4tkmatematika@gmail.com

Diterbitkan : Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika
Izin terbit :
No. 2426/Ditjen
PPG/STT/1998

DARI REDAKSI

Redaksi menerima tulisan atau artikel dari pembaca. Artikel yang dimuat akan mendapatkan imbalan sepantasnya, sedangkan yang tidak dimuat akan dikembalikan ke penulis. Redaksi berhak memperbaiki naskah yang akan dimuat tanpa mengubah makna/isi. Kritik atau saran dikirim langsung ke redaksi LIMAS

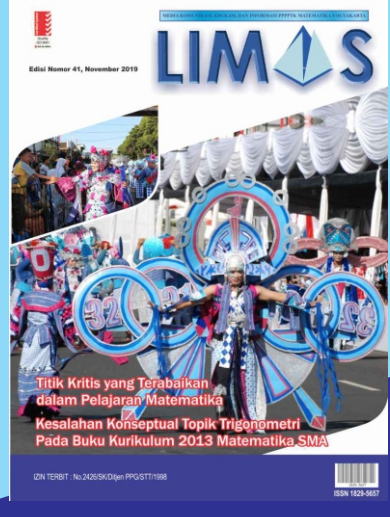
Salam Redaksi

Assalamualaikum wr wb

Syukur Alhamdulillah, Buletin LIMAS Edisi November No 41dapat kami selesaikan dengan baik. Redaksi menyampaikan apresiasi yang tinggi kepada semua penulis yang telah berpartisipasi membagi pengetahuannya melalui Buletin LIMAS, namun tidak semua tulisan dapat kami terbitkan dikarenakan keterbatasan halaman dan juga berdasarkan proses seleksi dari tim kami. Meski demikian, kami harapkan tulisan yang diterbitkan pada edisi ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan bagi para pembaca sekalian. Kami tetap menunggu partisipasi dari semua khalayak untuk mengirimkan tulisan dengan tema yang terkait dunia matematika dan pendidikan matematika ke Buletin LIMAS. Saran dan kritik untuk menjadikan LIMAS lebih baik lagi kedepan tetap kami nantikan dari Anda semua.

Terima kasih.

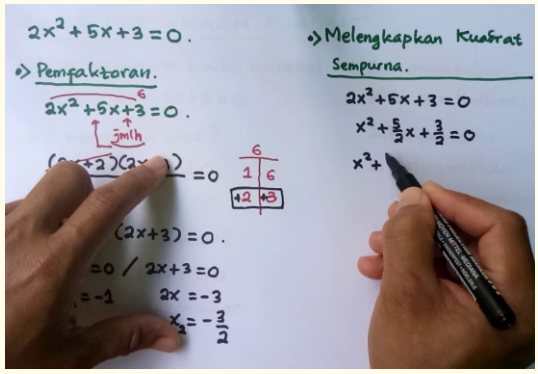
Sampul Depan



DAFTAR ISI

2 Mengenal Polihedron Platonik dan Archimedean

13 Mengenal Akar-akar Kompleks Suatu Persamaan Kuadrat



18 Pengembagan Soal Berorientasi Hots

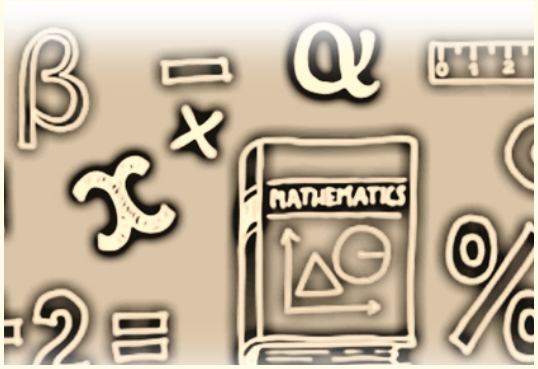
26 Kesalahan Konseptual Topik Trigonometri pada Buku Urikulum 2013 Matematika Sma

38 Learning Community: Menumbuhkan Kecakapan Abad 21 Menuju Guru Maju dan Bermutu

44 Tips Mudah Membuat Video Pembelajaran dari Smartphone

49 Menentukan Rumus Fungsi Linier Menggunakan Konsep Barisan Aritmetika

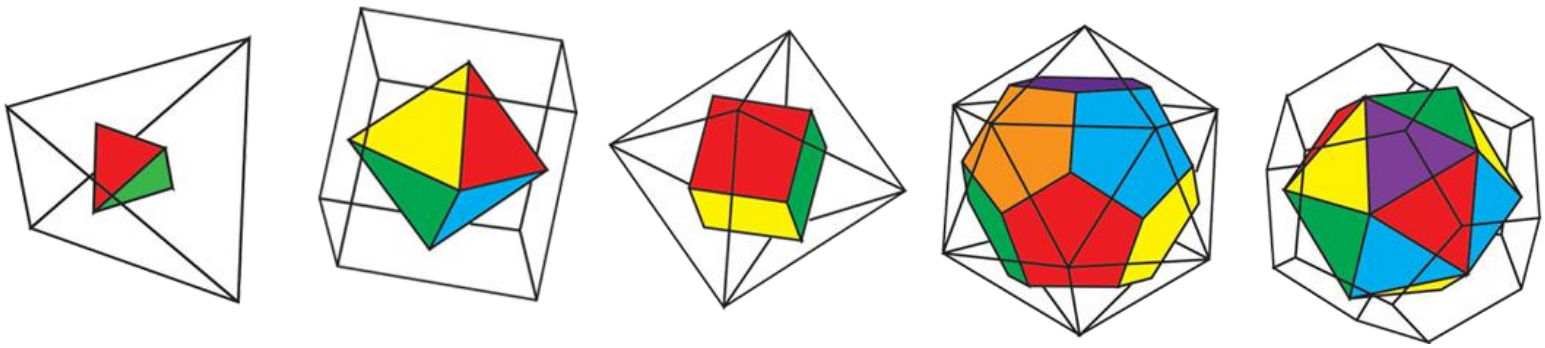
53 Titik Kritis yang Terabaikan Dalam Pelajaran Matematika



58 Model Matematika Dalam Masalah Kontekstual Turunan Fungsi

64 Mengkreasi Persegi Panjang dengan Melipat

69 Membuat Video Screencast menggunakan VSDC



MENGENAL POLIHEDRON PLATONIK DAN ARCHIMEDEAN

***) Wiworo**

Bentuk-bentuk polihedron tidak hanya terbatas pada matematika, akan tetapi juga dapat ditemukan di alam sekitar dan dimanfaatkan untuk pengembangan sains dan teknologi. Selain itu, keunikan bentuk-bentuk polihedron ini juga dapat untuk menunjukkan aspek seni dan keindahan dalam matematika. Sangat disayangkan banyak pihak yang masih belum mengetahui tentang berbagai bentuk polihedron, kecuali terbatas pada kubus, balok, prisma, limas, dan tetrahedron.

Secara umum, polihedron dapat diartikan sebagai bangun ruang 3 dimensi yang dibentuk dengan cara menghubungkan bentuk-bentuk poligon sebagai sisi-sisi dari polihedron. Polihedron dapat diklasifikasikan menjadi dua kelompok besar, yaitu polihedron konveks dan konkaf. Pada polihedron konveks, jika dipilih sebarang dua titik di dalam polihedron tersebut lalu kedua titik itu dihubungkan oleh ruas garis, maka ruas garis tersebut akan berada di dalam polihedron. Adapun untuk polihedron konkaf, ruas garis tersebut bisa berada di luar polihedron. Pada tulisan ini hanya akan dibahas mengenai polihedron konveks, khususnya polihedron Platonik dan Archimedean.

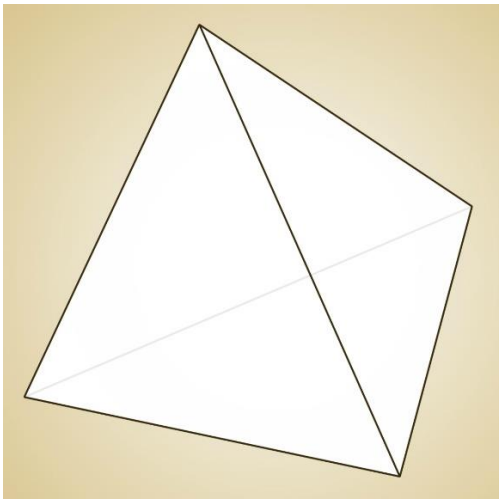
POLIHEDRON PLATONIK

Polihedron Platonik merupakan polihedron konveks dengan setiap sisinya terbentuk dari satu jenis poligon yang kongruen. Polihedron ini pertama kali ditemukan oleh Plato dan dituliskan dalam bukunya yang berjudul "The Timaeus". Terdapat lima bentuk polihedron Platonik, yaitu *tetrahedron*, kubus, *octahedron*, *dodecahedron*, dan *icosahedron*. Plato mengasosiasikan empat bentuk polihedron ini dengan empat elemen utama yang ada di bumi. *Tetrahedron* diasosiasikan dengan api, kubus diasosiasikan dengan tanah, *octahedron* dengan udara, dan *icosahedron* dengan air. Adapun *dodecahedron* diasosiasikan Plato dengan surga. Selanjutnya Euclid, murid dari Plato, dalam bukunya yang berjudul "The Elements" telah membuktikan bahwa hanya ada tepat lima bentuk polihedron Platonik.

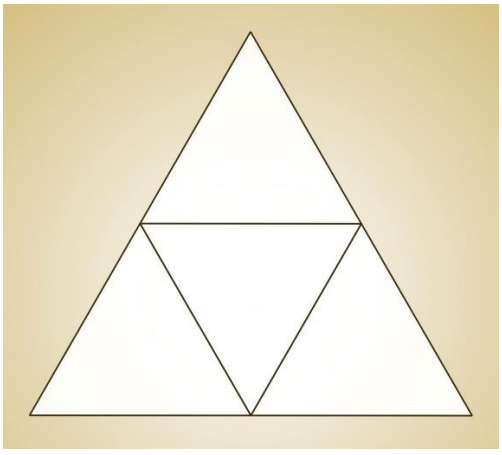
Pada uraian karakteristik polihedron Platonik berikut ini (dan Archimedean pada bagian selanjutnya) digunakan notasi dari Phillips (2012) dengan *T* adalah singkatan dari *triangle* (segitiga), *S* adalah *square* (persegi), *P* adalah *pentagon* (segilima), *H* adalah *hexagon* (segienam), *O* adalah *octagon* (segidelapan), dan *D* adalah *decagon* (segisepuluh). Sekalipun tidak disebutkan, jelas bahwa semua bentuk poligon pembentuk polihedron adalah beraturan (*regular*). Semua gambar polihedron dan jaring-jaringnya pada uraian berikut ini dibuat menggunakan aplikasi *Unfold for iPad*.

1. *Tetrahedron* (T_4)

Tetrahedron mempunyai sisi sebanyak 4 dengan bentuk sisi adalah segitiga. Banyak rusuk adalah 6 dan banyak verteks adalah 4. Banyak rusuk atau sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 3 segitiga dengan pola *TTT*.



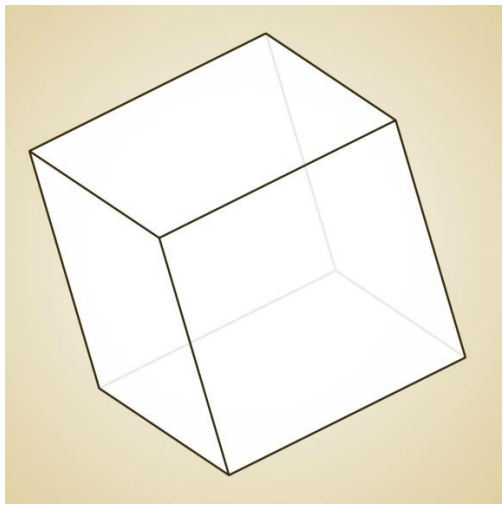
Tetrahedron



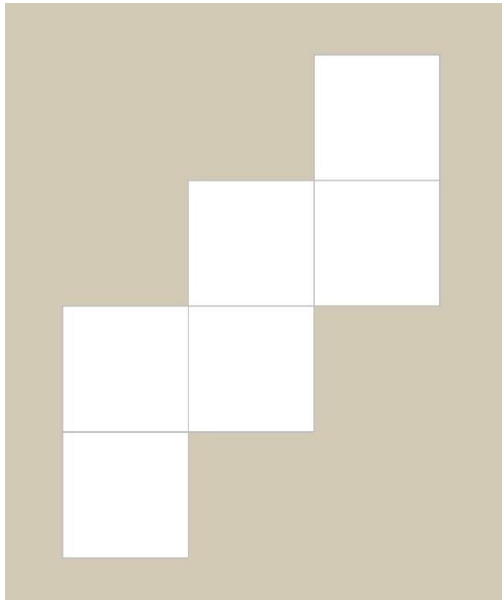
Jaring-jaring *tetrahedron*

2. Kubus/*Hexahedron* (S_6)

Kubus mempunyai sisi sebanyak 6 dengan bentuk sisi adalah persegi. Banyak rusuk adalah 12 dan banyak verteks adalah 8. Banyak rusuk atau sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 3 persegi dengan pola *SSS*.



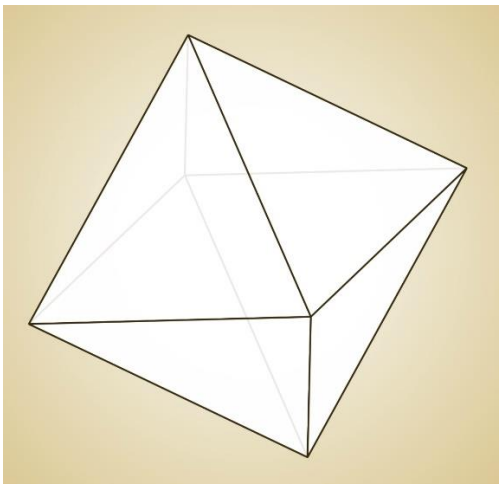
Kubus



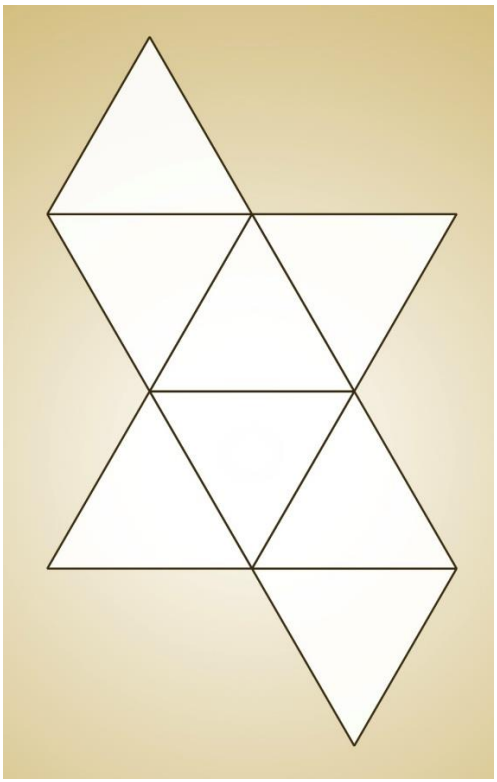
Jaring-jaring kubus

3. *Octahedron* (T_8)

Octahedron mempunyai sisi sebanyak 8 dengan bentuk sisi adalah segitiga. Banyak rusuk adalah 12 dan banyak verteks adalah 6. Banyak rusuk atau sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 4 segitiga dengan pola *TTTT*.



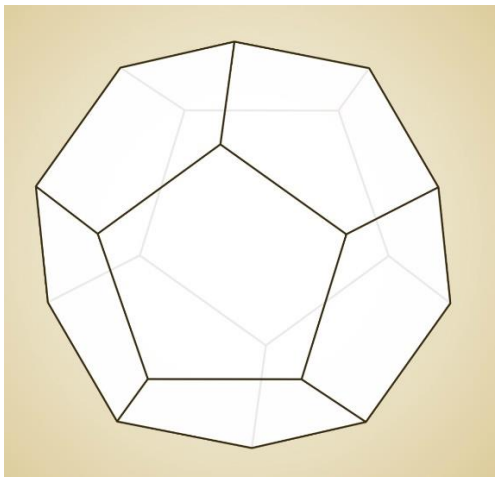
Octahedron



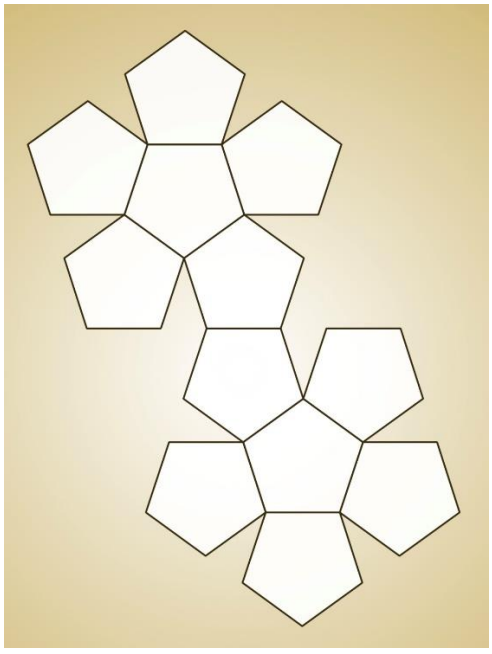
Jaring-jaring *octahedron*

4. *Dodecahedron* (P_{12})

Dodecahedron mempunyai sisi sebanyak 12 dengan bentuk sisi adalah *pentagon*. Banyak rusuk adalah 30 dan banyak verteks adalah 20. Banyak rusuk atau sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 3 *pentagon* dengan pola *PPP*.



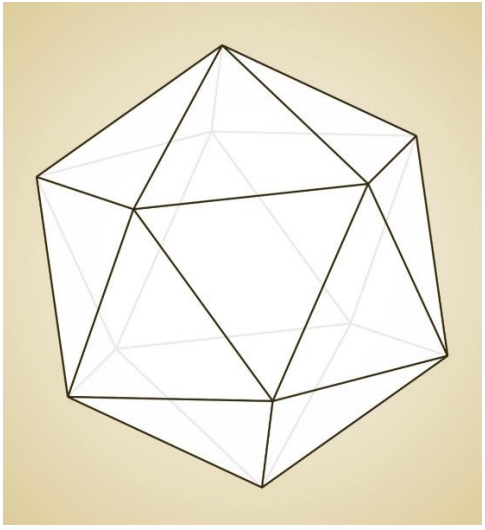
Dodecahedron



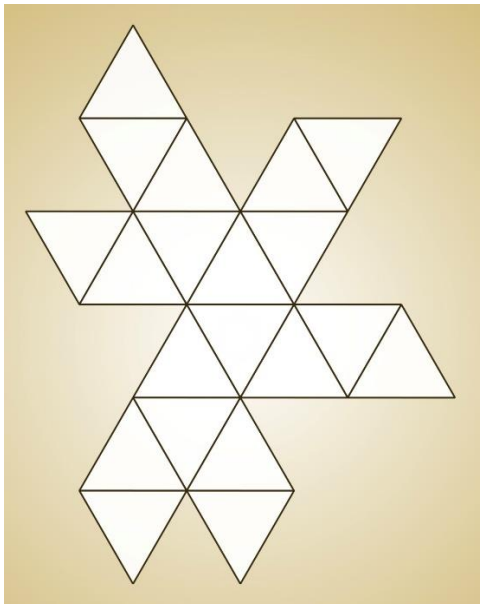
Jaring-jaring *dodecahedron*

5. *Icosahedron* (T_{20})

Icosahedron mempunyai sisi sebanyak 20 dengan bentuk sisi adalah segitiga. Banyak rusuk adalah 30 dan banyak verteks adalah 12. Banyak rusuk atau sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 5 segitiga dengan pola *TTTTT*.



Icosahedron



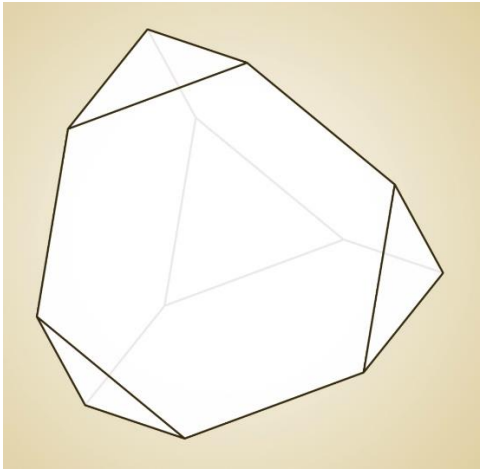
Jaring-jaring *icosahedron*

POLIHEDRON ARCHIMEDEAN

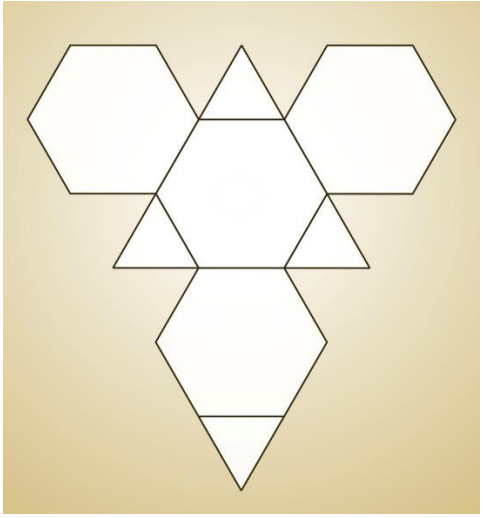
Berdasarkan lima bentuk polihedron Platonik, Archimedes dapat menemukan bahwa terdapat dengan tepat tigabelas bentuk polihedron konveks semi beraturan yang selanjutnya disebut polihedron Archimedean. Apabila polihedron Platonik mempunyai sisi yang terbentuk dari satu poligon yang kongruen, untuk sisi-sisi polihedron Archimedean terbentuk dari dua atau lebih poligon yang kongruen. Ketigabelas bentuk polihedron Archimedean adalah *truncated tetrahedron*, *truncated cube*, *truncated octahedron*, truncated dodecahedron, *truncated icosahedron*, *cuboctahedron*, *icosidodecahedron*, *small rhombicuboctahedron*, *great rhombicuboctahedron*, *small rhombicosidodecahedron*, *great rhombicosidodecahedron*, *snub cube*, dan *snub dodecahedron*.

1. *Truncated Tetrahedron* (T_4H_4)

Truncated tetrahedron dibuat dengan cara memotong setiap bagian pojok dari *tetrahedron*. Polihedron ini mempunyai sisi sebanyak 8 dengan bentuk sisi adalah 4 segitiga dan 4 *hexagon*. Banyak rusuk adalah 18 dan banyak verteks adalah 12. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 segitiga dan 2 *hexagon* dengan pola THH.



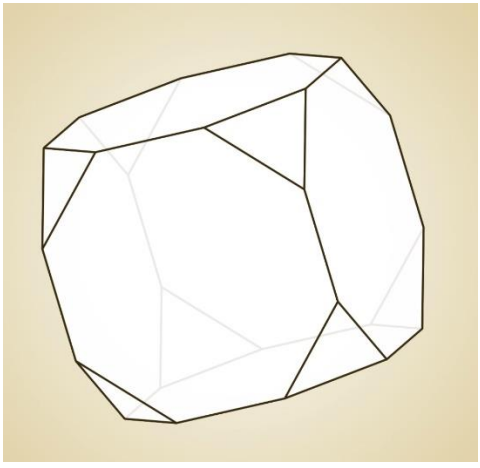
Truncated tetrahedron



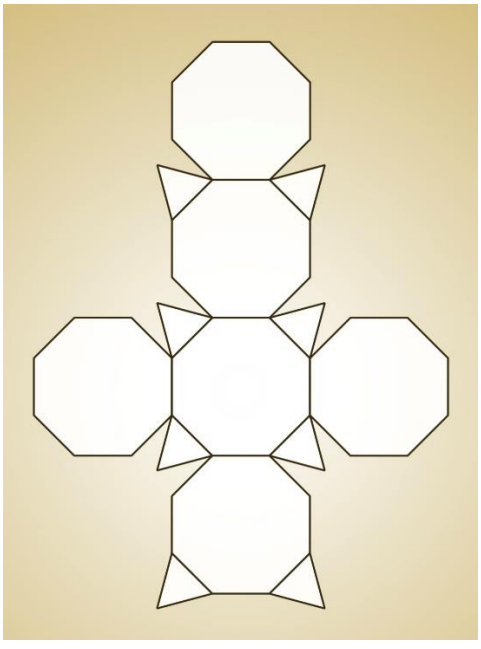
Jaring-jaring *truncated tetrahedron*

2. *Truncated Cube* (T_8O_6)

Truncated cube dibuat dengan cara memotong setiap bagian pojok dari kubus. Polihedron ini mempunyai sisi sebanyak 14 dengan bentuk sisi adalah 8 segitiga dan 6 *octagon*. Banyak rusuk adalah 36 dan banyak verteks adalah 24. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 segitiga dan 2 *octagon* dengan pola TOO.



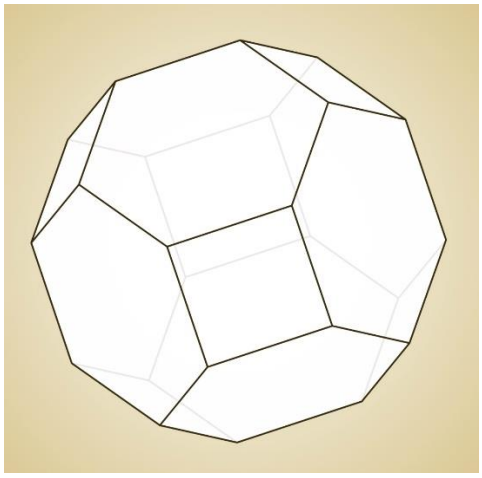
Truncated cube



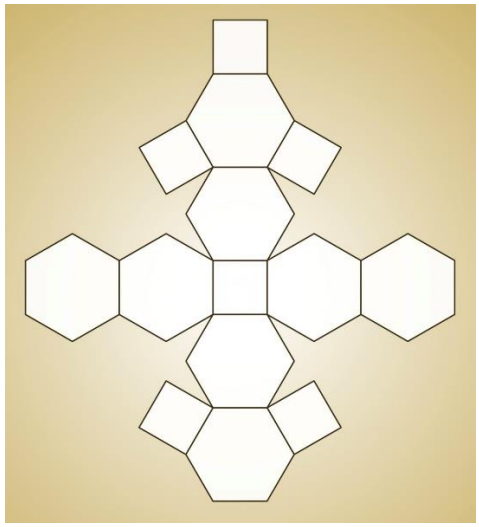
Jaring-jaring *truncated cube*

3. *Truncated Octahedron* (S_6H_8)

Truncated octahedron dibuat dengan cara memotong setiap bagian pojok dari *octahedron*. Polihedron ini mempunyai sisi sebanyak 14 dengan bentuk sisi adalah 6 persegi dan 8 *hexagon*. Banyak rusuk adalah 36 dan banyak verteks adalah 24. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 persegi dan 2 *hexagon* dengan pola SHH.



Truncated octahedron

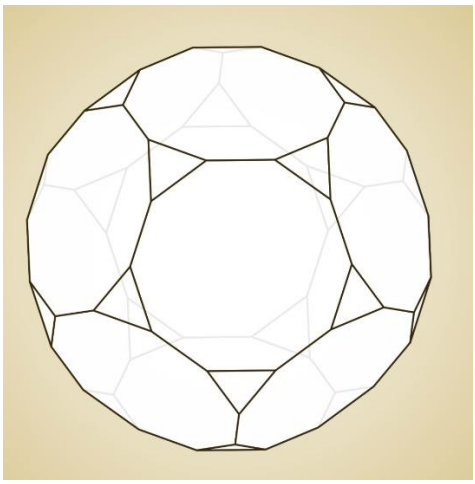


Jaring-jaring *truncated octahedron*

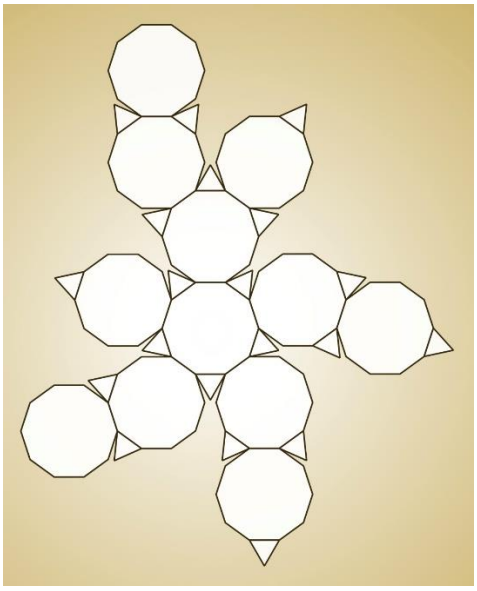
4. *Truncated Dodecahedron* ($T_{20}D_{12}$)

Truncated dodecahedron dibuat dengan cara memotong setiap bagian pojok dari *dodecahedron*. Polihedron ini mempunyai sisi sebanyak 32 dengan

bentuk sisi adalah 20 segitiga dan 12 *decagon*. Banyak rusuk adalah 90 dan banyak verteks adalah 60. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 segitiga dan 2 *decagon* dengan pola TDD.



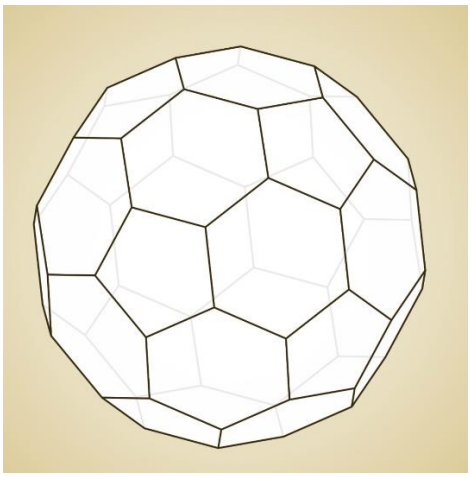
Truncated dodecahedron



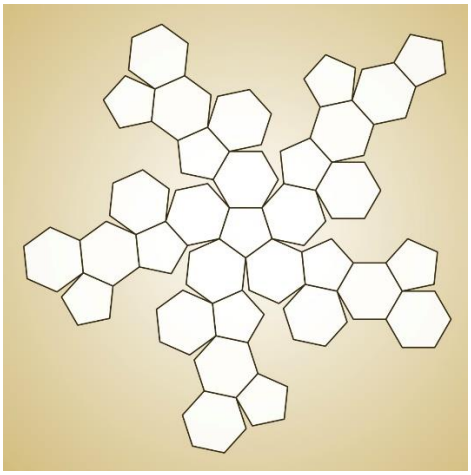
Jaring-jaring *truncated dodecahedron*

5. *Truncated Icosahedron* ($P_{12}H_{20}$)

Truncated icosahedron dibuat dengan cara memotong setiap bagian pojok dari *icosahedron*. Polihedron ini mempunyai sisi sebanyak 32 dengan bentuk sisi adalah 12 *pentagon* dan 20 *hexagon*. Banyak rusuk adalah 90 dan banyak verteks adalah 60. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 *pentagon* dan 2 *hexagon* dengan pola PHH.



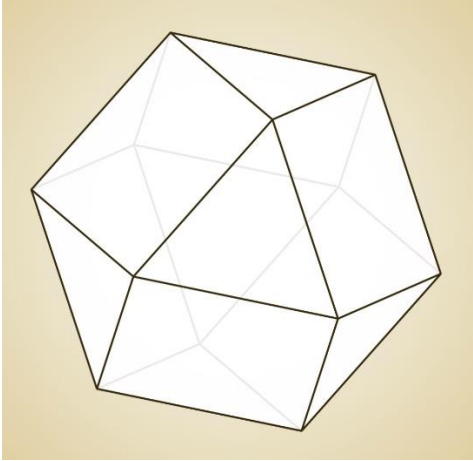
Truncated icosahedron



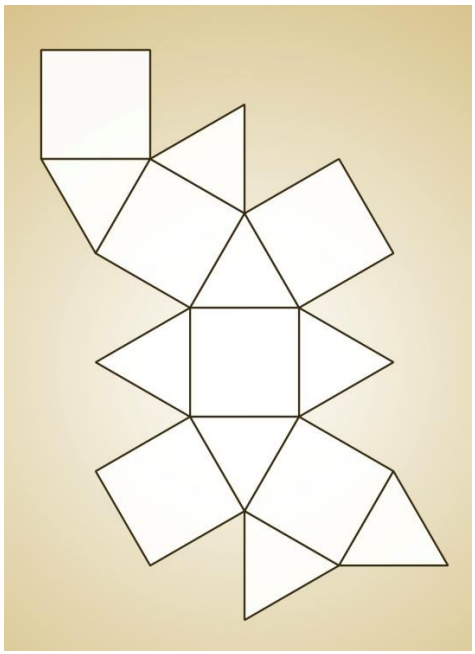
Jaring-jaring *icosahedron*

6. *Cuboctahedron* (T_8S_6)

Cuboctahedron mempunyai sisi sebanyak 14 dengan bentuk sisi adalah 8 segitiga dan 6 persegi. Banyak rusuk adalah 24 dan banyak verteks adalah 12. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 4. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 2 segitiga dan 2 persegi dengan pola $TSTS$.



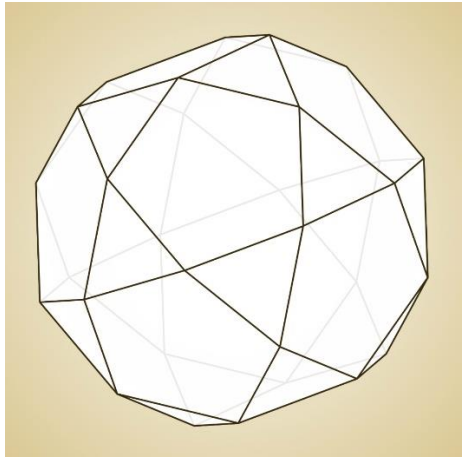
Cuboctahedron



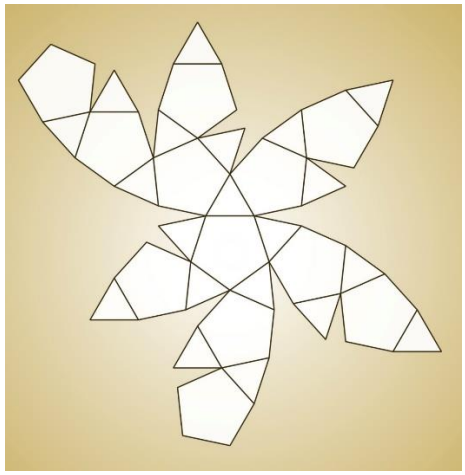
Jaring-jaring *cuboctahedron*

7. *Icosidodecahedron* ($T_{20}P_{12}$)

Icosidodecahedron mempunyai sisi sebanyak 32 dengan bentuk sisi adalah 20 segitiga dan 12 *pentagon*. Banyak rusuk adalah 60 dan banyak verteks adalah 30. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 4. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 2 segitiga dan 2 *pentagon* dengan pola $TPTP$.



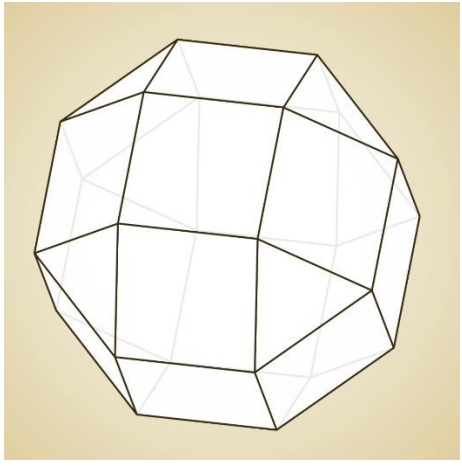
Icosidodecahedron



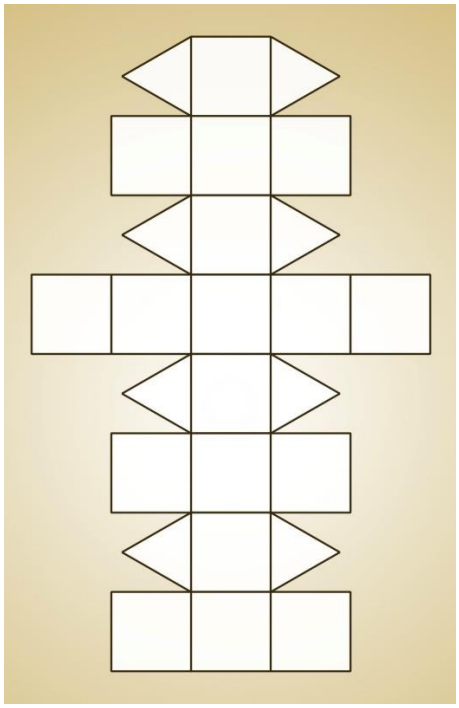
Jaring-jaring *icosidodecahedron*

8. *Small Rhombicuboctahedron* (T_8S_{18})

Small rhombicuboctahedron mempunyai sisi sebanyak 26 dengan bentuk sisi adalah 8 segitiga dan 18 persegi. Banyak rusuk adalah 48 dan banyak verteks adalah 24. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 4. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 segitiga dan 3 persegi dengan pola $TSSS$.



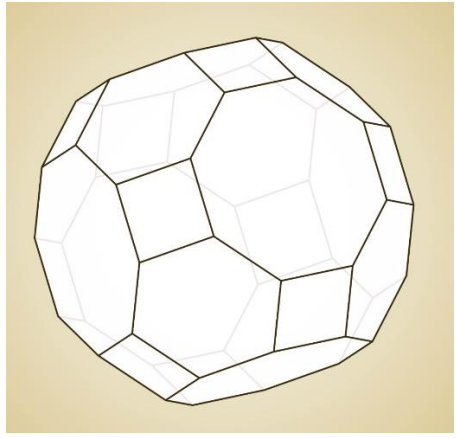
Small rhombicuboctahedron



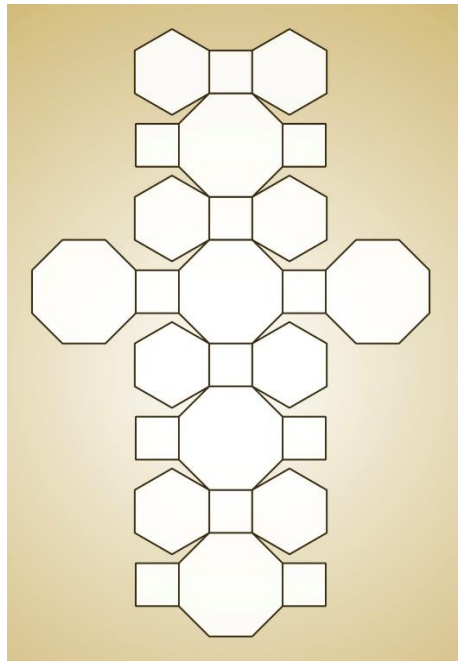
Jaring-jaring *small rhombicuboctahedron*

9. *Great Rhombicuboctahedron* ($S_{12}H_8O_6$)

Great rhombicuboctahedron mempunyai sisi sebanyak 26 dengan bentuk sisi adalah 12 persegi, 8 *hexagon*, dan 6 *octagon*. Banyak rusuk adalah 72 dan banyak verteks adalah 48. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 persegi, 1 *hexagon*, dan 1 *octagon* dengan pola SHO.



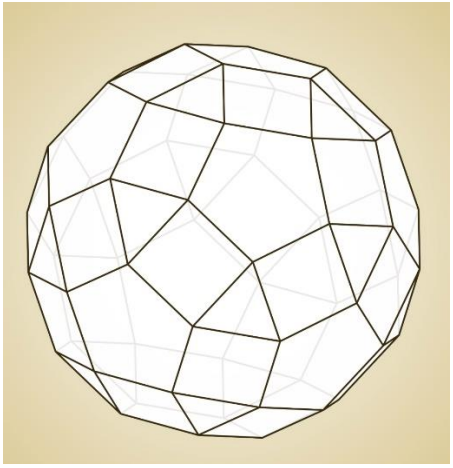
Great rhombicuboctahedron



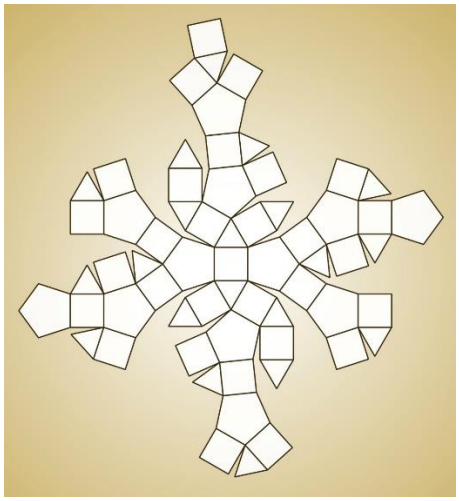
Jaring-jaring *great rhombicuboctahedron*

10. *Small Rhombicosidodecahedron* ($T_{20}S_{30}P_{12}$)

Small rhombicosidodecahedron mempunyai sisi sebanyak 62 dengan bentuk sisi adalah 20 segitiga, 30 persegi, dan 12 *pentagon*. Banyak rusuk adalah 120 dan banyak verteks adalah 60. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 4. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 segitiga, 2 persegi, dan 1 *pentagon* dengan pola $TSPS$.



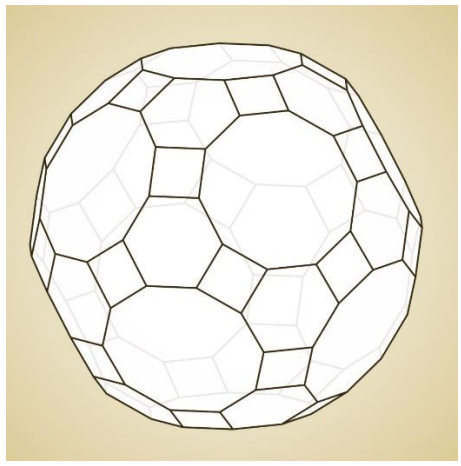
Small rhombicosidodecahedron



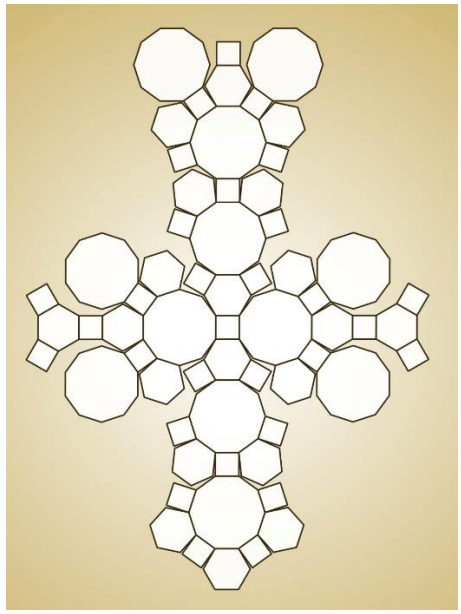
Jaring-jaring *small rhombicosidodecahedron*

11. *Great Rhombicosidodecahedron* ($S_{30}H_{20}D_{12}$)

Great rhombicosidodecahedron mempunyai sisi sebanyak 62 dengan bentuk sisi adalah 30 persegi, 20 *hexagon*, dan 12 *decagon*. Banyak rusuk adalah 180 dan banyak verteks adalah 120. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 3. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 1 persegi, 1 *hexagon*, dan 1 *decagon* dengan pola SHD.



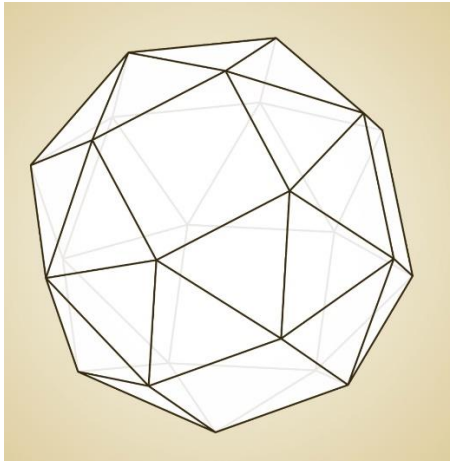
Great rhombicosidodecahedron



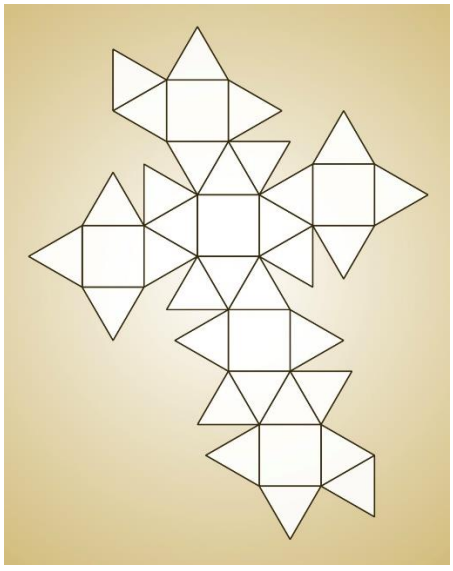
Jaring-jaring *great rhombicosidodecahedron*

12. *Snub Cube* ($T_{32}S_6$)

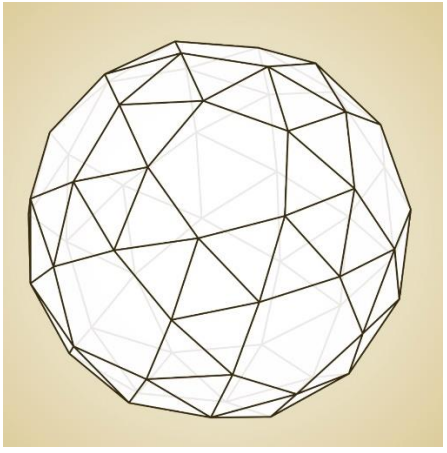
Snub cube mempunyai sisi sebanyak 38 dengan bentuk sisi adalah 32 segitiga dan 6 persegi. Banyak rusuk adalah 60 dan banyak verteks adalah 24. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 5. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 4 segitiga dan 1 persegi dengan pola $TTTTS$.



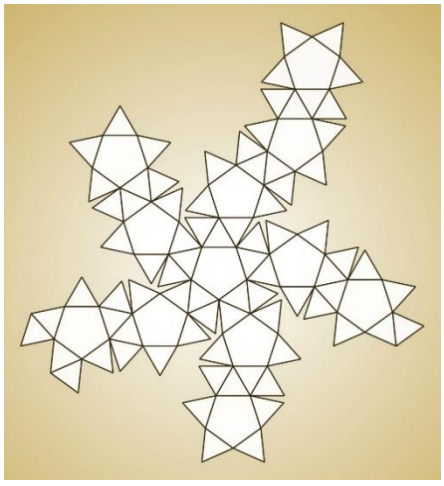
Snub cube



Jaring-jaring *snub cube*



Snub dodecahedron



Jaring-jaring *snub dodecahedron*

13. *Snub Dodecahedron* ($T_{80}P_{12}$)

Snub dodecahedron mempunyai sisi sebanyak 92 dengan bentuk sisi adalah 80 segitiga dan 12 *pentagon*. Banyak rusuk adalah 150 dan banyak verteks adalah 60. Banyak rusuk yang bertemu pada setiap verteks adalah 5. Banyak sisi yang bertemu pada setiap verteks adalah 4 segitiga dan 1 *pentagon* dengan pola $TTTTP$.

REFERENSI

Akiyama, Jin dan Kiyoko Matsunaga, 2015, *Treks into Intuitive Geometry: The World of Polygons and Polyhedra*, Tokyo: Springer Japan.

Allen, Jon, 2012, *Making Geometry: Exploring Three-Dimensional Forms*, Edinburgh: Floris Books.

Anderson, Anna, 2008, *Archimedean Solids*, tesis pada Department of Mathematics, University of Nebraska-Lincoln.

Ball, W. W. Rouse dan H. S. M. Coxeter, 1947, *Mathematical Recreations and Essays*, New York: The MacMillan Company.

Geoff, Phillips, 2012, *Platonic and Archimedean Polyhedra: 18 Models, 4 Construction Methods*, Victoria: Geoff Phillips Publications

Gurkewitz, Rona dan Bennett Arnstein, 1995, *3-D Geometric Origami: Modular Polyhedra*, New York: Dover Publications, Inc.

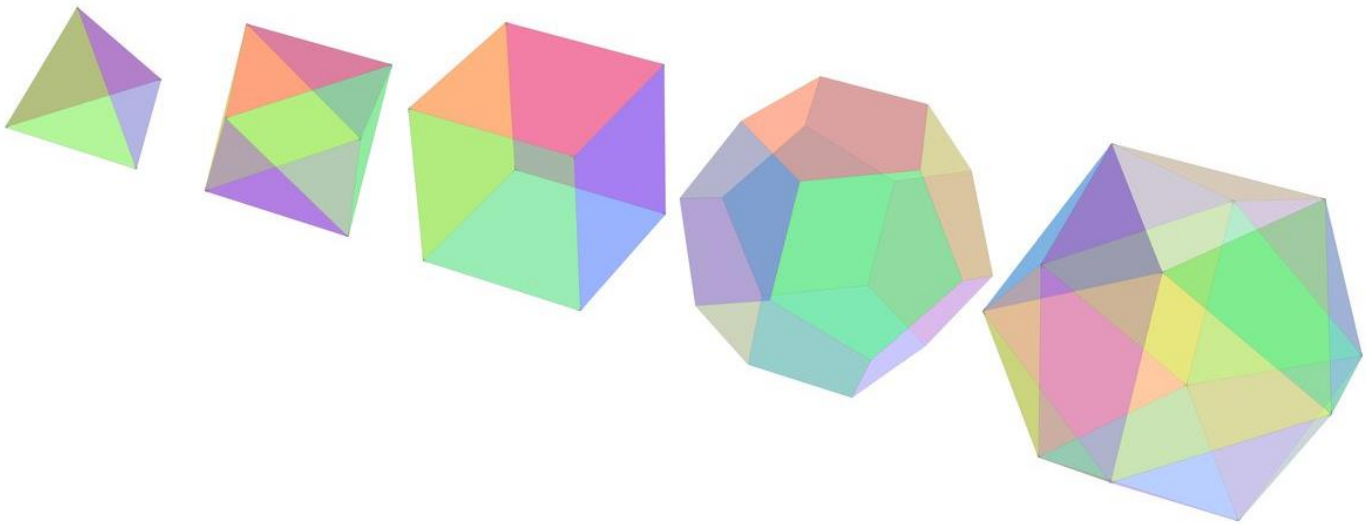
Senechal, Marjorie, 2013, *Shaping Space: Exploring Polyhedra in Nature, Art, and the Geometrical Imagination*, London: Springer.

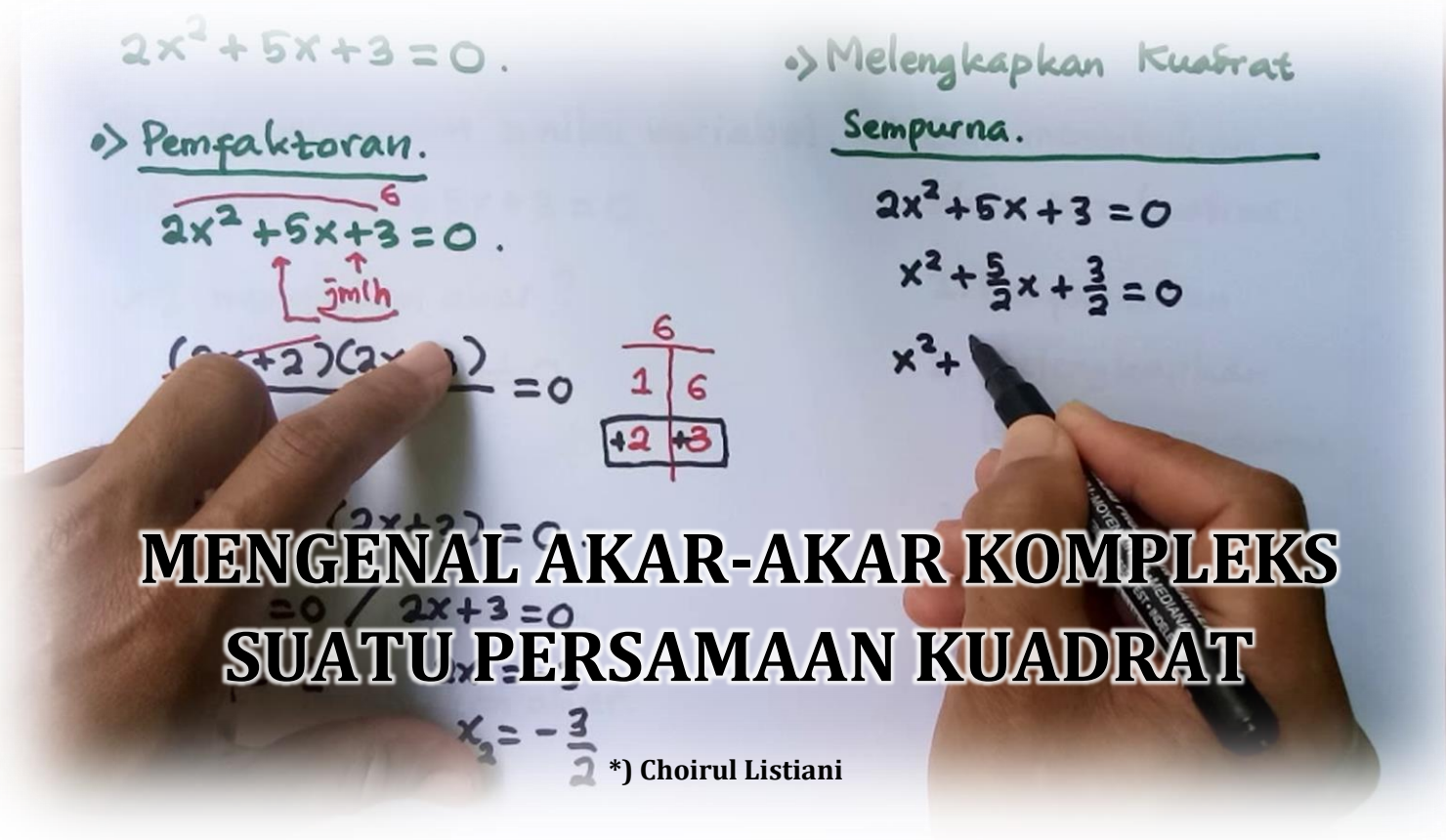
Tanna, Sunil, 2014, *Introduction to Platonic Solids*, London: Answers 2000 Limited.

---

*) Wiworo, S.Si. M.M.

Widyaiswara PPPPTK Matematika





MENGENAL AKAR-AKAR KOMPLEKS SUATU PERSAMAAN KUADRAT

*) Choirul Listiani

Pendahuluan

Materi Persamaan Kuadrat mulai dikenal di jenjang SMP Kelas IX ketika mempelajari KD 3.2. Menjelaskan persamaan kuadrat dan karakteristiknya berdasarkan akar-akarnya serta cara penyelesaiannya. Bentuk umum persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang pangkat tertingginya dua dan dituliskan sebagai:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan $a \neq 0, a, b, c \in R$. Bilangan a, b, c pada persamaan kuadrat disebut sebagai koefisien. Akar persamaan kuadrat dari $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut.

Ditinjau dari nilai diskriminannya, yaitu $D = b^2 - 4ac$ maka sifat akar-akar persamaan kuadrat tersebut adalah:

1. jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0, a, b, c \in R$ memiliki dua akar real yang berbeda.
2. jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0, a, b, c \in R$ memiliki dua akar real yang sama (kembar).
3. jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a \neq 0, a, b, c \in R$ tidak memiliki akar real, atau lebih lanjut dikatakan mempunyai akar kompleks atau akar imajiner.

Persamaan kuadrat dengan akar kompleks sebagai penyelesaiannya tidak dibahas secara khusus di jenjang SMP. Namun demikian sebagai seorang guru perlu kiranya mempunyai wawasan lebih terkait asal muasal akar kompleks tersebut.

Berkaitan dengan hal di atas, tulisan berikut akan membahas lebih jauh mengenai akar-akar kompleks yang menjadi penyelesaian persamaan kuadrat dengan $D < 0$.

Bilangan dan Akar Kompleks

Untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$, dengan $a,b,c \in R$ dan $a \neq 0$ dapat dilakukan dengan beberapa cara sebagai berikut.

a. Memfaktorkan
   Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat dinyatakan menjadi
   $(x - x_1)(x - x_2) = 0$. Nilai dari x_1 dan x_2 disebut akar-akar persamaan kuadrat.

b. Melengkapkan kuadrat sempurna,
   Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi $(x + p)^2 = q$, dengan q suatu bilangan tak negatif dan p bilangan real, sehingga akar-akarnya adalah $x = -p + \cdots$ atau $x = -p - \cdots$

c. Menggunakan rumus, yang biasa disebut dengan rumus *abc*.

   Untuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ada kalanya memfaktorkan merupakan cara yang paling mudah digunakan dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat, namun pada kondisi tertentu persamaan kuadrat sulit untuk difaktorkan, bahkan tidak dapat difaktorkan. Jika diperhatikan, persamaan kuadrat yang tidak dapat difaktorkan ini mempunyai nilai diskriminan negatif ($D < 0$). Seperti yang sudah ditulis di depan, persamaan kuadrat yang tidak dapat difaktorkan ini akar-akarnya dikatakan kompleks.

Persamaan kuadrat paling sederhana yang mempunyai penyelesaian akar kompleks adalah $x^2+1=0$. Pada persamaan ini $a = 1$, $b = 0$, dan $c = 1$, sehingga nilai diskriminannya $D = b^2 - 4ac = 0 - 4(1)(1) = -4$. Kita tidak akan menemukan akar real dari persamaan ini. Dengan rumus *abc* diperoleh,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$
$$= \frac{\pm\sqrt{-4}}{2}$$

Penyelesaian $x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{-4}}{2}$ merupakan bilangan kompleks. Apa itu bilangan kompleks? Bagaimana proses munculnya bilangan kompleks?

Sebelum berbicara lebih jauh tentang bilangan kompleks, mari kita ingat kembali permasalahan dalam sistem bilangan yang telah dikenal sebelumnya. Kita awali dengan bilangan bulat. Jika diberikan masalah: Berapa nilai a sehingga $2a = 6$? Jawabnya adalah 3. Kemudian jika diberikan pertanyaan, berapa nilai a sehingga $2a = 7$? Maka tidak ada bilangan bulat yang memenuhi persamaan tersebut. Perhatikan bahwa $2(3) = 6$ dan $2(4) = 8$, bilangan 7 terletak di antara dua bilangan bulat 6 dan 8. Dengan demikian kita perlu mengenalkan bentuk "pecahan".

Bentuk "pecahan" yang didefinisikan sebagai pasangan terurut dari bilangan bulat, misalnya (7,2) (notasi lain $\frac{7}{2}$) merupakan bilangan rasional. Bilangan rasional (m, n) dan (p, q) dikatakan sama jika bilangan yang seletak

dalam pasangan itu bernilai sama, yaitu $m = p$ dan $n = q$ atau dengan kata lain $mq = np$. Jumlah dua bilangan rasional adalah:

$$(m,n) + (p,q) = (mq + np, nq)$$

Adapun hasil kali dua bilangan rasional adalah:

$$(m,n)\,(p,q) = (mp, nq)$$

Menggunakan notasi bilangan rasional, maka bilangan bulat k dapat dinyatakan dengan $(k,1)$. Pada permasalahan di atas, $2a = 7$ dapat dituliskan sebagai $(2,1)(m,n) = (7,1)$, dan penyelesaiannya adalah $a = (m,n) = (7,2)$.

Permasalahan selanjutnya adalah bagaimana menentukan penyelesaian dari $x^2 = 2$? Euclid menunjukkan bahwa tidak ada bilangan rasional yang memenuhi persamaan $x^2 = 2$. Dengan demikian perlu didefinisikan bilangan baru, yaitu bilangan real, dimana bilangan rasional masuk di dalamnya. Pada tingkatan selanjutnya dihadapkan pada permasalahan, berapa nilai x yang memenuhi $x^2 = -1$? Ternyata tidak ada bilangan real yang memenuhi persamaan tersebut, sehingga didefinisikan bilangan baru, yaitu **bilangan kompleks.**

Bilangan kompleks merupakan pasangan terurut bilangan real (x, y), yang diinterpretasikan sebagai titik di bidang kompleks. Dua bilangan kompleks (x, y) dan (u, v) dikatakan sama jika $x = u$ dan $y = v$. Penjumlahan dan perkalian bilangan kompleks, didefinisikan sebagai berikut:

$$(x, y) + (u, v) = (x + u, y + v) \qquad \text{(i)}$$

dan

$$(x, y)(u, v) = (xu - yv, xv + yu) \qquad \text{(ii)}$$

Perhatikan operasi aritmatika pada bilangan kompleks jika ordinatnya bernilai nol berikut.

$$\begin{aligned}(x, 0) + (u, 0) &= (x + u, 0 + 0)\\ &= (x + u, 0) \qquad \text{(iii)}\end{aligned}$$

dan,

$$\begin{aligned}(x, 0)(u, 0) &= (x.u - 0 \cdot 0, x \cdot 0 + 0 \cdot u)\\ &= (xu, 0) \qquad \text{(iv)}\end{aligned}$$

Keadaan ini analog dengan keadaan pada bilangan rasional dengan koordinat kedua bernilai 1. Dalam hal ini kita dapat menggunakan notasi x untuk menuliskan $(x, 0)$ dan $x + u$ untuk menyederhanakan $(x, 0) + (u, 0)$ (perhatikan (iii)), sedangkan xu adalah penyederhanaan untuk $(x, 0)(u, 0)$ (perhatikan (iv)). Bilangan-bilangan ini merupakan bilangan real (pada bilangan rasional dengan ordinatnya bernilai 1 adalah bilangan bulat).

Sekarang perhatikan bahwa untuk sebarang dua bilangan kompleks,

$$\begin{aligned}(u, v)x &= x(u, v)\\ &= (x, 0)(u, v)\\ &= (x.u - 0 \cdot v, x.v + 0.u)\\ &= (xu, xv)\end{aligned}$$

Perhatikan pula bahwa menurut definisi penjumlahan bilangan kompleks, $z = (x, y)$ dapat dinyatakan dengan:

$$z = (x, y) = (x, 0) + (0, y) \qquad \text{(v)}$$

Adapun menurut definisi perkalian, persamaan (v) di atas dapat ditulis sebagai,

$$z = (x, y) = (x,0) + (0, y)$$
$$= (x,0) + (y,0)(0,1) \qquad \text{(vi)}$$

(menurut definisi perkalian, $(y, 0)(0,1) = (y.0 - 0.1, y.1 + 0.0) = (0, y)$).

Misal kita tulis $(0,1) = \alpha$ maka persamaan (vi) menjadi,

$$z = (x, y) = (x, 0) + (y, 0)(0,1) = x + \alpha y \quad \text{(vii)}$$

Sekarang akan dibuktikan bahwa untuk dua bilangan kompleks $z = (x, y) = x + \alpha y$ dan $w = (u, v) = u + \alpha v$ maka $(x, y)(u, v) = (x + \alpha y)(u + \alpha v)$.

Berdasar (i) dan (vii), untuk dua bilangan kompleks $z = (x, y) = x + \alpha y$ dan $w = (u, v) = u + \alpha v$ maka,

$$zw = (x, y)(u, v)$$
$$= (xu - yv, xv + yu) \quad \text{Berdasar (i)}$$
$$= (xu - yv) + \alpha(xv + yu) \quad \text{Berdasar (vii)}$$
$$= (xu - yv, xv + yu)$$

Selain itu,

$$zw = (x + \alpha y)(u + \alpha v)$$
$$= xu + \alpha(xv + yu) + \alpha^2 yv.$$

Akan ditunjukkan bahwa,

$$(xu - yv, xv + yu) = xu + \alpha(xv + yu) + \alpha^2 yv$$

Perhatikan bahwa $\alpha^2 = \alpha\alpha = (0,1)(0,1) = (-1,0) = -1$

Sehingga,

$$(xu - yv, xv + yu) = (xu - yv) + \alpha(xv + yu)$$
$$= xu - yv + \alpha(xv + yu)$$
$$= xu + (-1)yv + \alpha(xv + yu)$$
$$= xu + \alpha^2 yv + \alpha(xv + yu) \qquad \text{(viii)}$$

Demikian pula sebaliknya,

$$xu + \alpha(xv + yu) + \alpha^2 yv = xu + \alpha(xv + yu) + (-1)yv$$
$$= xu + \alpha(xv + yu) - yv$$
$$= (xu - yv) + \alpha(xv + yu)$$
$$= (xu - yv, xv + yu) \quad \text{(ix)}$$

Dari (viii) dan (ix) terbukti bahwa

$$xu + \alpha(xv + yu) + \alpha^2 yv = (xu - yv, xv + yu)$$

Dengan demikian, dari uraian di atas kita telah mendapatkan penyelesaian dari persamaan $x^2 = -1$, yaitu α, dimana $\alpha = (0,1)$.

Perlu dicatat, bahwa hampir semua orang di seluruh dunia menggunakan notasi *i* untuk menuliskan α. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa bilangan kompleks adalah bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk $z = x + iy$ dengan $i^2 = -1$.

Kembali ke permasalahan di awal, maka persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0$ mempunyai akar:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$
$$= \frac{\pm\sqrt{-4}}{2}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{4(-1)}}{2}$$
$$= \frac{\pm\sqrt{4}\sqrt{-1}}{2}$$
$$= \frac{\pm 2i}{2}$$
$$= \pm i$$

Dengan demikian, akar-akar persamaan $x^2 + 1 = 0$ adalah $\pm i$.

Penutup

Persamaan kuadarat dan sifat-sifat akarnya sudah dibahas di jenjang SMP Kelas IX Semester 1. Sesuai Permendikbud No. 37 Tahun 2018, kompetensi yang harus dikuasai peserta didik jenjang SMP adalah penyelesaian persamaan kuadrat dengan akar-akar real. Dengan demikian akar kompleks yang merupakan penyelesaian dari persamaan kuadrat dengan $D < 0$ tidak dibahas lebih lanjut. Namun sebagai seorang guru, seyogyanya mempunyai wawasan lebih terkait akar atau bilangan kompleks.

Pembahasan tentang bilangan kompleks di atas, walaupun mungkin masih banyak kekurangan, harapannya dapat menambah wawasan atau mengingatkan kembali guru-guru matematika di sekolah menengah atau para pembaca lainnya. Semoga!

Referensi

John D. Palliouras. 1986. *Complex variable for scientist and enginers*. USA

James Ward Brown & Ruel V. Churchill. 2009. *Complex Variables and Applications*, 8th ed. McGraw-Hill Companies

Kemdikbud. 2015. Buku Siswa Kurikulum 2013: *Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1*. Jakarta

Kemdikbud. 2018. *Permendikbud No. 37 Tahun 2018 tentang Kompetensi Isi dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan*. Jakarta

---

*) Choirul Listiani, S.Si., M.Si.

Widyaiswara PPPPTK Matematika

PENGEMBAGAN SOAL BERORIENTASI HOTS

***) Sumadi**

A. PENDAHULUAN

Keterampilan berpikir tingkat tinggi (*Heigher Order Thinking Skills*/HOTS) merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki siswa terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah-masalah yang dihadapi dalam kehidupan siswa sehari-hari. Dalam melaksanakan pembelajaran, diharapkan bahwa peserta didik dapat merasakan kegunaan pengetahuan yang dipelajarinya untuk kehidupan mereka.

Namun kenyataan menunjukkan bahwa berdasarkan analisis hasil *Programme for International Student Assessment* (PISA) 2009, ditemukan bahwa dari 6 (enam) level kemampuan yang dirumuskan di dalam studi PISA, hampir semua peserta didik Indonesia hanya mampu menguasai pelajaran sampai level 3 (tiga) saja, sementara negara lain yang terlibat di dalam studi ini banyak yang mencapai level 4 (empat), 5 (lima), dan 6 (enam). Hal itu berarti bahwa siswa Indonesia berdasarkan indikator dari OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*, 2013) baru mencapai kemampuan melaksanakan prosedur dengan baik, memilih dan menerapkan strategi memecahkan masalah yang sederhana, menginterpretasikan dan menggunakan representasi berdasarkan pada sumber informasi yang berbeda dan mengemukakan alasannya secara langsung dari yang didapat, serta mengembangkan komunikasi sederhana melalui hasil, interpretasi dan penalaran mereka.

Secara umum Iwan Pranoto (2011) menyimpulkan bahwa siswa Indonesia mengalami tiga masalah utama, yaitu: (1) siswa tidak terbiasa menyelesaikan permasalahan tak rutin, sehingga mereka mengalami kesulitan jika menghadapi permasalahan baru; (2) siswa lemah dalam memodelkan situasi nyata ke masalah matematika dan menafsirkan solusi matematika ke situasi nyata, dan (3) jenjang bernalar merangkum (*comprehension*) dan menganalisis sangat kurang.

Melihat kondisi yang demikian, perlu dilakukan upaya untuk terus memperbaiki dan meningkatkan mutu pembelajaran matematika. St. Hasmiah Mustamin (2010) menyatakan bahwa salah satu faktor penentu hasil belajar peserta didik adalah metode-metode yang digunakan oleh guru selama pelaksanaan proses pembelajaran. Dalam proses pembelajaran siswa tidak hanya menerima pengetahuan tetapi mengkonstruk dan menganalisis pengetahuan tersebut dengan berbagai aktivitas pembelajaran. Sehingga pembelajaran menjadi bermakna dan dapat diterapkan dalam kehidupannya. Sejalan dengan hal tersebut, kurikulum yang berlaku saat ini menuntut pembelajaran yang berpusat pada siswa.

Guru hendaknya memilih dan menggunakan strategi, pendekatan, metode, dan teknik yang banyak melibatkan siswa aktif, baik secara fisik, mental, maupun sosial. Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika yang mencakup masalah tertutup dengan solusi tunggal, masalah terbuka dengan solusi tidak tunggal, dan masalah dengan berbagai cara penyelesaian. Untuk meningkatkan kemampuan memecahkan masalah perlu dikembangkan keterampilan memahami masalah, membuat model matematika, menyelesaikan masalah, dan menafsirkan solusinya.

Selain diperlukan pengelolaan pembelajaran yang baik, diperlukan juga metode dan instrumen asesmen yang mampu mengungkapkan seluruh perubahan tingkah laku peserta didik sesuai kriteria/tolok ukur tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan. Penilaian yang selama ini ditempuh oleh guru dirasa tidak mampu memberikan gambaran tentang aspek penilaian secara menyeluruh, terutama pada kemampuan HOTS. Hal ini antara lain disebabkan oleh: (1) setiap soal yang digunakan dalam suatu tes umumnya mempunyai jawaban tunggal; (2) tes hanya berfokus pada skor akhir dan tidak berfokus pada bagaimana peserta didik memperoleh jawaban; (3) tes kurang mampu mengungkapkan bagaimana peserta didik berpikir; dan (4) umumnya tes tidak mampu mengukur semua aspek belajar (St. Hasmiah Mustamin, 2010).

Kendati demikian, ternyata masih sedikit pendidik yang mampu dan terampil menyiapkan pertanyaan tingkat tinggi (Khan & Imanullah, 2011). Permasalahan utama penerapan asesmen keterampilan berpikir tinggi adalah bahwa guru di sekolah-sekolah belum terbiasa menggunakannya. Hal ini disebabkan, karena penyusunan instrumen dan prosedur pelaksanaannya dirasa rumit serta membutuhkan waktu yang lama. Kondisi serupa dilaporkan oleh Lisa et al. (2012) yang menyatakan bahwa pada tahap studi pendahuluan di SMA Negeri di Kabupaten Indramayu didapatkan data tentang jenis instrumen penilaian biologi materi sistem respirasi dan ekskresi hanya mengukur hafalan dan pemahaman konsep berdasarkan taksonomi kognitif Bloom berada pada C1 (hafalan) dan C2 (pemahaman).

Bertitik tolak pada kondisi tersebut dipandang perlu untuk meningkatkan pemahaman dan kemampuan guru dalam menyusun butir soal yang berorientasi pada HOTS.

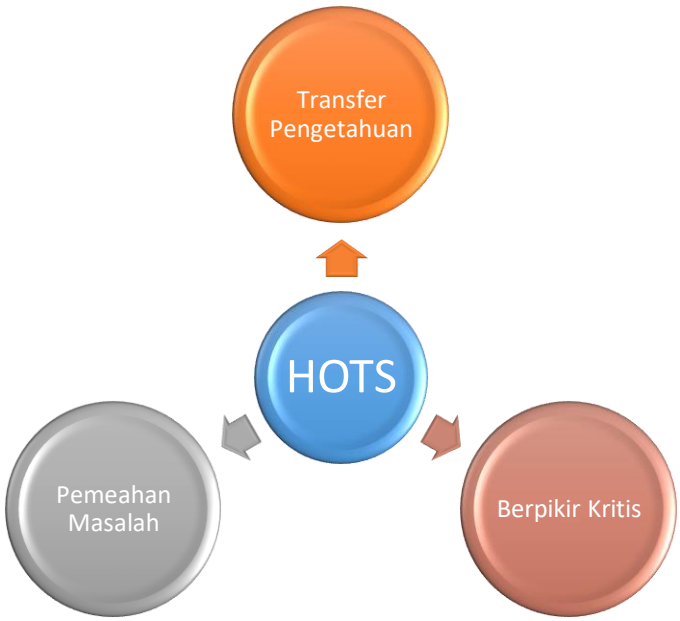
B. KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Keterampilan berpikir tidak dapat didefinisikan secara pasti, namun Resnick (1987) dan Marzano et al. (1988) menyatakan bahwa keterampilan berpikir tingkat rendah (LOTS) dan keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) dapat dikenali jika kedua nampak. Dalam berbagai literatur, LOTS dicirikan sebagai kemampuan mengingat informasi atau menerapkan konsep atau pengetahuan pada situasi atau konteks yang telah familiar, sebaliknya HOTS

dicirikan sebagai pemikiran kompleks dan non-algoritmik yang melibatkan beberapa solusi, bernuansa penilaian dan interpretasi, penerapan beberapa kriteria, ketidakpastian, pengaturan diri dari proses berpikir, memaksakan makna, dan menemukan struktur yang tidak jelas (Resnick, 1987). Jadi perbedaan mendasar dari LOTS dan HOTS adalah terletak pada kemapuan seseorang dalam menggunakan informasi yang telah dimilikinya untuk mengkonstruk suatu pemahaman atau konsep baru untuk menyelesaikan masalah pada bidang lainnya.

Berdasarkan taksonomi Bloom, terdapat dua pendapat pengelompokan keterampilan berpikir yang berbeda. Pendapat pertama menyatakan bahwa tiga level pertama yakni mengingat, memahami dan menerapkan diklasifikasikan sebagai berpikir tingkat rendah, sedangkan tiga level yang terakhir yakni analisis, sintesis, dan evaluasi diklasifikasikan sebagai tataran berpikir tingkat tinggi (Zohar & Dori: 2003, Brookhart: 2010, Fensham & Bellochia: 2013). Pendapat kedua dinyatakan oleh Ball & Garton (2005) dan Goethals (2013), yaitu bahwa ingatan dan pemahaman diklasifikasikan sebagai keterampilan berpikir tingkat rendah, sedangkan penerapan, analisis, sintesis dan evaluasi diklasifikasikan sebagai keterampilan berpikir tingkat tinggi. Sejalan dengan pendapat yang kedua, berdasarkan taksonomi Bloom yang direvisi oleh Anderson & Karthwohl (2001), Widihastuti, Suyata & Kumaidi (2014) menyatakan bahwa keterampilan berpikir tingkat tinggi meliputi menerapkan (*applying*), menganalisis (*analyzing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan mencipta (*creating*).

Selain berdasarkan taksonomi Bloom, terdapat beberapa pengertian keterampilan berpikir tingkat tinggi yang lain, misalnya menurut King et al. (1998), yang meyatakan bahwa keterampilan berpikir tingkat tinggi meliputi berpikir kritis, logis, reflektif, metakognitif, dan berpikir kreatif. Kemampuan berpikir tersebut diaktifkan ketika individu mengalami masalah asing, ketidakpastian, pertanyaan, atau dilema. Hal senada juga diungkapkan oleh Brookhart (2010:3) menyatakan bahwa keterampilan berpikir tingkat tinggi dapat dikategorikan menjadi tiga aspek, yaitu (1) kemampuan mentransfer, (2) berpikir kritis dan (3) memecahkan masalah.



Gambar 1. Aspek-aspek HOTS

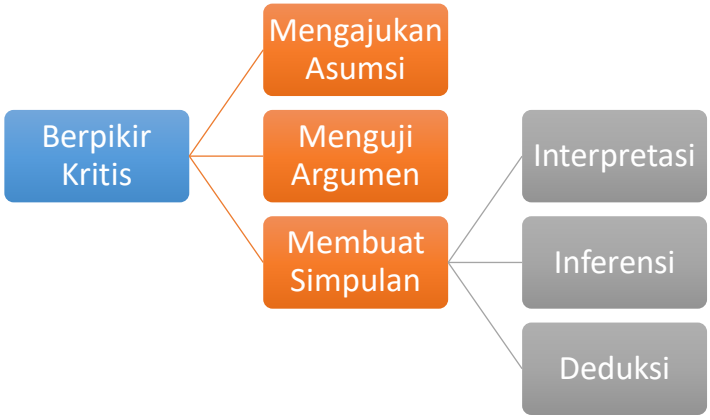
1. Transfer Pengetahuan

Definisi pola berpikir tingkat tinggi dalam hal transfer, merupakan cara berpikir dari pembacaan yang tidak sebatas panca indera atau sekedar proses mengingat namun bagaimana dapat merasakan makna, mampu menerapkan apa yang mereka pelajari (Brookhart, 2010). Matematika bukanlah kumpulan standar-standar yang terpisah-pisah dengan bidang studi lainnya. Sebaliknya matematika adalah bidang studi yang terintegrasi. Ketika siswa menghubungkan ide-ide matematika, pemahaman mereka menjadi lebih mendalam dan mereka menjadi dapat melihat matematika sebagai kesatuan yang utuh. Siswa

mentransfer pengetahuan matematika pada mata pelajaran lain, sesuai konteks dan pengalaman mereka sendiri.

2. Berpikir Kritis

Brookhart (2010) menyatakan bahwa berpikir kritis merupakan cara berpikir yang masuk akal melalui proses bertanya, investigasi, observasi, mengambarkan, membandingkan dan menghubungkan berbagai informasi, menemukan kompleksitas dan mengekplorasi dari berbagai sudut pandang, sedangkan menurut Watson & Glasser (2012), berpikir kritis dapat didefinisikan sebagai kemampuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis masalah serta mencari dan mengevaluasi informasi yang relevan untuk mencapai kesimpulan yang tepat.



Gambar 2. Aspek-aspek Berpikir Kritis

Asumsi adalah sesuatu yang diandaikan atau diterima begitu saja. Ketika Anda berkata, "Saya akan menjadi pengacara berkualitas dalam dua bulan", Anda menerima begitu saja bahwa Anda akan hidup dalam dua bulan, bahwa Anda akan lulus ujian yang relevan, dan hal-hal serupa.

Argumen adalah alasan untuk memperkuat atau menolak suatu pendapat, pendirian, atau gagasan. Dalam pengambilan diperlukan penilaian untuk membedakan antara argumen yang kuat dan argumen yang lemah. Suatu argumen lemah jika tidak terkait langsung dengan pertanyaan, tidak penting, atau jika itu hanya terkait dengan aspek-aspek sepele dari pertanyaan itu.

Interpretasi adalah pandangan atau tafsiran teoretis terhadap suatu permasalahan. Menginterpretasi artinya menilai apakah masing-masing pernyataan yang diajukan logis, sesuai aturan, tanpa keraguan, dan bersumber dari informasi yang diberikan dalam paragraf.

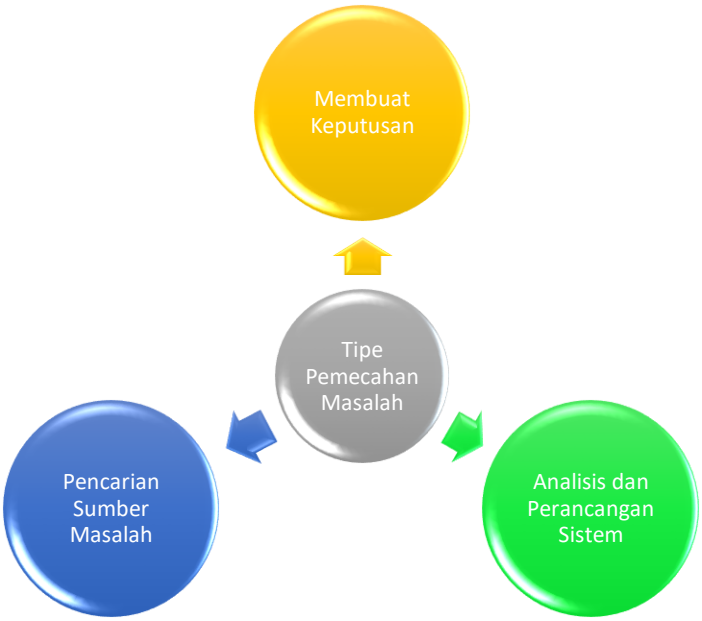
Inferensi adalah cara penyimpulan di mana seseorang dapat menarik kesimpulan dari fakta yang diamati atau dugaan tertentu. Misalnya, jika lampu menyala di rumah dan musik dapat terdengar berasal dari rumah, seseorang mungkin menyimpulkan bahwa seseorang ada di rumah, namun kesimpulan ini mungkin benar atau tidak benar. Mungkin saja orang-orang di rumah itu tidak mematikan lampu dan radio ketika mereka meninggalkan rumah.

Deduksi adalah sebuah proses penalaran untuk menarik kesimpulan berupa prinsip atau sikap yang berlaku khusus berdasarkan atas fakta-fakta yang bersifat umum. Dimulai dari hal-hal umum menuju kepada hal-hal yang khusus atau hal-hal yang lebih rendah. Proses pembentukan kesimpulan deduktif tersebut dapat di mulai dari suatu dalil atau hukum menuju kepadal hal-hal yang kongkrit.

3. Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah adalah upaya untuk mencari jalan keluar dari sebuah kesulitan yang dihadapi. Pemecahan masalah juga merupakan aktivitas berpikir yang diarahkan untuk menemukan jawaban atas permasalahan yang meliputi pembentukan respon dan seleksi atas berbagai kemungkinan respon. Untuk keperluan assessmen siswa, PISA (2003) fokus pada

kemampuan pemecahan masalah dalam tiga jenis situasi: (1) membuat keputusan; (2) mengevaluasi dan merancang sistem; dan (3) mencari sumber masalah.



Gambar 3. Tipe-tipe Pemecahan Masalah

C. TIPE SOAL HOTS DAN CONTOHNYA

Berdasarkan uraian tentang aspek-aspek HOTS di atas dapat disusun sembilan tipe soal HOTS seperti contoh berikut ini.

1. Transfer pengetahuan

Seorang pengusaha bibit mlinjo okulasi memperoleh pesanan 5000 batang bibit mlinjo. Menurut pengalaman produksi dari kebun pembibitan miliknya, pengusaha tersebut mencatat bahwa daya kecambah biji mlinjo adalah 85 %, tingkat keberhasilan okulasi 70 %, mortalitas bibit melinjo selama pemeliharaan 15%. Jika bobot 1000 butir benih mlinjo adalah 4.500 gram, berapa kilogram benih mlinjo yang harus disemai.

2. Pengajuan asumsi

Perusahaan peternakan sapi perah menempatkan sapi laktasi ke dalam dua kandang yang berbeda, kandang A berisi 22 ekor dan kandang B berisi 18 ekor. Setiap hari dilakukan pencatatan produksi susu, sehingga diketahui rata-rata produksi susu harian per sapi per kandang. Untuk tujuan kemudahan penanganan, dua ekor sapi dari kandang A dipindahkan ke Kandang B. Pada akhir pekan berikutnya dilakukan evaluasi, ternyata rata-rata produksi susu harian kandang A maupun kandang B meningkat.

Pernyataan berikut ini yang sesuai adalah ….

A. Rerata produksi mula-mula kandang A lebih rendah dibanding kandang B

B. Rerata produksi mula-mula kadang A dan kandang B sama rendahnya

C. Rerata produksi sapi yang dipindah lebih tinggi dari rerata produksi mula-mula kandang A

D. Rerata produksi sapi yang dipindah lebih rendah dari rerata produksi mula-mula kandang A

3. Pengujian argumen

Haruskah pemerintah memberikan 'Kartu Indonesia Pintar' untuk membantu setiap anak yang menjadi tanggungan dalam sebuah keluarga sehingga semua anak bisa bersekolah?

A. Ya; banyak keluarga yang sekarang tidak mampu membiayai sekolah anaknya akan terbantu, dan ini akan sangat meningkatkan kecerdasan bangsa.

B. Ya; namun dengan persyaratan dan seleksi yang ketat bagi para keluarga yang akan menerimanya.

C. Tidak; bantuan semacam itu justeru akan secara serius merusak rasa tanggung jawab pribadi orang tua bagi keluarga mereka sendiri.

D. Tidak; Program KIP pemerintah akan menyebabkan pengeluaran anggaran biaya tambahan.

4. Inferensi

Tabel berikut menyajikan waktu lari dalam menit dan detik untuk pemenang medali Emas pada Olimpiade tahun 2008 dalam lomba lari 100 m, 200 m, 400 m dan 800 m.

Lomba	Pria	Wanita
100 m	9,69	10,78
200 m	19,30	21,74
400 m	43,75	49,62
800 m	1:44,65	?

Kesimpulan berikut ini yang benar adalah ….

A. *Waktu lari bagi pemenang medali emas untuk lomba lari wanita 800 m kurang dari 1:48,02.*
B. *Untuk lomba lari Olimpiade dengan jarak yang sama, umumnya, pria berlari lebih cepat daripada wanita.*
C. *Perbedaan waktu antara lomba pria dan wanita kira-kira sama seberapa pun jarak lomba.*
D. *Tidak terdapat pola yang dapat digeneralisasi untuk menentukan waktu tempuh pelari wanita.*

5. Interpretasi

Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film tersebut mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan: "Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa gempa budi akan terjadi di Kota Zed adalah dua pertiga."

Pernyataan di bawah ini yang mencerminkan maksud ahli geologi tersebut adalah ...

A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13{,}3$ *sehingga antara tahun ke- 13 dan 14 dari sekarang akan terjadi gempa*
B. $\frac{2}{3}$ *lebih besar dari* $\frac{1}{2}$*, sehingga dapat diyakini akan terjadi gempa di Kota Zed dalam 20 tahun ke depan*
C. *Peluang terjadinya gempa di Kota Zed dalam duapuluh tahun ke depan lebih besar daripada peluang tidak terjadinya gempa*
D. *Kita tidak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorangpun dapat meyakinkan kapan gempa bumi akan terjadi.*

6. Deduksi

Tidak ada pemimpin yang bertanggung jawab yang dapat menghindari membuat keputusan sulit.

Beberapa pemimpin yang bertanggung jawab tidak suka membuat keputusan sulit.

Kesimpulan yang benar menurut premis dia atas adalah …

A. *Beberapa keputusan sulit tidak disukai sebagian orang*
B. *Para pemimpin yang tidak bertanggung jawab menghindari hal-hal yang tidak mereka sukai.*
C. *Beberapa pemimpin yang bertanggung jawab melakukan hal-hal yang tidak mereka sukai*
D. *Semua pemimpin yang bertanggung jawab melakukan hal-hal yang tidak mereka sukai*

7. Pengambilan keputusan

Di suatu kota terdapat dua sistem tarif taksi, tarif lama dan tarif baru. Biaya tarif lama adalah Rp4.000,00 + Rp250,00/km, sedangkan tarif baru adalah Rp5.000,00 + Rp200,00/km. Sebagai seorang Pemandu Wisata anda memerlukan taksi untuk mengantar wisatawan ke

suatu tempat. Taksi manakah yang akan dipilih? Mengapa?

8. Analisis sistem dan perancangan

Ransum ayam petelur fase produksi diharapkan mengandung paling sedikit 21% protein dan 1800 Kkal/Kg energi metabolism (EM). Tersedia dua macam bahan baku berikut ini.

Nama Bahan	Protein (%)	EM (Kkal/kg)	Harga (Rp/kg)
A	25	1300	3500
B	12	2500	2200

Rancanglah komposisi bahan A dan B sedemikian hingga kebutuhan nutrisi terpenuhi dengan biaya ransum semurah mungkin.

9. Pencarian sumber masalah

Pak Muslim membeli selembar tripleks berbentuk persegipanjang seharga Rp125.000,00. Karena dia minta triplex tersebut dipotong menjadi 3 bagian yang sama, dia dikenakan biaya Rp3.500,00 sekali potong. Selanjutnya pak Muslim harus membayar biaya pengecatan sebesar 30% dari seluruh biaya setelah pemotongan. Pak Muslim diminta untuk membayar sebesar ***Rp 176.150*** *sesuai nota berikut.*

1 lembar triplex @ Rp125.000	Rp125.000
3x pemotongan @ Rp3500	Rp 10.500
Subtotal	Rp135.500
Pengecatan	Rp 40.650
Total harus dibayar	Rp176.150

Periksalah apakah nota tersebut benar?

D. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) terdiri atas tiga aspek, yaitu transfer pengetahuan, berpikir kritis, dan pemecahan masalah.
2. Aspek berpikir kritis mencakup pengajuan asumsi, pengujian argumen, dan penarikan kesimpulan.
3. Aspek pemecahan masalah mencakup pembuatan keputusan, analisis dan perancangan sistem tertentu, dan pencarian sumber permasalahan.
4. Terdapat sembilan tipe soal HOTS, yaitu transfer pengetahuan, pengajuan asumsi, pengujian argumen, penarikan kesimpulan, pembuatan keputusan, analisis dan perancangan sistem, serta pencarian sumber masalah.

E. DAFTAR PUSTAKA

Anderson, L., & Krathwohl, D. (eds.) (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Longman Publishing Co., New York, New York.

Brookhart, S.M. (2010). *How to assess higher order thinking skills in your classroom*. Alexandria, Virginia USA: ASCD.

Haladyna, T.M. (1997). *Writing test item to evaluate higher order thinking*. Boston: Allyn and Bacon.

Iwan Pranoto. (2011). *UN Matematika Menyiapkan Anak Indonesia Menjadi Kuli Nirnalar; Republik Telah Menyerobot Kesempatan Anak Bangsa Bernalar*. Diakses dari http://www.slideshare.net/y0r/un-matematika-menyiapkan-anak-menjadi-kuli-nirnalar pada tanggal 30 September 2019.

Khan, W.B. & Immanullah, H.M. (2011). A study of lower-order and higher-order question at secondary level. *Asian Sosial Science Vol 7, No. 9*, September 2011

King, F.J., Goodson, L., and Rohani, F. (1998) *Higher-Order Thinking Skills: Definitions, Strategies, and Assessment*. Center for Advancement of Learning and Assessment.

Lisa, Andreas Priyono Budi Prasetyo, Dyah Rini Indriyanti (2012). Pengembangan instrumen penilaian keterampilan berpikir tingkat tinggi materi sistem respirasi dan eksresi. *Lembaran Ilmu Kependidikan*, 41 (1), hal 27 - 41.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Virginia: NCTM.

OECD (2013), *Education at a Glance 2013: OECD Indicators*, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/eag-2013-en. diakses pada 25 September 2019.

Resnick, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington, DC: National Academy.

R. Rosnawati. (2013). *Kemampuan penalaran matematika siswa SMP di Indonesia TIMSS 2011*. Makalah disajikan dalam Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, di Fakultas MIPA Universitas Negeri Yogyakarta, 18 Mei 2013

St. Hasmiah Mustamin. (2010). Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Melalui Penerapan Asesmen Kinerja. *Jurnal Lentera Pendidikan, Vol. 13 No. 1 Juni 2010*: 33-43.

Widihastuti, Suyata & Kumaidi (2014). *Meningkatkan keterampilan berpikir tingkat tinggi mahasiswa S1 Pendidikan Teknik Busana FT UNY melalui model AFL berbasis HOTS*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional HEPI 2014.

Zohar, A. and Dori, Y.J. (2003). Higher Order Thinking and Low-Achieving Students: Are They Mutually Exclusive? *The Journal of The Learning Science,12(2)*, 145-181.

Zohar, A. (2004). Elements of Teachers' Pedagogical Knowledge Regarding Instruction of Higher Order Thinking. *Journal of Science Teacher Education 15(4)*: 293–312

---

*) Sumadi, S.Pd.,M.Si.

Widyaiswara PPPPTK Matematika

KESALAHAN KONSEPTUAL TOPIK TRIGONOMETRI PADA BUKU KURIKULUM 2013 MATEMATIKA SMA

*) Sumardyono

Pendahuluan

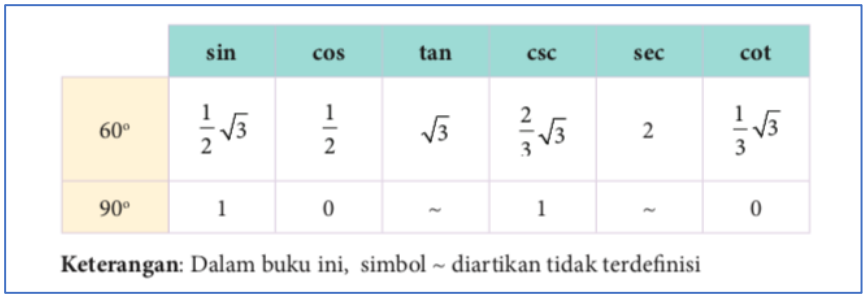
Studi tentang kesalahan konsep atau miskonsepsi dan kesalahan matematis (*error*) di dalam pendidikan matematika telah menjadi fokus perhatian khusus. Matematika sendiri sejatinya merupakan studi tentang konsep yang merupakan hasil kegiatan abstraksi. Miskonsepsi yang terjadi pada siswa, jika tidak diidentifikasi dan ditangani segera, maka akan semakin menguat dan menjalar ke konsep-konsep lainnya, karena matematika adalah studi yang juga memuat relasi antar konsep. Ersoy sudah mengingatkan dengan menyatakan: "*In fact, it is almost impossible in mathematics to define any concept without using many other concepts, since mathematics curricula have a spiral attribute*" (Yasin, 2017).

Miskonsepsi sesuai dengan pendapat Champagne, Klopfer, Clement, Brown, Zeitsman, dan juga Confrey: "*misconceptions in mathematics are incomplete or incorrect understandings of mathematical constructs.*" (dalam Maguire, 2012). Miskonsepsi merupakan kesalahan dalam matematika, tetapi tidak sebaliknya. Jauh lebih penting mengenali miskonsepsi, karena kesalahan matematika fatal lebih banyak disebabkan oleh adanya miskonsepsi.

Pada kesempatan kali ini akan dikemukakan beberapa kesalahan konseptual yang terdapat pada Buku Kurikulum 2013 Matematika SMA untuk siswa, khususnya pada topik trigonometri. Dengan tulisan ini, penulis berharap dapat membantu para guru untuk dapat memanfaatkan buku kurikulum 2013 Matematika SMA secara lebih maksimal.

Simbol yang Tidak Lazim

Untuk mengawali pembahasan konsepsi yang keliru, penulis mulai dengan penggunaan simbol yang kurang tepat pada buku siswa Matematika SMA Kelas X. Salah satunya terkait dengan penggunaan simbol "~" di halaman 148.



	sin	cos	tan	csc	sec	cot
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	2	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
90°	1	0	~	1	~	0

Keterangan: Dalam buku ini, simbol ~ diartikan tidak terdefinisi

Gambar 1. *Screenshoot* dari hal. 148 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Walaupun dalam buku tersebut, simbol ~ diartikan "tidak terdefinisi", namun hal ini *tidak lazim* di dalam matematika, karena simbol tersebut sebenarnya memiliki pengertian "hampiran kasar" pada bilangan atau menyatakan relasi "sebangun" pada geometri. Sementara konsep "tidak terdefinisi" di dalam matematika *tidak memiliki simbol khusus*, yang diterima secara luas. Juga penggunaan simbol "~" tersebut untuk konsep "tak terdefinisi" dapat menimbulkan kebingungan dan miskonsepsi karena kemiripannya dengan simbol "tak hingga" yaitu "∞". Jelas, bahwa nilai $\tan 90°$ *bukanlah* tak hingga.

Pada beberapa buku pelajaran matematika lainnya, penulis dapatkan penulisan untuk nilai $\tan 90°$ menggunakan simbol "∞" atau pun "~". Penggunaan simbol ini terjadi baik dalam tabel maupun tidak. Penulisan simbol matematika tersebut menunjukkan adanya miskonsepsi terkait nilai tangen untuk sudut siku-siku. Seharusnya nilai $\tan 90°$ tidaklah dapat didefinisikan. Jadi, semestinya ditulis: $\tan 90°$ *tidak terdefinisi*. Mengapa demikian? Karena berdasarkan definisinya, $\tan 90° = (\sin 90°)/(\cos 90°)$, sementara $\cos 90° = 0$ sehingga pembagian dengan 0 tentu saja *tidak terdefinisi*.

Simbol "∞" memiliki pengertian "tak hingga" (*infinity*). Pernyataan yang benar dengan simbol ini terkait dengan konsep limit, yaitu bahwa untuk x mendekati $90°$ dari arah kiri maka nilai $\tan x$ mendekati tak hingga (∞). Jika ditulis: $\lim_{x \to 90°-} \tan x = \infty$. Penggunaan tanda "–" untuk menunjukkan bahwa limit tersebut dari arah kiri. Sementara simbol "~" memiliki arti hampiran kasar (hampiran yang lebih mendekati biasanya menggunakan simbol "≈") atau menyatakan relasi tertentu (misalnya relasi kesebangunan pada bangun datar), namun simbol tersebut bukan untuk menyatakan konsep "tidak terdefinisi" (*undefined*) pada matematika.

Karena di SMA sudah semestinya dikenalkan dengan simbol-simbol formal matematika dan penggunaan simbol "~" yang tak lazim untuk konsep "tak terdefinisi" serta dapat menimbulkan miskonsepsi ke pengertian "tak hingga", maka sebaiknya tidak menggunakan simbol tersebut dalam kasus di atas, tetapi cukup dengan tegas dinyatakan dengan kata-kata: "tak terdefinisi".

Fungsi Trigonometri Pada Sudut Nol dan Sudut Lurus

Definisi fungsi trigonometri pada sudut lancip secara tradisional dimulai dari segitiga siku-siku, dengan menggunakan perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut. Jelas bahwa sebuah segitiga memiliki 3 sudut yang tak-nol dan 3 sisi yang tak-nol juga, karena jika hanya ada dua ruas garis maka hanya akan terbentuk bagian

sudut saja dan jika hanya ada 1 ruas garis maka jelas juga *bukan segitiga*. Oleh karena itu, definisi perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku *tidak dapat dipergunakan* untuk sudut 0° maupun 90°.

Bagaimana mendefinisikan fungsi trigonometri untuk sudut 0° maupun 90°? Untuk itu, diperlukan definisi baru yang lebih luas, yang mengandung arti bahwa dengan definisi baru ini maka juga sudah mencakup definisi mula-mula (pada segitiga siku-siku).

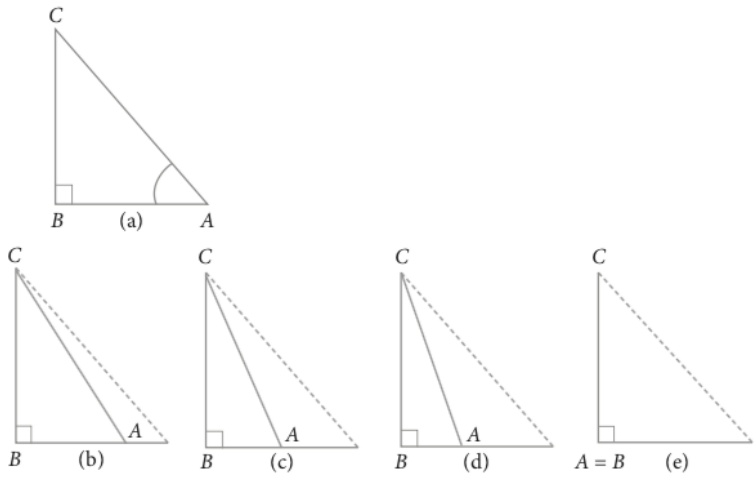
Namun demikian, pada buku Matematika SMA ada kesan "memaksa" definisi untuk sudut 0° maupun 90° ini pada segitiga siku-siku, dengan menggunakan definisi yang *tidak konsisten*. Salah satunya menggunakan "pendekatan" atau "limit" secara intuitif.

Perhatikan *screenshoot* dari buku siswa Matematika Kelas X SMA berikut ini.

3. *Tangen* C didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut dengan sisi di samping sudut, ditulis $\tan C = \dfrac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi di samping sudut}}$

Gambar 2. *Screenshoot* dari hal. 132 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Lalu, perhatikan juga *screenshoot* halaman 146 dan 147 di bawah ini.



Gambar 4.18 Ilustrasi perubahan $\angle A$ segitiga siku-siku ABC menjadi 90°

Jika $\angle A$ diperbesar mendekati 90°, maka $\angle C$ diperkecil mendekati 0°. Akibatnya, sisi AC hampir berimpit dengan sisi BC.

Gambar 3. *Screenshoot* dari hal. 146 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

b) $\cos \angle A = \frac{AB}{AC}$, karena $\angle A$ diperbesar mendekati 90^o, maka sisi AB hampir mendekati 0 atau titik A hampir berimpit dengan B. Akibatnya

$\cos 90^o = \frac{AB}{AC} = \frac{0}{BC}$ atau $\cos 90^o = 0$

Dengan menggunakan Definisi 4.1, kita dapat menentukan nilai perbandingan trigonometri yang lain, yaitu:

- $\tan 90^o = \frac{\sin 90^o}{\cos 90^o} = \frac{1}{0}$ (*tak terdefinisi*)

Gambar 4. *Screenshoot* dari hal. 147 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Dari halaman 132, jelas bahwa $\tan C$ didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut C dengan sisi di samping sudut C.

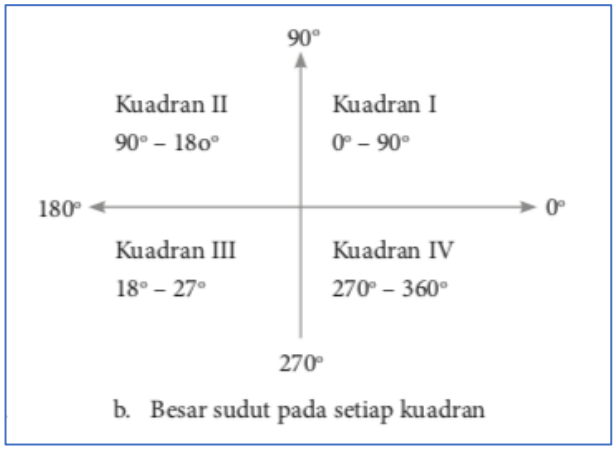
Lalu dengan menggunakan pendekatan seperti pada $\cos A$ pada halaman 147 di atas, maka jika sudut A diperbesar "mendekati" $90°$ maka AB hampir "mendekati" 0 dan AC "mendekati" BC. Dengan demikian, $\tan A = \tan 90° = \frac{BC}{AB}$ mendekati "tak-hingga". Dengan menerima konsep "mendekati" ini, lalu disimpulkan bahwa $\tan 90° = \infty$. Ini tentu saja salah.

Jelas, argumentasi dengan menggunakan konsep "mendekati" seperti di atas dapat terjebak pada konsep "limit" di mana nilai "limit" *tidak selalu sama* dengan nilai di titik tertentu jika *tidak menggunakan konsep limit*. Sebaliknya juga bermasalah, bila tidak menggunakan konsep "mendekati", berarti memandang "dua ruas garis berimpit" yang jelas-jelas merupakan sebuah "ruas garis" *bukan sebuah segitiga siku-siku* sehingga definisi fungsi trigonomteri *tidak dapat digunakan.*

Dengan kerancuan-kerancuan konseptual di atas, maka untuk sudut yang *bukan lancip,* diperlukan *definisi* fungsi trigonometri *yang lebih luas* (tidak lagi menggunakan definisi pada segitiga siku-siku) misalnya menggunakan lingkaran satuan atau koordinat titik pada bidang kartesius.

Sudut pada Kuadran Koordinat

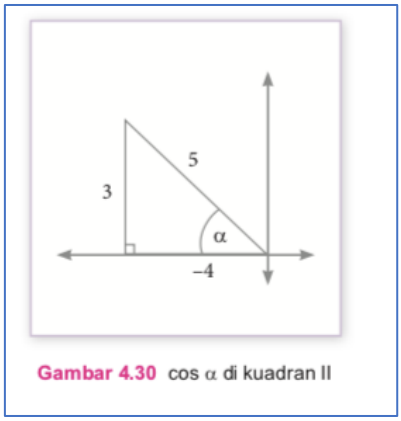
Besar kemungkinan beberapa siswa atau guru mengalami miskonsepsi mengenai konsep sudut di kuadran II, III, atau IV. Apa sebenarnya yang dimaksudkan dengan sudut di kuadran II? Kebanyakan akan menjawab terkait "besarnya", yaitu bahwa sudut di kuadran II jika besarnya lebih dari $90°$ tapi kurang dari $180°$. Namun hal ini sebenarnya *tidaklah cukup* atau *tidak benar*. Sebuah sudut dikatakan pada kuadran II, terkait dengan posisi baku-nya pada bidang koordinat kartesius, di mana sinar pangkal sudut searah dengan sumbu *x* positif (bertitik pangkal di (0,0)) dan sinar akhir sudut pada kuadran II. Jika sinar awal sebuah sudut pada sumbu *x* positif (bertitik pangkal di (0,0)) maka letak sinar akhir sudut tersebutlah yang menentukan apakah sudut tersebut terletak pada kuadran II, III, atau IV, *tidak masalah berapa besar sudutnya*. Mengapa tidak bergantung besar sudutnya? Perhatikan bahwa sebagai contoh, sudut sebesar $120°$ maupun $480°$ sama-sama berada di kuadran II.
Perhatikan miskonsepsi sudut kuadran II pada buku siswa Matematika SMA di bawah ini.



Gambar 5. *Screenshoot* dari hal. 124 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Ada kesan bahwa sumbu *x* positif untuk menandakan besar sudut 0° saja, sudut pada kuadran I hanya untuk besar sudut antara 0° dan 90°, dan seterusnya. Pada uraian selanjutnya, penulis juga tidak mendapatkan penjelasan lebih lanjut pada buku tersebut mengenai konsep sudut pada kuadran ini, yang seharusnya *bukan* ditentukan oleh besar sudut namun ditentukan oleh posisi sinar akhir sudut yang dibentuk.

Miskonsepsi lainnya terkait kedudukan sudut pada kuadran adalah memandang sudut pada kuadran adalah sudut yang keseluruhannya pada kuadran tersebut. Perhatikan *screenshoot* dari buku siswa yang sama berikut.



Gambar 6. *Screenshoot* dari hal. 173 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

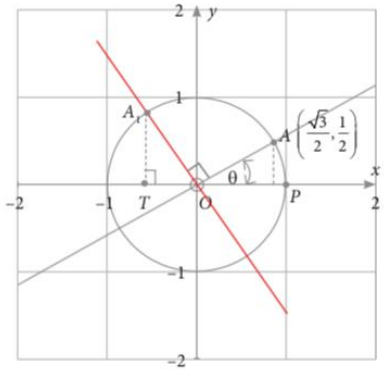
Jika melihat besar sudutnya, α adalah sudut lancip sehingga seharusnya jika ditempatkan pada kedudukan baku akan masuk di kuadran I. Namun hanya karena digambar pada kuadran II di buku tersebut, disebutkan cos α di kuadran II. Jelas ini mengindikasikan suatu miskonsepsi.

Fungsi Trigonometri pada Berbagai Kuadran

Miskonsepsi yang terindikasi sudah dianggap sebagai hal biasa dalam Trigonometri adalah mendefinisikan nilai fungsi trigonometri pada kuadran, khususnya untuk kuadran II, II, dan IV yang *memaksa* menggunakan *definisi pada segitiga siku-siku*. Walaupun tidak logis, namun hal ini seperti tetap digunakan di banyak buku pelajaran dan beberapa literatur resmi yang ada.

Berikut *screen shoot* dari buku siswa Matematika SMA Kurikulum 2013.

a. Perubahan titik A sejauh 90°, disajikan pada gambar berikut ini.



Gambar 4.22 Rotasi titik A pada O sejauh 90°.

Gambar 7. *Screenshoot* dari hal. 157 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Dilanjutkan di halaman berikut seperti di bawah ini.

Jika $\angle AOP = 30°$, maka $\angle A_1OP = 30° + 90° = 120°$

Akibatnya, kita peroleh $\angle TA_1O = 60°$. Sekarang, mari kita cermati segitiga siku-siku A_1TO.

Perlu kamu ingat bahwa karena segitiga A_1TO berada di kuadran II, OT bertanda negatif, tetapi A_1T bertanda positif.

Akibatnya,

$$\sin 30° = \frac{OT}{OA_1} \Leftrightarrow OT = -OA_1 \times \sin 30° \quad (OT \text{ berada pada sumbu } x \text{ negatif})$$

$$OT = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{A_1T}{OA_1} \Leftrightarrow A_1T = OA_1 \times \cos 30°$$

$$A_1T = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Jadi, koordinat titik $A_1 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Akibatnya,

$$\tan 30° = \frac{OT}{A_1T} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Dengan demikian relasi sudut 30° pada kuadaran II, dapat ditulis:

- $\sin (30° + 90°) = \sin 120° = \cos 30° = +\sin 60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
- $\cos (30° + 90°) = \cos 120° = -\sin 30° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$
- $\tan (30° + 90°) = \tan 120° = -\cot 30° = -\tan 60° = -\sqrt{3}$

Gambar 8. *Screenshoot* dari hal. 158 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Kalimat $\angle TA_1O = 60°$ mungkin dimaksudkan sebagai $\angle TOA_1 = 60°$. Apa yang menjadi permasalah adalah definisi fungsi trigonometri pada kuadran II (dan juga II dan IV) yang tidak benar. Hal ini dimulai dari penggunaan kata "segitiga A_1TO pada kuadran II" menunjukkan masih digunakan konsep segitiga siku-siku pada trigonometri untuk sudut yang *tidak lancip*. Selanjutnya lebih jelas lagi, ketika ditulis $\sin 30° = \frac{OT}{OA_1}$ karena definisi ini berlaku pada sudut lancip, dan memang benar bahwa sudut $30°$ termasuk lancip. Jadi, OT maupun OA_1 adalah sisi-sisi segitiga siku-siku (sehingga jelas-jelas positif). Namun hal ini kemudian kontradiksi dengan kalimat selanjutnya pada buku tersebut, karena ada kalimat yang menyatakan bahwa OT harus negatif karena berada pada sumbu x negatif. Ini menjadi tidak jelas, bahwa definisi fungsi trignometri pada sudut lancip dan pada segitiga siku-siku, namun karena ditempatkan pada kuadran II lalu panjang sisi menjadi negatif. Jelas hal ini tidak konsisten, mencampuradukkan antara panjang sisi segitiga (yang selalu positif) dengan koordinat pada bidang kartesius.

Perhatikan kembali kesamaan yang dinyatakan dalam buku tersebut di bawah ini.

$$\sin 30^o = \frac{OT}{OA_1} \Leftrightarrow OT = -OA_1 \times \sin 30^o$$

Gambar 9. *Screenshoot* kesalahan konseptual pada hal. 158.

Jelas-jelas, kesamaan tersebut *tidak benar* dengan munculnya tanda negatif di ruas kiri.

Selanjutnya, tidak jelas apa yang dimaksud dengan kalimat "relasi sudut $30°$ pada kuadran II". Relasi sudut $30°$ dengan apa? Dalam matematika, konsep relasi adalah hubungan antara dua himpunan.

Lebih lanjut, ditulis kalimat $\sin 120° = \cos 30°$. Darimana kesamaan ini berasal? Tidak jelas. Bagaimana dapat didefinisikan $\sin 120°$, karena sudut $120°$ *bukan sudut lancip*. Jika ini diartikan bahwa $\sin 120°$ *didefinisikan* dengan $\cos 30°$, maka apa pula argumentasinya. Jika disangkutpautkan dengan sisi pada sumbu koordinat, maka konsep panjang sisi dengan konsep koordinat *tidaklah sama*, seperti yang sudah dijelaskan di depan.

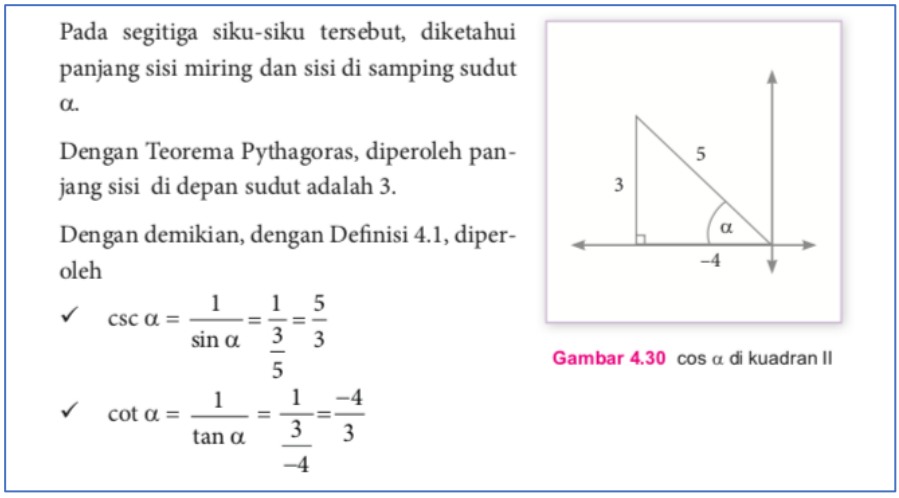
Lebih lanjut, perhatikan *screenshoot* dari buku siswa Matematika SMA Kelas X halaman 172 dan 173 di bawah ini.

Contoh 4.10

Jika diketahui

a. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, ($\alpha$ rad) α berada di kuadran II, tentukan nilai csc α dan cot α.

Gambar 10. *Screenshoot* dari hal. 172 pada Buku Matematika SMA Kelas X.



Pada segitiga siku-siku tersebut, diketahui panjang sisi miring dan sisi di samping sudut α.

Dengan Teorema Pythagoras, diperoleh panjang sisi di depan sudut adalah 3.

Dengan demikian, dengan Definisi 4.1, diperoleh

✓ $\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$

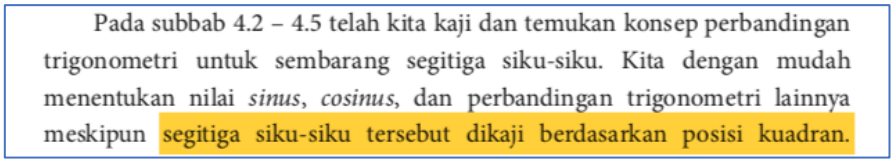
✓ $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{3}{-4}} = \frac{-4}{3}$

Gambar 4.30 cos α di kuadran II

Gambar 11. *Screenshoot* dari hal. 173 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Disebutkan di halaman 172 bahwa sudut α di kuadran II, tetapi lagi-lagi yang dimaksud hanya menempatkan segitiga siku-siku pada bidang kuadran II. Ini kesalahan konsep mengenai kedudukan sudut pada bidang koordinat (sudut pada kuadran tertentu), sehingga berakibat pada kesalahan mendefinisikan fungsi trigonometri untuk sudut yang *bukan* lancip (atau untuk sebarang besar sudut).

Banyaknya kontradiksi dan kesalahan konsep seperti dipaparkan di atas, dikarenakan masih digunakannya definisi fungsi trigonometri sudut lancip atau definisi fungsi trigonometri pada segitiga siku-siku, seperti tersirat pada halaman buku tersebut di bawah ini. (Matematika SMA Kelas X halaman 184)



Pada subbab 4.2 – 4.5 telah kita kaji dan temukan konsep perbandingan trigonometri untuk sembarang segitiga siku-siku. Kita dengan mudah menentukan nilai *sinus*, *cosinus*, dan perbandingan trigonometri lainnya meskipun segitiga siku-siku tersebut dikaji berdasarkan posisi kuadran.

Gambar 12. *Screenshoot* dari hal. 184 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Kesalahan tersebut terjadi, karena definisi fungsi trigonometri pada segitiga siku-siku hanya berlaku untuk domain sudut terbatas yang besarnya kurang dari 90°. Untuk sudut yang besarnya lebih dari 90° tentu saja tidak dapat dipergunakan.

Harusnya diperlukan ***perluasan*** definisi fungsi trigonometri pada bidang koordinat, dengan mengganti komponen sisi-sisi pada segitiga siku-siku dengan komponen absis, ordinat dan jari-jari lingkaran (dalam konteks didefinisikan pada lingkaran). Jika didefinisikan pada lingkaran satuan, maka yang diperlukan hanya absis, ordinat dan bilangan 1. Dengan begitu, definisi fungsi trigonometri pada segitiga *sudah tidak dipergunakan lagi*.

Berikut definisi fungsi trigonometri pada koordinat kartesius (yang memperluas definisi fungsi trignometri pada segitiga siku-siku).

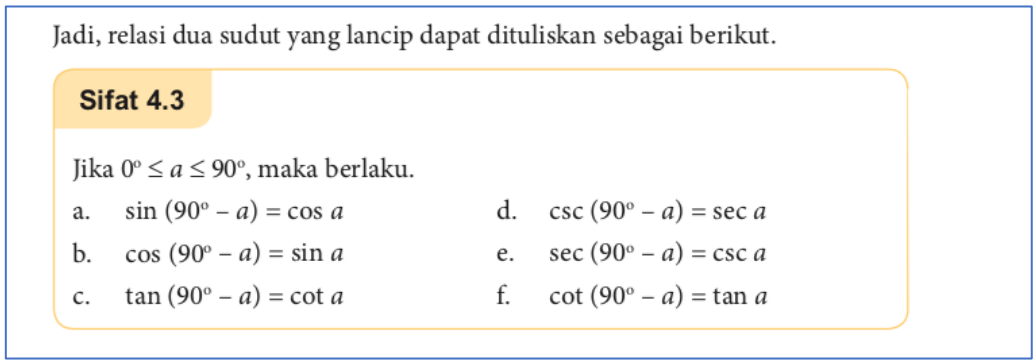
Dengan menggunakan lingkaran satuan (berpusat di titik (0,0) dan berjari-jari 1 satuan), maka jika θ adalah sudut yang terbentuk oleh perputaran sinar dari sumbu mendatar positif dengan pusat di (0,0) berlawanan arah jarum jam ke posisi yang melalui titik (x, y) di lingkaran satuan, maka

$$\sin\theta = y$$
$$\cos\theta = x$$
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}$$

Sudut-sudut Berelasi pada Trigonometri

Pada praktik di sekolah maupun pada buku pelajaran yang banyak beredar, istilah "sudut-sudut berelasi" seringkali tidak memiliki pengertian yang jelas. Sebenarnya relasi yang seperti apa yang ditunjukkan oleh kesamaan-kesamaan trigonometri yang bahkan memenuhi hampir beberapa halaman buku tersebut?

Perhatikan konsep tersebut pada *screenshoot* halaman buku Matematika SMA Kelas X di bawah ini.



Jadi, relasi dua sudut yang lancip dapat dituliskan sebagai berikut.

Sifat 4.3

Jika $0^o \le a \le 90^o$, maka berlaku.

a. $\sin(90^o - a) = \cos a$
b. $\cos(90^o - a) = \sin a$
c. $\tan(90^o - a) = \cot a$
d. $\csc(90^o - a) = \sec a$
e. $\sec(90^o - a) = \csc a$
f. $\cot(90^o - a) = \tan a$

Gambar 13. *Screenshoot* dari hal. 155 pada Buku Matematika SMA Kelas X.

Dari mulai pembahasan materi dengan judul "Relasi Sudut" hingga rangkuman pada buku di atas beserta contoh-contoh soal berikutnya, tidak ada penjelasan mengenai relasi sudut apa yang dinyatakan dalam topik di atas.

Kenyataan kita dapat mendeskripsikan dengan jelas relasi apa yang terjadi. Salah satu yang utama adalah relasi yang dinyatakan oleh sudut-sudut tersebut *tidak lain* merupakan pasangan sudut saling *berkomplemen* dan *bersuplemen* serta yang terkait dengannya. Hal ini sebenanrnya sangatlah mendasar, tetapi sering terlupakan karena hanya fokus pada rumus-rumus (yang sejatinya menjadi kehilangan makna). Jika dirunut lebih awal, penggunaan kata "cosinus" atau cosine dalam bahasa Inggris, berasal dari "**co**mplemental-**sine**" (Schwartzman, 1994) atau "complemental-sinus", yang mendeskripsikan kesamaan $\cos A = \sin(90° - A)$, di mana sudut A dan $90° - A$ saling komplementer. Begitu juga dengan pasangan tangen dan cotangen, serta secan dengan cosecan.

Tampak bahwa selama ini terdapat kesan bahwa pelajaran matematika di sekolah mengenai topik ini dikesankan bahwa konsep "sudut berelasi" itu memiliki makna khusus dalam trigonometri yang hanya dinyatakan dengan

sekumpulan rumus-rumus, tidak berhubungan dengan konsep pasangan sudut berkomplemen dan bersuplemen yang sejatinya menjadi konsep dasar dan sudah dipelajari di tingkat SMP. Jadi, terdapat semacam miskonsepsi mengenai konsep "sudut berelasi" pada fungsi trigonometri ini, dan tidak ada keterhubungan dengan konsep-konsep matematika sebelumnya. Hal ini patut disayangkan karena matematika sebagai suatu bangunan memiliki keterhubungan antar konsep dan prinsip di dalamnya.

Aturan Sinus dan Aturan Kosinus

Terlalu seringnya menulis rumus pada Aturan Sinus dalam bentuk

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

membuat beberapa siswa dan guru sampai pada suatu kesimpulan bahwa penulisannya harus melibatkan ke-3 ruas pada persamaan tersebut. Jika tidak menulis ketiganya atau tidak membuktikan ketiganya maka belum menunjukkan Aturan Sinus.

Anggapan di atas, sungguh merupakan logika yang keliru dan menandakan belum memahami kalimat matematika dengan baik. Padahal sesungguhnya, kita hanya perlu menulis 2 ruas saja, bahkan cukup salah satu ruas saja! Loh, kok bisa?

Belum lagi, anggapan bahwa apa yang disebut "Aturan Sinus" adalah rumus tersebut belaka. Ini menandakan ketidakpahaman antara kalimat implikasi di satu sisi dan rumus atau ekspresi aljabar di sisi lainnya. Rumus hanyalah bagian dari suatu teorema, yang sering disebut dengan istilah lain: sifat, identitas, aturan, atau hukum.

Berikut cara lain menyatakan teorema atau Aturan Sinus:

> Pandang sebarang segitiga *ABC* dengan *a* dan *b* berturut-turut panjang sisi-sisi di depan sudut *A* dan *B*, maka berlaku
>
> $$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

Pemilihan pasangan di atas, juga dapat dipilih sebarang, *tidak harus a* dengan *b*. Bisa juga *a* dengan *c* atau *b* dengan *c*. Pemilihan *a* dan *b* hanyalah pengambilan *sebarang*, tidak menunjukkan ruas garis tertentu dengan *label* tertentu. Mengapa penulisan dengan 2 ruas saja cukup? Karena notasi *a, b, c* dan *A, B, C* hanyalah lambang untuk sisi dan sudut sebarang pada segitiga sebarang. Seluruh pelambangan dalam teorema yang disebut Aturan Sinus di atas, tidak menunjukkan segitiga tertentu dan pasangan sisi dan sudut tertentu. Lambang-lambang tersebut adalah variabel semata.
Jadi, harus dipikirkan bahwa walaupun dalam aturan di atas hanya dipilih *a* dan *b* maka dalam praktiknya ia *tidak* terkait dengan penamaan segitiga *ABC*, bahkan segitiga *PQR* atau lainnya pun dapat menerapkan Aturan Sinus di atas.

Barangkali dengan menyatakan ulang seperti di bawah ini, Aturan Sinus di atas mungkin lebih mudah dipahami.

> Pada sebarang segitiga, untuk sebarang dua pasangan sisi dan sudut di depannya maka berlaku perbandingan sisi dan sinus sudut yang satu sama dengan perbandingan sisi dan sinus sudut yang lain.

Bahkan kita hanya perlu menulis salah satu pasangan sisi dan sudut di depannya. Karena sifat perbandingan yang tetap di atas maka dengan melibatkan jari-jari lingkaran luar, pernyataan Aturan Sinus dapat dinyatakan seperti di bawah ini.

> Pandang sebarang segitiga *ABC* dengan *a, b, c* berturut-turut panjang sisi-sisi di depan sudut *A, B,* dan *C,* maka berlaku
>
> $$\frac{a}{\sin A} = 2R$$
>
> dengan *R* jari-jari lingkaran luar segitiga.

Kesalahan pemahaman mengenai penulisan Aturan Sinus di atas bahkan terindikasi pada buku pelajaran Matematika SMA kelas X halaman 185 hingga halaman 188, di mana pembuktian Aturan Sinus hingga meliputi ketiga bentuk kesamaan

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \quad \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, \quad \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

Padahal dengan pemahaman yang benar seharusnya cukup satu kesamaan saja yang perlu dibuktikan.

Kesalahan pemahaman yang sama, juga terjadi pada Aturan Kosinus. Umumya, penulisan Aturan Kosinus di banyak buku matematika sekolah seperti berikut ini.

> Pandang sebarang segitiga *ABC* dengan *a, b, c* berturut-turut panjang sisi-sisi di depan sudut *A, B,* dan *C,* maka berlaku
>
> $$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
> $$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
> $$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Terlalu seringnya menulis Aturan Kosinus seperti di atas, siswa bahkan guru sampai pada kesimpulan bahwa Aturan Kosinus memang harus menulis ketiga kesamaan (bahkan harus menggunakan simbol *A, B, C*) dan harus dibuktikan ketiga-tiganya.

Kesalahan pemahaman mengenai penulisan Aturan Kosinus di atas bahkan terindikasi pada buku pelajaran Matematika SMA kelas X halaman 185 hingga 188, di mana pembuktian Aturan Kosinus hingga ketiga bentuk

kesamaan $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$, $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$, dan $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$. Padahal cukup satu kesamaan saja yang perlu dibuktikan.

Penutup

Demikian sedikit pembahasan mengenai beberapa kesalahan konseptual topik trigonometri pada buku Matematika SMA Kurikulum 2013. Semoga dengan bahasan ini, pemanfaatan buku Kurikulum 2013 dapat lebih maksimal, khususnya dalam penataan dan pemahaman konsep-konsep matematika. Pemahaman konsep-konsep matematika menjadi bekal utama dalam memahami prosedur dan prinsip yang memuat berbagai rumus di dalam matematika.

Daftar Pustaka

Maguire, Terrence Joseph. 2012. Investigation of the Misconceptions Related to the Concepts of Equivalence and Literal Symbols Held by Underprepared Community College Students. Doctoral Dissertations. The University of San Francisco. dalam https://repository.usfca.edu/diss/40

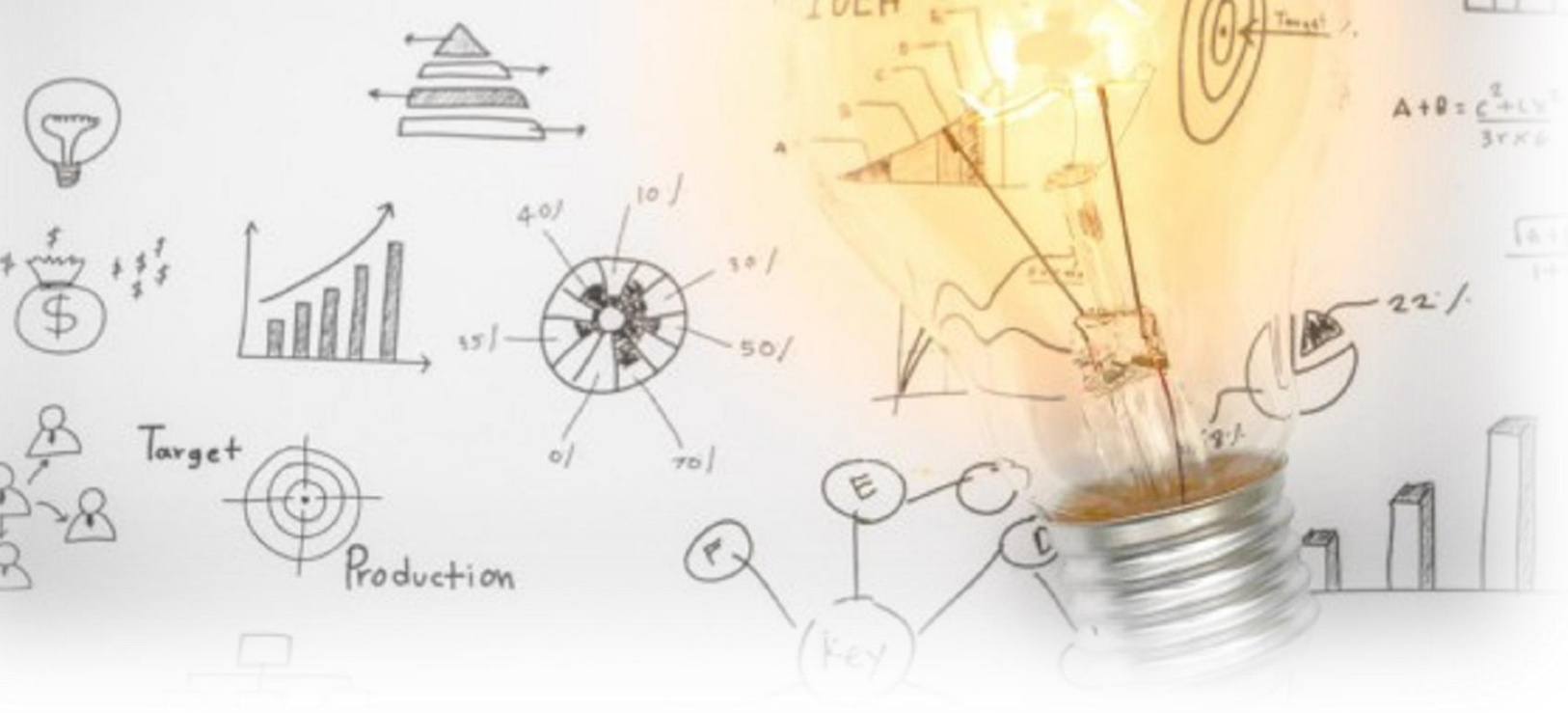
Sinaga, Bornok, dkk. 2017. Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X. Edisi Revisi 2017. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Schwartzman, Steven. 1994. *The Words of Mathematics*. Washington, Mathematical Association of America

Yasin Ay. 2017. A Review of Research on The Misconceptions in Mathematics Education. dalam Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology 2017.

---

*) Dr. Sumardyono, M.Pd.
Direktur SEAMEO QITEP In Mathematics



LEARNING COMMUNITY: MENUMBUHKAN KECAKAPAN ABAD 21 MENUJU GURU MAJU DAN BERMUTU

***) Alamsari**

Arus globalisasi yang begitu cepat telah berdampak besar dalam berbagai sektor kehidupan. Salah satu dampak tersebut adalah penggunaan teknologi yang mendominasi. Tidak terkecuali dalam bidang pendidikan. Pendidikan Indonesia telah bertransformasi menyesuaikan dengan tuntutan dunia. Baik sekolah, peserta didik, maupun guru harus mampu beradaptasi dalam memenuhi tuntutan penguasaan kecakapan abad 21.

Salah satu faktor yang dianggap paling berpengaruh dalam keberhasilan pendidikan adalah guru . Guru sebagai agen yang profesional merupakan ujung tombak kesuksesan kebijakan pendidikan. Guru yang bermutu akan mampu menjadikan peserta didik yang berkualitas. Hasil penelitian menyebutkan bahwa guru memberikan dampak yang besar terhadap kualitas pembelajaran (Fransiska, 2016). Pembelajaran yang berkualitas akan mempengaruhi prestasi belajar peserta didik. Melalui guru bermutu, pendidikan akan maju dan dapat mencapai tujuannya sebagaimana diamanatkan dalam Undang-Undang Pendidikan nomor 20 tahun 2003, yakni "*Mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri dan*

menjadi warga negara yang demokratis dan bertanggung jawab".

Dalam upaya menjadikan guru bermutu yang memiliki kecakapan abad 21, berbagai program telah dilakukan oleh pemerintah. Salah satunya adalah program Guru Pembelajar (GP) atau Peningkatan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) atau kini berganti nama menjadi Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP). Pada pelaksanaannya, GP ataupun PKB tersebut belum mampu memberikan hasil maksimal. Hal itu disebabkan karena banyaknya masalah yang kerap muncul. Beberapa diantaranya terkait kecakapan penguasaan teknologi. Sebagian besar guru, harus diakui, masih belum memiliki kecakapan penguasaan teknologi yang mumpuni. Hal tersebut tentunya menjadi kendala yang cukup menyulitkan dalam transfer informasi. Selain itu, tidak sedikit guru yang memiliki sikap tertutup terhadap penerimaan pengetahuan dan teknologi. Alhasil, bekal ilmu pengetahuan yang telah diberikan selama diklat atau pelatihan menjadi seperti tak berbekas. Sepulangnya dari kegiatan, guru masih saja kembali menerapkan pola pembelajaran yang lama. Kalaupun melakukan perubahan pembelajaran pada pelaksanaannya cenderung kurang konsisten dan pada akhirnya perlahan ditinggalkan.

Kegiatan lainnya yang serupa sebenarnya telah ada jauh sebelum PKB diterapkan. Hampir di setiap kabupaten/kota, telah terdapat Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP). MGMP diyakini menjadi sarana yang efektif dalam peningkatan mutu guru. MGMP pula dipercaya sebagai satu-satunya organisasi yang dianggap mampu dalam melaksanakan upaya pengembangan kompetensi guru di bidangnya. Akan tetapi, seiring waktu MGMP yang ada seperti telah tercerabut dari akarnya. MGMP seperti telah kehilangan arah. Tidak sedikit MGMP yang hanya sekedar menjadi perkumpulan guru-guru bidang studi namun tidak memberi manfaat yang berarti. Tidak sedikit MGMP yang melaksanakan kegiatan yang kurang terarah sehingga belum mampu meningkatkan kualitas guru. Memang pada kenyataannya, kekurangberhasilan program MGMP cenderung disebabkan oleh faktor guru itu sendiri. Sebagian besar guru masih belum menyadari hakikat mengikuti MGMP. Sebagian besar guru hanya mengikuti kegiatan MGMP sebagai penuntas kewajiban untuk mendapatkan sertifikat dan pada akhirnya mereka dapat naik pangkat. Sangat sedikit guru yang memang mengikuti MGMP karena dilandasi kesadaran diri untuk meningkatkan potensi.

PKB ataupun MGMP merupakan contoh produk dari strategi *learning community*. *Learning community* atau dengan istilah lain masyarakat belajar adalah sebuah strategi pengembangan kompetensi guru melalui kolaborasi. Pelaksanaan *learning community* yang sesuai dengan prosedur akan mampu mencapai tujuan yang diinginkan. Dikaitkan dengan upaya menjadikan guru bermutu yang memiliki kecakapan abad 21, *learning community* adalah solusi. Melalui kolaborasi dan saling berbagi pengalaman serta mencari solusinya dalam pembelajaran, *learning*

community secara efektif mampu menjadikan guru lebih bermutu. Lalu seperti apa sebenarnya *learning community* itu? Seberapa efektifkah *learning community* dalam menciptakan guru yang memiliki kecakapan abad 21? Dan apakah guru dapat menjadi lebih bermutu?

Guru Bermutu dan Kecakapan Abad 21

Pada abad 21, guru dihadapkan pada tantangan-tantangan besar. Masalah pembelajaran yang semakin kompleks serta tuntutan kecakapan abad 21 yang harus dikuasai, menuntut guru harus mampu beradaptasi dengan cepat. Setidaknya ada enam kecakapan yang harus dikuasai oleh guru dalam menghadapi abad 21, yakni kecakapan berpikir kritis dan menyelesaikan masalah; kecakapan bekerjasama dan berkomunikasi; kecakapan berpikir kreatif dan mengembangkan imajinasi; kecakapan menjadi warga negara yang baik; kecakapan memahami dan menggunakan informasi; dan kecakapan mengembangkan prestasi siswa.

Lalu apa hubungannya dengan guru bermutu? Dalam konteks abad 21, guru bermutu adalah guru yang mampu menguasai kecakapan abad 21. Guru bermutu merupakan guru profesional di bidangnya. Keprofesionalan guru merupakan modal dasar untuk menyelenggarakan pembelajaran berkualitas di sekolah. Guru yang bermutu dan memiliki empat kompetensi, yakni kompetensi profesional, kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, dan kompetensi sosial yang baik akan mampu menghasilkan peserta didik yang berkualitas. Lulusan yang berkualitas dan memiliki kecakapan abad 21 akan dapat bersaing dengan lulusan dari negara lainnya.

Bagaimana gambaran realitas guru kita? Harus diakui masih cukup banyak guru Indonesia yang dianggap belum bermutu. Contoh sederhana misalnya, dari hasil Uji Kompetensi Guru tahun 2015, rata-rata nasional nilai capaian guru hanya 44,5 jauh di bawah nilai standar nasional, yakni 75. Dari segi kualifikasi akademik, masih terdapat 25% guru yang belum memenuhi syarat kualifikasi dan sekitar 52% guru masih belum memiliki sertifikat profesi. Hal itu menjadi gambaran nyata bahwasanya kualitas guru Indonesia masih cukup rendah. Akibatnya tak heran jika kualitas guru Indonesia menempati urutan ke 14 dari 14 negera berkembang di dunia (www.m.detik.com).

Apa konsekuensinya? Tentu saja rendahnya kualitas guru tersebut akan berdampak terhadap rendahnya kulitas pendidikan Indonesia. Rendahnya kualitas pendidikan akan berdampak terhadap rendahnya kompetensi lulusan sekolah kita sehingga anak didik kita akan sulit bersaing dengan lulusan dari negara lain. Padahal Indonesia diperkirakan akan memetik bonus demografi pada tahun 2035 mendatang. Sebuah kondisi dimana usia produktif Indonesia sangat melimpah dan seharusnya dapat menjadi kekuatan besar bagi negara. Lalu apa jadinya jika nantinya lulusan kita tidak mampu bersaing? Bukannya memetik bonus, bisa-bisa Indonesia justru akan menjadi terpuruk. Oleh karena itu peningkatan

kualitas atau mutu guru harus dilakukan dengan berbagai strategi, salah satunya *learning community*.

Learning Community: Sebuah Solusi

Dalam upaya peningkatan mutu guru, *learning community* dapat menjadi solusi. *Learning community* merupakan suatu strategi peningkatan mutu yang menekankan pada kekuatan kolaborasi dan komunikasi dua arah dalam suatu komunitas sehingga dari kolaborasi tersebut akan dihasilkan pengetahuan dan pemahaman baru. Dalam praktik di sekolah, guru membentuk komunitas belajar. Anggota komunitas belajar tersebut dapat terdiri guru-guru yang mengampu bidang yang sama ataupun gabungan seluruh guru bidang studi yang ada di sekolah.

Dalam pelaksanaan *learning community* di sekolah, ada beberapa prinsip yang harus diperhatikan agar *learning community* dapat berjalan dengan baik dan tentunya memberikan hasil yang maksimal. DuFour, Eaker, dan Many dikutip Sudhirta (2016) mendeskripsikan tiga elemen penting untuk dapat sukses dalam *learning community* yaitu: fokus pada pembelajaran (menjamin bahwa siswa belajar), budaya kolaborasi, dan berorientasi pada hasil. *Learning community* harus dipandang sebagai hasil belajar yang diperoleh dari kerjasama atau berbagi informasi antar anggota kelompok. Setiap anggota kelompok harus saling memberi dan menerima informasi. Informasi yang disampaikan dapat bervariasi bergantung dengan kebutuhan, seperti guru saling berbagi pengalaman mengajar, pengalaman mengatasi masalah belajar, membuat bahan ajar, atau bahkan berbagi pengalaman merencanakan dan melaksanakan penilaian hasil belajar peserta didik. Dalam hal lain, dapat pula disampaikan masalah kepemimpinan atau manajemen sekolah, manajemen waktu efektif dalam pembelajaran, pengelolaan sekolah, dan lain sebagainya. Dalam *learning community* haruslah terjadi komunikasi dua arah sehingga kegiatan berbagi informasi tersebut dapat berjalan efektif.

Selain itu, hal lain yang cukup penting adalah setiap anggota kelompok harus benar-benar menyadari dengan sepenuh hati bahwasanya pengetahuan, pengalaman, dan keterampilan yang dimilikinya adalah milik setiap anggota kelompoknya sehingga akan sangat bermanfaat bagi guru lain di komunitasnya. Dengan demikian, *learning community* dapat menjadi sarana dalam meningkatkan kompetensi profesional guru. Sebagai sebuah komunitas, sekolah tidak hanya menjadi tempat terjadinya interaksi pembelajaran saja akan tetapi juga harus diikuti dengan perbaikan terhadap proses pembelajaran tersebut, yakni melalui kegiatan berbagi pengalaman (*sharing*) dan menjalin kerjasama dengan pihak lain.

Dalam *learning community*, setiap guru harus menjunjung tinggi budaya kolegalitas. Dalam mengemukakan informasi harus diapresiasi secara positif. Setiap guru memiliki kedudukan yang sama sehingga sifat egoisme atau merasa benar sendiri haruslah dihindarkan. Di dalam pelaksanaan *learning community*, haruslah dihindari sifat kompetisi. Guru membangun kerjasama yang baik dengan guru lain

sehingga pada akhirnya guru akan berkembang dan maju secara bersama-sama.

Pelaksanaan *learning community* sendiri harus konsisten dan secara periodik dievaluasi sehingga akan memberikan dampak yang besar bagi peningkatan mutu guru di sekolah. Menurut *National Council of Teachers of English*, beberapa keuntungan yang didapat dengan melaksanakan *learning community* di sekolah adalah (1) Menjembatani jurang antara perencanaan dan praktik pengajaran di sekolah; (2) Menciptakan ruang bagi guru untuk mengidentifikasi masalah dalam pengajaran; (3) Meningkatkan kebertahanan guru dalam menghadapi masalah; (4) Menghubungkan praktik pedagogik dengan pemahaman bidang kompetensi profesional; (5) Mempercepat transfer pengetahuan; (6) Memperbaiki pembelajaran peserta didik. Berkaitan dengan hal tersebut, menilik banyaknya manfaat *learning community* tersebut, sudah saatnya kepala sekolah bersama dewan guru mulai membentuk komunitas belajar di sekolahnya masing-masing.

Implementasi *Learning Community* di Sekolah

Dalam melaksanakan fungsi manajerial, kepala sekolah dapat memulai dengan membuat kebijakan peningkatan mutu, baik mutu guru maupun mutu siswa. Kebijakan tersebut harus tertuang secara jelas dalam petunjuk pelaksanaan program dan diperkuat dengan surat keputusan penetapan pelaksanaan program. Pada tahap selanjutnya, diperlukan musyawarah bersama membahas teknis pelaksanaan *learning community* agar setiap guru memiliki persepsi yang sama. Kesamaan persepsi ini penting guna menjamin keterlaksanaan program *learning community* di sekolah.

Learning community dapat dimulai dengan membentuk kelompok kerja yang berisikan guru-guru dengan bidang studi yang sama. Pada sekolah kecil dengan jumlah guru mata pelajaran yang terbatas dapat membentuk kelompok kerja dengan menggabungkan guru berbagai mata pelajaran yang serumpun. Selanjutnya perlu menetapkan jadwal kegiatan kelompok kerja serta materi yang akan dibahas dalam setiap pertemuan. Penentuan jadwal dan materi disepakati oleh setiap anggota kelompok kerja. Pilihan pertemuan kelompok kerja di sekolah dapat dilaksanakan pada pagi hari sebelum memulai pembelajaran ataupun setelah pembelajaran efektif berakhir. Durasi dalam setiap kali pertemuan berkisar antara 15 menit sampai 1 jam bergantung dengan kondisi dan materi yang akan diperbincangkan.

Pertemuan dalam kelompok kerja dapat dilaksanakan satu kali dalam seminggu ataupun lebih dari satu kali bergantung dengan kebutuhan. Pada setiap pertemuan, guru berpartisipasi aktif memberikan gagasan/masukan serta mencarikan solusi yang mungkin dapat menjadi alternatif mengatasi masalah yang dihadapi. Dalam hal penyampaian informasi, setiap guru secara bergantian bertukar informasi baik mengenai merancang pembelajaran, metode, penilaian, mengatasi permasalahan peserta

didik dalam pembelajaran, dan lain sebagainya. Hal yang paling penting, perlu sikap keterbukaan untuk menerima segala hal yang telah dibahas dalam kelompok kerja untuk kemudian dilaksanakan sesungguh-sungguhnya demi kepentingkan peningkatan kualitas pembelajaran atau perbaikan mutu di sekolah.

Berkaitan dengan hal tersebut, beberapa langkah dalam mengimplementasikan *learning community* untuk meningkatkan mutu guru di sekolah, yakni (1) Guru melakukan pemetaan kebutuhan peningkatan mutu. Hasil dari pemetaan kebutuhan tersebut kemudian dianalisis dan dimasukkan ke dalam jadwal kegiatan *learning community*; (2) Guru melakukan pertemuan *learning community* sesuai dengan jadwal yang telah ditentukan. Materi yang dibahas dalam *learning community* beragam berdasarkan kesepakatan setiap anggota kolompok kerja. Dalam hal pembahasan terhadap materi pada setiap pertemuan tersebut, kelompok kerja dapat mengundang narasumber yang dianggap kompeten di bidang persoalan tersebut atau dapat pula melakukan kajian atau studi literatur; (3) Hasil dari setiap pertemuan kemudian ditulis dalam jurnal kegiatan yang telah disediakan. Jurnal kegiatan tersebut menjadi acuan bagi guru untuk melakukan perbaikan kualitas; (4) Guru mengimplemetasikan hasil pertemuan *learning community* kemudian melaporkan hasil implementasi tersebut kepada guru lainnya dalam pertemuan *learning community* selanjutnya; (5) Guru melakukan refleksi terhadap perbaikan kualitas yang telah dilaksanakan untuk selanjutnya diberikan penguatan oleh setiap anggota kelompok kerja.

Daftar Pustaka

Sudhirta, I Gede. (2016). *Membangun Learning Community dan Peningkatan Kompetensi Melalui Lesson Study*. Artikel (Online). https://ejournal.undiksha.ac.id/index.php/JPI/article/view/8683, diakses 10 Agustus 2019.

Fransiska, Cantika. (2016). Pengaruh Kompetensi Profesional Guru terhadap Kualitas Proses Pembalajaran Pada Paket Keahlian Administrasi Perkantoran di SMKN 1 Bungoro Kabupaten Pangkep. *Jurnal Office*. 2(2), 163-172.

Harian Detik, Edisi 24 November 2017. http://www.m.detik.com, diakses 9 Agustus 2019.

National Council of Teachers of English. (2010). *Teacher Learning Communities*. Artikel (online). http://www.ncte.org/journals, diakses 9 Agustus 2019.

*) Alamsari, M. Pd.
Guru SMPN 1 Indralaya Utara, Kab. Ogan Ilir. Sumatera Selatan
(*pos-el*: gurualamsari@gmail.com)

Tips Mudah Membuat Video Pembelajaran dari Smartphone

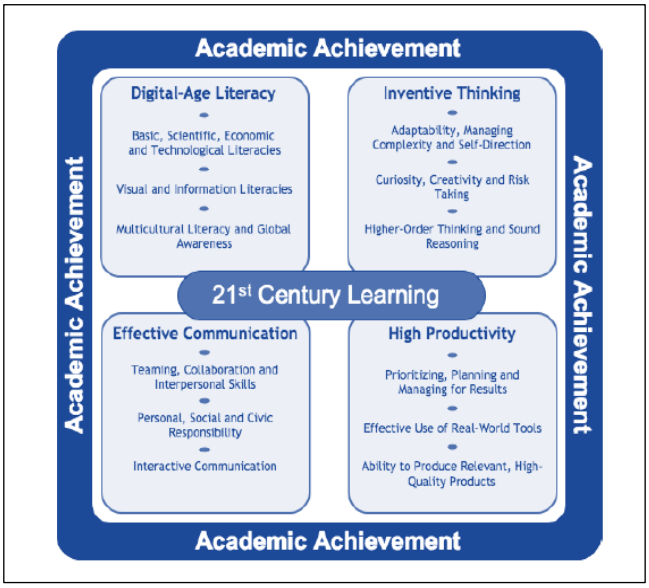
*) Theresia Widyantini dan Sigit Susianto

Pembelajaran pada abad XXI, dikenal dengan menggunakan istilah 4Cs (*critical thinking, communication, collaboration, and creativity*). 4Cs adalah empat keterampilan yang telah diidentifikasi sebagai keterampilan abad ke-21 (P21) yaitu keterampilan yang sangat penting dan diperlukan untuk pendidikan abad ke-21.

Peta kompetensi keterampilan 4Cs sesuai dengan P21 sebagai berikut

Framework 21st Century Skills	Kompetensi Berpikir P21
Creativity Thinking and innovation	Peserta didik dapat menghasilkan, mengembangkan, dan mengimplementasikan ide-ide mereka secara kreatif baik secara mandiri maupun berkelompok.
Critical Thinking and Problem Solving	Peserta didik dapat mengidentifikasi, menganalisis, menginterpretasikan, dan mengevaluasi bukti-bukti, argumentasi, klaim, dan data-data yang tersaji secara luas melalui pengkajian secara mendalam, serta merefleksikannya dalam kehidupan sehari-hari
Communication	Peserta didik dapat mengomunikasikan ide-ide dan gagasan secara efektif menggunakan media lisan, tertulis, maupun teknologi.
Collaboration	Peserta didik dapat bekerja sama dalam sebuah kelompok dalam memecahkan permasalahan yang ditemukan.

Keterampilan enGauge Abad ke-21 dibangun berdasarkan hasil penelitian yang terus-menerus serta menjawab kebutuhan pembelajaran yang secara jelas mendefinisikan apa yang diperlukan peserta didik agar dapat berkembang di era digital saat ini. Pada kerangka kerja *enGauge 21st Century Skill* dikatakan bahwa perkembangan ilmu kognitif menunjukkan bahwa hasil yang diharapkan dalam pembelajaran akan meningkat secara signifikan ketika peserta didik terlibat dalam proses pembelajaran melalui pengalaman dunia nyata yang otentik.



1. *Digital Age Literacy*/Era Literasi Digital
    - Literasi ilmiah, matematika, dan teknologi dasar.

- Literasi visual dan informasi.
- Literasi budaya dan kesadaran global.

2. *Inventive Thinking*/Berpikir Inventif
   - *Adaptability* dan kemampuan untuk mengelola kompleksitas.
   - Keingintahuan, kreativitas, dan pengambilan risiko.
   - Berpikir tingkat tinggi dan alasan yang masuk akal.
3. *Effective Communication*/Komunikasi yang Efektif
   - Keterampilan, kolaborasi, dan interpersonal.
   - Tanggung jawab pribadi dan sosial.
   - Komunikasi interaktif.
4. *High Productivity*/Produktivitas Tinggi
   - Kemampuan untuk memprioritaskan, merencanakan, dan mengelola hasil.
   - Penggunaan alat dunia nyata yang efektif.
   - Produk yang relevan dan berkualitas tinggi.

Salah satu contoh bentuk literasi digital bagi guru untuk memfasilitasi peserta didik adalah kemampuan membuat video pembelajaran melalui *smartphone* yang dimilikinya.

Sebagian besar orang di era abad ini, tidak bisa lepas dengan penggunaan telepon seluler (ponsel). Ponsel pintar yang memiliki kamera yang hebat dan mampu merekam video tidak lagi sulit ditemukan. Ponsel sebagai perekamvideo memiliki beberapa keuntungan, di antaranya::

- Ponsel ada di mana-mana, dan hampir selalu dibawa oleh siapapun. Mengambil konten video dengan cepat dan spontan tidak perlu membawa kamera video besar ketika ada peluang yang tidak terduga.
- Banyak aplikasi yang tersedia untuk perangkat seluler iOS (Apple) dan Android (Google) yang memperluas fungsionalitas kamera video, menyediakan kemampuan pengeditan dan efek-efek digital yang canggih, serta menyediakan cara untuk mengunggah video yang sudah selesai untuk didistribusikan dan dilihat segera mungkin apabila diperlukan dalam proses pembelajaran.

Namun, meskipun memiliki *smartphone* dengan kamera yang bagus, jika teknik pembuatan video buruk maka akan menghasilkan produk video yang buruk. Dengan menggunakan teknik dan memanfaatkan fitur-fitur yang tersedia, maka dapat diusahakan membuat video yang luar biasa..

Disadari bahwa membuat video menggunakan ponsel tidak akan didapat hasil yanng sempurnya, tetapi dengan tujuh tip berikut, merekam video menggunakan ponsel akan terlihat fantastis. Berikut ketujuh tip tersebut.

1. ***Gunakan ponsel anda dengan benar***

   Jika tidak ada kamera DSLR (*Digital Single Lens Reflex*) tidak menjadikan masalah. Anda dapat menggunakan ponsel Anda untuk mengambil rekaman video profesional. Tetapi ada beberapa hal yang perlu diingat jika akan menggunakan ponsel untuk pembuatan video.

- Gunakan kamera di bagian belakang ponsel Anda. Kualitas kamera depan tidak sebagus kamera belakang pada kebanyakan ponsel.
- Rekam dalam mode lanskap (yaitu horizontal dan bukan vertikal). Ini akan memberi rekaman yang terlihat bagus di perangkat yang lebih besar, bukan hanya layar ponsel.
- Jika ponsel Anda memiliki fitur yang memungkinkan untuk *overlay grid* di layar Anda, gunakan saja. Ini akan membantu menjaga level ponsel Anda dan menghindari rekaman miring.

2. Pencahayaan yang Baik Sangat Penting

Pencahayaan yang tepat memiliki dampak besar pada kamera ponsel cerdas. Hal ini dikarenakan kamera ponsel memiliki sensor gambar dan lensa yang lebih kecil. Cobalah sebisa mungkin untuk merekam video Anda di area yang terang benderang. Ini akan membantu menghindari bayangan yang tidak perlu dan area kasar di video Anda. Sebaliknya, Anda juga harus berhati-hati untuk tidak mengarahkan kamera langsung ke sumber cahaya yang terang, yang akan menyebabkan rekaman video yang berlebihan dan lensa membesar. Pencahayaan harus stabil dan stabil; sensor gambar di sebagian besar ponsel cerdas tidak bereaksi terhadap perubahan dramatis dalam pencahayaan dengan sangat cepat. Jika cahaya masih menyulitkan untuk merekam video Anda, lakukan pengaturan pencahayaan belakang (*backlight*) dan *white balance* jika ponsel atau aplikasi Anda menyediakannya. Sebagian besar ponsel juga menawarkan fitur penguncian fokus dengan menyentuh area layar pada objek yang dikehendaki. Hal ini untuk menghindari objek tersebut menjadi kabur karena pengaruh fitur auto fokus yang dimiliki kamera menangkap objek yang berbeda. Setelah mengatur fokus pada aspek terpenting dari video, kontrol eksposur otomatis akan memudahkan dalam membuat penyesuaian kecil jika kondisi pencahayaan mulai berubah.

3. Tetap Stabil

Jika Anda tidak ingin rekaman video Anda terdistorsi, kabur, atau terpengaruh "*rolling shutter*", hal terbaik yang harus dilakukan adalah menjaga ponsel Anda tetap stabil saat merekam. Gunakan kedua tangan untuk memegang ponsel cerdas Anda sedekat mungkin dengan tubuh Anda saat Anda merekam video. Ini bisa sedikit melelahkan dalam waktu lama dan ada cara lain untuk memegang telepon:

- Stabilisator, tripod, memungkinkan Anda menjaga ponsel cerdas atau perangkat seluler Anda tetap diam saat mengambil video; mereka memiliki pegangan yang sempurna untuk mencapai ini.
- Jika tripod atau stabilizer smartphone sedikit tidak praktis, maka diletakkan telepon Anda pada pendukung fisik lainnya seperti meja, kursi, meja, rak, dll.

4. Masalah Audio Sama Banyaknya dengan Video

Video yang diharapkan dibuat adalah video dengan kualitas audio yang bagus. Terkadang mikrofon internal di sebagian besar ponsel cerdas (tidak semuanya) berkualitas rendah dan tidak ditempatkan dengan benar. Terkadang ikut terekam angin dan kebisingan lingkungan yang tidak diperlukan dan mengganggu objek suara yang menjadi objek utama perekaman. Suara-suara tidak diinginkan ini hampir mustahil untuk diedit nantinya. Dianjurkan untuk merekam video Anda di tempat yang tenang, sebaiknya di dalam ruangan sbila memungkinkan dengan meminimalkan kebisingan. Pembuatan video profesional menggunakan rekaman audio yang terpisah dari perekaman video, sehingga kualitas yang dihasilkan menjadi sangat bagus. Audio yang dihasilkan benar-benar fokus pada suara yang dikehendaki. Untuk mengoptimalkan kualitas audio pada perekaman video dengan ponsel, Anda dapat menggunakan perangkat microphone eksternal atau setidaknya mikrofon terarah yang akan bekerja dengan ponsel cerdas Anda. Jika menggunakan mikrofon eksternal tidak mungkin atau praktis maka tetap sedekat mungkin dengan sumber audio dan coba trik kecil ini: gunakan tangan Anda untuk menutupi mikrofon ponsel (tetapi jangan menutupinya sepenuhnya). Dengan cara ini, kebisingan yang tidak diinginkan dapat dikurangi.

5. Carilah subjek yang dekat dengan Anda

Berusaha mendekatkan kamera dengan subjek yang dituju dengan memastikan kualitas gambar yang lebih baik, lebih sedikit *noise digital* (sinyal-sinyal yang tidak diinginkan dalam suatu sistem komunikasi atau informasi) dan fokus yang lebih baik dalam video Anda karena sebagian besar *smartphone* menggunakan *zoom* digital daripada *zoom* optik. Jika video Anda membutuhkan detail super kecil *close-up super zoom*, selanjutnya gunakan lensa makro klip-on yang sesuai dengan *smartphone*.

6. Hindari Sindrom Video Vertikal

Tips berikut ini adalah hindari pengambilan video secara vertikal. Beberapa videografer menggunakan

smartphone mereka untuk pembuatan film digital sering membuat kesalahan dengan memegang ponsel mereka secara vertikal, yaitu naik turun dari pada menyamping, saat merekam. Pegang ponsel Anda secara horizontal sehingga jika video diputar di layar ponsel lain akan terlihat lebih baik.

7. Tingkatkan Video Anda dengan Aplikasi Seluler

Aplikasi kamera pada ponsel dimungkinkan bekerja secara optimal dalam merekam video. Beberapa aplikasi yang lain, di luar aplikasi bawaan ponsel, biasanya memiliki fitur-fitur tambahan bagi mereka yang baru mengembangkan konten video. Aplikasi ini ada yang bersifat gratis, dan ada juga yang berbayar. Sedikit berinvestasi untuk aplikasi yang berbayar, biasanya akan mendapatkan fitur-fitur yang lebih hebat, sehingga memberikan dampak terhadap kualitas video yang dihasilkan.

8. Bersiaplah untuk Merekam

Sebelum merekam video pastikan bahwa Anda memiliki semua perlengkapan, alat peraga, skrip, aktor, dan lokasi pemotretan. Selain itu, pastikan ponsel Anda memiliki ruang penyimpanan yang cukup (memori yang tersedia) untuk menyimpan rekaman file video. Merekam video dalam moda *High Definitition* menghasilkan kualitas gambar yang bagus, akan tetapi berakibat pada ukuran file yang besar dan pemakaian baterai yang lebih cepat.

Dengan menggunakan tip-tip di atas, Anda siap untuk memproduksi video untuk mendukung proses pembelajaran yang menyenangkan. Pada tahap awal, barangkali belum bisa dihasilkan video yang bagus. Melalui latihan, coba-coba, mengeksplorasi fitur yang tersedia pada akhirnya Anda akan bisa membuat video layaknya pembuat video profesional.

Referensi:

Yoki dkk, 2019. *Buku Pegangan Pembelajaran Berorientasi pada Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*, Jakarta: Kemendikbud

https://wave.video/blog/12-simple-tips-for-making-your-videos-look-more-professional/

Stuart Sweetow, Corporate Video Production: Beyond the Board Room (And Out of the Bored Room).

---

*) Dra. Theresia Widyantini, M.Si.
Widyaiswara PPPPTK Matematika

*) Sigit Susianto
Sigitsusianto93@gmail.com

MENENTUKAN RUMUS FUNGSI LINIER MENGGUNAKAN KONSEP BARISAN ARITMETIKA

*) Arie Wibowo

Tulisan ini didasarkan pada pengalaman penulis dalam membelajarkan materi fungsi kepada siswa kelas 8 SMP Negeri 5 Batu Ampar Kabupaten Tanah Laut Provinsi Kalimantan Selatan. Pembahasan dalam tulisan ini berkaitan dengan metode menyelesaikan masalah rumus fungsi linier menggunakan konsep barisan aritmetika.

Fungsi Linier

Fungsi linier merupakan fungsi yang dinyatakan dengan $f(x) = mx + c$. Sebuah fungsi linier memiliki variabel bebas (x) dan variabel terikat ($f(x)$). Sebagai variabel terikat, x merupakan domain (daerah asal) yang merupakan anggota bilangan real dan $f(x)$ merupakan range (daerah hasil). m merupakan koefisien x dan c merupakan konstanta. m disebut juga sebagai kemiringan (*slope*).

Kaitan Fungsi Linier Dengan Barisan Aritmetika

Apa kaitan fungsi linier dengan barisan aritmetika? Fungsi linier memiliki hubungan erat dengan barisan aritmetika. Setiap nilai x yang dimasukkan ke dalam fungsi bertambah maka nilai fungsi yang dihasilkan dapat bertambah atau berkurang. Sebagai contoh, fungsi linier $f(x) = 2x - 3$, kita akan memasukan nilai $x = 0$ dan seterusnya seperti tabel berikut.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	–3	–1	1	3	5	7	9	11

Perhatikan bahwa nilai fungsi selalu bertambah 2. Ketika ditambahkan nilai secara tetap berulang kali diperoleh {–3, –1, 1, 3, 5, 7, 9, 11}. Himpunan tersebut disebut barisan aritmetika dan memiliki ciri-ciri bilangan selanjutnya selalu lebih besar atau lebih kecil dari bilangan sebelumnya dengan ditambah atau dikurang oleh bilangan yang tetap. Bilangan yang tetap ini disebut beda.

Barisan merupakan fungsi yang memetakan bilangan asli ($n = 1, 2, 3$, dst) ke bilangan real.Barisan aritmetika merupakan barisan yang memiliki beda tetap antarsuku yang saling berdekatan. Barisan aritmetika pada suku tertentu (n) dapat dinyatakan dengan rumus $U_n = a + b(n - 1)$, dengan a sebagai suku pertama (U_1) dan b sebagai beda ($U_n - U_{n-1}$). Jika dihubungkan antara barisan bilangan aritmetika dengan rumus fungsi linier maka diperoleh f(x) = U_n, $mx = bn$, dan $c = a - b$.dengan demikian koefisien (m) pada rumus fungsi merupakan beda.

Menentukan Rumus Fungsi Linier Menggunakan Konsep Barisan Artimetika

Seringkali ditemukan masalah fungsi di dalam buku pelajaran kelas 8 SMP. Masalah yang disajikan berupa menentukan rumus fungsi linier jika diketahui dua nilai fungsi dengan domain tertentu. Sebagai contoh, perhatikan soal berikut yang diambil dari buku siswa kelas 8 kurikulum 2013 mata pelajaran matematika semester 1 halaman 111.

Contoh 3.9

Suatu fungsi linear f memiliki nilai 5 saat $x = 1$, dan memili
$x = -1$. Tentukan rumus fungsinya.

Seringkali masalah fungsi seperti di atas diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi sebagaimana menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel (SPLDV). Perhatikan uraian berikut.

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan rumus fungsi dari suatu fungsi linear f memiliki nilai 5 saat $x = 1$, dan memiliki nilai 1 saat $x = -1$, lakukan prosedur berikut.

Dari soal tersebut, diketahui bahwa fungsi f adalah fungsi linear. Oleh karena itu, fungsi f bisa dinyatakan dengan rumus $f(x) = ax + b$.

Diketahui lebih lanjut bahwa $f(1) = 5$ dan $f(-1) = 1$

$f(x) = ax + b$, maka $f(1) = a(1) + b = 5$

$$a + b = 5 \quad \text{.....(1)}$$

$$f(-1) = a(-1) + b = 1$$

$$-a + b = 1 \quad \text{.....(2)}$$

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$a + b = 5$

$-a + b = 1$ –

$2a = 4$

$a = 2$

$a = 2$ disubstitusikan ke salah satu persamaan, misalkan persamaan (1)

$a + b = 5$

$(2) + b = 5$

$b = 5 - 3$

$b = 2$

Dengan demikian, nilai $a = 2$ dan $b = 3$

Jadi, rumus fungsinya adalah $f(x) = 2x + 3$

Menyelesaikan soal dengan cara tersebut, bukannya tidak boleh/tidak tepat, tetapi materi SPLDV baru dipelajari setelah materi fungsi. Walaupun penggunaan metode eliminasi dan substitusi dalam menentukan rumus fungsi linier terlihat mudah, bagi sebagian siswa, ini membutuhkan waktu untuk memahaminya. Pada algoritma di atas siswa menemui persamaan linier satu variabel (PLSV) baru sebagai akibat dari substitusi nilai *x* pada rumus fungsi linier, yaitu $a + b = 5$ dan $-a + b = 1$. Siswa bisa saja mensubstitusikan nilai *x* ke dalam rumus fungsi dan mengubahnya menjadi persamaan linier satu variabel. Namun ketika dua PLSV dihasilkan, siswa mungkin kebingungan untuk melakukan langkah selanjutnya.

Kalau diperhatikan soal-soal terkait menentukan rumus fungsi linier nilai xx atau domain selalu bilangan bulat sehingga dapat digunakan konsep barisan aritmetika. Lain halnya dengan jika nilai xx yang diberikan bukan bilangan bulat.Penyelesaian masalah fungsi linier ini akan mejadi mudah apabila konsep barisan aritmetika digunakan. Pada kurikulum 2013, materi barisan aritmetika dipelajari sebelum materi fungsi. Pandangan konstruktivistik mengajarkan kepada kita bahwa belajar terjadi karena proses pengalaman. Pengetahuan baru dikonstruk dari pengetahuan yang sudah diperoleh sebelumnya, yakni menentukan rumus fungsi linier dapat menggunakan pengalaman siswa dalam menentukan rumus barisan bilangan.

Sebagaimana disebutkan sebelumnya bahwa barisan aritmetika merupakan bagian dari fungsi. Dengan demikian soal seperti di atas dapat diselesaikan menggunakan konsep barisan aritmetika. Untuk menyelesaikan masalah fungsi menggunakan konsep pola bilangan dapat dilakukan dengan cara menyusun domain dan nilai fungsi ke dalam tabel. Sebagai contoh ialah soal di atas diselesaikan dengan cara berikut.

x	–1		1
$f(x)$	1		5

Yang dapat dilakukan ialah dengan cara melengkapi tabel di atas.

x	–1	0	1
$f(x)$	1	3	5

Pada tabel di atas terlihat bahwa beda antar nilai fungsi ialah 2. Beda nilai fungsi merupakan koefisien *x* pada rumus fungsi linier. Selanjutnya menentukan konstanta. Konstanta pada rumus fungsi dapat ditentukan jika nilai domainnya 0 ($x = 0$). Karena beda nilai fungsi di atas ialah 2. Sehingga pada $x = 0$x = nilai fungsinya sama dengan 3. dengan demikian rumus fungsinya ialah $f(x) = 2x + 3$.

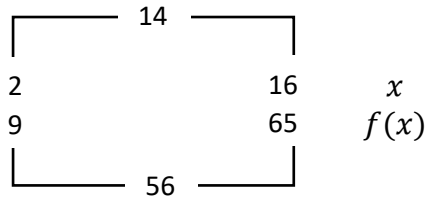
Selanjutnya bagaimana jika nilai x tidak berdekatan. Sebagai contoh, perhatikan soal berikut.

> Soal:
> Suatu fungsi linier f memiliki nilai 9 saat $x = 2$ dan memiliki nilai 65 saat $x = 16$. Tentukan rumus fungsinya.

Penyelesaian.

Untuk menentukan rumus fungsinya bisa saja menggunakan tabel tetapi akan membutuhkan tabel yang panjang. Untuk mempersingkatnya dapat digunakan cara sebagai berikut.

Misalkan rumus fungsi yang dimaksud adalah $f(x) = mx + c$.



Perhatikan bahwa 14 diperoleh dari 16 – 2 yang menyatakan banyaknya suku. Sedangkan 56 merupakan hasil pengurangan 9 dari 65. Selanjutnya untuk menentukan beda ialah dengan cara membagi 56 oleh 14 diperoleh 4. Dengan demikian $b = m = 4$. Karena pada saat $x = 2$, $f(2) = 9$, maka pada saat $x = 1$ (suku pertama), $a = f(1) = 9 – 4 = 5$ dan $c = a – b = 5 – 4 = 1$. Dengan demikian diperoleh $f(x) = 4x + 1$.

Penutup

Materi matematika saling tekait satu dengan lainnya dan diajarkan secara heuristik. Untuk mengajarkan materi matematika yang baru (materi baru) sebaiknya menggunakan pengetahuan yang telah dimiliki siswa, salahsatunya materi fungsi linier. Dengan demikian, konsep barisan bilangan dapat digunakan untuk menentukan rumus fungsi linier.

Referensi

As'ari, A., dkk. 2017. *Buku siswa kelas 8 mata pelajaran matematika revisi 2017*. Jakarta: Kemdikbud.

https://www.ck12.org/book/CK-12-Algebra-I-Second-Edition/section/4.7/

---

*) Arie Wibowo, M.Pd

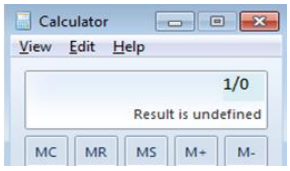
SMP Negeri 5 Batu Ampar Kabupaten Tanah Laut Provinsi Kalimantan Selatan

Titik Kritis yang Terabaikan Dalam Pelajaran Matematika

***) Sigit Tri Guntoro**

Dalam mempelajari matematika baik berkaitan konsep, prinsip atau sifat tertentu, seringkali ditemukan kejadian khusus. Sayangnya, justru kejadian khusus tersebut terabaikan atau mungkin karena kekurang telitian dalam mencermati suatu penjelasan. Bila ditelaah lebih lanjut, banyak kejadian khusus tersebut menjadi titik kritis yang wajib disampaikan saat belajar matematika. Salah satu contohnya adalah pernyataan '*setiap bilangan dibagi dengan dirinya sendiri hasilnya selalu satu*'. Sepintas pernyatan ini tidak menimbulkan masalah, tetapi apabila dicermati lebih lanjut maka ada kasus yang terabaikan dan ini menjadi masalah. Bagaimana jika bilangan itu nol? Apakah nol dibagi nol hasilnya juga satu? Sebenarnya pernyataan tersebut ada yang terpotong pada titik kritisnya. Pernyataan yang lengkap adalah *setiap bilangan* ***selain nol*** *dibagi dengan dirinya sendiri hasilnya selalu satu.* Pertanyaan lebih lanjut, bagaimana untuk $\frac{0}{0}$? Jawaban pertanyaan ini akan terangkum dalam paparan berikut yang disertai dengan pembahasan titik kritis lain yang timbul saat mempelajari matematika.

1. Penulisan $\frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi$ dan $\frac{0}{0} = tidak\ tentu$



Sekilas penulisan ini tidak menimbulkan masalah. Disamping itu kita terkadang tidak membahas lebih lanjut mengenai hasil ini. Sementara itu $\frac{1}{0}$ tersebut jika dihitung menggunakan kalkulator atau alat hitung lain akan menghasilkan *result is undefined* atau *cannot devide by zero* atau hasil lain yang pada intinya tidak terdefinisi. Selain itu ada sementara yang beranggapan bahwa $\frac{0}{0} = tidak\ tentu$. Dasar yang digunakan adalah $\frac{0}{0} = 1$ boleh karena $0 = 1 \cdot 0$. Demikian pula $\frac{0}{0} = 2$ benar karena $0 = 2 \cdot 0$. Perhatikan bahwa jika kedua hasil tersebut dibolehkan maka terjadi kontradiksi yang dapat merusak struktur dalam matematika. Mengapa demikian? Karena $1 = \frac{0}{0} = 2$ yang berarti $1 = 2$. Jelas konsep dalam matematika menjadi kacau. Demikian pula untuk penulisan $\frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi$. Penulisan ini pun tidak boleh, karena jika boleh maka $\frac{2}{0} = tidak\ terdefinisi$ juga yang berarti $\frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi = \frac{2}{0}$ berakibat pada $\frac{1}{0} = \frac{2}{0}$ dimana proses lanjut menghasilkan $1 = 0 \cdot \frac{2}{0} = 2$. Terjadi suatu kotradiksi. Oleh karena itu penulisan $\frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi$ **tidak dibenarkan**. Selanjutnya, bagaimana penulisan yang benar? Coba bandingkan penulisan berikut.

$$\frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi$$

$$\frac{1}{0}\ \ tidak\ terdefinisi$$

Nyata bahwa cara penulisan bagian kiri dapat mengacaukan struktur matematika. Jadi penulisan yang benar adalah bagian kanan yaitu **tanpa tanda "=".**

2. Bilangan rasional adalah bilangan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dimana a, b bulat dan $b \neq 0$.

Dengan pengertian, ini apakah $\frac{\frac{1}{2}}{0{,}75}$ suatu bilangan rasional? Jika berpedoman pada pendefinisian tersebut maka diperoleh $a = \frac{1}{2}$ dan $b = 0{,}75$ yang berarti menyalahi syarat a, b bulat yang berakibat pada $\frac{\frac{1}{2}}{0{,}75}$ bukan bilangan rasional. Apakah demikian? Jawabannya adalah tidak. Artinya, $\frac{\frac{1}{2}}{0{,}75}$ tetap merupakan bilangan rasional. Sebenarnya

pendefinisian di atas ada sebagian yang kurang. Pendefinisian yang lengkap merujuk pada Sherri Massermit (Beginning Algebra, 2013) adalah

> *Arational number is any number that can be written as a fraction where the numerator and denominator are integers and the denominator does not equal zero.*

Tampak di sini bahwa pendefinisian yang benar ialah dengan menambahkan pengertian 'dapat ditulis' atau 'dapat dijadikan' pada definisi awal tadi, yang sering terabaikan kebanyakan orang. Oleh karena itu definisi lengkapnya menjadi

> **Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dimana a, b bulat dan $b \neq 0$.**

Mengingat $\frac{\frac{1}{2}}{0{,}75}$ dapat dijadikan sebagai $\frac{4}{6}$, maka $\frac{\frac{1}{2}}{0{,}75}$ merupakan bilangan rasional.

3. Bilangan berpangkat $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Sudah menjadi kebiasaan setiap bertemu bentuk $a^{\frac{m}{n}}$ maka kita akan langsung mengubah menjadi bentuk $\sqrt[n]{a^m}$ tanpa memperhatikan syarat yang sesungguhnya merupakan titik kritis bagi dibolehkannya bentuk tersebut untuk diubah. Bagaimana untuk kasus berikut?

Karena $3 = \frac{6}{2}$, *maka*

$$(-2)^3 = (-2)^{\frac{6}{2}}$$
$$-8 = \sqrt{(-2)^6}$$
$$-8 = \sqrt{64}$$
$$-8 = 8 \rightarrow ?$$

Terjadi suatu kontradiksi

Bagaimana kontradiksi ini dapat terjadi? Sebenarnya masalah ini dikarenakan hal yang cukup sepele yaitu kita tidak mencermati dengan benar syarat yang berlaku untuk mengubah bentuk tersebut. Perhatikan syarat yang diungkapkan John W. Coburn (Algebra and Trigonometry, 2010) berikut.

> *If* $\frac{m}{n}$ *is a rational number expressed in* ***lowest term*** *with* $n \geq 2$ *then*
> $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ *or* $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Tampak jelas bahwa *lowest term* (bentuk paling sederhana) inilah yang sering terlupakan orang. Dengan demikian menjadikan $(-2)^{\frac{7}{3}}$ sebagai $\sqrt[3]{(-2)^7}$ dibolehkan, tetapi menjadikan $(-2)^{\frac{6}{2}}$ sebagai $\sqrt{(-2)^6}$ **tidak dibolehkan** karena $\frac{6}{2}$ bukan bentuk paling sederhana

4. Contoh sistem persaman linear adalah $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$ sedangkan $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$ bukan sistem persaman linear karena grafiknya sama

Anggapan bahwa $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$ bukan suatu sistem persamaan karena garisnya sama adalah hal yang umum terjadi. Demikian halnya dengan $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ bukan merupakan sistem persamaan karena garisnya sejajar yang berarti tdak akan ketemu sehingga tidak mempunyai penyelesaian. Kesalahan ini sangat mungkin terjadi karena mencampuradukkan antara pengertian sistem persamaan dan penyelesaian (solusi) sistem persaman. Perhatikan penjelasan Ron Larson (Algebra and Trigonomnetry, 2011) berikut

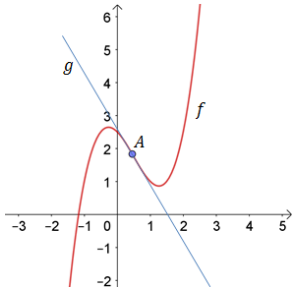
For a system of two linear equations in two variables, the number of solutions is one of the following.

Number of Solutions	*Graphical Interpretation*	*Slopes of Lines*
1. Exactly one solution	The two lines intersect at one point.	The slopes of the two lines are not equal.
2. Infinitely many solutions	The two lines coincide (are identical).	The slopes of the two lines are equal.
3. No solution	The two lines are parallel.	The slopes of the two lines are equal.

Dari penjelasan ini nyata bahwa $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$, $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$ dan $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ masing-masing adalah sistem persamaan linear dua variabel. Untuk sistem persamaan pertama mempunyai penyelesaian tunggal, sedangkan sistem persamaan linear yang kedua mempunyai penyelesaian tak hingga banyak, sementara sistem

persamaan linear terakhir tidak mempunyai penyelesaian atau inkonsisten

5. Pada grafik berikut garis g bukan merupakan garis singgung kurva di titik A karena g memotong kurva bukan menyinggung kurva



Pemaknaan secara cepat pada gambar di atas akan membawa kesimpulan bahwa garis g bukan garis singgung kurva di titik A karena garis g tersebut memotong kurva, bukan menyinggung kurva. Apakah demikian? Coba perhatikan penjelasan yang disampaikan James Stewart (Calculus Concept and Contexts, 2010) berikut.

> *The tangent line to the curve* $y = f(x)$ *at the point* $A(a, f(a))$ *is the line through* A *with slope*
>
> $$m = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$
>
> *provided that this limit exists*

Dari definisi tersebut jelas bahwa garis singgung kurva di suatu titik adalah garis yang melalui titik tersebut yang mempunyai gradien sama dengan nilai turunan pertama fungsi di titik yang dimaksud, jika turunannya ada. Dengan demikian garis g pada kurva di atas merupakan garis singgung kurva di titik A. Bagaimana untuk kasus pada kurva $f(x) = |x|$? Apakah kurva ini mempunyai garis singgung di (0.0). Tentu tidak, sebab $f'(x)$ tidak ada untuk $x = 0$.

6. Penulisan $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$

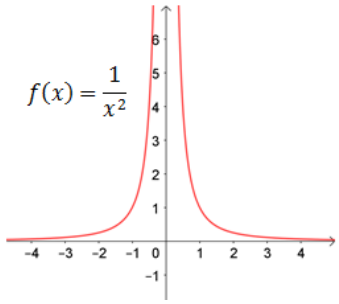
Banyak ditemukan dalam buku-buku pelajaran bahwa $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$. Apakah penulisan tersebut benar? Mari kita cermati. Misalkan $f(x) = \frac{1}{x}$, maka $f(x)$ akan menuju $-\infty$ apabila x menuju 0 dari arah kiri. Sebaliknya $f(x)$ akan menuju ∞ apabila x menuju 0 dari arah kanan. Berarti penulisan $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$ menjadi tidak tepat. Perhatikan penjelasan LaTorre dkk (Calculus an Informal Approach, 2010) berikut.

> *When the output of a function increases or decreases without bound as its input values approach a constant c, the vertical line at is called a vertical asymptote, and the limit of the function as x approaches c is said not to exist. The behavior of the function differs as the x values approach from the left and the right. The notation in this case is does not exist*

Dengan penjelasan tersebut, penulisan yang benar adalah

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \text{ tidak ada}$$

Bagaimana dengan $f(x) = \frac{1}{x^2}$ berikut?



Apakah $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$ juga tidak ada? Atau ada cara penulisan lain? Perhatikan penjelasan James Stewart (Calculus Concept and Contexts, 2010) berikut.

> *Notation* $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$ *means that the value of* $f(x)$ *can be made arbritarily (as large as weplase) by takeng x sufficienlyclose to a (on either side a) but not equal to a*

Dengan penjelasan tersebut maka penulisan yang benar adalah $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$. Penulisan ini sama sekali bukan mengatakan $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$ ada di tak hingga, tetapi sekedar mengatakan bahwa $f(x)$ akan menuju tak hingga saat x menuju 0 dari berbagai arah. Dengan demikian sifat limit tidak bisa diterapkan untuk hasil ini.

7. Teorema pada $\lim_{x\to a} f(x)\cdot g(x) = \lim_{x\to a} f(x)\cdot \lim_{x\to a} g(x)$

Misalkan $f(x) = \sin x$ dan $g(x) = \frac{1}{x}$. Dengan memanfaatkan teorema tersebut tentunya berlaku juga $\lim_{x\to 0}(\sin x)\cdot\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\sin x \cdot \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$. Namun apakah demikian? Cermati pengerjaan berikut.

$$\lim_{x\to 0}(\sin x)\cdot\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\sin x \cdot \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$$
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\sin x \cdot \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$$
$$1 = 0 \cdot \textit{tidak terdefinisi}$$

Bagaimana ini terjadi? Apakah teoremanya salah? Sebenarnya ada syarat yang sering terlupakan pada teorema ini yang menjadi titik kritis yang terabaikan. Perhatikan penjelasan Jon Rogwski dalam buku Calculus Early Transendental (2015) sebagai berikut.

> *The basic Limit Laws: If* $\lim_{x\to c} f(x)$, *and* $\lim_{x\to c} g(x)$ *both exist, then*
>
> *(i)* $\lim_{x\to c}(f(x) + g(x)) = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$
>
> *(ii)* $\lim_{x\to c} k\,f(x) = k\lim_{x\to c} f(x)$
>
> *(iii)* $\lim_{x\to c} f(x)g(x) = \lim_{x\to c} f(x)\lim_{x\to c} g(x)$
>
> *(iv)* $\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ *if* $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$

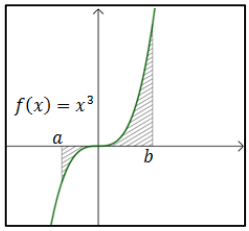
Jelas bahwa persyaratan $\lim_{x\to c} f(x)$ dan $\lim_{x\to c} g(x)$ dua-duanya ada harus dijamin sebelum menggunakan sifat (iii). Oleh karena itu tidak boleh memroses $\lim_{x\to 0}(\sin x)\cdot\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\sin x \cdot \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$ karena $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$ tidak ada.

8. Menentukan $\int_{-1}^{1} x^3$ dengan cara

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{1} x^3 &= 2\int_{0}^{1} x^3 \\ &= 2\left(\frac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^1 \\ &= 2\left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Kesalahan tersebut sangat dimungkinkan karena selalu mengaitkan integral tertentu (*definite integral*) dengan luas daerah yang selalu positif dan menggunakan sifat integral yang salah. Perhatikan konsep yang disampaikan Michael Spivac (Calculus 3rd Edition, 1994) berikut.

> *Integral does not always represent the area bounded by the graph of function, the horizontal axis, and vertical lines through* $(a, 0)$ and $(b, 0)$. *For example, if* $a < 0 < b$, *then* $\int_a^b x^3\,dx$ *does not represent area of the region shown in the Figure*



Selain itu Robert Wrede & Murray R. Spiegel dalam buku Advanced Calculus (2015) menyatakan:

> *Geometrically, the value of this definite integral represents the area bounded by the curve y = f (x), the xaxis, and the ordinates at* x = a*and* x = b*only if* f (x) ≥ 0. *If* f (x) *is sometimes positive and sometimes negative, the definite integral represents the algebraic sum of the areas above and below the xaxis, treating areas above the xaxis as positive and areas below the xaxis as negative*

Dengan penjelasan tersebut jelas bahwa integral tertentu belum tentu merepresentasikan luas daerah yang dibatasi oleh kurva, kecuali area negatif diperbolehkan. Oleh karena itu menentukan $\int_{-1}^{1} x^3$ cukup dengan

$$\int_{-1}^{1} x^3 = \frac{1}{4}(x^4)\Big|_{-1}^{1}$$
$$= \frac{1}{4}(1^4 - (-1)^4)$$
$$= 0$$

yaitu sesuai dengan teorema fundamental kalkulus. Namun jika ditanyakan tentang luas daerah yang dibatasi oleh kurva x^3, sumbu-x, garis $x = -1$ dan garis $x = 1$ maka hasilnya adalah $\frac{1}{2}$ (seperti perhitungan awal)

9. Sifat determinan matriks: $\boldsymbol{det(AB) = det(A) \cdot det(B)}$

Umumnya kita langsung menerima sifat determinan bahwa $det(AB) = det(A) \cdot det(B)$. Namun sebenarnya ada syarat dan menjadi titik kritis yang terabaikan. Misalkan $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ maka $AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $\det(AB) = -1$. Namun tidak ada definisi untuk $det(A)$ maupun $det(B)$. Mengapa sifat tersebut menjadi tidak berlaku? Perhatikan penjelasan Steven Roman dalam buku Advanced Linear Algebra (2008) sebagai berikut.

Let $A \in M_{n,n}$. Then

(i) *For any $B \in M_{n,n}$, $det(AB) = det(A) \cdot det(B)$*

(ii) *A is nonsingular (invertible) if and only if $det(A) \neq 0$*

(iii) *The determinant of an upper triangular or lower triangular matrix is the product of the entries on its main diagonal*

Dari penjelasan tersebut jelas bahwa $det(AB) = det(A) \cdot \det(B)$ dijamin berlaku jika A dan B matriks persegi. Syarat A dan B matriks persegi inilah yang sering terabaikan. Selain itu ada juga kesalahan terkait determinan *single elemen matrix*. Sebagai contoh $det([-2]) = 2$. Kesalahan ini sangat mungkin terjadi akibat simbol determinan matriks sama dengan tanda nilai mutlak suatu bilangan. Lebih jelasnya, misalnya $det([-2]) = |[-2]| = 2$. Merujuk pada penjelasan Richard Bronson (Linear Algebra, 2008) yaitu*The determinant of* 1×1 *matrix* $[a]$*is the scalara*maka $|[-2]|$. Dengan demikian misalkan $A = [a]$ maka $|[a]| = a$

Referensi:

[1] Donald R. LaTorre, 2010, *Calculus an Informal Approach*, Belmont:Brooks/ColeCengage Learning
[2] James Stewart, 2010, *Calculus Concept and Contexts*, Belmont:Brooks/ColeCengage Learning
[3] Jon Rogawski, 2015, *Calculus Early Transcendental*, New York: W.H Freeman and Company
[3] John W. Coburn, 2010, *Algebra and Trigonometry*, California: McGraw-Hill
[4] Michael Spivac, 1994, *Calculus 3rd Edition*, Houston: Publish or Peris Inc.
[5] Richard Bronson, 2008, *Linear Algebra*, Burlington: Elsevier
[6] Robert Wrede & Murray R. Spiegel, 2015, *Advanced Calculus 3rd Edition*, New York: McGraw-Hill
[7] Ron Larson, 2011, *Algebra and Trigonometry*, Belmont:Brooks/ColeCengage Learning
[8] Sherri Massermit, 2013, *Beginnining Algebra*, California: McGraw-Hill

*) Sigit Tri Guntoro, M.Si.
Widyaiswara PPPPTK Matematika

MODEL MATEMATIKA DALAM MASALAH KONTEKSTUAL TURUNAN FUNGSI

*) Muhammad Arif

Penilaian pendidikan pada pendidikan dasar dan pendidikan menengah terdiri atas penilaian hasil belajar oleh pendidik, penilaian hasil belajar oleh satuan pendidikan dan penilaian hasil belajar oleh Pemerintah. Penilaian hasil belajar oleh Pemerintah melakukan penilaian pencapaian kompetensi lulusan secara nasional pada mata pelajaran tertentu. Penilaian ini dilakukan dalam bentuk Ujian Nasional dan/atau bentuk lain yang diperlukan. Ujian Nasional digunakan sebagai dasar pemetaan mutu program dan/atau satuan pendidikan, pertimbangan seleksi masuk ke jenjang pendidikan berikutnya, dan pembinaan/pemberian bantuan kepada satuan pendidikan dalam upayanya untuk meningkatkan mutu pendidikan.

Pada tahun 2019, berdasarkan data Pusat Penilaian Pendidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, secara rata-rata nasional, hasil UN SMK tahun mengalami peningkatan sebanyak 1,51 poin dari tahun sebelumnya. Hal ini cukup menggembirakan karena, jumlah soal dengan kemampuan nalar tingkat tinggi atau HOTS *(higherorder thinking skills)* ditingkatkan menjadi 15 persen dari jumlah total soal UN. Peningkatan juga terjadi pada hasil UN SMA peminatan MIPA pada mata pelajaran matematika sebesar 6,25 poin, namun 3 dari 5 siswa SMA peserta UN 2019 capaian nilai matematikanya kurang dari 40 (*Majalah Jendela, XXXV Juli 2019*).

Meskipun UN dilakukan untuk mengukur capaian kompetensi lulusan *(assessment of learning)*, namun UN juga perlu dimanfaatkan untuk memperbaiki proses pembelajaran di kelas. Hasil UN sebagai penilaian harus memberikan informasi mengenai hal yang sudah dicapai dan bagaimana cara untuk terus meningkatkan capaian tersebut. Cara yang paling efektif dan efisien untuk meningkatkan kompetensi siswa adalah dengan memberikan umpan balik kepada siswa.

Sebagai bentuk umpan balik penilaian, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan melalui Pusat Penilaian Pendidikan (Puspendik), setiap tahun menyusun laporan hasil UN. Laporan itu memuat seluruh data hasil UN dari tingkat provinsi sampai tingkat satuan pendidikan.

Rapor UN memberikan tiga jenis informasi dengan gambaran fungsi yang berbeda-beda. Pertama, informasi statistik umum berupa rerata, simpangan baku, nilaitertinggi, dan nilai terendah. Informasiini berfungsi untuk menggambarkan variasi kemampuan kognitif siswa. Informasi kedua dalam rapor UN adalah sebaran jumlah siswa pada setiap kategori rentang nilai. Informasi ini berfungsi untuk memetakan jumlahsiswa pada rentang nilai tertentusebagai masukan jumlah siswa yangmasih menjadi tugas perbaikan bagi daerah, maupun jumlah siswa yang merupakan potensi daerah. Informasi terakhir adalah proporsi siswa menjawab benar untuk setiap cakupan materi/indikator soal yang dipetakan terhadap kompetensi dasar di Kurikulum 2006 dan Kurikulum 2013. Informasi ini berfungsi untuk menunjukkan hal-hal yang menjadi kekuatan dan kelemahan yang memerlukan perbaikan.

Kompetensi dasar pada Kurikulum 2013 memangagak berbeda dari kurikulum sebelumnya. Misalnya, soal mengenai masalah kontekstual turunan fungsi yang dipelajari di kelas XI. Kompetensi dasarpada Kurikulum 2006 terdiri dari *merancang model matematika dari masalah yang berkaitan dengan ekstrim fungsi, dan menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan ekstrim fungsi dan penafsirannya*. Sedangkan padaKurikulum 2013 yakni *menggunakan turunan pertama fungsi untuk menentukan titik maksimum, titik minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva, persamaan garis singgung, dan garis normal kurva berkaitan dengan masalah kontekstual*.

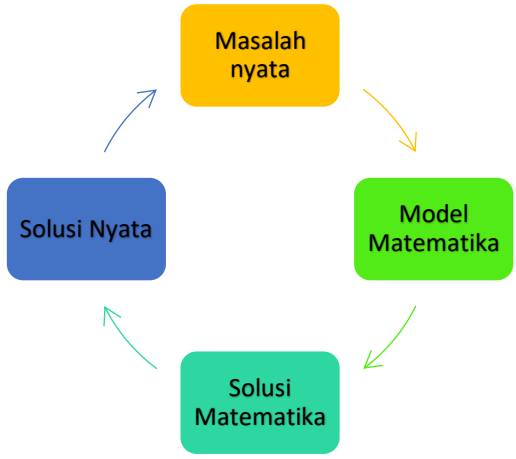
Materi soal mengenai masalah kontekstual turunan fungsi hampir tiap tahun diujikan pada UN Matematika program MIPA. Namun banyak siswa mengalami kesulitan menerapkan konsep turunan fungsi ketika konteksmasalahnya merupakan hal yang baru.Pada tahun 2019 berdasarkan data dari puspendik yang dimuat di laman https://hasilun.puspendik.kemdikbud.go.id untuk indikator menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar, secara nasional persentase siswa yang menjawab dengan benar hanya 6,51%. Bahkan menjadi persentase terendah ketiga dari 40 soal yang diujikan.

Berdasar kajian terhadap hasil analisis UN 2018 oleh Puspendik, ditemukan bahwa secara umum siswa SMA/MA dapat mengerjakan soal-soal yang hanya menggunakan rumus baku serta cara pengerjaan baku. Mereka menguasai soal-soal yang bahkan melibatkan manipulasi aljabar dan perhitungan yang panjang serta rumit. Namun mereka justru kesulitan mengerjakan soal matematika yang mengharuskan mereka membaca, memahami makna soal sebelum dapat melakukan penyelesaian.Masalah dalam

kehidupan nyata umumnya tidak disajikan dalam model matematika secara langsung, namun masalah dalam kehidupan nyata dapat diselesaikan dengan menggunakan model matematika. Oleh karenanya, untuk dapat memanfaatkan model matematika dalam penyelesaian masalah, perlu dilakukan interpretasi atau penerjemahan masalah sehari-hari itu dalam bahasa matematika, misalnya dalam persamaan matematika.

Tujuan yang ingin dicapai dengan penggunaan model matematika adalah agar peserta didik dapat menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisis komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata). Terutama masalah yang tidak rutin, yaitu masalah baru bagi peserta didik, dalam arti memiliki tipe yang berbeda dari masalah-masalah yang telah dikenal peserta didik.

Skema proses penyelesaian masalah nyata dalam kehidupan sehari-hari menggunakan model matematika dapat diringkas seperti pada gambar berikut.



Sumber: Ringkasan Eksekutif Hasil UN 2018

Berdasarkan gambar di atas, langkah pertama adalah menerjemahkan masalah nyata menjadi model matematika. Langkah kedua adalah menyelesaikan model matematika yang mungkinberbentuk persamaan, pertidaksamaan, atau lainnya untuk menghasilkan solusi matematika.Namun, solusi matematika ini kadang tidak langsung cocok dengan masalah nyata semula. Oleh karenanya, diperlukan langkah ketiga, yaitu menafsirkan solusi matematika ke dalam masalah nyata semula. Hasil tafsiran itu memberikan solusi nyata yang cocok. Langkah keempat, yakni mengujikan solusi yang ditemukan ke masalah aslinya.

Berdasar temuan dari Hasil UN SMA/MA 2018, untuk pembelajaran matematika di kelas dapat disarankan agar siswa memperoleh pengalaman belajar keempat tahap tersebut secara utuh, tidak hanya fokus pada mencari solusi atau penyelesaian matematika. Siswa perlu berlatih untuk menerjemahkan masalah nyata dalam kehidupan ke dalam model matematika.

Secara operasional, selain guru perlu mendesain pembelajaran matematika yang memperhatikan keempat tahapan tersebut, khususnya memodelkan dan menyelesaikan masalah matematika, guru juga perlu mengubah cara pembuatan soal tes, ulangan, atau ujian. Soal yang diberikan di kelas harus secara eksplisit menguji masing-masing tahap tersebut sehingga dapat diketahui kelemahan yang dihadapi siswa, apakah pada tahap pemodelan atautahap penyelesaian/perhitungan. Untuk mendorong siswa agar menguasai tahapan tersebut,maka dalam melakukan penskoran terhadap penyelesaian soal perlu memberikan bobot yang seimbang antara pemodelan dan penyelesaian/perhitungan.

Pada tahun 2015, para pemimpin matematika dan instruktur dari Masyarakat untuk Industri dan Matematika Terapan (*Society for Industrial and Applied Mathematics-SIAM*) dan Konsorsium untuk Matematika dan Penerapannya (*Consortium for Mathematics and Its Applications - COMAP*), didukung NCTM, menulis Pedoman Penilaian dan Instruksi dalam Pendidikan Pemodelan Matematika (*Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education- GAIMME*) mendefinisikan pemodelan matematika sebagai sebuah proses yang menggunakan matematika untuk mewakili, menganalisis, membuat prediksi atau memberikan wawasan tentang fenomena dunia nyata (GAIMME 2016, hlm. 8).

Para penulis laporan GAIMME menyarankan prinsip-prinsip panduan untuk membantu guru ketika mereka mempertimbangkan bagaimana memperkenalkan pemodelan matematika ke dalam ruang kelas mereka yaitu 1) mulai dari yang kecil, 2) perancah pengalaman awal dengan pertanyaan terarah dan diskusi kelas, 3) gunakan pengalaman sehari-hari yang umum untuk memotivasi penggunaan matematika, 4) gunakan skenario pemodelan sederhana yang hanya membutuhkan satu atau dua komponen dari siklus pemodelan penuh, 5) bagikan tujuan dan praktik pengajaran Anda dengan orang tua dan administrator

Berikut ini contoh soal-soal Ujian Nasional SMA/MA Program MIPA Tahun 2019 masalah kontekstual turunan fungsi yang penyelesaiannya menuntut kemampuaan siswa merumuskan dan menyelesaikan model matematika, menafsirkan solusi.

Butir Soal 1

Sebuah akuarium berbentuk balok tanpa tutup memiliki alas berbentuk persegi panjang dengan perbandingan lebar dan panjangnya $2:3$. Jika luas permukaan akuarium adalah $1.800\ cm^2$. Volume maksimum akuarium tersebut adalah ….

Pembahasan

Soal ini memerlukan berbagai konsep untuk menemukan volume maksimum. Di antaranya konsep perbandingan, luas permukaan balok dan volume balok. Setelah itu merumuskan model matematika, menggunakan konsep turunan pertama dan turunan kedua untuk menyelesaikan masalah ekstrim fungsi.

Misalkan panjang, lebar dan tinggi akuarium berturut-turut adalah p, l dan t.

Perbandingan lebar dan panjangnya $2:3$

$$l:p = 2:3 \Leftrightarrow p = \frac{3}{2}l$$

luas permukaan akuarium adalah $1.800\ cm^2$

$$luas\ alas + luas\ sisi\ tegak = 1.800$$

$$p.l + 2.p.t + 2.l.t = 1.800$$

$$\frac{3}{2}l.l + 2.\frac{3}{2}l.t + 2.l.t = 1.800$$

$$5lt + \frac{3}{2}l^2 = 1.800$$

$$t = \frac{360}{l} - \frac{3}{10}l$$

Volume akuarium

$$V(l) = \frac{3}{2}l.l.\left(\frac{360}{l} - \frac{3}{10}l\right)$$

$$V(l) = 540l - \frac{9}{20}l^3$$

Turunan pertama dan kedua dari $V(l)$ adalah

$V'(l) = 540 - \frac{27}{20}l^2$ dan $V"(l) = -\frac{27}{10}l$

Titik stasioner fungsi $V(l)$ dicapai jika$V'(l) = 0$

$$540 - \frac{27}{20}l^2 = 0$$

$$l^2 = \frac{20 \times 540}{27}$$

$$l^2 = 400$$

$l = 20$, karena$l > 0$ dan $V"(l) = -\frac{27}{10}.20 = -54 <$ 0, menurut uji turunan kedua, fungsi $V(l)$ mempunyai volume maksimum di $l = 20$

Jadi volume maksimum akuarium

$$V(20) = 540(20) - \frac{9}{20}.(20)^3 = 10.800 - 3.600$$

$$= 7.200cm^3$$

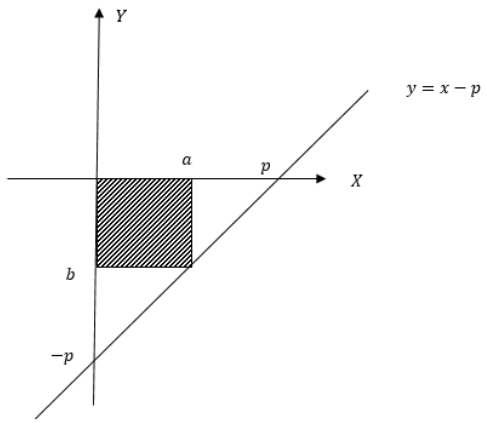
Butir Soal 2

Diketahui luas maksimum persegipanjang di dalam suatu daerah segitiga yang dibentuk oleh garis $y = x - p$ dengan $p > 0$, sumbu X, dan sumbu Yadalah 9 satuan luas. Nilai $p =$…..

Pembahasan

Soal ini menuntut siswa memiliki kemampuan dasar grafik garis lurus, konsep segitiga, persegi panjang, sebelum membuat model matematika dari luas persegi panjang. Kemudian menggunakan turunan fungsi untuk menyelesaikan masalah ekstrim fungsi (nilai maksimum). Kesulitan siswa menggambar grafik garis karena adanya variabel p, sehingga diperlukan analisis untuk menentukan kuadran daerah persegi panjang pada koordinat kartesius.

Garis $y = x - p$ dengan $p > 0$ merupakan garis lurus $y = x$ dengan menggeser p satuan ke bawah. Jadi grafik garis memotong sumbu Y di $(0, -p)$ dan memotong sumbu X positif di titik $(p, 0)$



Misalkan panjang persegipanjang adalah a dan lebar b

Luas persegi panjang

$$L = ab$$

$$L(a) = a(a - p)$$

$$L(a) = a^2 - ap$$

Titik stasioner fungsi dicapai jika$L'(a) = 0$

$$2a - p = 0$$

$$a = \frac{p}{2}$$

Luas maksimum = 9

$$L\left(\frac{p}{2}\right) = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p}{2}.p = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{2} = -\frac{p^2}{4}$$

Karena $p > 0$ maka luasnya adalah $\left|-\frac{p^2}{4}\right| = \frac{p^2}{4}$

Sehingga $\frac{p^2}{4} = 9$, maka diperoleh$p = \sqrt{36} = 6$

DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud. 2016. Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 23 Tahun 2016 Tentang Standar Penilaian. Jakarta: Kemendikbud

Kemendikbud. 2016. Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik IndonesiaNomor 37 tahun 2018Tentang Perubahan Atas Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 24 Tahun 2016 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran Pada kurikulum 2013 Pada pendidikan dasar danPendidikan menengah. Jakarta: Kemendikbud

Majalah Media dan Komunikasi Jendela Pendidikan dan Kebudayaan Volume XXXV Bulan Juli Tahun 2019.

https://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/ diunduh 16 April 2019, pukul 13.55

https://www.m4th-lab.net/2019/06/download-soal-unbk-sma-tahun-2019.html. Diunduh 23 Juni 2019, Pukul 21.12

https://hasilun.puspendik.kemdikbud.go.id. Diunduh 28 Juli 2019 Pukul 20.00

Tampomas, Husein. 2007. *Seribu Pena Matematika Kelas XI*. Jakarta: Erlangga

Ringkasan Eksekutif Hasil Ujian Nasional 2018 Masukan untuk Pembelajaran di Sekolah SMA/MA IPA. Pusat Penilaian Pendidikan Badan Penelitian dan Pengembangan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Tahun 2018

---

*) Muhammad Arif

Guru SMA Negeri 12 Makassar, Kota Makassar, Provinsi Sulawesi Selatan

Mengkreasi Persegi Panjang dengan Melipat

*) Innayatus Sholikhah

Saat pembelajaran, bisa jadi siswa hanya menerima transfer ilmu dari gurunya atau membaca buku teks yang ada tanpa tahu alasannya sehingga siswa tidak memahami informasi yang dia terima walaupun siswa hafal. Selain itu, sudah menjadi sifat manusia yaitu mudah lupa, misalnyadalam memahami pengertian persegi panjang sebagaisalah satu bangun datar yang sudah pernah di pelajari di Sekolah Dasar.

Fakta demikian mendorong perlu adanya metode pembelajaran yang dapat memberikan pengalaman mengkreasi/mencipta kepada siswa dalam memahami pengertian persegi panjang agar dapat meletakkan dasar-dasar yang kongkret untuk berpikir sehingga mengurangi verbalitas dan memberikan pengalaman yang nyata sehingga hasil pembelajaran lebih melekat dan tidak mudah terlupakan.

Pada bahasan ini akan mengkreasi/mencipta persegi panjang yaitu segi empat yang setiap pasang sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang dan keempat sudutnya sama besar yaitu 90^o (sudut siku-siku).) dengan cara melipat kertas sembarang. Penerapan metode ini bertujuan agar pembelajaran menjadi menyenangkan.

A. Alternatif cara membuat Persegipanjang

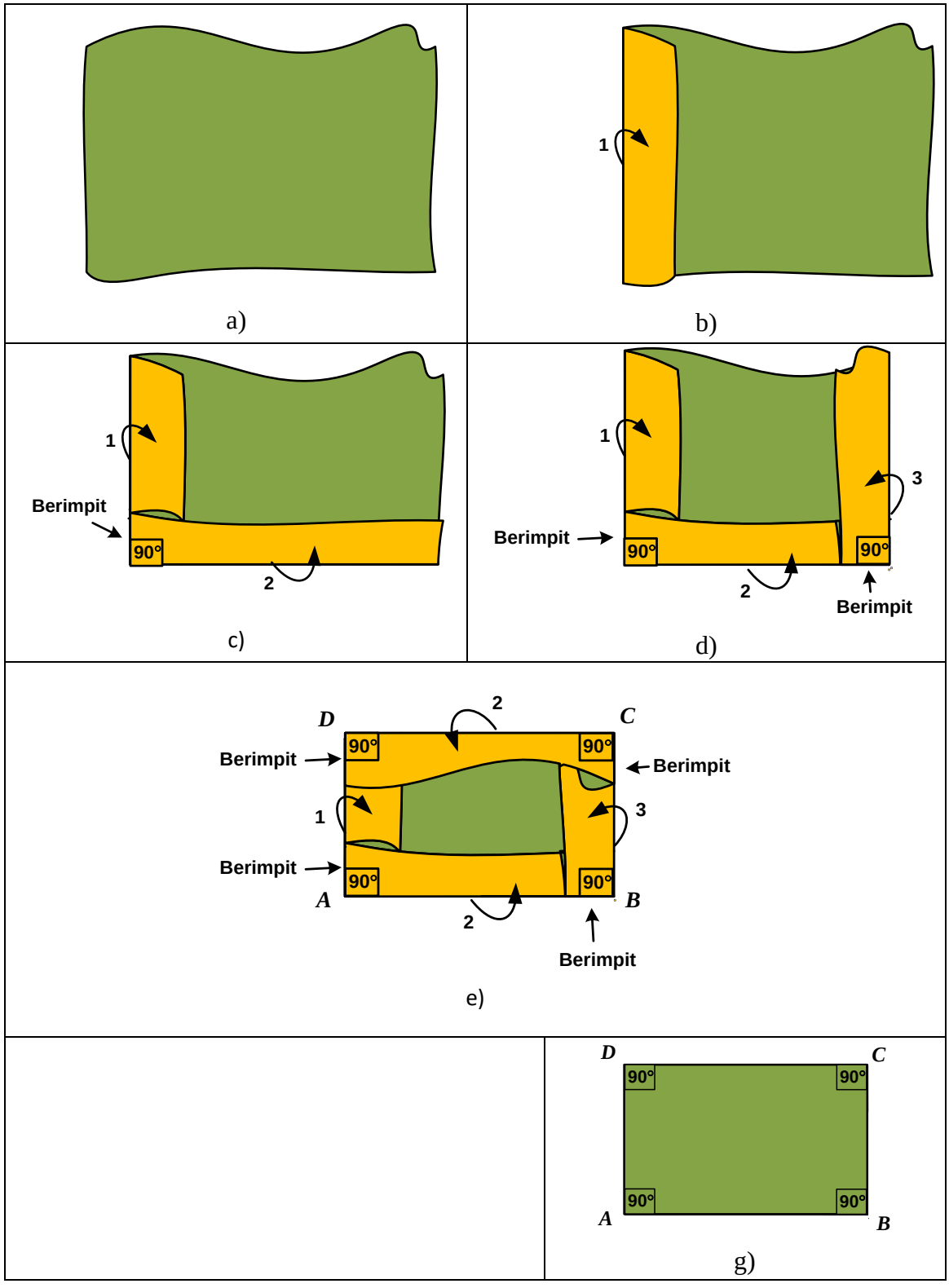
Langkah-langkahnya adalah:

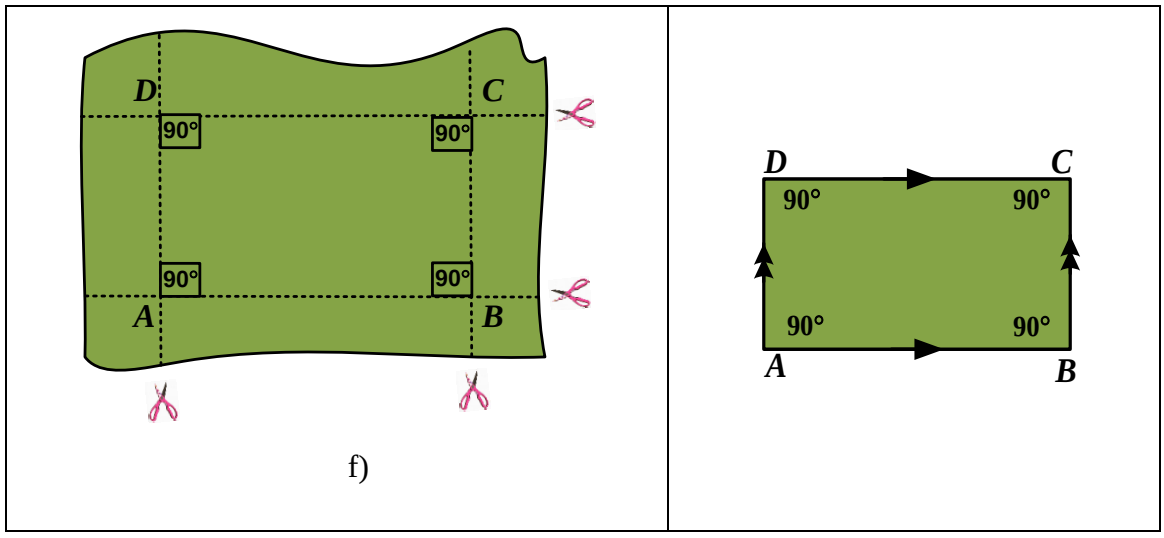
a) Sediakan selembar kertas sembarang
b) Lipat kertas dengan lipatan lurus sembarang di salah satu bagian pinggir kertas
c) Buat lipatan lagi bagian pinggir yang lain sehingga membentuk sudut 90°
d) Ulangi melipat pada bagian pinggir kertas yang lain sedemikian hingga terbentuk 4 sudut yang besarnya sama yaitu 90°.

e) Beri nama semua sudut yang terbentuk misalnya $A, B, C,$ dan D.

f) Buka semua lipatan kemudian gunting kertas, berdasarkan lipatan tersebut.

g) Diperoleh segiempat $ABCD$ yaitu ***Persegipanjang***.



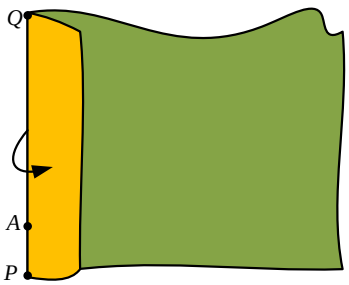


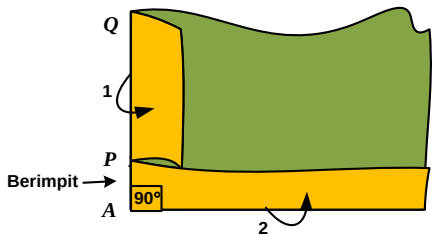
f)

B. Pembuktian Bangun Datar adalah Persegi Panjang

1. Keempat Sudutnya 90°

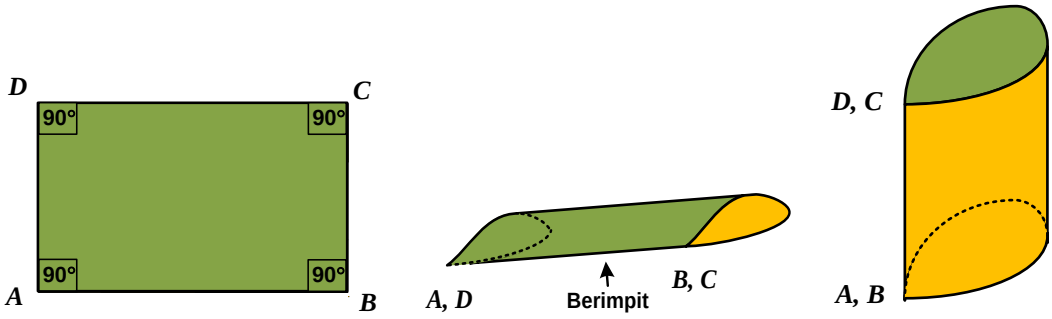
Jika selembar kertas dilipat lurus sembarang, maka akan mengasilkan garis lurus. Jika diambil titik P, A, dan Q pada garis hasil lipatan, titik A sebagai titik sudut, AP dan AQ adalah kaki-kaki sudut, maka PAQ adalah sudut lurus (sudut yang besarnya 180°). Jika sudut lurus dilipat misalnya melalui titik A dan kaki AP menempel tepat pada kaki AQ, maka terbentuk sudut siku-siku di A (sudut yang besarnya 90°)





2. Sisi-sisi yang Berhadapan Sama Panjang

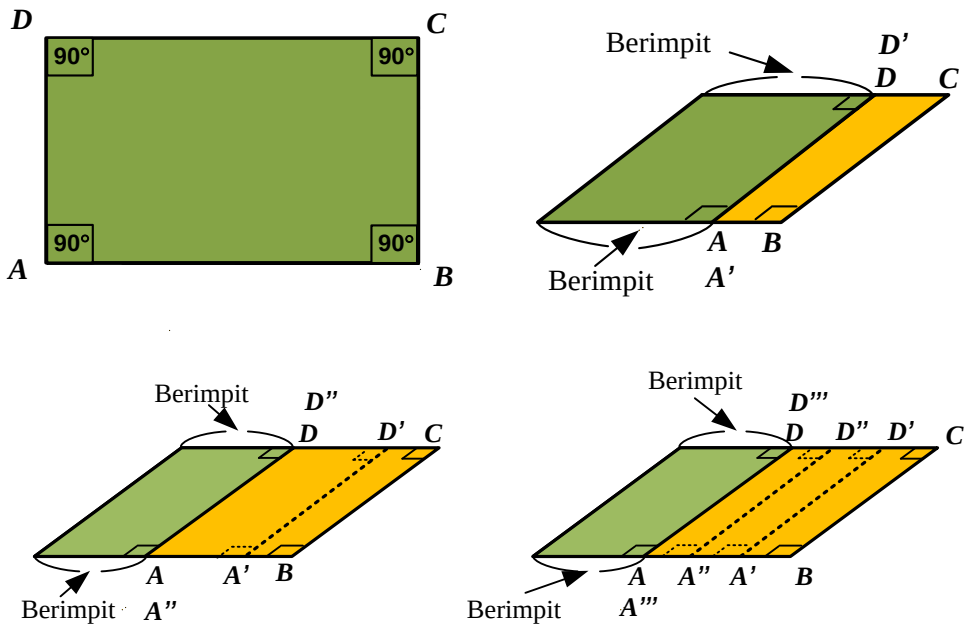
Jika sisi AB dan DC dihimpitkan, keduanya dapat saling berhimpit atau menutupi penuh. Tampak bahwa panjang $AB = DC$. Demikian juga jika sisi AB dan DC dihimpitkan, keduanya dapat saling berhimpit atau menutupi penuh. Tampak bahwa panjang $AB = DC$



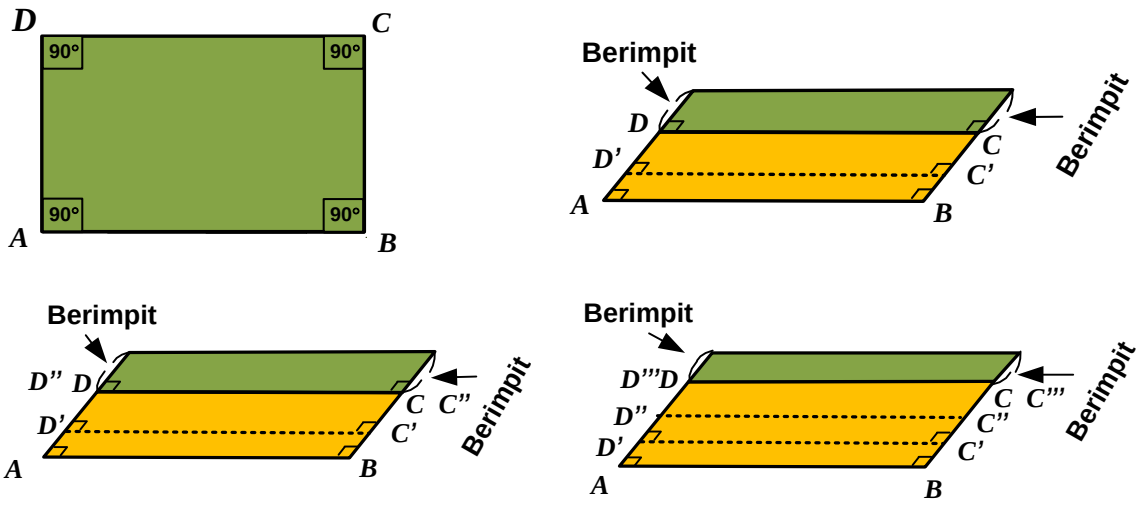
3. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar

Dua garis dikatakan sejajar jika dua garis terletak pada satu bidang datar yang jaraknya selalu tetap atau sama. Dengan demikian jika diperpanjang tidak berpotongan.

Sedangkan yang dimaksud dengan jarak antara garis g dan garis h yang saling sejajar adalah panjang ruas garis yang diperoleh dari titik T (yang terletak pada garis g) ditarik tegak lurus ke garis h sehingga berpotongan di titik T'



Dari gambar di atas, sisi AD dan sisi BC terletak pada satu bidang datar $ABCD$. Sisi AD $\perp$ sisi AB dan sisi DC di A dan DC pada D. Jika bangun datar dilipat dengan titik A terletak pada sisi AB dan titik D pada DC seperti pada gambar, diperoleh $A'D' = A''D'' = A'''D''' = \cdots = AD$ $\perp$ dengan AB dan BC, sehingga dapat dikatakan bahwa jarak sisi AB dengan sisi DC selalu tetap atau sama yaitu $A'D' = A''D'' = A'''D''' = \cdots = AD$, sehingga sisi AB dengan sisi DC tidak berpotongan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa sisi $AB//$ DC



Dari gambar di atas, sisi ABdan sisi DC terletak pada satu bidang datar $ABCD$. sisi DC $\perp$ sisi DA pada sisi CB pada D dan C. Jika bangun datar dilipat dengan titik$D$ terletak pada sisi DA dan titik C pada CB seperti pada gambar, diperoleh $D'C' = D''DC'' = D'''C''' = \cdots = DC$ $\perp$ dengan DA dan CB, sehingga dapat dikatakan bahwa jarak sisi $ADAB$ dengan sisi CB selalu tetap atau sama, yaitu $D'C' = D''DC'' = D'''C''' = \cdots = DC$ sehingga sisi AD dengan sisi BC tidak berpotongan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa sisi $AD//$ CB

Dari analisis di atas, siswa diharapkan dapat menemukan pengertian persegi panjang melalui cara mengkreasi bangun datar sehingga siswa tidak mudah lupa.

C. Daftar Pustaka

J. Dris dan Tasari. (2011). *Matematika SMP dan MTs Kelas VII Jilid 1*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan Nasional

Junaedi, Dedi; dkk (1998). *Penuntun Belajar matematika Untuk SMP kelas 2*. Departemen Pedidikan dan Kebudayaan

Nuharini, D., Tri wahyuni. (2008). Matematika 1: *Konsep dan Aplikasinya*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional

M. Cholik K dan Sugiyono (2004). *Matematika SMP kelas VII semester 2*. Jakarta: Erlangga

Wardhani, Sri. (2016). *Guru Pembelajar Modul Matematika Smp Kelompok Kompetensi F Pedagogik Rancangan Dan Praktek Pembelajaran Matematika SMP*. Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan

---

*) Innayatus Sholikhah

SMP Negeri 8 Yogyakarta, D.I. Yogyakarta. Email: innayatus 73@gmail.com

Membuat Video *Screencast* menggunakan VSDC

***) Joko Purnomo**

Pengantar

Apakah yang Anda ketahui mengenai video *screencast*? Mungkin ada yang sudah sering mendengar tapi belum begitu jelas maksudnya, atau mungkin ada yang baru dengar mengenai video *screencast*. Video *screencast* merupakan video yang dihasilkan dari menangkap/merekam kegiatan yang ada di layar, baik komputer, laptop, ataupun telepon genggam/*handphone* (hp), dimana rekaman tersebut dapat diberi narasi audio. Beberapa contoh video *screencast* yang dapat Anda buat, misalnya: cara membuat media pembelajaran jajar genjang menggunakan PowerPoint, cara berselancar di internet untuk mencari informasi secara efektif, cara membuat objek matematika menggunakan Word, cara mengkonstruksi segitiga sama kaki menggunakan GeoGebra, dan lain-lain.

Beberapa keuntungan apabila mempunyai video *screencast*, di antaranya: (1) Video *screencast* dapat digunakan oleh pendidik sebagai suatu cara mengintegrasikan teknologi dalam pembelajaran; (2) Video screencast merupakan salah satu cara yang bagus untuk menampilkan prosedur, menunjukkan layanan atau untuk membuat video tutorial tanpa harus menulis konten atau artikel; (3) Video screencast dapat dengan mudah didistribusikan melalui blog dan halaman web lainnya; (4) Video screencast dapat menjadi sumber belajar lokal bagi peserta didik; (5) Teknologi video screencast memungkinkan peserta didik untuk belajar dengan cara yang lebih mandiri, yang sesuai dengan gaya dan kecepatan belajarnya; (6) Video *Screencast* dapat dijadikan sebagai bagian dalam program pendidikan jarak jauh yang dapat memberikan rasa keterlibatan antara pendidik dan peserta didik dengan kemampuan untuk mengakses bahan pembelajaran online kapanpun dan di manapun.

Untuk membuat video *screencast*, ada beberapa software yang dapat Anda gunakan. Beberapa software yang dapat Anda manfaatkan untuk membuat video *screencast*, misalnya: Screen-o-matic, SnagIt, Quick Screen Recorder, CamStudio, VSDC dan lain-lain.

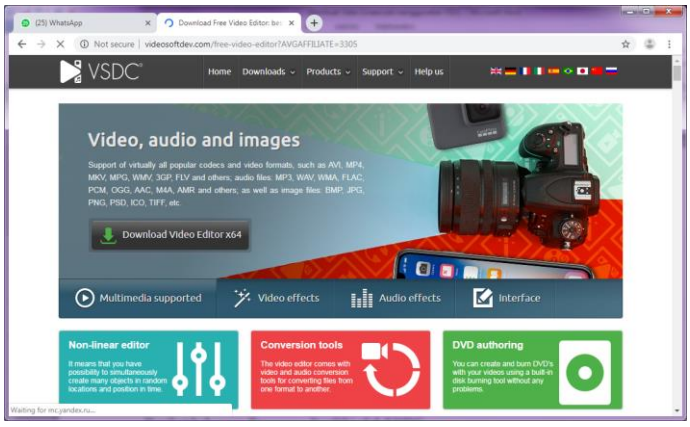
Pada kesempatan ini kita akan menggunakan VSDC untuk membuat Video *Screencast*. Mengapa menggunakan VSDC? VSDC ini merupakan software yang tidak berbayar sehingga Anda dapat menggunakannya tanpa harus mengeluarkan biaya lagi. VSDC juga memiliki fasilitas untuk merekam layar, dan juga merupakan perangkat lunak pengeditan

video berfitur lengkap yang dapat diinstal di Windows. Dengan demikian apabila rekaman video *screencast* yang telah Anda buat ternyata ada beberapa bagian yang perlu diedit maka Anda tidak perlu menginstal software yang lainnya. Anda cukup mengedit video *screencast* tersebut menggunakan VSDC yang sudah diinstal. VSDC ini sering disebut sebagai "*All In One Video Maker*" karena banyak fitur dan kelebihan yang dimilikinya.

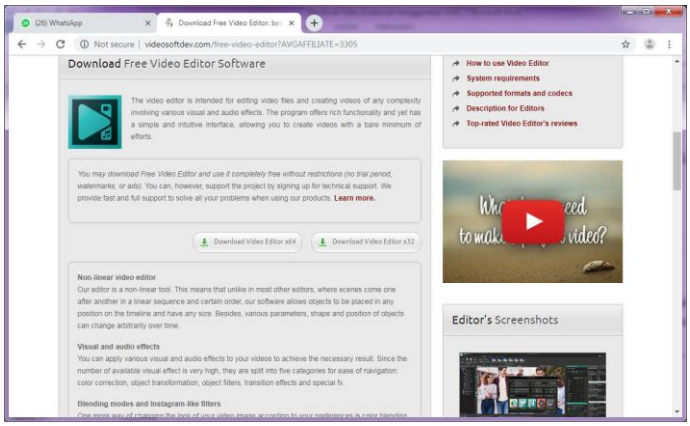
Menginstal Software VSDC

Untuk dapat menggunakan VSDC tentu saja Anda harus menginstal software tersebut terlebih dahulu. Untuk mendapatkan master software VSDC untuk diinstal di komputer, Anda dapat mengunjungi web http://www.videosoftdev.com/free-video-editor?AVGAFFILIATE=3305 .

Tampilan dari web tersebut seperti terlihat pada Gambar 1. Untuk mengunduh VSDC versi 64 bit, Anda dapat klik pada tombol 'Download video Editor x64'. Tetapi jika komputer Anda 32 bit, maka Anda harus mengunduh VSDC versi 32 bit. Anda dapat mengunduh VSDC versi 32 bit dengan cara tarik *scroll* ke bawah maka akan kelihatan tombol untuk mengunduh VSDC versi 32 bit (seperti terlihat pada Gambar 2).

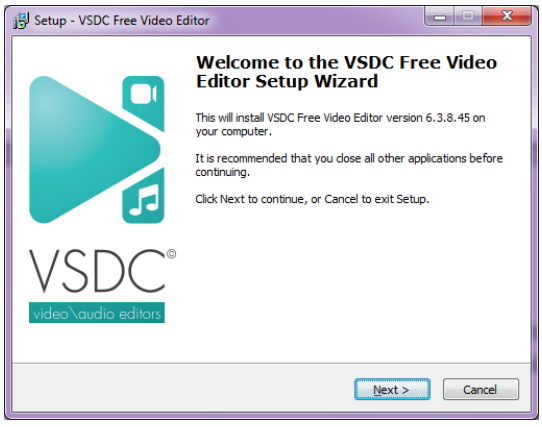


Gambar 1. Mengunduh VSDC versi 64 bit

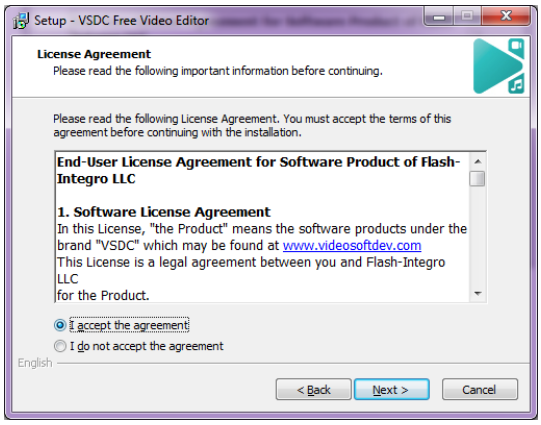


Gambar 2. Mengunduh VSDC versi 32 bit

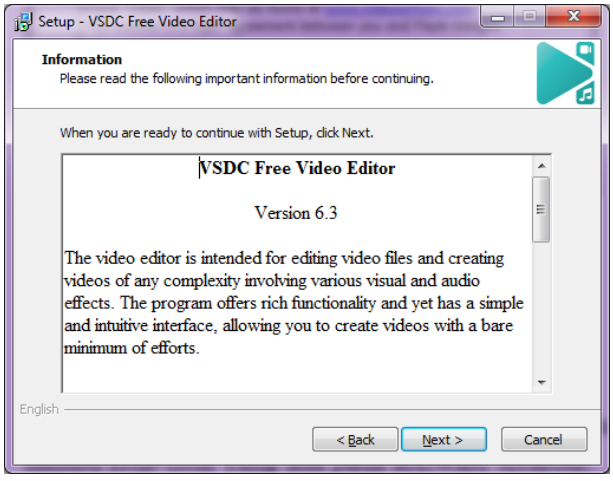
Setelah software VSDC terunduh, selanjutnya menginstal di komputer Anda. Caranya klik 2× (*double* klik) file yang sudah Anda unduh, maka akan muncul tampilan seperti Gambar 3 berikut (untuk contoh disini menggunakan VSDC versi 32 bit). Klik **Next**, maka akan muncul tampilan seperti gambar 4 tentang *License Agreement*. Pada tampilan tersebut pilih (klik bulatan) di depan tulisan '*I accept the agreement*', kemudian klik **Next**. Maka tampilan seperti gambar 5 akan muncul, selanjutnya klik **Next**.



Gambar 3. Tampilan awal saat menginstal VSDC

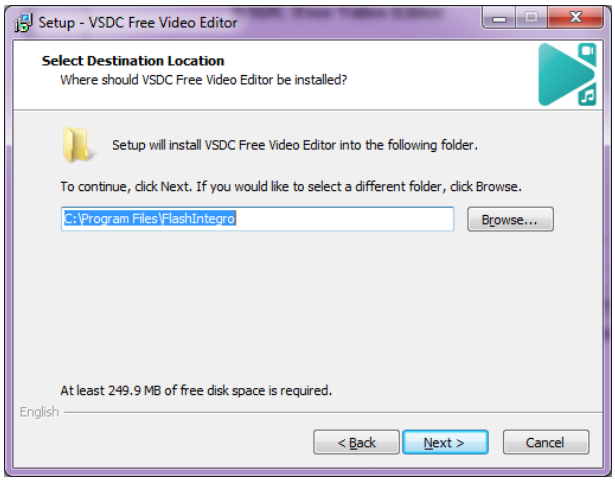


Gambar 4. Tampilan *License Agreement*

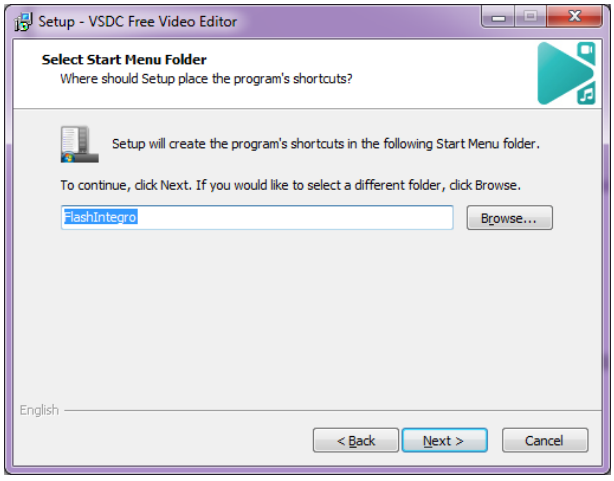


Gambar 5. Informasi mengenai VSDC

Tampilan seperti terlihat pada Gambar 6 berikut akan muncul setelah klik tombol **Next** pada Gambar 5. Pada Gambar 6 ini memberikan informasi memori yang dibutuhkan untuk menginstal software VSDC, Pada tampilan tersebut terlihat bahwa memori yang dibutuhkan sebesar 249,9 MB. Pada tampilan ini Anda juga dapat memilih folder di mana Anda akan menginstal. Jika Anda tidak mengubah *folder*, dan klik tombol **Next**, maka akan muncul tampilan seperti terlihat pada Gambar 7.

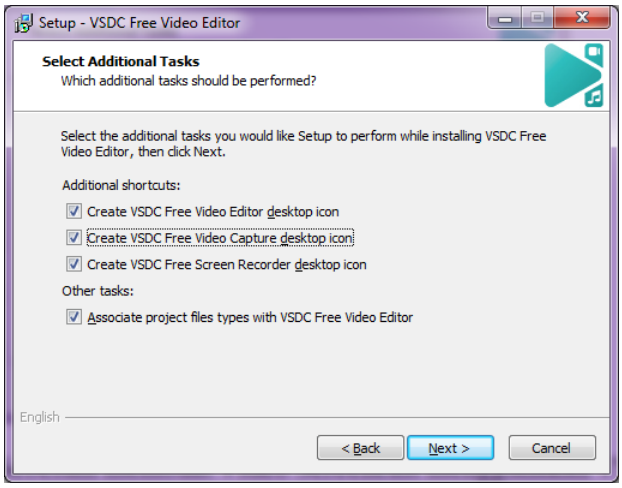


Gambar 6. Memilih *folder* untuk menginstal VSDC



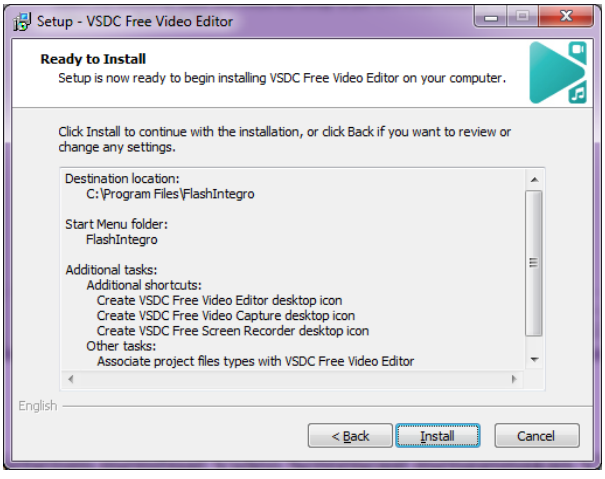
Gambar 7. Membuat *shortcut* pada folder 'Start Menu'

Pada tampilan seperti terlihat pada Gambar 7, klik tombol **Next**. Maka akan muncul tampilan untuk memilih tambahan *shortcut* untuk *VSDC Free video Capture* dan *VSDC Free Screen Recorder* pada desktop (secara *default* yang tercentang hanya *VSDC Free video Editor*) sebagaimana telihat pada Gambar 8. Anda dapat memilih semuanya jika menginginkannya, dengan cara mencentang kotak yang ada didepannya.

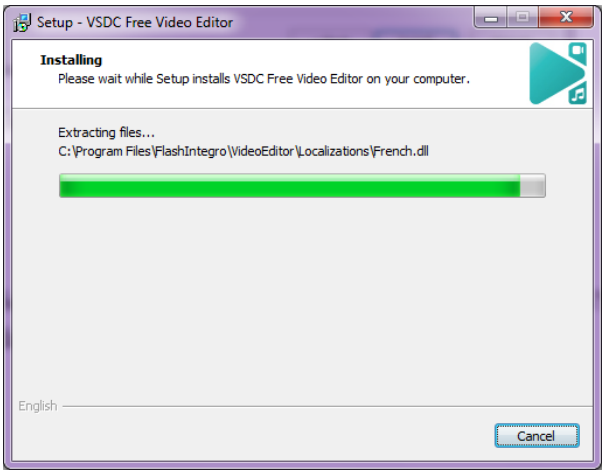


Gambar 8. Membuat *icon desktop*

Klik tombol **Next** maka proses instalasi siap dimulai, sebagaimana terlihat pada Gambar 9. Selanjutnya klik tombol **Install** untuk memulai instalasi software VSDC. Selama proses instalasi maka akan muncul tampilan yang kurang lebih seperti terlihat pada Gambar 10.

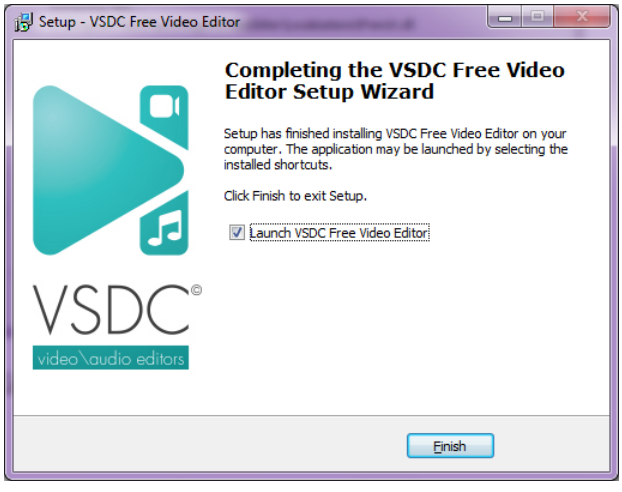


Gambar 9. VDSC siap diinstal



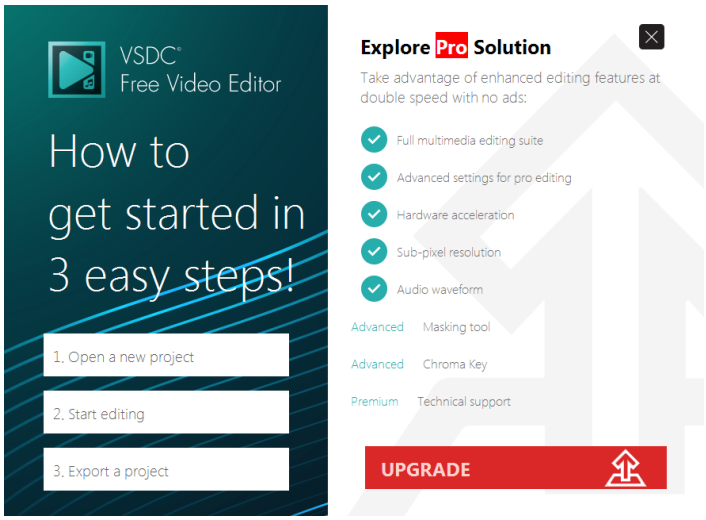
Gambar 10. Proses instalasi VSDC

Jika sudah muncul tampilan seperti terlihat pada Gambar 11, menandakan proses instalasi telah selesai dan software VSDC siap digunakan. Klik tombol **Finish** maka sofware *VSDC Free Video Editor* akan mulai dijalankan.



Gambar 11. Proses instalasi VSDC telah selesai

Karena kita akan menggunakan VSDC yang bebas bayar, maka apabila ada tampilan seperti pada Gambar 12 silakan ditutup (klik tanda x) saja.



Gambar 12. Tampilan untuk meng-*upgrade* VSDC

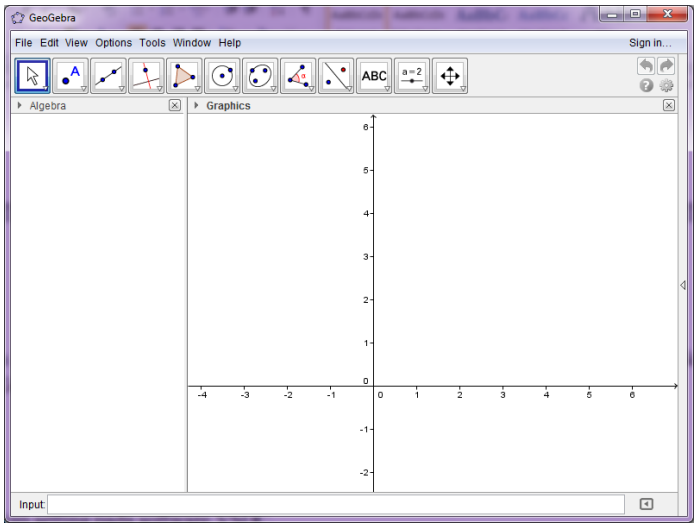
Akan muncul tampilan pertama pada software VSDC seperti pada Gambar 13 berikut.

Gambar 13. Tampilan awal program VSDC

Memulai Membuat Video Screencast

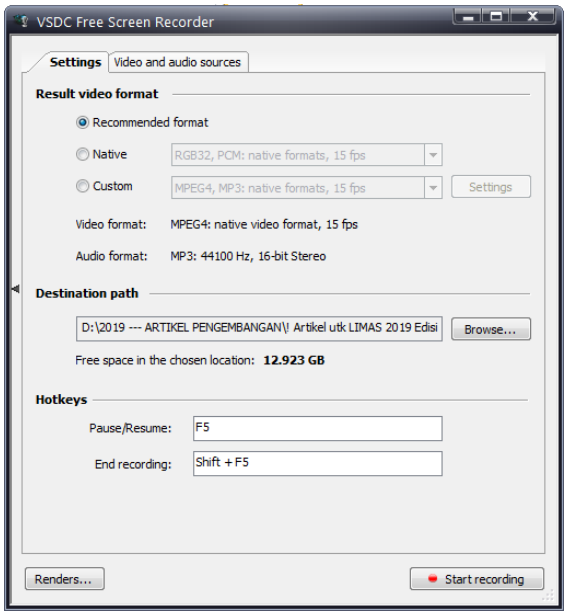
Sebelum membuat Video *Screencast* menggunakan VSDC, maka ada beberapa hal yang perlu Anda lakukan, diantaranya (1) menentukan video *screencast* apa yang akan dibuat; (2) menyiapkan materi yang akan dibuat video *screencast*nya; (3) menggatur (*setting*) software yang akan digunakan untuk membuat video *screencast*, dalam hal ini adalah software VSDC.

Pada kesempatan ini kita membuat video *screencast* tentang cara mengkonstruksi segitiga samakaki menggunakan GeoGebra. Sebelum melakukan rekaman video, pertama-tama kita siapkan materi yang akan dibuat video *screencast*nya, yaitu membuka program GeoGebra (diasumsikan Anda telah menginstal program GeoGebra di komputer/laptop). Tentu saja Anda harus sudah mengetahui langkah-langkah untuk mengkonstruksi segitiga samakaki di GeoGebra. Gambar 14 adalah tampilan awal GeoGebra ketika dibuka.

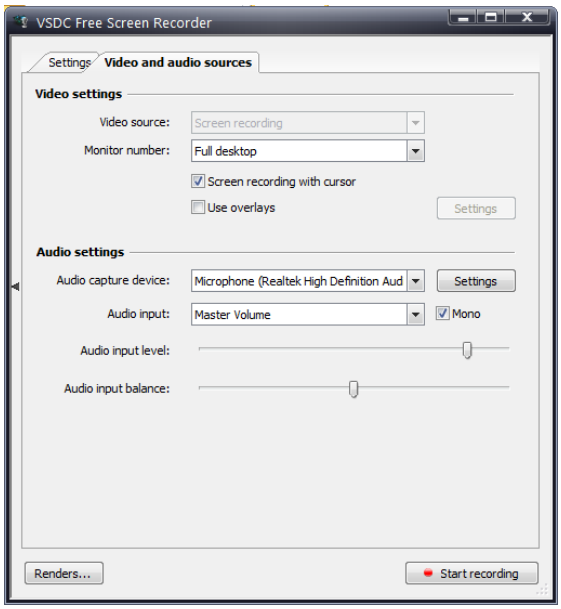


Gambar 14. Tampilan awal GeoGebra

Setelah materi dipersiapkan, maka langkah selanjutnya yang perlu dilakukan adalah mengatur/*setting* pada software VSDC terhadap video dan audio untuk membuat video *screencast*. Pengaturan dilakukan dengan mengklik ikon *Screen capture* (lihat Gambar 13), maka akan muncul tampilan sebagaimana terlihat pada Gambar 15.



Gambar 15. Jendela pengaturan *Screen capture*

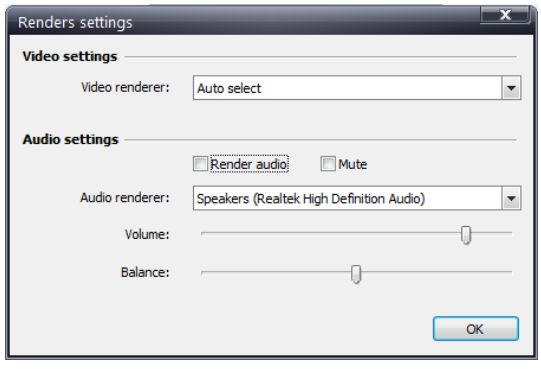


Gambar 16. Jendela pengaturan *Screen capture* tab *Video and sources.*

Pada jendela pengaturan *Screen capture* terdapat 2 tab, yaitu tab *Settings* dan tab *Video and audio sources*. Pada Gambar 15 di atas yang terbuka adalah tab *Settings*. Pada tab ini Anda dapat mengatur format video yang dihasilkan, dan folder tujuan penyimpanan file. Pada tab ini juga terdapat informasi *Hotkey* (*shortcut*) untuk menghentikan sementara (*pause/Resume*) perekaman dan juga *Hotkey* (*shortcut*) untuk mengakhiri rekaman (*end recording*).

Pada tab *Video and audio sources* Anda dapat mengatur video dan audio untuk keperluan membuat video *screencast*. Gambar 16 berikut adalah tampilan Jendela pengaturan *Screen capture* tab *Video and sources.*

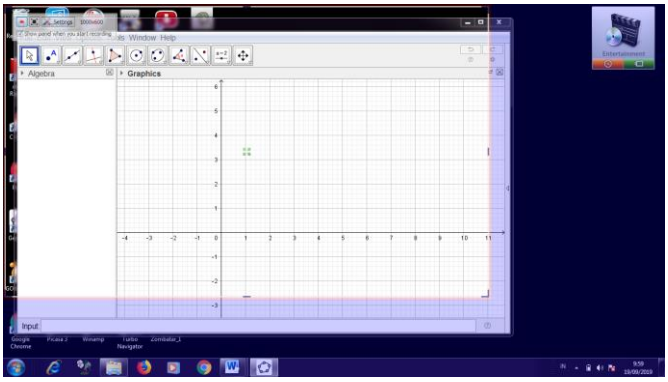
Pada kedua tab tersebut terdapat tombol **Renders** dan tombol **Start recording**. Pada tab *Renders settings* Anda dapat mengatur apakah audionya akan diikutkan atau tidak, di samping itu Anda juga dapat mengatur volume dari audio tersebut. Jika tidak diikutkan, Anda dapat mencentang kotak di depan tulisan *Mute*. Untuk video *screencast* yang akan dibuat ini akan menggunakan audio, sehingga pengaturan dibuat seperti Gambar 17. Tombol **Start recording** digunakan untuk memulai proses perekaman.



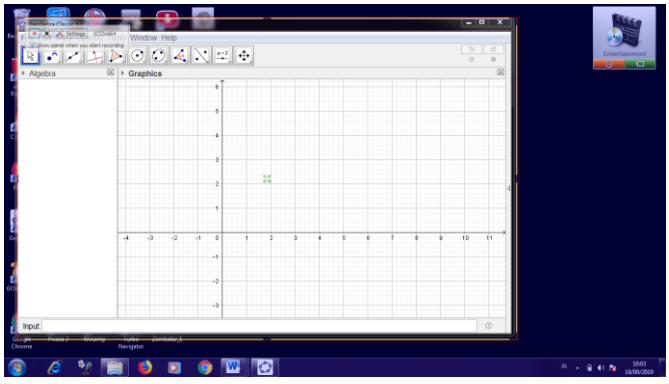
Gambar 17. Tampilan *Renders settings*

Apabila materi sudah disiapkan dan telah dilakukan pengaturan pada VSDC, maka proses perekaman siap

dimulai. Untuk memulai perekaman klik **Start recording.** Tampak tampilan di layar seperti Gambar 18**.** Selanjutnya aturlah bagian layar yang berwarna putih agar tepat berada di daerah yang akan direkam, dalam hal ini berada pada tampilan GeoGebra,.sehingga tampilan di layar akan tampak seperti Gambar 19.



Gambar 18. Tampilan awal ketika tombol **Start recording** dijalankan



Gambar 19. Tampilan sesudah area perekaman diatur

Langkah selanjutnya adalah tekan tombol F5 di *keyboard*, maka proses perekaman dimulai. Lakukan langkah-langkah untuk mengkonstruksi segitiga samakaki di GeoGebra disertai narasinya. Secara garis besar, salah satu cara untuk mengkonstruksi segitiga samakaki, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut: (1) Membuat titik A; (2) Membuat titik B; (3) Membuat garis a, yaitu garis dari titik A ke titik B; (4) embuat garis sumbu b, yaitu garis yang memotong garis b sama panjang dan tegak lurus; (5) Membuat titik C, yang merupakan titik sembarang yang ada di garis b; (6) Membuat poligon yang menghubungkan titik A, B, dan C (Sampai di sini sesungguhnya konstruksi segitiga samakaki sudah selesai, namun belum bisa kelihatan panjang sisi-sisinya dan juga besar masing-masing sudut dari segitiga. Untuk dapat menunjukkan panjang masing-masing sisi dan besar masing-masing sudut segitiga sama kaki, maka dapat dilanjutkan dengan langkah-langkah berikutnya, yaitu langkah 7 sampai langkah 12); (7) Menunjukkan panjang sisi AC (segment b_1); (8) Menunjukkan panjang sisi CB (segment a_1); (9) Menunjukkan panjang sisi BA (segment c); (10) Menunjukkan sudut BAC (sudut α); (11) Menunjukkan sudut ACB (sudut β); (12) Menunjukkan sudut CBA (sudut γ);

Hal ini sebagaimana ditunjukkan pada *Construction Protocol* pada Gambar 20 berikut.

Construction Protocol

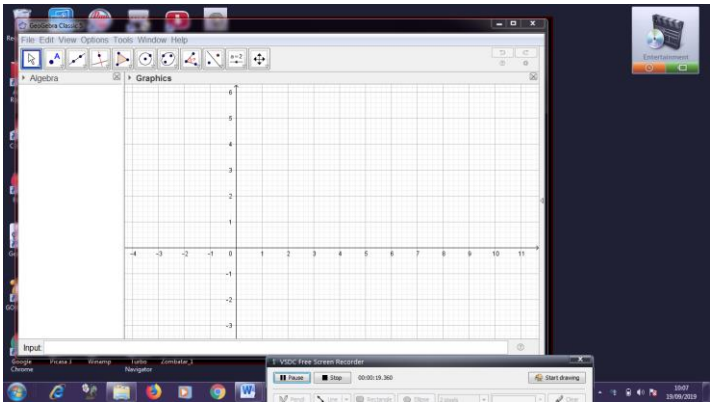
No.	Name	Description	Value
1	Point A		A = (1.7, 1.46)
2	Point B		B = (8.62, 1.3)
3	Line a	Line A, B	a: 0.16x + 6.9...
4	Line b	Perpendicular Bisector of AB	b: -6.92x + 0....
5	Point C	Point on b	C = (5.24, 5)
6	Triangle poli1	Polygon A, C, B	poli1 = 12.53
6	Segment b_1	Segment A, C	b<sub><font ...
6	Segment a_1	Segment C, B	a<sub><font ...
6	Segment c	Segment B, A	c = 6.92
7	Angle α	Angle between B, A, C	α = 46.29°
8	Angle β	Angle between A, C, B	β = 87.41°
9	Angle γ	Angle between C, B, A	γ = 46.29°

Gambar 20. *Construction Protocol* dari segitiga samakaki

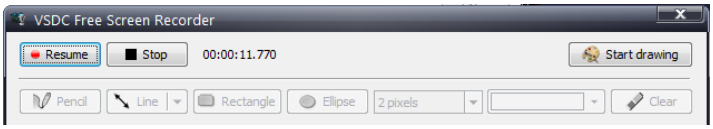
Setelah proses konstruksi segitiga samakaki selesai, maka geserlah titik-titik dari segitiga tersebut untuk menunjukkan bahwa ketika titik-titik tersebut digeser

segitiga tersebut tetap merupakan segitiga samakaki walaupun panjang sisi-sisinya dan besar sudut-sudutnya berubah.

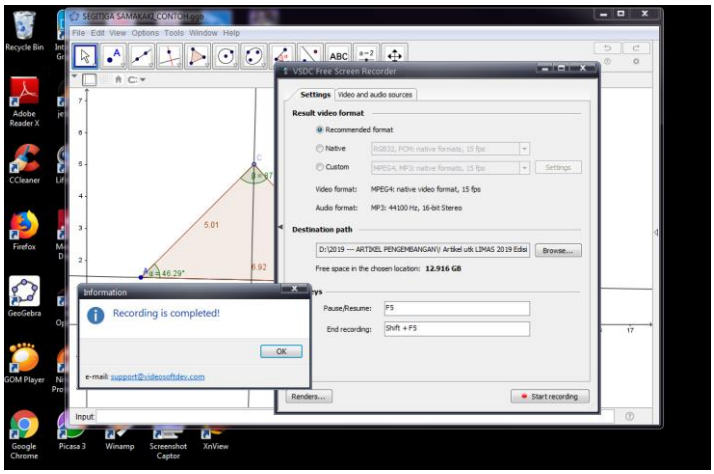
Apabila Anda ingin berhenti sebentar selama proses perekaman maka Anda dapat menekan tombol **Pause** (lihat Gambar 21), untuk melanjutkan kembali tekan tombol **Resume** (lihat Gambar 22), setelah selesai maka tekan tombol **Stop**, maka akan muncul tampilan seperti Gambar 23.



Gambar 21. Tombol **Pause** di VSDC untuk menghentikan sementara rekaman



Gambar 22. Tombol **Resume** di VSDC untuk melanjutkan rekaman



Gambar 23. Tampilan setelah proses perekaman selesai

Selanjutnya klik **OK**. Perekaman sudah selesai dan Anda dapat melihat hasilnya pada *folder* di mana Anda sebelumnya telah tetapkan untuk menyimpan hasil perekaman. Sampai disini berarti Anda telah berhasil membuat video *screencast* mengenai cara mengkonstruksi segitiga samakaki menggunakan GeoGebra.

Selamat mencoba dan selamat berkarya!

REFERENSI

Joko Purnomo. 2015. Pemanfaatan *Screencast* Untuk Pembelajaran Matematika, Bahan Ajar Diklat. PPPPTK Matematika.

http://www.videosoftdev.com/free-video-editor?AVGAFFILIATE=3305. Diakses 9 Agustus 2019.

https://www.geogebra.org. Diakses 12 Agustus 2019.

---

*) Joko Purnomo, M.T.
Widyaiswara PPPPTK Matematika Yogyakarta

IsMaTel

International Seminar on Mathematics Teaching and Learning

Penyelenggaraan seminar bertaraf internasional pertama yang dilaksanakan oleh Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika dengan nama 1st International Seminar on Mathematics Teaching and Learning (ISMaTeL) tanggal 22 s.d. 25 Oktober 2019 secara resmi telah dibuka oleh Direktur Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang diwakili oleh Direktur Pembinaan Guru Pendidikan Menengah dan Pendidikan Khusus, Ir. Sri Renani Pantjastuti, MPA., Selasa (22/10/2019) di Hotel Grand Dafam Rohan Jogja

Penyelenggaraan ISMaTeL oleh PPPPTK Matematika berangkat dari Rencana Strategis (Renstra) Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Kemdikbud) 2015 – 2019 yang salah satunya menyebutkan bahwa perlu adanya upaya untuk meningkatkan daya saing regional. Oleh sebab itu, Kepala Bidang Program dan Informasi, Dr. Rachmadi Widdiharto, M.A., mengatakan dalam laporan pada pembukaan bahwa ISMaTeL akan menjadi agenda rutin yang akan dilaksanakan secara periodik setiap dua tahun.

SeNdiMat VII

Seminar Nasional Pendidikan Matematika

Tantangan dan peluang di Era Revolusi Industri 4.0 juga menjadi perhatian bagi pendidik dan tenaga kependidikan di bidang matematika. Menjawab isu tersebut, Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika menyelenggarakan Seminar Pendidikan Matematika (SeNdiMat) VII dengan tema: "Peluang dan Tantangan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika dalam Menghadapi Era Revolusi Industri 4.0" pada tanggal 13 s.d 14 November 2019 di LPMP D.I. Yogyakarta.

Direktur Pembinaan Guru Pendidikan Dasar, Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Dr. Praptono, M.Ed. mewakili Direktur Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, membuka secara resmi kegiatan SeNdiMat VII dan menyampaikan harapannya kepada PPPPTK Matematika sebagai leader pengembangan dan peningkatan kompetensi pendidik dan tenaga kependidikan matematika dapat menjawab tantangan dalam menghadapi era revolusi industri 4.0. SeNdiMat VII yang diselenggarakan oleh PPPPTK Matematika memasuki kependidikan di bidang matematika.

Kampaye Matematika di Jember Fashion Carnaval

PPPPTK Matematika mengikuti Jember Fashion Carnaval (JFC) 2019. Pada event tahunan berskala internasional ini, PPPPTK Matematika tampil pada kategori Wonderful Artchipelago Carnival Indonesia (WACI).

Pada WACI 2019, peserta yang mengikuti gelaran ini sebanyak 8 kontingen, yaitu: PPPPTK Matematika, DKI Jakarta, Kabupaten Nganjuk, Nusa Tenggara Barat, Kota Solo, Kabupaten Malang, dan Kabupaten Jember. Bersama dengan 7 kontingen lainnya, PPPPTK Matematika berhasil memukau penonton yang hadir dengan menampilkan kreasi fashion yang menggambarkan budaya kreatif yang bernuasa matematika.

Tim PPPPTK Matematika yang dipimpin langsung oleh Kepala PPPPTK Matematika, Dra. Daswatia Astuty, M.Pd. mengenakan konstum yang terinspirasi dari bentuk-bentuk dasar geometri yaitu lingkaran, segitiga, dan segiempat yang menghasilkan berbagai pola yang indah pada kostum yang dikenakan. Untuk melengkapi disain kostum geometris tersebut, berbagai angka dan bilangan, lambang operasi, bentuk dua dimensi, bentuk tiga dimensi, lambang-lambang khas matematika, serta bentuk fraktal ditambahkan sebagai asesoris yang merepresentasikan matematika.