

TIDAK DIPERDAGANGKAN UNTUK UMUM



# FISIKA, MEKANIKA, DAN PANAS

DEPARTEMEN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
JAKARTA  
1995



# **FISIKA, MEKANIKA, DAN PANAS**

**(Physik Ein Lehrbuch Zum Gebrauch Neben Variationen)**

**Mussadiq Musbach**



00002219

PERPUSTAKAAN  
PUSAT PEMBINAAN DAN  
PENGEMBANGAN BAHASA  
DEPARTEMEN PENDIDIKAN  
DAN KEBUDAYAAN

**Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa  
Departemen Pendidikan dan Kebudayaan**

**Jakarta  
1995**



## FISIKA : MEKANIKA DAN PANAS

**Penerjemah**

Dr. Mussadiq Musbach

**Pembina Proyek**

Dr. Hasan Alwi

**Pemimpin Proyek**

Drs. Abd. Murad

**Penyunting**

A. Murad

**Pewajah Kulit**

Drs. Sukasdi

**Pembantu Teknis**

Radiyo

Sunarko

Pustaka Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa

PB  
Klasifikasi

530

FIS

+

No. Induk : 862

Tgl. : 21-11-95

Ttd. : Mus

ISBN 979 - 459 - 568 - 3

Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa

Jalan Daksinapati Barat IV

Rawamangun

Jakarta 13220

Hak cipta dilindungi undang-undang.

Sebagian atau seluruh isi buku ini dilarang diperbanyak dalam bentuk apa pun tanpa izin tertulis dari penerbit, kecuali dalam hal pengutipan untuk keperluan penulisan artikel atau karya ilmiah.

## **KATA PENGANTAR**

### **KEPALA PUSAT PEMBINAAN DAN PENGEMBANGAN BAHASA**

Sejak Rencana Pembangunan Lima Tahun II, telah digariskan kebijakan dan pengembangan kebudayaan nasional dalam berbagai seginya. Dalam garis haluan ini, masalah kebahasaan dan kesastraan merupakan salah satu masalah kebudayaan nasional yang perlu digarap dengan sungguh-sungguh dan berencana sehingga tujuan akhir pembinaan dan pengembangan bahasa dan sastra Indonesia dan daerah dapat dicapai. Tujuan akhir pembinaan dan pengembangan itu, antara lain, adalah meningkatkan mutu kemampuan menggunakan bahasa Indonesia sebagai sarana komunikasi nasional, sebagaimana digariskan dalam Garis-Garis Haluan Negara.

Untuk mencapai tujuan itu, perlu dilakukan berbagai kegiatan kebahasaan dan kesastraan, seperti (1) pembakuan ejaan, tata bahasa, dan peristilahan; (2) penyusunan berbagai kamus bahasa Indonesia dan kamus bahasa daerah serta kamus istilah dalam berbagai bidang ilmu; (3) penyusunan buku-buku pedoman; (4) penerjemahan karya kebahasaan dan buku acuan serta karya sastra daerah dan karya sastra dunia ke dalam bahasa Indonesia; (5) penyuluhan bahasa Indonesia melalui berbagai media, antara lain melalui televisi dan radio; (6) pengembangan pusat Informasi kebahasaan dan kesastraan melalui inventarisasi, penelitian, dokumentasi, dan pembinaan jaringan informasi kebahasaan; dan (7) pengembangan tenaga, bakat, dan prestasi dalam bidang bahasa dan sastra melalui penataran, sayembara mengarang, serta pemberian hadiah penghargaan.

Sebagai salah satu tindak lanjut kegiatan itu, dibentuklah oleh Pemerintah, dalam hal ini Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Bagian Proyek Pembinaan Bahasa dan Sastra Indonesia-Jakarta. Bagian proyek itu mempunyai tugas pokok melaksanakan kegiatan kebahasaan dan kesastraan yang bertujuan meningkatkan mutu pemakaian bahasa Indonesia yang baik dan benar, mendorong pertumbuhan sastra Indonesia, dan meningkatkan apresiasi masyarakat terhadap sastra Indonesia.

Dalam rangka penyediaan sarana kerja dan buku acuan bagi mahasiswa, dosen, guru, tenaga peneliti, dan masyarakat umum naskah yang berhubungan dengan masalah bahasa, susastra, dan perpustakaan diterbitkan oleh Bagian Proyek Pembinaan Bahasa dan Sastra Indonesia-Jakarta.

Buku *Fisika : Mekanika Panas* merupakan salah satu hasil kegiatan (penerjemahan) di bidang ilmu dasar. Buku dalam bahasa Jerman berjudul *Physik Ein Lehrbuch Zum Gebrauch Neben Vorlesungen*. Buku itu berhasil diterjemahkan oleh Dr. Mussadiq Musbach. Untuk itu, kepada penerjemah saya sampaikan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya.

Akhirnya, kepada Pemimpin Bagian Proyek Pembinaan Bahasa dan Sastra Indonesia-Jakarta 1994/1995, Drs. Abdul Murad, Drs. Sukasdi (Sekretaris Proyek), Drs. Suhadi (Bendaharawan Proyek), Sdr. Sartiman, Sdr. Radiyo, dan Sdr. Sunarko (Staf Proyek) saya ucapkan terima kasih atas pengelolaan penerbitan buku ini.

Jakarta, Januari 1995

**Dr. Hasan Alwi**

## **Prakata**

Puji syukur Allah swt. yang telah memberikan rahmat dan hidayahnya sehingga saya dapat menyelesaikan naskah terjemahan buku ini. Tanpa bantuan, kesabaran, dan pengorbanan istri saya mungkin buku ini tidak akan terselesaikan.

Buku ini ditulis pertama kali oleh Dr. Christian Gerthsen pada tahun 1956. Bahan-bahannya diambil berdasarkan catatan-catatan kuliah fisika eksperimen yang dialaminya sendiri, berlangsung pada tahun 1946/1947 di Universitas Berlin. Karena buku pegangan fisika masih sangat kurang pada masa itu, buku ini ditujukan sebagai alat bantu para mahasiswa yang mempelajari fisika di perguruan tinggi. Karena isinya yang jauh dari memadai sebagai buku pegangan perkuliahan, edisi pertamanya dianggap oleh Dr. C. Gerthsen hanya sebagai bahan tambahan di luar perkuliahan.

Hingga Dr. C. Gerthsen meninggal, buku ini telah mengalami perubahan. Oleh sebab itu, pada tahun 1960 Dr. H.O. Kneser merevisi, merupakan batasan-batasan tentang pengotakan bidang-bidang fisika, seperti zat padat, cair dan seterusnya hingga menjadi edisi keempat. Perombakan total, kecuali untuk bab III, serta berbagai tambahan sesuai dengan perkembangan fisika saat ini, telah dilakukan. Walaupun perkembangan fisika tidak secepat perkembangan biokimia dan astrofisika, tetapi fisika tetap berkembang jauh lebih cepat melampaui batas yang disimpulkan oleh buku-buku fisika yang ada. Mekanik perkembangan fisika hingga akhir tiga dasawarsa ini, seperti hukum-hukum di dalam fisika zat padat, partikel elementer, dan



kosmologi, memberikan idea baru untuk mengembangkan isi buku sesuai dengan tuntutan zaman. Pada tahun 1977 Dr Helmut Vogel merevisi buku ini menjadi edisi 13, ditambah dengan soal-soal latihan yang kiranya dapat digunakan pembaca untuk membuat latihan-latihan sehingga dapat menambah wawasan analitis pembaca, misalnya dalam meramalkan teori relativitas elektrodinamika, beberapa tehnik dasar mekanika kuantum dan fisika statistik. Hampir semua bab yang membahas "fisika klasik" telah dikembangkan lebih baik. Teori zat-zat yang dapat mengalir dan elektrostatis muncurl dalam wajah baru, ditambah dengan analisis vektor sesuai dengan perkembangan. Beberapa topik yang menyentuh pemikiran baru dalam dunia fisika diketengahkan, misalnya krisis energi, hukum virial, dinamika gas, amplitudo, perbedaan fase gelombang dan scanning microscopy, gelombang suara ultra- dan hipersonik, fisika temperatur rendah, mata dan warna, dualisme partikel-gelombang, reaksi fusi nuklir, laju reaksi absolut, keadaan ekstrim materi dan termodinamika, sedangkan buku kedua membahas listrik, magnet dan optik. Buku ketiga menengahkan semua persoalan yang menyangkut pemikiran-pemikiran baru dalam fisika yang dikenal sebagai dasar-dasar fisika modern.

Bagi dunia ilmiah Indonesia umumnya, khususnya para mahasiswa, terjemahan buku ini tidak hanya sekedar turut memperkaya khasanah buku-buku pegangan untuk perguruan tinggi, tetapi kiranya dapat memperkaya wawasan pengetahuan fisika. Semua hukum-hukum fisika yang ditampilkan dalam buku ini dicoba sedapat mungkin jauh dari jangkauan rumusan matematik yang rumit sehingga dapat diikuti oleh mereka yang bukan spesialis di bidang fisika teori. Menilik sistematika yang terkandung di dalamnya, mengingat kemudahan rumusan teori-teori fisika yang dibuat, buku ini dapat membekali pengetahuan dasar-dasar fisika bagi mahasiswa strata 1 dan dapat pula dipakai oleh mereka yang mengambil strata 2

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada Bapak Dr. Edwar Djamani, pemimpin Bagian Proyek Pembinaan Bahasa dan Sastra Indonesia periode 1993/1994 beserta staff yang telah memberikan upaya dana sehingga buku

ini berhasil diterjemahkan. Kepada bapak Prof. Dr. Benny H. Hoed, Ketua Tim Pengelola Penerjemahan Bahasa Asing beserta staff tak lupa pula penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan, bimbingan, dan kemudahan yang telah diberikan.

Bogor, 26 Februari 1994

Musaddiq Musbach

## Daftar Isi

<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>iii</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>v</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>viii</b>
 <b>I Mekanika .....</b>	 <b>1</b>
Pendahuluan .....	2
 <b>1 Mekanika Titik Massa .....</b>	 <b>5</b>
1.1 Ukuran dan Satuan Ukuran .....	6
1.1.1 Ukuran .....	6
1.1.2 Satuan Ukuran .....	7
1.1.3 Sistem Ukuran dan Dimensi .....	7
1.1.4 Satuan Panjang .....	9
1.1.5 Ukuran Sudut .....	10
1.1.6 Satuan Waktu .....	11
1.1.7 Ukuran Kesalahan .....	12
1.2 Kinematika .....	15
1.2.1 Vektor Posisi .....	15
1.2.2 Kecepatan .....	16
1.2.3 Percepatan .....	18
1.3 Dinamika .....	20
1.3.1 Kelembaman .....	20
1.3.2 Gaya dan Massa .....	20
1.3.3 Satuan Massa .....	22

1.3.4 Aksioma Newton .....	22
1.4 Gerak Sederhana .....	24
1.4.1 Gerak Dipercepat Beraturan .....	24
1.4.2 Gerak Melingkar Beraturan .....	27
1.4.3 Getaran Harmonik .....	30
1.5 Kerja Energi, Momentum dan Gaya .....	33
1.5.1 Kerja .....	33
1.5.2 Energi Kinetik .....	36
1.5.3 Momentum .....	37
1.5.4 Medan Gaya .....	39
1.5.5 Energi Potensial .....	40
1.5.6 Hukum Kekekalan Energi .....	42
1.5.7 Daya .....	43
1.5.8 Gaya Sentral .....	43
1.5.9 Penggunaan Energi dan Momentum .....	46
1.6 Gerak dalam Pengaruh Gaya Gesek .....	70
1.7 Gravitasi .....	75
1.7.1 Hukum Gravitasi .....	75
1.7.2 Medan Gravitasi .....	79
1.7.3 Gaya Pasang Surut .....	81
1.7.4 Orbit Planet .....	87
1.8 Gaya Kelembaman .....	92
1.8.1 Sistem Koordinat Acuan .....	92
1.8.2 Macam-macam Gaya .....	92
1.8.3 Sistem Kelembaman (Inersial) .....	94
1.8.4 Sistem Koordinat Rotasi .....	95
Soal-soal 1.1-1.8 .....	98

## 2. Mekanika Benda Tegar

2.1 Mekanika Benda Tegar: Statika .....	126
2.1.1 Syarat Kesetimbangan; Momen Putar .....	126
2.1.2 Gaya Berpasangan .....	131
2.1.3 Titik Pusat Massa sebagai Titik Berat .....	133
2.1.4 Kerja pada Benda Berrotasi .....	138



2.1.5 Prinsip Kerja Virtual .....	139
2.2 Gerak Benda Tegar .....	141
2.2.1 Posisi dan Kecepatan Benda Tegar .....	141
2.2.2 Pengaruh Gaya Tunggal dan Berpasangan Pada Benda Bergerak Bebas .....	142
2.2.3 Momen Kelembaman .....	143
2.2.4 Persamaan Gerak Benda Mengalami Rotasi .....	146
2.3 Momentum Angular .....	153
2.3.1 Definisi .....	154
2.3.2 Momentum Angular dan Momen Gaya .....	155
2.3.3 Hukum Kekelatan Momentum Angular .....	157
2.4 Gasing .....	157
2.4.1 Gasing Bebas Gaya .....	157
2.4.2 Gerak Presisi Gasing .....	158
2.5 Gesekan Antar Benda Tegar .....	161
2.5.1 Gesekan Statis .....	161
2.5.2 Gesekan Dinamis .....	163
2.5.3 Gesekan Pada Bola Menggelinding .....	165
Soal-soal 2.1-2.5 .....	166

### **3. Mekanika Benda Berubah Bentuk**

3.1 Hidro dan Aerostatik .....	173
3.1.1 Padat, Cair dan Gas .....	173
3.1.2 Bentuk Permukaan Zat Cair .....	175
3.1.3 Pengertian Tekanan .....	176
3.1.4 Tekanan Gaya Berat .....	180
3.1.5 Hukum Boyle-Mariotte .....	184
3.1.6 Tekanan Atmosfir .....	187
3.2.2 Batas Kerja dan Tegangan Permukaan .....	196
3.3 Aliran .....	202
3.3.1 Gambaran Tentang Aliran .....	202
3.3.2 Gesekan Dalam .....	211
3.3.3 Aliran Laminer .....	213
3.3.4 Persamaan Gerak Aliran .....	213

3.3.5 Kriteria Berbagai Macam Aliran.....	223
3.3.6 Aliran Zat Cair Ideal .....	226
3.3.7 Tahanan Aliran .....	234
3.3.8 Pusaran .....	240
3.3.9 Turbulen .....	243
3.4 Sifat Benda Tegar Dapat Berubah Bentuk .....	244
3.4.1 Regangan dan Modulus Regangan: Hukum Hooke .....	244
3.4.2 Regangan Geser: Bilangan Poisson .....	246
3.4.3 Modulus Kompresi .....	247
3.4.4 Modulus Geser pada Benda Padat .....	248
3.4.5 Hubungan Konstanta Elastisitas .....	248
3.4.6 Batas Berlakunya Hukum Hooke .....	251
3.4.7 Energi Elastisitas .....	253
3.4.8 Bagaimana Balok Melentur? .....	254
3.4.9 Kekerasan Zat Padat .....	256
Soal-soal 3.1.3.4 .....	259

## 4 Getaran dan Gelombang

4.1 Getaran	
4.1.1 Getaran Tereadam dan Tidak Tereadam .....	268
4.1.2 Getaran Dipaksakan .....	273
4.1.3 Tumpang tindih Getaran .....	277
4.1.4 Bandul Berhubungan .....	281
4.1.5 Getaran Eigen .....	284
4.1.6 Pembahasan Singkat Getaran-getaran Lainnya .....	291
4.2 Gelombang 1-Dimensi .....	302
4.2.1 Definisi dan Formulasi .....	302
4.2.2 Persamaan Gelombang 1-Dimensi .....	304
4.2.3 Penyelesaian Persamaan Gelombang .....	307
4.2.4 Gelombang Harmonik .....	309
4.2.5 Interferensi Dua Gelombang Harmonik .....	314

4.2.6 Gelombang Diam .....	318
4.2.7 Modulasi Amplitudo dan Fase .....	320
4.3 Prinsip Huygens-Fresnei .....	322
4.3.1 Rambatan Gelombang .....	322
4.3.2 Hukum Refleksi .....	323
4.3.3 Hukum Pembiasan .....	324
4.3.4 Kisi dan Difraksi .....	325
4.3.5 Efek Doppler .....	325
4.3.6 Bilangan Mach .....	327
4.4 Gelombang Suara .....	329
4.4.1 Gelombang Diam pada Suara .....	329
4.4.2 Pengukuran Kecepatan Suara .....	334
4.4.3 "Cepat Suara" dan Amplitudo Tekanan .....	337
4.4.4 Intensitas atau Kuat Suara .....	340
4.4.5 Absorbasi Gelombang Suara .....	343
4.4.6 Nada dan Bunyi .....	345
4.4.7 Kekerasan Suara .....	346
4.4.8 Gelombang Tumbukan .....	347
4.4.9 Ultra dan Hypersonik .....	352
4.4.10 Gelombang Permukaan pada Zat Cair .....	355
Soal-soal 4.1.-4.5 .....	365

## II. Termodinamika

### 5. Panas

5.1 Temperatur dan Jumlah Panas .....	377
5.1.1 Pengertian dan Skala Temperatur .....	377
5.1.2 Termometer .....	379
5.1.3 Kuantitas Panas: Kapasitas Panas Jenis dan Molar .....	380
5.1.4 Pemuaian Zat Padat dan Cair .....	383
5.1.5 Pemuaian Gas; Titik Nol Absolut .....	386
5.1.6 Tekanan Bergantung Temperatur pada Volume Konstan .....	388
5.1.7 Persamaan Keadaan Gas Ideal .....	390

5.2	Dasar-dasar Teori Kinetik Gas .....	392
5.2.1	Persamaan dasar Teori Kinetik Gas .....	393
5.2.2	Kandungan Energi Materi dan Temperatur Absolut .....	396
5.2.3	Perbedaan Panas Mol $C_p$ dan $C_v$ untuk Gas .....	398
5.2.4	Hukum Distribusi Serbasama (Ekuipartisi) ..	399
5.2.5	Jalan Bebas Rata-rata dan Penampang Lintang Tubrukan .....	404
5.2.6	Gerak Brown .....	407
5.2.7	Distribusi Boltzmann .....	408
5.2.8	Distribusi Maxwell .....	411
5.3	Aliran Panas dan Difusi .....	415
5.3.1	Perbedaan Temperatur sebagai Penyebab Aliran Panas .....	415
5.3.2	Hukum Aliran Panas .....	416
5.3.3	Transport Panas melalui Konveksi .....	422
5.3.4	Difusi Gas .....	423
5.3.5	Fenomena Transport .....	425
5.4	Hukum Pertama Termodinamika .....	431
5.4.1	Gagalnya Mobile Perpetum Orde Pertama dan Hukum Kekelan energi .....	431
5.4.2	Penggunaan Hukum Pertama pada Gas Ideal .....	434
5.4.3	Kerja pada proses Isotermik: Pengembangan Gas Ideal .....	437
5.4.4	Proses Siklik Carnot .....	437
5.5	Hukum Kedua Termodinamika .....	440
5.5.1	Proses Irreversibel; Gagalnya Mobile Perpetum Orde Kedua .....	440
5.5.2	Dapatkah Efisiensi Mesin lebih Besar dari Mesin Carnot .....	442
5.5.3	Skala Temperatur Termodinamika .....	444
5.5.4	Entropi dan Hubungannya dengan Hukum Kedua .....	445



5.5.5 Entropi dan Hubungannya dengan Hukum Kedua .....	447
5.5.5 Entropi Sebagai besaran Keadaan .....	447
5.5.6 Entropi Gas Ideal .....	448
5.5.7 Entropi dan Probabilitas .....	451
5.5.8 Energi Bebas .....	453
5.5.9 Persamaan Helmholtz .....	455
5.6 Bahan-bahan Agregat .....	457
5.6.1 Campuran Zat Cair dan Uap .....	457
5.6.2 Campuran Padat Cair .....	465
5.6.3 Campuran Tiga Fase .....	467
5.6.4 Persamaan Keadaan Gas Real .....	468
5.6.5 Pengertian Kinetik Persamaan Vander Waals .....	472
5.6.6 Efek Joule-Thomson: Kondensasi Gas .....	474
5.6.7 Penciptaan Temperatur Rendah .....	478
5.7 Larutan .....	483
5.7.1 Pengertian Larutan .....	483
5.7.2 Tekanan Osmotik: Hukum Van't Hoof .....	484
5.7.3 Penurunan Tekanan Uap .....	486
Soal-soa 15.1-5.7 .....	490
Indeks .....	514

## BAGIAN I MEKANIKA

## Pendahuluan

Sejak lama ilmu fisika dibagi dalam beberapa bidang, yaitu mekanika, akustik, panas, elektrisitas, magnetisme dan optik. Semua bidang-bidang tersebut hingga saat ini masih dipakai sebagai latar belakang pengetahuan untuk tujuan penelitian fisika. Akan tetapi, disamping bidang-bidang tersebut di atas, masih terdapat lagi pengetahuan fisika yang dikembangkan dalam tempo belakangan ini, yaitu bangun materi, fisika atom dan inti. Semakin dalam kemajuan pengetahuan, semakin banyak yang ditunjukkannya, sehingga terasa bahwa batasan yang dibentuk oleh bidang-bidang fisika hanya sebagai batasan formal belaka. Setiap bidang dapat tumpang tindih satu dan lainnya, atau bahkan dapat digabung secara sebarang, sesuai dengan kepentingan bidang yang dikembangkan.

Akustik dan panas, misalnya, dapat dijelaskan dengan menggunakan mekanika; optik dan elektromagnetisme melebur menjadi satu bidang; rambatan panas dan cahaya dapat diperlakukan sama. Prinsip-prinsip dasar, seperti prinsip energi, yang mulanya dikenal hanya berlaku dalam wilayah sempit, dengan bertambahnya pengetahuan manusia dapat terlepas dari wilayah berlakunya, digunakan meluas dalam seluruh bidang-bidang fisika, bahkan di dalam seluruh disiplin ilmu pengetahuan alam.

Terlepas dari biofisika yang berkembang seperti badai menjadi pengetahuan yang berdiri sendiri, fisika khususnya, hanya membahas fenomena-fenomena yang berhubungan dengan objek alam tidak hidup. Objek ini sendiri banyak jumlahnya, bahwa cakupan dan gambaran penjelasan tentang objek-objek tersebut seolah tidak dapat diterangkan. Akan tetapi, terdapat jalan keluar untuk menjelaskan hal tersebut, yaitu melalui sederetan istilah, yang ternyata dengan pemilihan tertentu masih belum cukup untuk menyimpulkannya menjadi suatu pengertian sederhana. Telah diketahui beberapa istilah, yaitu panjang, waktu, massa, kecepatan, percepatan muatan listrik dan seterusnya. Di dalam kehidupan sehari-hari, sering dijumpai

nama atau sebutan istilah-istilah tersebut. Akan tetapi, istilah-istilah yang mengalir dalam kehidupan sehari-hari belum tentu dan tidak harus mengandung pengertian yang sama mewakili kandungan arti sebenarnya; ciri khas istilah-istilah dalam fisika adalah *mengandung pengertian yang jelas*. Kejelasan dan definisi yang tepat ciri bentuk “bangunan” pengetahuan fisika.

Langkah selanjutnya yang menggambarkan fenomena alam secara murni adalah penyingkapan hukum-hukum keteraturan. Untuk memformulasikan secara tepat fenomena alam, harus diketahui istilah-istilah fisika yang mewakili fenomena tersebut secara kuantitatif. dengan perkataan lain, melakukan pengukuran sehingga dapat dinyatakan dalam satuan dan bilangan. Untuk formulasi satu hukum alam, hanya dapat dipilih beberapa istilah yang sesuai dan tertentu yang berhubungan dengan fenomena yang bersangkutan. Istilah yang dapat diukur sering disebut *besaran*

Tujuan membentuk relasi matematik dari besaran-besaran keadaan dan istilah-istilah, ialah memformulasikannya dalam fungsi matematik, dan menunjukkan bahwa matematik mempunyai arti penting untuk fisika. Pengetahuan tentang metode penyelesaian matematik adalah syarat suksesnya hasil kerja fisikawan, karena formulasi matematik tentang hukum alam dapat mewakili gambaran penyelesaian persoalan fisika.

Salah satu *perkakas* fisika untuk merumuskan peristiwa-peristiwa yang terjadi di alam, kemudian merumuskannya menjadi hukum-hukum fisika adalah *pengamatan*. Contoh yang berharga untuk hal ini adalah penurunan hukum Kepler yang berasal dari pengamatan gerak planet-planet. Pada umumnya, peristiwa-peristiwa di alam terjadi sedemikian, dalam banyak atau tiap-tiap kasus, mempunyai pengaruh yang tidak dapat diawasi oleh pengamat untuk dapat mengamatinya. Dalam hal fenomena fisika yang tidak dapat diamati secara langsung, diperlukan percobaan fisika. Pengetahuan tentang percobaan tersebut terdiri atas, pelaku percobaan yang dapat menentukan kondisi peristiwa yang berlangsung. Jika sebaliknya, pelaku percobaan untuk



mengamati hukum-hukum alam dapat merumuskan percobaannya dan memperoleh hasil yang diinginkan atau sesuai dengan peristiwa yang terjadi, hukum alam tersebut merupakan kekayaan pengetahuan manusia. Fisika adalah dasar ilmu teknik. Fisikawan berusaha untuk dapat menyingkap pengetahuan dan hukum-hukum alam, tetapi umumnya tidak mempertanyakan kegunaan penelitiannya. Sejarah menunjukkan bahwa hampir setiap penemuan penting yang suatu saat keberadaannya jauh dari berguna, ternyata kemudian dengan perkembangan ilmu teknik dapat digunakan.

Tujuan penelitian bagi fisikawan adalah mengungkapkan kejadian-kejadian alam, kemudian merumuskannya melalui teori. Teori harus dapat menyingkap hubungan-hubungan yang tersembunyi di balik materi, yang jika tanpanya tidak terlihat secara nyata. Jalan yang ditempuh menuju teori adalah melalui hipotesiasi. Berdasarkan pengalaman, hasil yang diperoleh melalui hipotesiasi harus diuji kembali kebenarannya. Jika hasil tersebut terpenuhi untuk semua pengujian yang dilakukan (semua arah), hipotesis tersebut dikatakan sebagai teori. Dalam fisika, istilah teori adalah patokan, tidak mengandung pengertian yang tidak pasti seperti istilah yang digunakan sehari-hari di dalam berbahasa.

Intisari penyingkapan hukum-hukum tidak hanya menyimpulkan pengamatan dalam bentuk keteraturan, tetapi fenomena yang dijelaskannya menjadi sederhana. Di samping itu, di dalam teori harus terdapat kemungkinan bahwa peristiwa fisis dapat diramalkan secara kuantitatif.

Fisika teori dan eksperimen berhubungan erat satu dengan lainnya. Jika dengan berjalannya waktu terdapat pembagian bidang di antara fisikawan, hal tersebut hanya merupakan kebutuhan semata karena para fisikawan eksperimental perlu melakukan eksperimen untuk mengasah kemampuan eksperimentalnya, sedangkan bagi fisikawan teoritik diperlukan pengetahuan matematik yang lebih; keduanya mengandung alasan untuk mengatasi tenaga, waktu, dan efisiensi kerja.

# BAB I

## MEKANIKA TITIK MASSA

Perlakuan paling sederhana dalam mekanika adalah jika sebuah benda diamati tanpa memperhatikan bentuknya, benda dianggap sebagai *titik massa*.

Pengertian titik massa kedengarannya mengandung pengertian sederhana, tetapi tidak berarti tanpa persoalan. Bahwasanya benda titik ternyata dapat dipakai dalam kenyataannya adalah hal yang menakjubkan. Sebuah atom sekalipun sebenarnya bukan titik massa; karena atom dapat mengalami rotasi dan "mengambil" energi rotasinya; sifat seperti ini tidak dapat dilakukan oleh titik massa (atau jika titik massa dapat melakukannya, tidak seorang pun dapat mengetahui, karena orang tidak dapat membedakan apakah titik mengalami rotasi atau tidak). Mengapa mekanika benda titik berlaku juga untuk atom? Hal ini berhasil dijelaskan dengan baik oleh kuantum statistik (lihat 12.42). Suatu penjelasan yang rumit tentang benda titik, berhubungan dengan titik massa yang mempunyai energi tak berhingga adalah bidang partikel elementer yang masih berkembang hingga saat sekarang ini (lihat 13.4.5).

Dari fisika benda titik, kemudian tanpa kesulitan dapat dikembangkan penjelasan tentang mekanika benda tegar (Bab 2) dan

mekanika benda berubah bentuk (Bab 3), yaitu dengan anggapan bahwa kedua sistem benda tidak lain merupakan kumpulan titik-titik massa yang tak berhingga jumlahnya, masing-masing mempunyai jarak tetap atau berubah satu dengan lainnya.

## 1.1 Ukuran dan Satuan Ukuran

### 1.1.1 Ukuran

Fisika adalah ilmu pengetahuan tentang ukuran. Seperti halnya pengertian dasar, definisi pengertian ukuran tidak akan dapat dibuat dengan lengkap untuk menjelaskan maksud kandungan yang terdapat di dalamnya. Untuk sementara, cukup dibuat sebagai berikut: suatu *ukuran besaran* dapat dibandingkan langsung ataupun tidak langsung dengan satuan ukuran. Perbandingan langsung, misalnya, adalah melalui pengulangan skala. Kebanyakan perbandingannya adalah secara tidak langsung, kemudian muncul pertanyaan sebagai berikut: sebutan apa yang harus diberikan untuk sebuah benda, sehingga benda mempunyai pengaruh, misalnya berapa kuat pancaran cahaya *pirometri*

Pengukuran tidak langsung memerlukan hukum alam, bahwa besaran yang diukur (contohnya: temperatur) mempunyai hubungan dengan pengaruh (efek) yang dapat diamati dan ditimbulkan oleh pancaran cahaya. Hukum alam ini haruslah tidak bergantung pada pengamatan dan secara pasti telah ada sebelumnya, besaran yang tidak secara langsung diukur (temperatur) adalah melalui suatu efek lain yang timbul karenanya (misalnya pertambahan panjang suatu benda). Akan tetapi, prosedur demikian mengandung bahaya, "dapat memakan ekor sendiri". Jalan satu-satunya untuk keluar dari lingkaran setan *circulus vitiosus* ini adalah melalui *definisi* besaran yang diukur melalui efek yang ditimbulkan olehnya.

Temperatur yang sering ditemukan dalam kehidupan sehari-hari adalah melalui definisi dari pertambahan panjang kolom air raksa



yang ditimbulkan olehnya, atau di dalam fisika *didefinisikan* melalui *energi kinetik* rata-rata suatu molekul. Selain itu, sebagai definisi "operasional" suatu besaran yang secara implisit mengandung prosedur pengukuran tidak akan diakui dalam fisika. Suatu pertanyaan yang mendalam, apakah suatu besaran didefinisikan secara "operasional" atau tidak akan menghasilkan suatu hasil selanjutnya, misalkan teori relativitas dan teori kuantum.

### 1.1.2 Satuan Ukuran

Suatu besaran fisika haruslah mempunyai satuan yang ditentukan. Ditetapkan dua satuan, yaitu satuan alamiah dan satuan sebarang, tetapi tetapan sejati ini tidak murni alamiah seluruhnya. Jika Henri I dari Inggris (tahun 1290) mengatakan bahwa 1 yard sama dengan panjang rentangan tangannya, atau jika raja David dari Skotlandia (tahun 1150) menyatakan bahwa 1 inc adalah rata-rata lebar jempol tiga orang lelaki, yaitu seorang lelaki besar, seorang lelaki kecil, dan seorang lelaki berukuran rata-rata antara keduanya. maka definisi secara sebarang seperti demikian menimbulkan ketidaktetapan. Lain halnya ekuator bumi, misalnya, adalah tidak berubah dan mempunyai arti yang lebih universal. Suatu ukuran panjang alamiah, misalnya, dapat didefinisikan melalui jarak antara dua atom di dalam kisi kristal, tidak terdapat gaya antara keduanya. Satuan harus tetap dan ditentukan melalui *normalisasi*. Setiap batang berukuran 1 meter dapat mempunyai ukuran lebih atau kurang. oleh sebab itu, diperlukan suatu normalisasi ukuran satuan. Tentunya satuan dapat direproduksi setiap saat, tetapi penurunan suatu satuan biasanya diperlukan proses yang amat panjang.

### 1.1.3 Sistem Ukuran dan Dimensi

Besaran-besaran fisika apa saja termasuk besaran dasar dan besaran-besaran turunan; pertanyaan ini tentunya menyangkut kegunaan dalam pemakaian besaran-besaran tersebut. Setiap *sistem ukuran* dikarakteristikan melalui suatu besaran dasar, yaitu besaran



yang dikembangkan di dalam bagian-bagian yang termasuk disiplin fisika, yaitu di dalam buku ini hanya dua sistem yang digunakan, *sistem internasional* (SI) sistem yang disusun berdasarkan satuan mekanika (sistem MKS), dan sistem georgi dalam elektromagnet. Satuan-satuan dasar tersebut, panjang, waktu, massa, temperatur, arus listrik, kuat cahaya dan jumlah materi; masing-masing besaran tersebut dinyatakan dalam satuan meter (m), detik (det), kilogram (kg), kelvin (K), ampere (A), candela (cd), dan mol. Di dalam teknik, satuan-satuan tersebut merupakan keharusan yang harus dipakai. Satuan muatan dalam *Sistem CGS* dinyatakan sebagai satuan mekanik. Dalam sistem ini dipakai satuan sentimeter (cm), gram (g), dan detik (det). Sistem CGS masih banyak dipakai di dalam literatur-literatur fisika atom, khususnya dalam literatur yang bukan berbahasa Jerman. Fisika atom pada dasarnya berbubungan dengan muatan titik dan energi yang terdapat antara dua muatan titik adalah  $e^2/4\pi\epsilon_0 r$ . Tingkat-tingkat energi dalam model atom Bohr muncul faktor  $4\pi\epsilon_0$ , bahkan kuadrat darinya. Di samping itu perhitungan-perhitungan satuan-satuan dalam sistem satuan CGS seperti arus, tahanan (resistan), induktivitas ke dalam satuan-satuan praktis yaitu ampere, ohm, dan henry ( sistem satuan SI ) adalah sangat tidak menyenangkan.

Besaran-besaran turunan mempunyai *dimensi*, yaitu kombinasi aljabar dari besaran-besaran dasar yang berhubungan dengan definisi besaran tersebut. Dalam perhitungan-perhitungan ini tidak perlu dicampuradukkan antara perhitungan fisika dan bukan fisika, apakah besaran yang dihitung mempunyai dimensi yang benar atau tidak, dan apakah dua besaran yang dihubungkan dengan tanda minus atau tanda tambah yang sama. mempunyai dimensi yang sama. Untuk menjaga kesalahan perhitungan demikian, diperlukan analisis dimensi suatu besaran fisika, yaitu bagaimana hukum-hukum alam dapat dengan jelas terlihat di dalamnya. Di dalam kriteria yang sama dari hidrodinamika dan bidang-bidang lainnya, metode seperti ini telah dikembangkan secara luas.

#### 1.1.4 Satuan Panjang

Pada tahun 1799 ditentukan bahwa 1 meter sama dengan  $1/10,000,000$  bagian jarak ekuator bumi (diukur tidak presisi); kemudian dengan dasar definisi tersebut dibuat batang Platina-iridium sebagai arsip-meter yang disimpan di Sevres (Prancis). Karena kepentingan dalam bidang teknik dan fisika yang menghendaki definisi ukuran 1 meter konstan, dan ternyata diketahui bahwa arsip-meter tersebut tidak lagi memenuhi keperluan tersebut, tahun 1960 1 meter didefinisikan sebagai berikut .

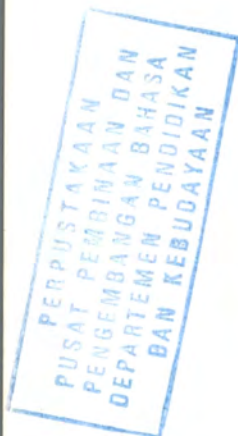
Satu meter adalah  $1650763,73$  kali panjang gelombang cahaya yang diemisikan oleh isotop atom *Krypton 86* yang mengalami transisi dari orbital  $5d_5$  ke  $2\pi_{10}$  di dalam vakum.

Satuan alamiah ini mempunyai beberapa keuntungan penting, bahwa satuan tersebut diukur menurut keadaan yang ditetapkan tidak berubah dan dapat direproduksi kembali dengan mudah dan setiap saat dapat diturunkan dalam *ukuran sekunder*, yaitu satuan terkecil.

Satuan ukuran terkecil diperlukan untuk ketepatan pengukuran dan digunakan ukuran yang tidak begitu panjang. Ukuran ini berupa sepotong logam berbentuk empat persegi; pada logam terdapat dua permukaan yang digosok dan dipoles sangat halus, saling paralel satu dengan lainnya. Jarak kedua permukaan didefinisikan secara eksak dan kesalahannya hanya dalam orde  $\mu$ . Jika permukaan datar yang berkualitas demikian baik dapat dibuat, melalui penempatan secara seri beberapa pengukur terkecil dapat dibentuk ukuran baru yang juga terdefinisi secara eksak.

TABEL 1.1 PEMBAGIAN SATUAN PANJANG  
DALAM SKALA DAN SINGKATANNYA.}

Satuan	Singkatan	meter [m]	Konversi
Tera	T	$10^{12}$	
Giga	G	$10^9$	
Mega	M	$10^6$	
Kilo	K	$10^3$	
Centi	c	$10^{-2}$	
Mili	m	$10^{-3}$	
Mikro	$\mu$	$10^{-6}$	$1 \mu\text{m} = 1 \text{ Mikron} = 1 \mu$
Nano	n	$10^{-9}$	$1 \text{ nm} = 1 \text{ Milimikron} = 1 \text{ m}\mu$
Pico	p	$10^{-12}$	
Femto	f	$10^{-15}$	$1 \text{ fm} = 1 \text{ Fermi} = 10^{-15} \text{ m}$



Dalam setiap bidang fisika dan penggunaannya muncul besaran-besaran tertentu yang berbeda untuk setiap besaran sehingga memudahkan penggunaan satuan, seperti multiplikasi atau pembagian. Sistem singkatan yang umum dan secara luas digunakan berdasarkan kompromi untuk multiplikasi dan pembagian diberikan pada tabel [1.1] yaitu beberapa pembagian khusus dari 1 meter.

Diameter sebuah atom adalah dalam ukuran beberapa sedangkan ukuran inti atom dalam ukuran beberapa fm. Bintang tetap berjarak beberapa tahun cahaya ( $1 \text{ tahun cahaya} = 9,47 \cdot 10^{15} \text{ m}$ ), sedangkan jari-jari alam semesta diperkirakan sebesar 10 tahun cahaya.

### 1.1.5 Ukuran Sudut

Sudut pada bidang datar diberikan dalam ukuran derajat ( $^{\circ}$ ). 1 derajat ( $1^{\circ}$ ) adalah  $1/360$  dari jumlah semua sudut (bidang datar).



Satuan terkecil sudut adalah menit (') dan detik (").

$$1^{\circ} = 60' = 3600''$$

Ukuran terkecil astronomis dinyatakan dalam ukuran detik.

Ukuran sudut secara matematik yang sering digunakan adalah *radial*, yaitu perbandingan dari panjang tali busur dan rentangan sudut yang dibentuk oleh jari-jari lingkaran ini. Satuan ukurannya kadang-kadang digunakan dengan nama tersendiri, yaitu *radian* (rad).

$$1 \text{ rad} = \frac{360}{2\pi} = 57,295^{\circ}$$

Radian adalah nama lain untuk bilangan 1. Demikian pula  $1^{\circ}$  adalah nama lain dari

$$\frac{1}{57,295} = 0,01745$$

Sudut ruang didefinisikan sebagai

$$\Omega = \frac{\text{luas permukaan bola}}{\text{radius kuadrat}}$$

Satuannya disebut sebagai *steradian*.

#### 1.1.6 Satuan Waktu

Perubahan sesuatu di alam sering dihubungkan dengan pengertian *waktu*. Perubahan yang terjadi dengan cara dan keadaan berulang yang sama dinamakan perubahan periodik. Semua kejadian periodik sedikit banyaknya memerlukan *jam* (ukuran waktu) yang tepat. Terjadinya peristiwa tunggal sebaliknya mempunyai kegunaan kecil



untuk ukuran waktu (misalnya jam pasir). Contoh kejadian periodik adalah gerak sebuah bandul, getaran elastik, getaran atom, dan rotasi bumi pada sumbunya. Periode perputaran bumi dibedakan menjadi periode rotasi relatif terhadap suatu bintang tetap (hari bintang) dan relatif terhadap matahari (hari matahari). Panjangnya hari matahari bervariasi menurut tahun. Panjang hari matahari rata-rata adalah  $\frac{1}{365,256}$  dari hari bintang karena setiap harinya bumi mengelilingi matahari pada orbitnya, sedangkan lintasan yang terbentuk adalah lingkaran penuh yang mengalami "pemampatan", sementara dalam waktu yang sama bumi berputar pada sumbunya. Hari bintang dan matahari diukur sebagai "jarak waktu" dari terjadinya lintasan bintang tetap, juga lintasan matahari, yang melalui meridian langit yang sama, misalnya melalui meridian bintang melintasi zenit (titik kulminasi paling atas atau paling bawah dari langit). Hari bintang dan matahari terbagi dalam jam, menit, dan detik. Satuan waktu rata-rata matahari adalah detik (det).

Detik juga bukan satuan alamiah yang dapat digunakan secara eksak. Waktu perputaran bumi ditentukan oleh distribusi massanya terhadap sumbu rotasi yang bergerak dan rotasi tidak dengan kecepatan sudut yang konstan. Gaya gesek pasang-surut yang bergantung pada waktu mengerem rotasi secara perlahan-lahan, tetapi pasti. Di samping itu, jangka waktu satu detik sebuah bandul bukan hanya bergantung pada panjang tali pengikat bandul saja, melainkan juga pada percepatan jatuhnya bandul; di samping itu, juga bergantung pada distribusi massa, apakah massa terdapat di atas atau di permukaan bumi sehingga ukuran detik bandul dari satu tempat ke tempat lainnya juga akan berubah.

Sebatang *quartz* apabila tereksitasi melalui getaran dapat menunjukkan efek piezoelektrik (lihat 6.2.5), periode getarannya selain bergantung pada ukuran panjang batang kuarsa juga bergantung pada kerapatan dan sifat elastisitasnya (lihat 4.1.5). Dengan perkataan lain, frekuensi *quartz* ditentukan oleh massa, struktur atom-atom di dalam kristal, dan gaya-gaya atomik yang terdapat di dalam kristal.

Ukuran setiap waktu lebih jelas ditentukan, misalnya, oleh sebuah batang yang dapat dibuat dengan panjang yang ditentukan dan dengan cara demikian dibuatlah jam-jam pengukur waktu, sebagai ukuran satu detik sekarang ini dan diharapkan tidak berubah untuk detik-detik selanjutnya. Terdapat Jam *quartz*, yang bergetar secara beraturan sebagai jam bandul astronomis.

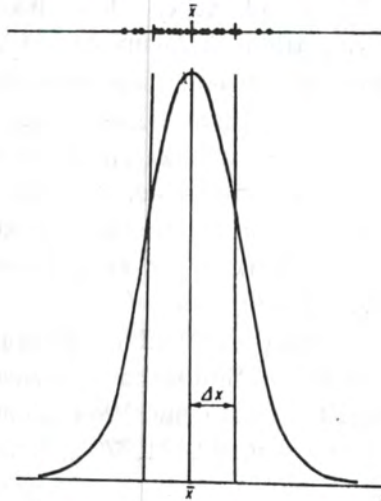
Suatu konstanta yang baik, seperti ditunjukkan oleh rotasi bumi, terdapat pula peristiwa periodis di dalam atom. Percobaan yang relatif baru dalam pencarian satuan waktu yang tepat, tidak berubah, seperti halnya pengukuran panjang [lihat 1.1.4) adalah pengukuran waktu dengan menggunakan transisi atomik. Untuk membangun sebuah jam konstan digunakan proses yang terjadi di dalam atom, yaitu isotop Cesium ( $^{133}\text{Cs}$ ) yang mempunyai frekuensi sesuai dengan getaran gelombang elektromagnetik yang secara teknis dapat dibuat ( $9.10^9\text{Hz}$ ). Absorpsi getaran atom ( $^{133}\text{Cs}$ ) ini digunakan untuk menentukan frekuensi yang ditimbulkan getaran-getaran di dalam atom tersebut secara tepat. Simpangan (deviasi) relatif frekuensi getaran ini mencapai  $10^{-13}$ . Pada tahun 1964 ditentukan bahwa 1 detik hari matahari sama dengan 9,192,631,770 getaran atom  $^{133}\text{Cs}$ .

### 1.1.7 Ukuran Kesalahan

Kenyataannya tidak ada ukuran absolut dari suatu besaran kontinu. Harga suatu besaran yang diukur dinyatakan dalam angka tertentu dan tidak dapat menunjukkan harga eksak, semua yang dapat dikatakan adalah bahwa harga besaran hasil pengukuran terletak pada batas interval yang ditentukan oleh alat ukur. Seni pengukuran mempunyai arti membuat interval dan batas kesalahan sekecil mungkin. Batas kesalahan ditentukan oleh *kesalahan sistematik* (misalnya kesalahan pengukuran karena keterbatasan) dan kesalahan tak terduga (misal karena kesalahan pembacaan skala, tertukar tanda, dan deviasi harga pengukuran dalam menentukan batas sensitivitas alat). Kesalahan sistematik sukar dicari jalan keluarnya, tetapi secara prinsip tidak mengurangi arti hasil pengukuran. Kesalahan ini ditentukan oleh deviasi harga di sekitar harga sebenarnya dan besar



kesalahan ini selalu sama pada setiap harga pengukuran (selalu lebih besar atau lebih kecil dari selisih harga sebenarnya); harga kesalahan ini tidak berkurang dengan melakukan pengukuran berkali-kali. Kesalahan tidak terduga dapat mempengaruhi hasil pengukuran, bergantung pada cara pengamatan besaran yang diukur oleh pengamat. Pengaruh kesalahan ini dapat dikurangi secara drastis



Gambar 1.1 Distribusi bilangan hasil pengukuran di sekitar harga rata-ratanya. Banyak harga hasil pengukuran ini sesuai satu sama lainnya dan terdistribusi di sekitar harga rata-ratanya, yaitu distribusi Gauss.

melalui pengukuran yang berulang-ulang. Perbedaan harga sebagai hasil pengukuran akan mengalami deviasi berdasarkan perhitungan kemungkinan kesalahan di sekitar harga terbaiknya, yaitu bahwa harga besaran yang diukur dan masih mengandung kesalahan sistematis dapat dianggap sebagai harga sebenarnya. Semakin banyak pengulangan pengukuran dilakukan, harga besaran tersebut akan semakin dekat dengan harga terbaiknya. Kesalahan yang masih terdapat pada hasil pengukuran dapat dicari dengan menggunakan perhitungan *deviasi standard*. Perhitungan kesalahan merupakan hal penting bagi para fisikawan eksperimental.

Prosedur standar perhitungan kesalahan dengan anggapan masih adanya kesalahan sistematis di dalamnya dilakukan sebagai berikut.

Misalkan dilakukan pengukuran dalam kondisi yang sama sebanyak  $n$  kali dan diperoleh harga-harga hasil pengukuran  $x_1, x_2, \dots, x_n$  harga rata-rata  $\bar{x}$  adalah

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

dan standar deviasi dicari dengan persamaan:

$$\Delta x = \sqrt{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2}$$

$\bar{x}$  adalah sebagai harga pendekatan dari harga  $x$  sebenarnya. Harganya akan berkisar dari harga sebenarnya dengan kemungkinan terbesar sekitar 0,63 dan tidak melebihi harga  $\Delta x$ . Dengan semakin besarnya harga  $n$ , yaitu jumlah pengulangan pengukuran, harga  $\Delta x$  akan berkurang sebanding dengan  $1/\sqrt{n}$

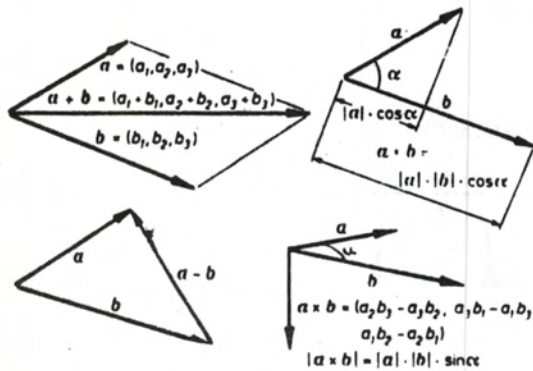
## 1.2 Kinematika

### 1.2.1 Vektor Posisi

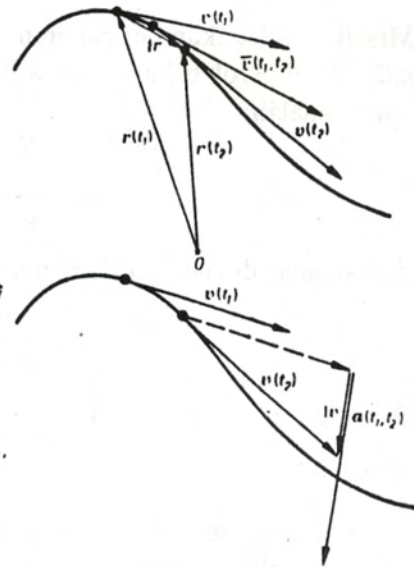
Diamati gerak sebuah titik massa dan posisinya pada saat  $t$  ditulis dalam vektor posisi  $r(t)$ . Titik bergerak dari sebuah titik acuan tetap  $O$  ke posisi  $P$ , yaitu posisi titik massa pada saat  $t$ . Jika titik massa bergerak,  $r$  akan berubah terhadap waktu, sehingga gambaran titik-titik yang dibentuk oleh titik massa mempunyai vektor posisi  $r(t)$  merupakan sebuah kurva lintasannya dalam waktu  $t$ .

Selain titik acuan  $O$  secara umum, terdapat tiga sumbu sehingga  $r$  dapat dipecah menjadi tiga komponen yang terletak pada masing-masing sumbu. Titik acuan dan sumbu membentuk *sistem pusat acuan*.





Gambar 1.2 Perhitungan aljabar vektor


 Gambar 1.3 Atas: Konstruksi vektor kecepatan dari kurva lintasan gerak  
 Bawah: Konstruksi percepatan dari perubahan kecepatan

### 1.2.2 Kecepatan

Perbedaan vektor posisi antara waktu  $t_1$  dan  $t_2$  adalah pergeseran titik massa pada saat tersebut:

$$\Delta r = r_{t_2} - r_{t_1}. \quad (1.1)$$

Pergeseran ini diukur dalam "garis singgung", tanpa memperhatikan lengkungan kurva yang terbentuk.

Pembagian selisih posisi ini terhadap selisih waktu adalah *kecepatan rata-rata* selama waktu tersebut:

$$v = \frac{r(t_2) - r(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (1.2)$$

Dalam hal ini, pengamatan dilakukan secara total, tanpa memperhatikan perubahan kecepatan selama waktu tersebut. Untuk menentukan kecepatan sesaat atau kecepatan pada saat  $t_1$ , misalnya, dibuat alasan berikut. Jika waktu  $t_2$  selalu dekat dengan  $t_1$ , kemungkinan perubahan harga kecepatan akan semakin kecil selama interval waktu ini. Harga batas dari  $v(t_1, t_2)$  untuk  $t_2 \rightarrow t_1$  adalah sebagai kecepatan sesaat.

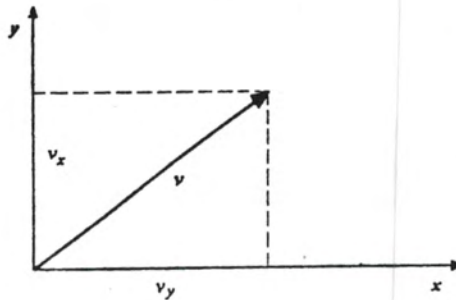
$$v(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{r(t_2) - r(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{dr}{dt} = r \quad (1.3)$$

Suatu turunan besaran terhadap waktu biasanya ditulis dalam bentuk huruf atau simbol besaran dengan dibubuhkan titik di atas huruf tersebut.

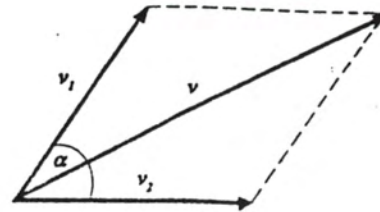
Jika ukuran panjang diambil dalam meter dan waktu dalam detik, satuan kecepatan menjadi m/det.

Kecepatan tanpa disangkal adalah besaran vektor. Secara matematis, kecepatan adalah hasil bagi vektor pergeseran dan waktu (skalar); dan berdasarkan pengertian fisis kecepatan, besaran ini mempunyai *arah* dan *besar*. Arah kecepatan sama dengan arah vektor pergeseran dalam waktu  $t_2 - t_1$ , yaitu merupakan arah tangensial pada posisi yang bersangkutan.

Umumnya kecepatan  $v(t)$  berubah dari satu titik ke titik lainnya pada kurva lintasan, atau dari satu titik waktu ke titik waktu lainnya. Jika arah  $v$  tidak berubah, tetapi besarnya mengalami perubahan, lintasan gerak ini akan berbentuk garis lurus. Gerak demikian dinamakan *gerak serba sama*; gerak ini dapat pula terjadi dalam lintasan yang membentuk kurva.



Gambar 1.4 Komponen-komponen vektor



Gambar 1.5 Penjumlahan vektor kecepatan.

### 1.2.3 Percepatan

Perubahan kecepatan  $\Delta v(t_1, t_2)$  antara dua waktu  $t_1$  dan  $t_2$  dapat dicari melalui selisih vektor  $v(t_2)$  dan  $v(t_1)$ . Pengurangan ini mempunyai arti bahwa kecepatan tidak hanya mengalami perubahan dalam besar, tetapi juga arahnya. Untuk mencari selisih vektor  $\Delta v$ , dua vektor yang akan dikurangi diletakkan saling paralel, sehingga kedua titik awal vektor-vektor tersebut saling tumpang tindih (menggeserkan secara paralel sebuah vektor, tidak mengubah besar dan arah vektor).

*Percepatan rata-rata* dalam interval waktu tertentu, misalnya dalam interval  $(t_1, t_2)$ , berlaku pula cara yang sama dengan mencari harga rata-rata kecepatan, yaitu membagi selisih kecepatan dalam masing-masing waktu dengan selisih waktu.

$$a(t_1, t_2) = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (1.4)$$

Untuk waktu sesaat ( $t_2 \rightarrow t_1$ ) akan diperoleh definisi percepatan sesaat, yaitu

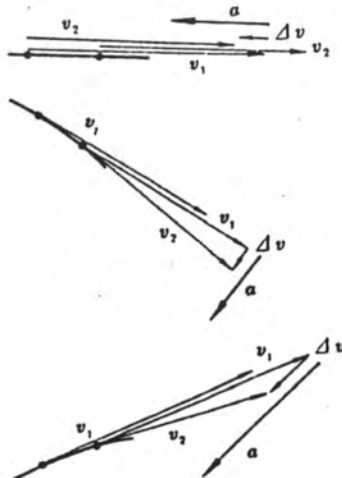
$$a(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{dv}{dt} = r \quad (15)$$

Satuan percepatan rata-rata dan juga percepatan sesaat adalah  $\text{m/det/det} = \text{m det}^{-2}$

Berdasarkan kenyataan dan definisi di atas, dapat dengan mudah diinterpretasikan, jika hanya terdapat perubahan besar kecepatan, maka percepatan  $a$  akan searah (atau berlawanan) arah dari kecepatan  $v$ , bergantung apakah percepatan tersebut seperti anggapan kita pada umumnya atau sebagai rem (disebut percepatan tangensial).

Jika hanya arah kecepatan  $v$  mengalami perubahan, vektor percepatan akan terletak pada arah tegak lurus vektor kecepatan, atau tegak lurus terhadap lintasan gerak (disebut *percepatan normal*)

Secara umum, jika besar dan arah kecepatan mengalami perubahan, berturut-turut akan menyebabkan terjadinya percepatan tangensial dan normal (normal egak lurus).



Gambar 1.6 Atas: percepatan tangensial murni. Tengah: percepatan normal murni. Bawah: kasus umum.



## 1.3 Dinamika

### 1.3.1 Kelembaman

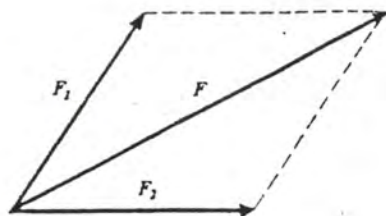
Penggunaan prosedur kinematika jalannya suatu gerak yang dilukiskan dengan fungsi vektor  $r(t)$  (posisi),  $v(t)$  (percepatan) dan  $a(t)$  (percepatan) juga digunakan, khususnya jika ingin mempelajari penyebab gerak. Dalam hal ini, harus diingat beberapa hal, yaitu kapan gerak memerlukan penyebab dan kapan tidak. Ilmu pengetahuan alam modern bermula dari Galileo Galilei (1564-1642) menyatakan bahwa suatu benda yang bergerak dengan vektor kecepatan konstan membentuk lintasan garis lurus dengan kecepatan serba sama. Gerak semacam ini tidak diperlukan penyebab, tetapi benda tersebut cenderung untuk bergerak secara terus-menerus.

Dengan perkataan lain, sebuah benda yang bergerak dengan kecepatan konstan akan membentuk lintasan garis lurus dengan kecepatan serba sama (konstan) prinsip kelembaman Galilei atau kecepatan  $v = 0$ .

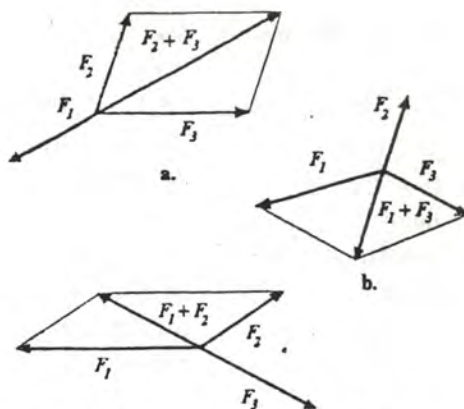
### 1.3.2 Gaya dan Massa

Agar benda tidak lagi bergerak dengan kecepatan konstan, dengan benda dipercepat, harus dikerjakan gaya padanya.

Gaya secara alamiah digambarkan sebagai vektor dan percepatan yang dialami benda mempunyai arah yang sama dengan gaya. Gaya yang sama dapat mempercepat benda yang berbeda dengan percepatan yang berbeda. Setiap benda mempunyai kemampuan untuk mempertahankan dirinya dari percepatan, yaitu dengan istilah lain melalui massa. Tetapinya, benda adalah pembawa massa  $m$



Gambar 1.7 Paralelogram gaya



Gambar 1.8 : Contoh kesetimbangan tiga gaya :

$F_1 = F_2 + F_3 = 0$  berarti :

a)  $F_1 = - (F_2 + F_3)$

b)  $F_2 = - (F_1 + F_3)$

c)  $F_3 = - (F_1 + F_2)$

Isaac Newton (1643 – 1727) merumuskan kenyataan ini melalui persamaan gerak (prinsip aksi) sebagai berikut.

1. Sebagai persamaan definisi atau persamaan penentu  $m$ . Jika benda dipengaruhi gaya  $F$  dan bergerak dengan percepatan  $r$ , berapa besar massa  $m$ ?
2. Sebagai persamaan definisi atau persamaan penentu  $F$ . Jika sebuah benda bermassa  $m$  bergerak dengan percepatan  $r$ , berapa besar gaya yang bekerja pada benda tersebut? (metode kinematik)
3. Sebagai persamaan penentu  $\ddot{r}$ . Bagaimana gerak berlangsung jika sebuah benda bermassa  $m$  dipengaruhi gaya  $F$ ? (metode dinamika)

Pertanyaan pertama secara prinsip mempunyai arti penting, yaitu sebagai satu-satunya definisi yang menggambarkan *pembawa massa*. Dalam mempelajari gerak khusus, dapat dipakai metode kedua atau metode ketiga.

### 1.3.3 Satuan Massa

Persamaan gerak Newton tidak mengandung konstanta pembanding. Hal ini menguntungkan untuk menentukan satuan. Satuan gaya dipilih sedemikian rupa yang dapat dinyatakan sebagai hasil kali dari satuan massa dan percepatan. Pada zaman dahulu, satuan massa ditentukan berdasarkan ukuran panjang 1 kg adalah massa 1 dm<sup>3</sup> air pada 4°C dan tekanan 1 atm. Sebagai satuan massa pada saat sekarang ini dipakai ukuran normal, yaitu *kilogram arsip*. Dalam sistem SI dan CGS satuan gaya adalah

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{det}^{-2}$$

$$1 \text{ dyne} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{det}^{-2} \text{ maka}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne}$$

Untuk benda homogen, massanya sebanding dengan volume benda

$$m = \rho \cdot V.$$

Besaran  $\rho$  adalah

$$\rho = \frac{m}{V}$$

disebut sebagai kerapatan atau massa spesifik dan ditulis dalam satuan kg m<sup>-3</sup> atau g cm<sup>-3</sup>. Air pada 4°C dan tekanan 1 atm mempunyai kerapatan sebesar 1000 kg m<sup>-3</sup> atau 1 g cm<sup>-3</sup>.

### 1.3.4 Aksioma Newton

Newton membangun seluruh persoalan mekanika dalam tiga hukum, yang salah satu dari ketiganya telah dibahas di atas.

1. *Prinsip Kelembaman*. Sebuah benda yang bebas gaya bergerak lurus beraturan.

2. *Prinsip Aksi.* Jika sebuah gaya  $F$  bekerja pada benda bermassa  $m$ , gaya mempercepat benda sebesar

$$a = \ddot{r} = \frac{F}{m} \quad (1.6)$$

(Prinsip kelembaman adalah bentuk khusus prinsip aksi, yaitu jika 0).

3. *Prinsip Reaksi.* Jika gaya  $F$  yang bekerja pada sebuah benda berasal dari benda lain, benda akan mengerjakan gaya yang sama dan berlawanan arah dengan gaya ini,  $-F$

Sebenarnya rumusan Newton tentang prinsip aksi agak berbeda. Jika sebuah gaya  $F$  bekerja pada sebuah benda, terdapat perubahan momentum benda  $mu$  sehingga.

$$\frac{d(mu)}{dt} = F. \quad (1.7)$$

Versi rumusan persamaan [1.7] jika dibandingkan dengan pernyataan (2). berlaku juga jika terjadi perubahan massa. Dalam rumusan Newton (persamaan [1.7]) jelas bahwa seolah-olah Newton telah mengetahui teori relativitas, yang menjelaskan bahwa massa dapat berubah bergantung pada kecepatan. Fisika modern menggunakan persamaan [1.7]. Hal itu dicoba melalui berbagai cara untuk menghindari istilah gaya ke luar dari fisika dan menggantikannya dengan istilah lain, yaitu perubahan momentum. Karena rumusan pada persamaan [1.6] lebih mudah dimengerti, persamaan ini lebih sering digunakan dibanding dengan persamaan [1.7].



## 1.4 Gerak Sederhana

### 1.4.1 Gerak Dipercepat Beraturan

Sebuah gaya konstan (arah dan besar gaya tidak berubah), berdasarkan persamaan gerak Newton, akan menimbulkan percepatan konstan  $a = F/m$ . Misalkan percepatan  $a$  paralel terhadap kecepatan  $v$  dalam waktu tertentu, percepatan akan tetap berada pada arah tersebut. Dengan kata lain, lintasan gerak berbentuk garis lurus dan dalam kasus ini tidak dapat dilihat karakter vektor  $a$ ,  $v$  ataupun  $r$ . Posisi benda dapat dinyatakan dalam jarak skala  $x$  terhadap pemilihan titik nol (titik acuan) sebarang yang terletak pada garis lintasan ini (garis lurus).

Percepatan yang ditulis dengan huruf  $a$  menyatakan besarnya percepatan dan berarti pula bahwa besarnya kecepatan  $v$  bertambah secara linier terhadap waktu. Jika pada saat  $t = 0$  telah terdapat kecepatan sebesar  $v_0$ , kecepatan pada saat  $t$  adalah

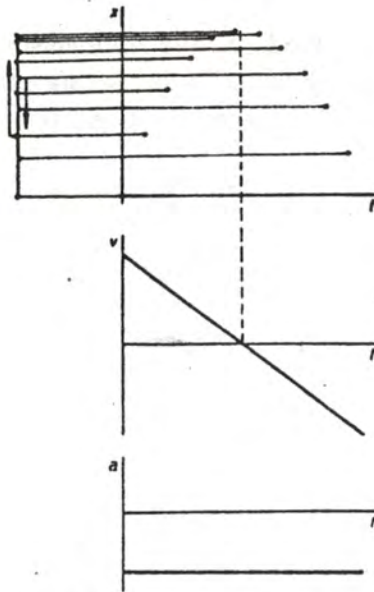
$$v(t)_p = v_0 + a \cdot t. \quad (1.8)$$

Jarak  $x$  terhadap titik nol pada saat  $t$  dapat diperoleh (misalkan tanpa pengetahuan tentang integrasi) dengan cara sebagai berikut. Pada saat  $t = 0$  benda berada pada  $x = x_0$  dan bergerak dengan kecepatan  $v_0$ . Pada saat  $t$  benda akan bergerak dengan kecepatan  $v(t)$ . Waktu antara  $t=0$  dan  $t$  benda akan mempunyai kecepatan rata-rata sebesar:

$$\overline{v(t)}_p = 1/2 (v_0 + v(t)) = v_0 + 1/2 a \cdot t. \quad (1.9)$$

Perhatikan: Perata-rataan di atas hanya mungkin dilakukan karena  $v$  bertambah secara linier dalam interval waktu  $t = 0$  dan  $t$ . Dengan kecepatan  $v$  maka pada saat  $t$  benda akan menempuh jarak sebesar

$$\Delta x = v(t) = v_0 \cdot t + 1/2 a \cdot t^2. \quad (1.10)$$



Gambar 1.9 Diagram  $x(t)$ ,  $v(t)$  dan  $a(t)$  untuk gerak berubah beraturan.

Dengan demikian, koordinat titik massa tersebut pada saat  $t$  akan terletak pada jarak

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (1.11)$$

Melalui integrasi persamaan [1.8] dan [1.11] dapat dicari persamaan gerak persamaan [1.6], yaitu dengan syarat awal  $v(0) = v_0$  dan  $x(0) = x_0$

Untuk kasus khusus, jika  $x_0 = 0$  dan  $v_0 = 0$ , persamaan [1.8] dan [1.11] dapat ditulis dalam bentuk sederhana sebagai berikut.

$$v = a \cdot t, \quad x = \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (1.12)$$

Kedua persamaan di atas,  $x$ ,  $v$ ,  $a$ , dan  $t$  dapat dinyatakan dalam

dua persamaan yang berbeda. Setiap kombinasi besaran memberikan kunci penyelesaian yang menarik dan secara praktis langsung dapat digunakan, khususnya kecepatan  $v$  sebagai fungsi jarak  $x$

$$v = \sqrt{2 a x} \quad (1.13)$$

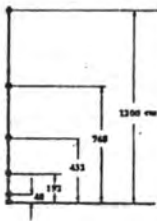
Untuk kasus percepatan  $\ddot{r}$  yang membentuk sudut pada saat tertentu terhadap kecepatan  $r$ , dapat dicari dengan menggunakan perhitungan vektor, tanpa menemukan kesulitan. Persamaan [1.8] dan [1.11] dalam notasi vektor adalah

$$\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{r}, \mathbf{v} \text{ \& } \mathbf{a}$$

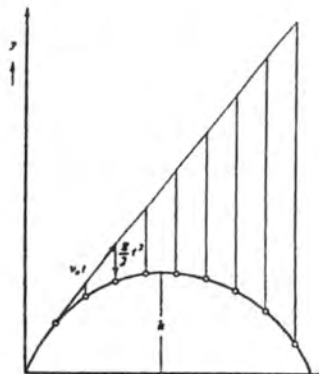
$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot t \quad (1.14)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 \cdot t + 1/2 \mathbf{a} \cdot t^2 \quad (1.15)$$

Semua persoalan dapat diselesaikan dengan penambahan vektor. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa setiap gerak dapat diuraikan menjadi komponen-komponen yang tidak saling bergantung satu dengan lainnya. Misalnya, persamaan [1.15] dapat diartikan sebuah benda mempunyai jarak pada saat awal, tanpa mengalami gaya sebesar  $\mathbf{v}_0 \cdot t$  dan tidak bergantung pada jarak gerak dipercepat beraturan  $1/2 \mathbf{a} \cdot t^2$ .



Gambar 1.10 Lintasan jatuh bebas



Gambar 1.11 Gerak benda dilemparkan, terdiri dari gerak benda dipercepat beraturan dan gerak jatuh bebas

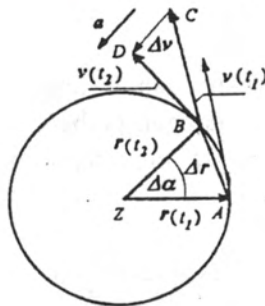
### 1.4.2 Gerak Melingkar Beraturan

Sebuah benda bergerak pada lintasan berbentuk lingkaran dengan jari-jari  $r$  dan kecepatan  $v$  konstan. Pusat lingkaran terletak di titik  $Z$ . Dalam gerak ini, setiap saat kecepatan benda akan berubah. Harga kecepatan  $v$  disebut pula *kecepatan linier* yang berubah setiap saat dan akan memberikan panjang tali busur lingkaran. Besaran penting yang harus diketahui adalah *kecepatan sudut*  $\omega$ . Besaran ini memberikan pengertian tentang sudut yang dibentuk oleh benda pada waktu tertentu terhadap titik pusat lingkaran, dibagi dengan waktu tersebut. Sudut diberikan dalam ukuran tali busur. Dari hubungan ini diperoleh

$$v = \omega \cdot r. \quad (1.16)$$

Waktu yang dibutuhkan benda untuk membentuk sudut sebesar  $2\pi$  adalah  $T$ , bergantung pada  $\omega$  dan ditulis

$$T = \frac{2 \pi r}{v} = \frac{2 \pi}{\omega} \quad (1.17)$$



Gambar 1.12 Kenematika gerak melingkar beraturan

Sebuah benda tegar, misalnya sebuah roda, pada setiap titik di lingkaran roda mempunyai kecepatan yang sama, kecepatan linier, karena persamaan [1.16] mempunyai arah keluar. Pada jari roda atau jeruji roda kecepatan linier karena sisi roda yang menahan roda adalah sama (apabila tidak demikian, roda akan jatuh ke sisi lain). Prinsip ini biasanya dipakai dalam teknik kendaraan.



Berikut ini akan dicari percepatan dalam gerak melingkar beraturan. Dalam suatu gerak, akan terdapat percepatan jika terjadi perubahan arah (apabila besar kecepatan tidak berubah) kecepatan. Percepatan, berdasarkan kinematika, didefinisikan sebagai selisih kecepatan antara dua titik berdekatan  $A$  ke  $B$  dari benda yang bergerak dibagi dengan waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak dari titik  $A$  dan  $B$ , misalkan dalam hal ini  $t_1$  dan  $t_2$  (lihat Gambar 1.12). Bagian lingkaran  $ZAB$  dapat didekatkan sebagai segitiga jika jarak  $AB$  kecil. Segitiga ini mirip segitiga  $BCD$  yang dibentuk oleh dua vektor kecepatan  $v(t_1)$  dan  $v(t_2)$  (keduanya digambarkan terletak pada  $B$ ) dan perbedaan kecepatan  $\Delta v$ . Kedua segitiga mempunyai kemiringan yang sama ( $ZAB$  karena mengandung dua lintasan lingkaran dan  $BCD$  karena harga kecepatan konstan). Keduanya mempunyai besar sudut puncak yang sama (karena setiap  $v$  sebagai tangen dari jari-jari yang bersangkutan dan terletak tegak lurus terhadap  $v$ ). Berikut adalah perbandingan sisi yang sama dari segitiga.

$$\frac{AB}{r} = \frac{\Delta s}{r} = \frac{|\Delta v|}{|v|} = \frac{|\Delta v|}{v} \quad (1.18)$$

$\Delta s$  adalah panjang tali busur dan terletak pada sisi segitiga. Perbandingan persamaan di atas dengan perbedaan waktu  $t_2 - t_1 = \Delta t$  yang dimaksud untuk titik massa menempuh jalan  $AB$  sehingga perbedaan kecepatan  $\Delta v$  adalah

$$\left( \frac{\frac{\Delta s}{\Delta t}}{r} \right) = \frac{v}{r} = \frac{|\Delta v|/\Delta t}{r} = \frac{a}{v} \quad (1.19)$$

atau

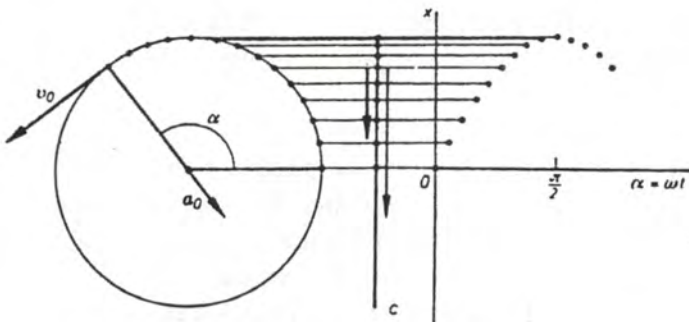
$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r, \quad (1.20)$$

jika  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  diganti dengan kecepatan dan  $\frac{|\Delta v|}{\Delta t}$  merupakan percepatan  $a$ .

Besarnya percepatan ini konstan. Arahnya selalu ke arah pusat lingkaran (lihat Gambar 1.12) ( $\Delta v$  dan  $a$  dilukiskan pada posisi benda di titik A dan B). Percepatan ini disebut juga sebagai *percepatan sentripetal*. Dinamika gerak ini dapat diamati ssebagai berikut. Jika sebuah benda bermassa  $m$  bergerak melingkar beraturan, maka pada benda bekerja gaya sebesar

$$F = \frac{m v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad (1.21)$$

dan selalu mempunyai arah ke pusat lingkaran ( *gaya sentral*) atau *gaya sentripetal*.



Gambar 1.13. Getaran harmonik dilihat dari satu sisi gerak melingkar beraturan

Dalam kenyataan, secara fisis terdapat sebuah benda Q yang bekerja pada gaya sentripetal dan memaksa benda lain P untuk keluar dari lintasan berbentuk lingkaran. Berdasarkan prinsip reaksi, kerja gaya yang berlawanan P pada Q yang besarnya seperti yang dinyatakan oleh persamaan [1.21], tetapi mempunyai arah yang berlawanan disebut *gaya sentrifugal*. Pengertian lain gaya sentrifugal ini akan dibahas pada pembahasan beberapa sistem acuan (1.8.4 ).

### 1.4.3 Getaran Harmonik

Jika gerak melingkar beraturan diamati hanya pada satu sisi lingkaran dan diproyeksikan pada suatu garis lurus  $c$  yang terletak pada bidang lingkaran, akan diperoleh suatu *getaran harmonik*. Dengan demikian, secara kinematik, gerak seperti ini dapat diamati dengan sempurna dan semua kenyataan yang ada pada gerak ini tidak diperhitungkan. Secara sederhana, semua komponen gerak melingkar beraturan dengan kecepatan linier  $v_0$ , seperti percepatan, kecepatan dan lintasan yang diproyeksikan pada  $c$ , turut diperhitungkan.

Jari-jari  $r$  lingkaran, dalam hal ini, berperan sebagai simpangan maksimum atau *amplitudo*. Harga kecepatan  $v$  berubah terhadap waktu, karena kecepatan linier  $v_0$  yang diproyeksikan pada  $c$  mempunyai arah dan besar yang berbeda. Hanya, apabila benda berada di puncak lingkaran, harga  $v$  akan sama dengan  $v_0$ . Pada simpangan maksimum harga  $v = 0$ . Percepatan yang ditunjukkan pada arah radial sebaliknya berbentuk garis lurus  $a_0 = \pm v_0^2/r$  dan diproyeksikan pada  $c$  jika benda mempunyai simpangan maksimum. Harga percepatan di puncak lingkaran  $a = 0$ .

Secara umum ketiga besaran, simpangan  $x$  di puncak lingkaran, kecepatan  $v$ , dan percepatan  $a$  dapat dinyatakan dengan  $\alpha$  yang ekuivalen dengan gerak melingkar beraturan (formulasi, lihat Gambar 1.13). Kasus getaran  $\alpha$  disebut *fase*. Jika waktu  $t$  dihitung dari puncak lingkaran ke atas, maka berdasarkan definisi, kecepatan sudut didapat

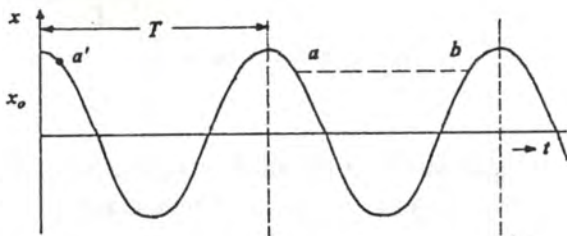
$$a = \omega \cdot t \quad (1.22)$$

dari Gambar 1.13 segera dapat terbaca

$$x = r \sin \omega t \quad (1.23)$$

$$v = u_2 \cos \omega t \quad (1.24)$$

$$a, = -a_0 \sin \omega t \quad (1.25)$$



Gambar 1.14 Definisi fase suatu getaran  $a'$  dan  $a$  adalah fase yang dimaksud

Dengan membandingkan persamaan [1.21] dan [1.25] dapat ditunjukkan bahwa dalam setiap saat percepatan  $a$  sebanding dengan simpangan  $x$  dan berlawanan arah

$$a = - \frac{a_0}{r} \cdot x = - \omega^2 \cdot x \quad (1.26)$$

(lihat persamaan [1.20]). Jika sebuah benda bermassa  $m$  mengalami gerak demikian, benda harus mempunyai gaya sebesar:

$$F = m \cdot a = - m \cdot a_0 / r \cdot x \quad (1.27)$$

yang sebanding dengan simpangan  $x$  terhadap posisi setimbang dan mempunyai arah berlawanan. Gaya yang sebanding dengan jarak (dalam hal ini simpangan) disebut *gaya elastik*. Jika, sebaliknya, diketahui bahwa pada sebuah benda bekerja gaya yang menyebabkan benda mengalami simpangan dari posisi setimbangnya dan sebanding dengan simpangannya

$$F = - D \cdot x \quad (1.28)$$

dapat dibuktikan bahwa titik massa mengalami getaran harmonik. Konstanta kesebandingan  $D$  disebut *konstanta pegas* atau gaya langsung.  $D$  bukan gaya, melainkan gaya persatuan jarak. Jika persamaan [1.27] dibandingkan dengan [1.28], akan diperoleh rumusan dinamik dari besaran kinematika

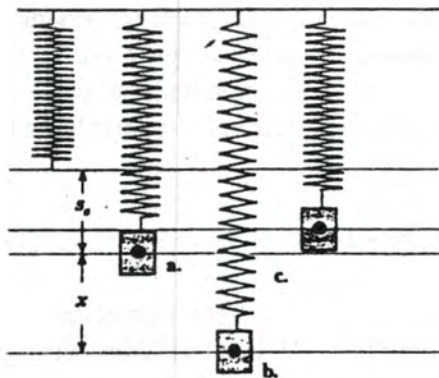


$$D = -m \omega^2 \quad \text{atau} \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (1.29)$$

Semakin tumpul kurva gaya, akan terjadi getaran yang semakin cepat. Semakin besar massa benda yang mengalami getaran, semakin lambat getarannya.

Getaran harmonik tentunya periodik, disebut pula gerak melingkar beraturan. Dalam kasus getaran, periode  $T$  adalah waktu antara dua kejadian melalui titik yang sama, yaitu waktu yang dibutuhkan benda dari posisi setimbang, benda mencapai simpangan maksimum, kembali ke titik setimbang (berlawanan arah), kemudian ke simpangan maksimum (negatif) dan kembali ke titik setimbang lagi (arah sama dengan mula-mula). Analog dengan gerak melingkar beraturan (lihat persamaan [1.17]), periode ditulis

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{m}}. \quad (1.30)$$



Gambar 1.15 : a-c Bandul elastik

Harga kebalikan  $T$  disebut *frekuensi getaran*

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (1.31)$$

Seperti pada gerak melingkar, apa yang disebut kecepatan sudut, pada getaran disebut *frekuensi lingkaran*:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (1.32)$$

Getaran harmonik selalu muncul juga di luar mekanika. Hal itu tidak mengherankan. Setiap deviasi dari keadaan kesetimbangan akan timbul selama deviasi tersebut kecil, atau pengaruh sebaliknya, yaitu sebanding dengan deviasi tersebut. Khususnya, setiap perubahan bentuk (deformasi) mekanik sebuah benda terdapat gaya yang berlawanan arah, sebanding dengan besaran deformasi yang muncul (hukum Hooke, lihat 3.4.1), yang apabila tidak terdapat gesekan akan terjadi getaran harmonik.

## 1.5 Kerja, Energi, Momentum, dan Daya

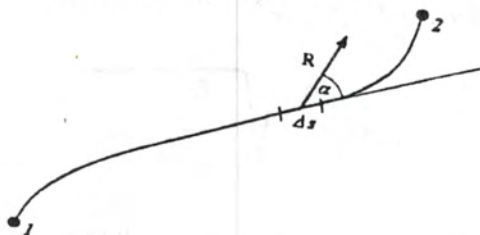
### 1.5.1 Kerja

Pengertian kerja fisis dikembangkan dari adanya peristiwa transfer gaya melalui pengungkit, tali, dan katrol. Diketahui bahwa kerja dapat dihasilkan dengan gaya minimal. Hal itu berarti bahwa kerja optimal dapat diperoleh dengan suatu faktor tertentu sehingga gaya yang digunakan adalah minimal dan dengan gaya beban juga dapat digerakkan. Hal tersebut dilakukan dengan cara menggeser titik tangkap gaya pada beban dengan faktor yang sama dengan lintasan terbesarnya dibanding dengan lintasan beban sendiri. Sebaliknya, lintasan terbesar dapat diperoleh dengan menggunakan gaya sebesar mungkin. Dalam setiap peristiwa dapat diperoleh suatu harga yang

tetap sebagai hasil kali dari gaya lintasan (aturan emas mekanika), yaitu jika gaya gesek diabaikan.

Adalah penting untuk memberikan nama besaran ini, melalui definisian berikut ini.

Jika suatu gaya  $F$  bekerja pada suatu titik massa, massa tersebut berpindah sejauh  $s$  pada arah yang sama dengan gaya. Itu dikatakan bahwa gaya melakukan kerja pada massa.



Gambar 1.16 Perhitungan kerja pada pergeseran posisi dari 1 ke 2

$$W = F \cdot s \quad (1.33)$$

Definisi itu dapat diperumum dalam dua pengertian.

1) Karakter vektor dari gaya dan pergeseran lintasan diamati. Misalkan, arah  $F$  dan  $s$  tidak sama maka kerja yang dihasilkan adalah hasil kali komponen  $s$  yang searah  $F$ . Dengan kata lain, suatu gaya tidak akan menghasilkan kerja jika titik massa bergerak tegak lurus terhadap gaya (lintasan titik massa tegak lurus gaya). Kenyataan ini dapat ditulis dalam perkalian skalar antara  $F$  dan  $s$  sebagai berikut.

$$W = F \cdot s = F \cdot s \cos (F, s). \quad (1.34)$$

2) Jika terdapat gaya yang berubah sepanjang lintasan atau membelok, definisi pada persamaan [1.33] tidak dapat digunakan. Akan tetapi, diharapkan dapat diperoleh hasil yang lebih baik, yaitu jika lintasan dibagi dalam beberapa bagian, bagian lintasan tersebut perubahan gaya dapat dipandang berpengaruh. Pada setiap elemen lintasan demikian,  $\Delta s$ , terdapat elemen kerja sebesar



$$W \approx F \cdot \Delta s$$

Kerja untuk semua lintasan (lintasan total) adalah penambahan aljabar biasa dari elemen kerja pada tiap-tiap elemen lintasan

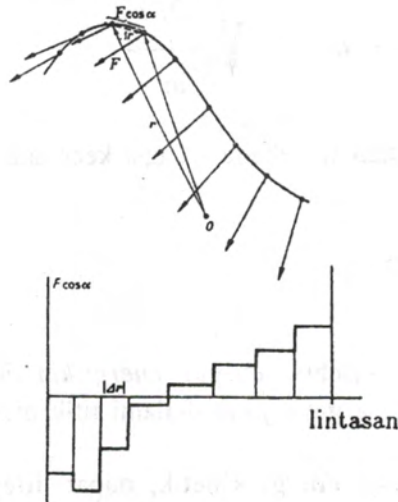
$$W \approx \sum F \cdot \Delta s$$

Perhitungan kerja dengan cara seperti itu pada umumnya akan menghasilkan harga yang semakin tepat jika pembagian lintasan semakin kecil. Hampir setiap situasi penting dalam fenomena fisika selalu terdapat harga batas (limit) untuk setiap pembagian yang tak terhingga kecil dan secara matematis berhubungan dengan definisi integral garis Riemann, sebagai berikut yaitu

$$W = \int F \cdot ds \quad (1.35)$$

Suatu gerak pada lintasan garis lurus dengan gaya yang berubah terhadap lintasan  $F(x)$  misalkan  $A$  adalah luas kurva  $F(x)$  (lihat Gambar 1.17). Untuk lintasan gerak berbentuk lengkungan, kurva panjang lintasan yang diambil sebagai absis dan ordinat adalah komponen gaya pada arah kurva. Dengan demikian, diperoleh kurva gaya versus lintasan, seperti terlihat pada gambar [1.17].

Satuan kerja dapat didefinisikan sebagai berikut.



Gambar 1.17 Kerja sebagai integral garis dari gaya



dalam sistem MKS

$$1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ det}^{-2} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J}$$

dalam sistem CGS

$$1 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 \text{ det}^{-2} = 1 \text{ dyn} \cdot \text{cm} = 1 \text{ erg}$$

maka didapat

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$$

### 1.5.2 Energi Kinetik

Dalam definisi di atas telah diketahui penyebab kerja pada titik massa. Secara implisit, masih terdapat sesuatu yang tersembunyi di dalamnya. Jika sebuah titik massa digerakkan melalui gaya, sudah seharusnya terdapat kerja dalam bentuk gerak. Selanjutnya, misalkan terdapat percepatan pada sebuah titik massa berpindah tempat dari posisi diamnya sejauh  $s$ . Percepatan ini timbul akibat adanya gaya konstan  $F$ . Setelah benda kecepatan sebesar (lihat persamaan [1.13]):

$$v = \sqrt{2a} \cdot s = \sqrt{\frac{2Fs}{m}} = \sqrt{2 W m}$$

Dengan menyatakan  $W$  sebagai fungsi kecepatan  $v$

$$W = \frac{m}{2} v^2 \quad (1.36)$$

Persamaan [1.36] disebut sebagai *energi kinetik*, yang mengandung percepatan, karena gaya yang dialami titik massa.

Dengan pernyataan energi kinetik, dapat dilepaskan batasan-batasan yang menyangkut berbagai bentuk percepatan. Dengan kata

lain, jika pengertian kerja benar-benar mengandung sesuatu, kerja sepantasnya tidak bergantung pada kondisi bagaimana  $W$  didapat, apakah gerak dipercepat atau diperlambat, atau tanpa kepastian dalam aturan emas. Dengan pertolongan perhitungan vektorial, setiap peristiwa percepatan tentu berlaku prinsip aksi, yaitu bahwa  $\mathbf{F} = m\dot{\mathbf{r}}$ . Kedua ruas (kiri dan kanan) persamaan ini dapat dikalikan dengan  $\mathbf{r}$

$$\mathbf{F} \cdot \dot{\mathbf{r}} = m\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} \quad (1.37)$$

Pada ruas kiri persamaan [1.37] mengandung pengertian sebagai kerja yang terdapat pada titik massa setiap saat. Pernyataan pada ruas kanan berdasarkan aturan diferensial sama dengan turunan terhadap waktu dari  $1/2 mr^2$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m\dot{\mathbf{r}}^2 \right) = \frac{1}{2} m (\dot{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{r}} + \ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}) = m\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} \quad (1.38)$$

Dengan demikian diperoleh, untuk interval waktu tertentu, kerja yang dilakukan selalu mengandung pertambahan dari  $1/2 mr^2$ , yaitu energi kinetik.

Sekarang perlu dibuktikan bahwa energi kinetik titik massa  $P$  mengandung kerja sehingga dapat diberikan sebuah titik massa lain  $Q$ . Untuk membahas hal itu masih diperlukan dua pengertian lain, yaitu momentum dan energi *potensial*

### 1.5.3 Momentum

Perhatikan dua titik massa  $P$  dan  $Q$ .  $Q$  mengerjakan gaya  $\mathbf{F}$  pada  $Q$ ;  $P$  mengalami percepatan  $\ddot{\mathbf{r}}_P = \mathbf{F}/m_P$ . Berdasarkan prinsip reaksi,  $Q$  akan mengalami gaya yang sama sebesar  $-\mathbf{F}$  dan dipercepat dengan

$$\mathbf{F}_Q = -\frac{\mathbf{F}}{m_Q} \text{ . Maka}$$

$$m_P \ddot{r}_P + m_Q \ddot{r}_Q = F - F = 0 \quad (1.39)$$

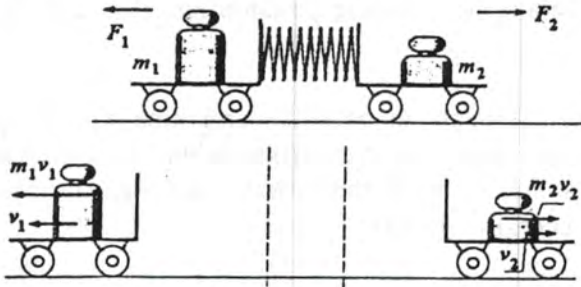
Karena persamaan diatas sama dengan nol, penambahan besaran  $m_P \ddot{r}_P + m_Q \ddot{r}_Q$  merupakan turunan terhadap waktu dari

$$\dot{p} = m_P \dot{r}_P + m_Q \dot{r}_Q = p_P - p_Q \quad (1.40)$$

Besaran pada persamaan [1.40] mempunyai harga tetap untuk setiap interaksi  $P$  dan  $Q$ . Besaran itu selanjutnya dapat dikembangkan untuk sejumlah titik massa yang mengalami interaksi satu dengan yang lain, yaitu jika pada setiap titik massa tersebut tidak dikerjakan gaya yang berasal dari luar sistem titik massa. Dengan kata lain, jika sistem titik massa merupakan *sistem tertutup*, *momentum total* adalah

$$p = \sum_i m_i \dot{r}_i \quad (1.41)$$

yaitu sama dengan momentum total sistem titik massa  $m_1, m_2, \dots$  yang tidak berubah terhadap waktu (*hukum kekekalan momentum*)



Gambar 1. 18 Pembuktian hukum kekekalan momentum

Momentum total sistem dapat terdistribusi dari momentum tiap-tiap titik massa

$$p = m_i r_i \quad (1.42)$$

yang merupakan representasi dari adanya gaya-gaya antartitik-titik massa yang terdapat di dalam sistem.

Hal penting dari hukum kekekalan momentum adalah berhubungan dengan *titik berat* sistem yang terdiri atas dua atau lebih titik-titik massa. Misalkan, titik berat sistem mempunyai koordinat  $r_s$  dan melalui kondisi

$$(m_p + m_Q) r_s = m_p r_p + m_Q r_Q \quad (1.43)$$

Turunan dua kali terhadap waktu persamaan [1.43] diperoleh hubungan sebagai berikut

$$(m_p + m_Q) \ddot{r}_s = m_p \ddot{r}_p + m_Q \ddot{r}_Q = \dot{p} \quad (1.44)$$

Ruas kanan persamaan [1.44] adalah perubahan momentum total yang berharga nol. Ruas kiri masih mengandung percepatan titik-titik massa yang juga berharga nol. Titik berat suatu sistem tertutup bergerak dengan konstan. lintasanya berbentuk garis lurus dan tidak bergantung pada macam gerak dan interaksi bagian-bagian yang terdapat di dalam sistem (*hukum titik berat*)

Dalam suatu kerangka acuan yang berpusat di titik berat (*titik berat/sistem*), momentum total semua titik massa sistem adalah sama dengan nol.

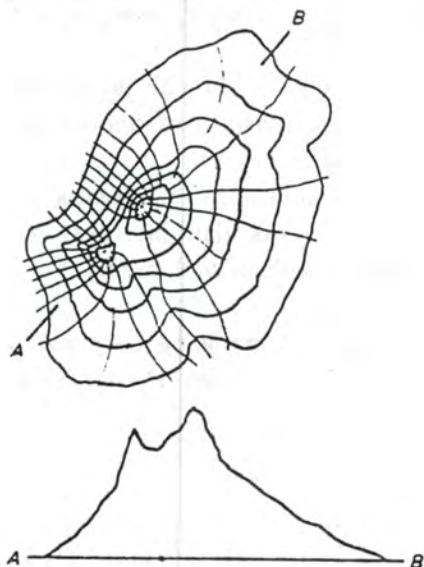
### 1.5.4 Medan Gaya

Jika gaya pada sebuah titik massa hanya bergantung pada jarak  $r$ , yaitu jarak tempat titik massa berada (dan jika dengan berjalannya waktu gaya tidak bergantung pada kecepatan  $r$ ) atau jika  $F = F(r)$  dikatakan bahwa dalam suatu daerah di dalam ruang terdapat gaya  $F(r)$ . Jika titik massa mengalami pergeseran jarak dari  $r_1$  ke  $r_2$ , kerja yang dibutuhkan sebesar (lihat persamaan [1.35])

$$W(r_1, r_2) = \int_{r_1}^{r_2} F(r) \cdot dr$$



Kerja ini umumnya tidak hanya bergantung pada posisi awal dan akhir benda, tetapi juga bergantung pada jalan (lintasan) yang dilalui benda. Adanya komplikasi seperti itu tidak selalu muncul, misalnya pada fenomena medan-medan penting, seperti medan gravitasi dan medan elektrostatis tidak terdapat komplikasi. Jika kerja akibat medan tidak mengandung komplikasi seperti di atas, medan itu disebut *medan potensial* atau *medan konservatif*. Hanya untuk fenomena medan konservatif berlaku hukum kekekalan energi. Kebalikan dari medan konservatif adalah *medan disipatif*.



Gambar 1. 19. Medan gaya dengan garis-garis ketinggian. Bawah: potongan gunung potensial

### 1.1.5 Energi Potensial

Jika sebuah benda bermassa  $m$  diangkat hingga mencapai ketinggian  $h$ , kerja yang dilakukan untuk melawan gaya berat  $mg$  adalah

$$W = mg \cdot h$$

Kerja tersebut juga mengandung energi di dalam benda, misalnya

energi setiap saat dapat diubah menjadi energi kinetik, yaitu jika benda dijatuhkan ke bawah. Energi  $mgh$  ini selanjutnya disebut *energi potensial* benda dan dihitung terhadap titik permulaan  $h$  (titik permulaan tempat  $h$  diukur).

Pernyataan umum energi potensial dapat diperoleh dengan cara, jika dilakukan kerja  $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , tetapi posisi awal  $\mathbf{r}_1$  selalu tetap dan hanya posisi akhir  $\mathbf{r}_2$  bervariasi,  $W$  haruslah hanya sebagai fungsi dari  $\mathbf{r}_2$  semata. Kerja itu disebut energi potensial  $W(\mathbf{r}_2)$  yang dihitung terhadap posisi awal  $\mathbf{r}_1$ . Titik awal sebagai acuan perhitungan energi potensial dapat dipilih secara beragam, sesuai dengan banyaknya titik awal. Dua perhitungan untuk titik awal  $\mathbf{r}_1$  dan  $\mathbf{r}_2$  berbeda hanya pada besaran penjumlahan, yaitu kerja  $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$

$$\begin{aligned} E_{\text{pot } \mathbf{r}'1} &= W(\mathbf{r}'1, \mathbf{r}) \\ &= W(\mathbf{r}'1, \mathbf{r}1) + W(\mathbf{r}1, \mathbf{r}) \\ &= E_{\text{pot } \mathbf{r}1}(\mathbf{r}) + W(\mathbf{r}'1, \mathbf{r}1). \end{aligned} \quad (1.45)$$

Digunakan pula perhitungan dengan menganggap konstanta penambah sebarang dan tidak berhubungan dengan titik awal dan hanya ditentukan secara matematik semata. Hal tersebut dapat dilakukan, karena secara fisis potensial energi hanya bergantung pada perbedaan jarak antara dua posisi akhir yang menjadi pusat perhatian. Dalam perhitungan perbedaan jarak, konstanta penambah dapat dihilangkan.

Energi potensial mempunyai keuntungan formal karena medan potensial mempunyai kelakuan sama seperti halnya gaya  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ . Dengan demikian karena potensial adalah skalar, perhitungan menjadi lebih sederhana daripada harus melakukan perhitungan dengan vektor  $\mathbf{F}$ . Gaya, dalam hal ini, dapat ditulis dalam bentuk potensial skalar  $E_{\text{pot } \mathbf{r}}$  sebagai berikut.

$$\mathbf{F} = - \nabla E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) \quad (1.46)$$

Operasi gradien ( $\nabla$ ) adalah kebalikan dari integral garis, seperti perlakuan pada persamaan [1.35] terhadap  $W$  atau  $E_{\text{pot}}$  dari  $F(r)$ .

Persamaan [1.46] dapat diinterpretasikan sebagai berikut. Adanya gaya menunjukkan penurunan energi potensial di setiap tempat (karenanya ditulis dengan tanda minus) Gaya adalah sama dengan penurunan kurva energi potensial  $E_{\text{pot}}$  pada garis yang bersangkutan (garis tempat terdapat gaya).

Di tempat lainnya,  $E_{\text{pot}}$  menurun secara perlahan, bergantung pada komponen gaya yang berada pada arah yang bersangkutan. Harga potensial akan nol jika terdapat gaya yang tidak terhingga jumlahnya dan tegak lurus terhadap garis medan yang bersangkutan, karena  $E_{\text{pot}}$  pada semua arah tersebut tidak mengalami perubahan. Hal di atas berlaku jika terdapat pergeseran sangat kecil. Umumnya, baik garis-garis medan maupun konstanta luas  $E_{\text{pot}}$  disebut pula *luas ketinggian* berbentuk lengkungan (kurvatur). Garis medan memotong tegak lurus luas ketinggian atau sebagai proyeksi lintasan (trayektori).

Gambaran grafis medan potensial dapat dibuat melalui gambaran banyak luas ketinggian, sesuai dengan  $E_{\text{pot}}$  yang terdapat pada setiap titik yang bersangkutan. Di samping itu, dapat dilakukan dengan menggambarkan garis medan yang cukup banyak, yaitu apabila, melalui garis medan, dapat diketahui besarnya gaya.

#### 1.5.6 Hukum Kekekalan Energi

Dengan pertolongan pengertian energi potensial, persamaan [1.37] yang menyatakan percepatan sebuah titik massa di dalam medan konservatif dapat ditulis kembali sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 F \cdot r &= - \nabla E_{\text{pot}} \cdot r \\
 &= - \frac{dE_{\text{pot}}}{dt} = m \ddot{r} \cdot \dot{r} = \frac{dE_{\text{kin}}}{dt} \\
 \text{atau} \quad \frac{d}{dt} (E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}) &= 0 \quad (1.47)
 \end{aligned}$$



Penjumlahan energi kinetik dan potensial disebut *energi mekanik*, yaitu konstan di dalam medan gaya konservatif (*hukum kekekalan energi*).

Persoalan yang diamati dibatasi hanya untuk medan gaya konservatif. Hal tersebut tidak diperlukan untuk hukum kekekalan momentum, tetapi berlaku untuk gaya disipatif. Untuk hukum kekekalan energi, pernyataan itu tidak berlaku jika terdapat panas dari energi total sistem yang disebabkan oleh gaya disipatif. Fenomena timbulnya panas sering terdapat dalam setiap persoalan mekanika. Dalam hal ini, panas adalah suatu bentuk energi kinetik, yaitu energi kinetik molekul-molekul yang bergerak acak (molekul-molekul yang terdapat di dalam benda sebagai sistem mekanik).

Pemisahan pelajaran mekanika dan panas dimaksud hanya untuk kepentingan praktis. Sebuah benda makroskopik terdiri atas molekul-molekul. Apabila sistem tersebut ingin dipandang dengan mekanika, sebagai alat untuk itu, harus digunakan mekanika statistik.

### 1.5.7 Daya

Besaran lain yang juga berhubungan dengan persamaan [1.37] adalah perubahan energi per satuan waktu. Besaran itu dinamakan *daya* dan dalam sistem satuan MKS dinyatakan sebagai berikut.

$$1 \text{ J/det} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{det}^{-3} = 1 \text{ W} = 1 \text{ Watt}$$

Dari persamaan [1.37] dan [1.38] dapat disimpulkan bahwa daya sama dengan gaya kecepatan

$$P = F \cdot v \quad (1.48)$$

### 1.5.8 Gaya Sentral

Interaksi antardua titik massa hampir selalu terjadi dengan gaya yang bergantung pada garis penghubung antara keduanya. Hal tersebut dapat dijelaskan dengan sifat simetri. Jika di dalam ruang

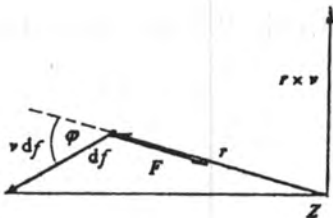


hanya terdapat dua titik massa, hanya akan dapat dibuat satu arah garis, yaitu garis penghubung antara keduanya. Semua arah yang tegak lurus, misalnya diperlakukan secara sama, tidak akan dapat terlihat mengapa gaya hanya timbul pada arah tersebut. Jika, ada sebuah gaya pada sisi antara dua benda (misalnya pada gasing atau medan magnet karena arus), tidak dapat diperlakukan seperti interaksi dua titik massa, tetapi itu benda dapat mengembang sehingga persoalan seperti itu akan mengarah ke penyelesaian dengan cara yang lain.

Besarnya gaya  $F$  yang bekerja pada titik massa  $P$  hanya boleh mempunyai ketergantungan terhadap jarak antara  $P$  dan  $Q$  sebarang. Garis tersebut dapat digambar ke arah  $Q$  (tarik-menarik) atau keluar dari  $Q$  (tolak-menolak).

Gaya yang selalu tertuju pada satu titik tetap  $Z$  (dalam hal ini berlaku sembarang apakah terdapat titik massa lain antara  $P$  dan  $Q$  atau di  $Z$  terdapat titik massa, dan seterusnya) disebut *gaya sentral*

Untuk satu titik massa di dalam gaya sentral berlaku hukum kekekalan lainnya, yaitu hukum *kekekalan momentum angular* (hukum kekekalan permukaan). Rumusan itu memperumum suatu sistem tertutup dari titik massa menjadi *hukum kekekalan momentum angular*.



Gambar 1. 20 Hukum kekekalan permukaan

Titik massa  $P$  terdapat di dalam medan sentral. Dalam hal ini, tidak perlu dipersoalkan. Pada titik tetap  $Z$  selalu terdapat gaya yang akan dijelaskan berdasarkan kelakuan alamiah, mengapa terjadi demikian. Perhatikan kembali persamaan gerak, tetapi kali ini adalah perkalian vektor ( *cross product* ) antara  $F$  dan  $r$

$$F \times r = m \ddot{r} \times r$$

Karena dalam hal ini terdapat di dalam medan sentral,  $F$  paralel terhadap  $r$ . Hasil perkalian vektor dan vektor paralel berharga nol sehingga

$$m \ddot{r} \times r = 0$$

Terlihat bahwa hasil perkalian vektor adalah sama dengan turunan terhadap waktu dari besaran  $m \dot{r} \times r$ :

$$\frac{d}{dt} (m \dot{r} \times r) = (m \ddot{r} \times r) + (m \dot{r} \times \dot{r})$$

Hasil kali  $r \times r$  akan berharga nol karena saling paralel. Didefinisikan suatu besaran  $L = m r \times \dot{r}$  sebagai *momentum angular* titik massa terhadap titik acuan  $Z$ . Dapat dikatakan bahwa, di dalam medan sentral momentum angular sebuah titik massa terhadap titik acuan adalah tetap (hukum kekekalan momentum).

Momentum angular adalah vektor. Arah yang konstan darinya berarti orbit lintasan titik massa terletak pada permukaan dan tegak lurus terhadap arah tersebut (misalnya tidak terdapat lintasan berbentuk spiral). Karena definisi produk vektor seperti  $r \times r$  terletak selalu tegak lurus satu sama lainnya (baik  $r$  maupun  $\dot{r}$ ); pada setiap saat terdapat bidang yang sama, terbentang secara tegak lurus terhadap  $L = m r \times \dot{r}$ . Harga momentum angular yang konstan dapat diartikan sebagai berikut.  $|L|/m = ru \sin(r, \dot{r})$  adalah sama dengan

dua kali luas segitiga yang terbentang dari  $\dot{r}$  dan  $r$ . Segitiga itu adalah luas yang dalam satu satuan waktu dibentuk oleh vektor jari-jari  $r$ . Luas permukaan adalah konstan terhadap waktu (sebagai contoh khusus adalah gerak planet di dalam medan sentral dari matahari, hukum kedua Kepler). Semakin dekat  $P$  ke  $Z$  maka kecepatan  $P$  akan semakin besar (jelasnya adalah komponen yang tegak lurus terhadap  $r$ ). Semakin kecil sudut antara  $r$  dan  $\dot{r}$ , semakin besar harga  $v$ .

### 1.5.9 Penggunaan Energi dan Momentum

#### a). Ledakan atau Kecepatan Berkas Massa

Suatu bahan peledak (dinamit) kandungan energi di dalamnya adalah  $\eta$ , yaitu energi yang dibebaskan pada saat terjadinya detonasi dalam satuan massa. Dalam hal ini, dapat dicari kecepatan ledakan yang terjadi.

Jumlah total bahan peledak secara ideal berubah menjadi gas dan mengalami ekspansi. Tembakan tidak akan terjadi lebih cepat dari gas tersebut. Selain itu, tidak ada yang perlu diketahui, dari pelajaran panas (bahwa  $\eta$  dinyatakan dalam kcal/kg, hal ini, tidak penting karena  $\eta$  dapat pula dinyatakan dalam J/kg, 1 kcal = 4180 J). Energi kinetik gas dan materi yang ditembakkan semua berasal dari  $\eta$ , selain terdapat pula massa (energi) yang hilang. Jika  $m_s$  adalah massa bahan peledak dan  $m_g$  adalah massa yang ditembakkan, kecepatan maksimum dari eksplosi (ledakan) gas adalah

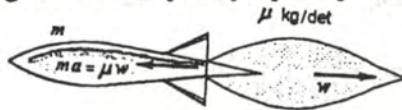
$$\sqrt{\frac{2m_s}{m_s + m_g}} \cdot \eta$$

Harga  $\eta$  untuk bahan peledak yang baik adalah  $\eta = 1500$  kcal/kg.

Untuk suatu bahan bakar yang kecepatan maksimum dorongan karena semburan melalui pembakaran gas bakar, berlaku hal yang



sama. Akan tetapi, untuk kasus ledakan, bahan bakar biasanya adalah  $O_2$  sehingga mengakibatkan terjadinya percepatan gas bakar.



Hal penting dan harus diperhatikan adalah menyederhanakan satuan massa. Harga-harga penyederhanaan pengamatan dari hasil perhitungan tidak dimaksudkan untuk menghasilkan perhitungan berketepatan tinggi.

### b). Roket

Sebuah roket bermassa  $m$  bergerak di dalam ruang hampa bebas gaya pada saat  $dt$  dikeluarkan massa zat pendorong sebanyak  $dm$  dengan kecepatan  $w$  atau dengan momentum sebesar  $w dm$ . Agar momentum total roket tetap konstan, roket harus mengambil momentum yang sama besar dan berlawanan arah dengan momentum massa yang dikeluarkan, yaitu kecepatan roket  $v$  bertambah sebesar  $dv$ . Dengan demikian,  $w dm = - m dv$ , atau jika dibagi dengan  $dt$  didapat:

$$- w \frac{dm}{dt} = m \frac{dv}{dt} \quad m \cdot a \quad (1.49)$$

Tanda minus tidak berasal dari arah kecepatan roket, tetapi dari perubahan (baca:berkurangnya) massa  $dm$ . Persamaan [1.49] menggambarkan gaya efektif yang bekerja pada roket, yang secara teknis disebut *gaya angkat*, yaitu hasil kali dari laju perubahan massa  $- dm/dt$  dan kecepatan keluarnya massa  $w$ .

Adanya pengurangan massa terhadap waktu sebesar  $dm/dt$  menyebabkan massa roket akan berkurang dari  $m_0$  menjadi  $m$ , yaitu untuk mencapai kecepatan  $v$ . Dari persersamaan [1.49] jika  $w$  konstan diperoleh hubungan

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = - w \frac{dv}{dt}$$



Melalui integrasi didapat

$$\ln ( m/m_0 ) = - v / w \quad \text{atau}$$

$$m = m_0 e^{-u/w} \quad \text{atau} \quad ( 1. 50 )$$

$$v = w \ln ( m_0/m )$$

Dengan demikian, massa yang tinggal hanya sebesar  $m = m_0 e^{-u/w}$  yang ikut terbang bersama roket dengan kecepatan  $v$ . Sisa massanya (massa yang terbang) diubah sebagai gas pembuangan. Secara teknis, perbandingan  $m_0/m \approx 6$  untuk suatu roket yang tangkinya diisi penuh. jarang melebihi harga tersebut. Dengan demikian, kecepatan pembakaran akhir untuk roket 1 tingkat didapat sebesar  $v \approx 2w$ .

Bahan bakar campuran (bahan bakar dan bahan pengoksida) mengandung energi sebesar 2000 dan 3000 cal/g, yaitu energi spesifik  $\eta$  berkisar antara  $10^7$  hingga  $2 \cdot 10^7$  J/kg ( $O_2$  dalam hal ini diperhitungkan). Seandainya tidak terdapat jumlah energi terbang yang diubah menjadi energi kinetik, maka diperoleh kecepatan  $w = \sqrt{2\eta} \approx 4 \cdot 10^3$  hingga  $6 \cdot 10^3$  m/det. Berdasarkan teori kinetik gas untuk kecepatan tersebut, akan timbul temperatur sebesar  $10,000^0$  C. Dengan temperatur yang demikian tinggi, belum tersedia bahan yang dapat dipakai untuk kamar pembakaran; dan  $w$  hanya mencapai setengah dari harga di atas. Tanpa membangun roket bertingkat, manusia tentunya masih belum dapat menerbangkan sebuah satelit di orbit peredarannya.

### c). Propeler dan Gaya Dorong

Untuk mempermudah persoalan, dapat dikatakan bahwa gaya dorong pada propeler disebabkan oleh penggunaan energi  $\eta$  dari bahan bakar, karena semburan bahan bakar menyebabkan timbulnya momentum. Mengapa untuk propeler yang kecil digunakan semburan berkecepatan tinggi? Mengapa hal tersebut baru digunakan pada akhir perang dunia kedua?

Bandingkan gaya dorong yang timbul pada dua macam dorongan yang menggunakan  $\mu$  kg bahan bakar per detik dan menghasilkan percepatan. Pada gaya dorong propeler terdapat bagian energi sebesar  $\gamma$  yang diubah menjadi energi kinetik pesawat terbang. Efisiensi total  $\gamma$  tidak lebih besar dari 0,1, sedangkan pada mesin pemanas, umumnya, mempunyai efisiensi dari 20 hingga 30\% dan kehilangan energi (massa) yang akan meningkatkan zat buang di udara. Daya yang berguna adalah jika  $m$  dan  $v$ , yaitu massa pesawat terbang dan kecepatan mempunyai hubungan

$$P = \gamma \eta \mu = Fv = mvv$$

Dengan demikian, percepatan adalah

$$vp = \frac{\gamma \eta \mu}{m v}$$

Dorongan karena semburan maksimum daya angkat yang sesuai dengan jumlah bahan bakar yang dikeluarkan dengan kecepatan maksimum sebesar  $w = 2\eta$ , di dalam teknik modern hampir dapat dicapai. Berdasarkan hukum kekekalan momentum, setelah bahan bakar dikeluarkan sebanyak  $\eta$  kg per detik kecepatan menjadi

$$m v = \mu w = \mu \sqrt{2\eta}$$

atau

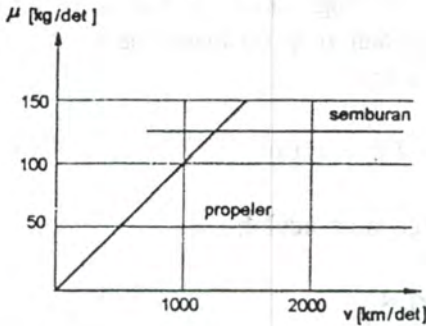
$$vD = v \quad 2 \eta \cdot \mu / m$$

Perbandingan percepatan keduanya adalah

$$\frac{vD}{v P} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{2}{\eta}} \cdot v$$

dan untuk gaya dorong karena semburan lebih efisien jika pesawat terbang lebih cepat. Di atas kecepatan

$$v_{kr} = \gamma \sqrt{\frac{\eta}{2}}$$



Gambar 1.22 Gaya dorong populer dan semburan bahan hasil pembakaran, kebutuhan bahan bakar untuk percepatan  $a$  terhadap kecepatan terbang. Untuk  $a = 1$  m/det massa awal 120 ton

teknik semburan lebih ekonomis dengan menggunakan propeler. Dengan memasukkan harga-harga ke persamaan di atas, didapat kecepatan transisi sekitar 1000 km/jam.

#### d). Lintasan Peluru yang ditembakkan di dalam Medium

Pengamatan berikut berasal dari Newton : Sebuah peluru yang ditembakkan bermassa  $m$  panjang  $l$  dan penampang lintang  $S$  menumbuk sebuah medium sehingga membentuk lubang pada medium. Berapa panjang  $L$  pada medium yang dapat dibentuk peluru?

Peluru mempunyai dua macam kerja yang dilakukan, yaitu kerja untuk melawan gaya kohesi medium dan kerja untuk mempercepat dirinya. Bahan yang terdapat di sekitar lubang mengalami

pengembangan sehingga terbawa oleh peluru. Massa bahan yang terdapat di lubang yang seharusnya adalah  $m_k = SL_{gm}$  ( $g_m$  = kerapatan massa medium) akan terbawa dengan kecepatan peluru  $v$  dan misalkan energi kinetik bahan yang terdapat di lubang adalah  $\frac{1}{2} m_k v^2 = SL_{gm} v^2$ . Energi kinetik ini seharusnya paling tinggi sama dengan energi kinetik peluru yaitu  $\frac{1}{2} m v^2$  atau  $\frac{1}{2} m k v^2 = SL g v^2$  ( $g$  = kerapatan massa bahan peluru), maka panjang lubang yang terbentuk karena tembakan peluru adalah

$$L = l \frac{g}{gm} \quad (1.51)$$

Peluru akan menembus sejauh mungkin jika kerapatannya lebih besar dari pada kerapatan medium. Ketidaktergantungan  $L$  terhadap kecepatan peluru memberikan kejutan dan berlaku hanya untuk  $v$  tinggi, yaitu apabila energi kohesi medium dapat diabaikan dibanding dengan energi kinetik peluru.

### e). Energi Potensial Gaya Berat

Gaya berat sebuah benda menggambarkan medan konservatif yang berada pada bagian permukaan bumi (sejauh dapat diamati) dan benda berada pada ketinggian yang tidak begitu besar ( $F$  konstan). Permukaan ketinggian dianggap paralel terhadap permukaan bumi dan garis-garis gaya adalah vertikal terhadap permukaan. Misalkan, energi potensial dihitung terhadap permukaan bumi adalah sebagai berikut

$$E_{pot} = mgh \quad (h = \text{ketinggian dari permukaan bumi}) \quad (1.52)$$

Fenomena energi untuk benda jatuh bebas dapat dicari hukum kekekalan energi. Hukum kekekalan ini (khususnya persamaan [1.13]) telah digunakan untuk menurunkan pengertian energi dan merupakan hal yang logis jika dipakai di sini dan berlaku secara siklik. Secara praktis, hukum kekekalan energi dapat digunakan sebagai alat untuk



menyelesaikan persoalan-persoalan benda jatuh (jatuh bebas) atau benda yang dilemparkan ke udara secara cepat. Hal itu merupakan salah satu keuntungan yang dapat diperoleh dari hukum kekekalan energi.

Dalam kenyataan, percepatan akibat gaya berat akan menurun dengan semakin besarnya ketinggian, yaitu berbanding terbalik dengan jarak kuadrat  $r$  dari pusat bumi (lihat 1.7). Pada jarak  $r$ , percepatan tersebut tidak lebih besar dari  $g = 9,81 \text{ m/det}^2$  jika dianggap jari-jari bumi adalah  $R = 6370 \text{ km}$ , yaitu diatas permukaan bumi atau harga percepatan dapat ditulis dalam  $R$  dan  $r$  :  $a = g R^2/r^2$ . Sebuah roket diluncurkan dengan kecepatan  $v_0$  dan jika gesekan udara diabaikan, roket akan terbang selalu tegak lurus terhadap permukaan bumi. Gaya berat yang dialami roket bermassa  $m$  pada jarak  $r$  dari permukaan bumi dengan percepatan gaya berat yang dialami roket sebesar  $r = - g R^2 / r^2$  adalah  $mr = - mg R^2 / r^2$ . Pada lintasan roket sebesar  $dr$ , roket melakukan kerja sebesar  $mg R^2 r^{-2} dr$  sehingga jika roket mencapai ketinggian  $r_1$  dari tempat awal roket diluncurkan  $r = R$ , roket harus melakukan kerja sebesar

$$W = \int_R^{r_1} \frac{mg R}{r^2} dr = mg R^2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Kerja ini berasal dari energi kinetik roket, yang pada saat roket diluncurkan sebesar  $\frac{1}{2} m v_0^2$ , sekarang harga  $W$  tentunya sama dengan selisih energi kinetik awal (pada  $r = R$ ) dan akhir (pada  $r = r_1$ ) .

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v^2 = mg R^2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Energi total roket adalah konstan

$$\begin{aligned}
 E &= E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = 1/2 m v^2 - mg R^2/r \\
 &= 1/2 m v_0^2 - mg R
 \end{aligned}
 \quad (1.53)$$

misalnya diberikan pada saat awal. Penurunan di atas menunjukkan, mengapa energi potensial bertanda negatif.

Hal yang penting adalah membedakan tanda negatif dan positif pada energi total. Pada  $E > 0$  atau  $v_0 > \sqrt{2gR} = 11,2$  km/det kecepatan tetap sebesar harga di atas hingga  $r = \infty$  dengan  $E_{\text{pot}} = 0$  masih terdapat kecepatan sisa sebesar  $v$ : roket akan dapat meninggalkan gaya tarik bumi. Harga kecepatan 11,2 km/det disebut *kecepatan luncur parabolik* atau *kecepatan kosmik orde kedua*. *Kecepatan kosmik orde pertama* adalah kecepatan benda pada orbit berbentuk lingkaran dengan  $v = \sqrt{gR} = 7,9$  km/det. Pada  $E < 0$  atau  $v_0 < \sqrt{2gR}$ , terdapat jarak  $v = 0$ , yaitu  $r_{\text{maks}} = mgR^2/|E|$ . Pada jarak itu roket akan mengelilingi bumi, kemudian akan jatuh kembali ke bumi.

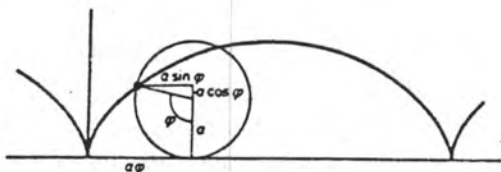
Bagaimana naik dan turunnya lintasan roket terhadap waktu? Dari persamaan [1.53] diperoleh harga kecepatan

$$\dot{r} = v = \sqrt{\frac{2gR^2}{r} - \frac{2|E|}{m}} \quad (1.54)$$

Integrasi persamaan [1.54] adalah elementer, tetapi sukar diselesaikan jika tanpa pengalaman dan tabel integrasi. Yang menarik adalah mencari penyelesaian integrasi di atas dan selanjutnya dapat mengetahui apa yang terdapat dibalik persamaan hasil integrasi tersebut. Penyelesaian integrasi di atas adalah fungsi  $r(t)$  dan berbentuk sikloida. Seperti, ditunjukkan pada Gambar 1.23 (lihat juga soal 1.5.14) terlihat kurva sikloida sebagai lintasan sebuah titik pada lingkaran berjari-jari  $a$ , yaitu

$$y = a(1 - \cos \varphi) \quad x = a(\varphi - \sin \varphi).$$

Selanjutnya,  $y$  diidentifikasi dengan  $r$  dan  $x$  dengan  $wt$ .  $w$  adalah faktor skala yang dipakai hanya atas dasar dimensi (nantinya akan dibahas apa arti  $w$ ). Roda yang bergerak di sini tidak berputar terhadap koordinat  $x, y$  saja, tetapi berrotasi pada bidang  $r, t$ . Kecepatan titik pada sisi roda dapat diturunkan sebagai berikut



Gambar 1. 23 : Siklida: gambaran lintasan sebuah titik yang berbeda pada sisi lingkaran (roda) yang bergerak di permukaan datar

$$r = \frac{dr}{dt} = \frac{wdy}{dx} = \frac{dy/d\varphi}{dx/d\varphi} = \frac{w \sin \varphi}{1 - \cos \varphi};$$

karena  $r / a$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left( \frac{2r}{a} + \frac{r^2}{a^2} \right)^2}$$

sehingga  $r$  dapat pula ditulis dalam bentuk

$$\dot{r} = \frac{w \sqrt{\left( \frac{2r}{a} - \frac{r^2}{a^2} \right)}}{\left( \frac{r}{a} \right)} = \sqrt{\left( \frac{2aw^2}{r} \right) - w^2}.$$

Jika persamaan di atas dibandingkan dengan persamaan [1.54], akan diperoleh kecocokan, yaitu apabila

$$w^2 = \frac{2 |E|}{m} \quad a = \frac{g R^2 m}{2 |E|}$$

$w$  adalah kecepatan. Pada energi kinetik  $w$  diandaikan sama dengan  $|E|$ .  $a$  adalah setengah ketinggian. Periode sikloid adalah  $t = 2 \pi a / w = 2 \pi g R^2 (m/|E|)^{3/2}$ . Harga periode itu adalah bentuk khusus dari persoalan Kepler (1.7.4). Seandainya bumi adalah titik massa, maka kecepatan roket  $v = \infty$  pada  $r = 0$  (bentuk sikloid pada saat awal atau akhir akan tak berhingga besar [tajam]). Apabila dibuat sebuah tunel secara aksial di dalam bumi (melalui diameter bumi), lintasan roket yang ditempatkan di dalamnya,  $r(t)$ , pasti akan membentuk beberapa sikloid yang periodik (di dalam tunel berlaku hukum-hukum gaya lainnya, lihat 1.7.11). Nantinya model sikloid akan digunakan untuk model gerak benda kosmik.

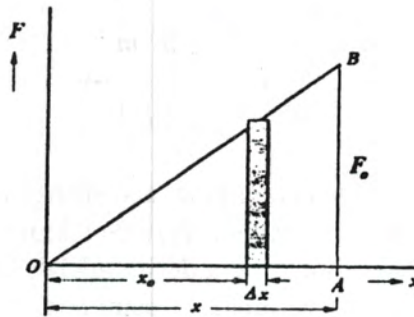
#### f) Energi Getaran

Gaya elastik  $F = -Dr$  ( $r$  simpangan terhadap posisi setimbang  $r = 0$ , ditulis dalam notasi vektor) sebagai gaya sentral dan konservatif. Energi potensial dari gaya ini (dihitung terhadap posisi setimbang) adalah:

$$E_{\text{pot}}(r_0) = - \int F(r_0) \cdot dr = 1/2 Dr_0^2$$

Untuk gerak yang membentuk lintasan garis lurus terhadap titik setimbangnya, energi potensial dapat diturunkan secara sederhana, tanpa melakukan integrasi sebagai berikut.  $E_{\text{pot}}(x)$  adalah luas yang dibentuk  $F(x)$ , yaitu luas sebuah segitiga dengan alas  $x_0$  dan tinggi  $Dx_0$ , maka energi potensialnya adalah  $1/2 Dr_0^2$ .





Gambar 1.24: Perhitungan kerja pada pegas.

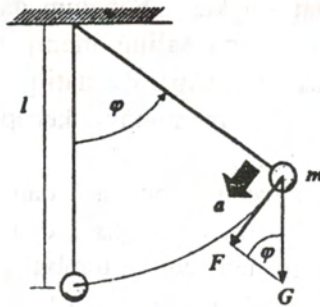
Pandang sebuah permukaan bola di sekitar  $r=0$  dan garis-garis gaya dimisalkan sama dengan jari-jari bola. Karena gaya adalah konservatif, energi total yang terdapat di dalam sistem  $E=E_{\text{pot}}+E_{\text{kin}}$  adalah konstan. Dalam persoalan ini, bentuk gerak dapat dicari tanpa harus mengetahui persamaan gerak. Untuk sebuah massa yang bergetar dengan simpangan  $x$  energi total massa dapat ditulis sebagai

$$E = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \text{konst} \quad (1.55)$$

Akan dicari simpangan getaran,  $x(t)$ , dengan turunannya adalah  $\dot{x}$ . Berdasarkan persamaan [1.55],  $x$  dapat dinyatakan sebagai fungsi dari  $\dot{x}^2$  dan setiap saat harganya akan dibatasi oleh suatu konstanta (dalam hal ini  $E = \text{konstanta}$ , dan  $\dot{x} = \sqrt{(E - \frac{1}{2}Dx^2)/m}$ ). Persamaan [1.55] mengingatkan pada suatu hubungan trigonometri bahwa  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  dan  $\cos \alpha$  adalah turunan terhadap  $\alpha$  dari  $\sin \alpha$ . Jika  $\alpha = \omega t$  dengan  $\omega = \sqrt{D/m}$ , maka memenuhi persamaan [1.55] sebagai berikut

$$E = \frac{1}{2}Dx_o^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2}m\dot{x}_o^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}Dx_o^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_o^2 \quad (1.56)$$

Pada seutas tali panjangnya  $l$  digantungkan sebuah benda bermassa  $m$  (bandul matematis). Jika benda diberi simpangan sudut sebesar  $\varphi$ , berarti pula bahwa  $s = l \varphi$ , dan benda akan mencapai ketinggian  $h$



Gambar 1.25 Bandul matematis (bandul gravitasi)

yang lebih tinggi dari ketinggian benda pada posisi setimbang. Selama harga  $\varphi$  kecil, harga  $\cos \varphi$  dapat ditulis dalam deret  $\cos \varphi \approx 1 - 1/2 \varphi^2$  sehingga

$$h \approx \frac{l\varphi^2}{2} = \frac{s^2}{2l}$$

Energi potensial adalah

$$E_{\text{pot}} = mgh \approx mg \frac{s^2}{2l} = \frac{1}{2} Ds^2$$

sebanding dengan lintasan kuadrat sehingga dapat dikatakan elastik. Bandingkan dengan persamaan [1.55] dan [1.29] diperoleh bahwa

$$D = \frac{mg}{l} \quad \omega = \sqrt{\left(\frac{D}{m}\right)} = \sqrt{\left(\frac{g}{l}\right)}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)}$$

Lamanya getaran bandul atau periode (selama lintasan  $s$  kecil) tidak bergantung pada amplitudo, tetapi hanya pada panjang tali dan percepatan gravitasi.

### g) Hukum-hukum Tumbukan

Suatu tumbukan adalah interaksi dua benda yang berlangsung

dalam waktu yang amat singkat<sup>1)</sup> Sebelum dan sesudah tumbukan, kedua benda bergerak, tanpa saling mempengaruhi satu dengan lainnya. Selain itu, tidak akan dapat diamati gaya yang bekerja pada benda dan kedua benda akan mempunyai kecepatan konstan sebelum dan setelah tumbukan.

Setelah tumbukan, kecepatan benda 1 dan 2 :  $v$  dan  $v'$ .

Setelah tumbukan, kecepatan benda 1 dan 2 :  $u$  dan  $u'$ .

Momentum total sebelum dan setelah tumbukan adalah sama, yaitu

$$mu + m'v' = mu + m'u'$$

Jika tumbukan tidak menyebabkan kehilangan energi, atau dengan perkataan lain tumbukan elastis <sup>2)</sup>, energi juga akan tetap, yaitu

$$mv^2 + m'v'^2 = mu^2 + m'u'^2$$

Khususnya akan lebih jelas tentang kekekalan energi (energi konstan) jika dipandang persoalan terhadap titik berat benda, yaitu jika kedua benda bergerak sama dengan gerak titik beratnya. Hal itu sesuai dengan yang telah dibuktikan bahwa momentum total sistem berharga nol (lihat 1.5.3) sebelum tumbukan:  $mu = m'v'$  dan setelah tumbukan  $mu = m'u'$  (Gambar 1.26). Hukum kekekalan energi tidak dapat meramalkan sudut hamburan  $\theta$  setelah tumbukan, yaitu sudut antara  $v$  dan  $u$  dan juga sudut antara  $v'$  dan  $u'$ . Sudut itu ditentukan melalui masing-masing proses tumbukan (misalnya bentuk benda yang bertumbukan dan posisi benda pada saat terjadi tumbukan). Demikian pula, berdasarkan hukum kekekalan momentum berlaku bahwa setiap perbandingan  $u^2/v^2 = u'^2/v'^2$ , yaitu perbandingan energi sebelum dan setelah tumbukan. Dapat dilihat dengan jelas bahwa perbandingan tersebut (berdasarkan hukum kekekalan energi) akan berharga sama dengan 1 jika tumbukan adalah elastik dan kecil dari 1 untuk *tumbukan inelastik*. Pada tumbukan elastik keempat vektor kecepatan dapat digambarkan dalam panjang vektor yang sama.

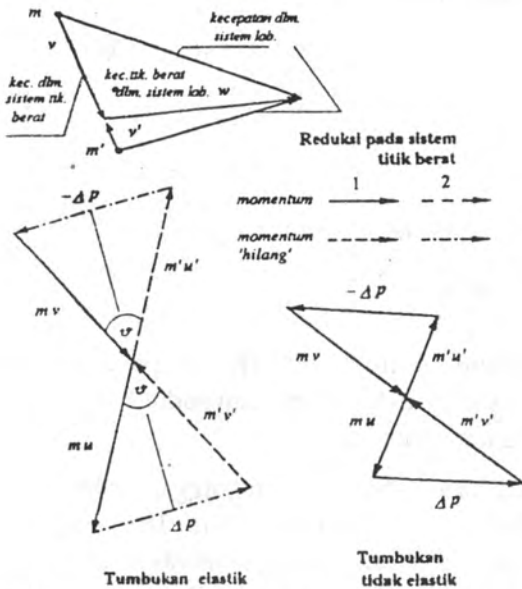
Hal penting adalah adanya *transfer momentum*  $\Delta p = m(v - u)$  dari suatu benda ke benda lainnya. Dari gambar 1.26b dapat dibaca ketergantungan transfer momentum terhadap sudut hamburan  $\theta$

<sup>1)</sup> Benda bukan titik massa apabila benda dianggap sebagai massa titik. Satu sama lain tidak akan terjadi tumbukan ; berdasarkan definisi, benda dianggap mempunyai bentuk tak berhingga kecil.



sebagai berikut

$$\Delta p = m|v - u| = 2mv \sin \theta/2 \quad (1.57)$$



Gambar 1.26 Kecepatan dan momentum tumbukan dalam sistem koordinat laboratorium dan titik berat

Transfer momentum maksimum akan diperoleh jika  $\theta = \pi$  tumbukan sentral yaitu

$$\Delta p = 2mv$$

Energi dalam sistem koordinat titik berat tidak akan ditransfer, karena dari kesamaan keempat harga momentum bahwa  $u = v$ . Dengan demikian,  $1/2mv^2$ , dan  $\Delta E_s = 0$ .

Selanjutnya, pandang sistem koordinat acuan lain, yaitu sistem koordinat titik berat, bergerak dengan kecepatan  $\omega$ . Kecepatan benda yang dipandang dalam sistem koordinat acuan ini dengan mudah dapat ditransformasi dengan penambahan vektor terhadap  $\omega$ .

<sup>2)</sup> Istilah elastik dalam hal ini tidak berhubungan dengan gaya elastik  $F = -Dx$ , tetapi berhubungan dengan gaya-gaya konservatif.



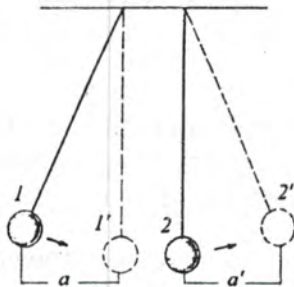
Kemudian transfer momentum dan energi dari sistem acuan titik berat dinyatakan dalam sistem acuan yang baru (sekarang dinyatakan dengan menggunakan indeks  $s$ )

$$\Delta p = m (v + \omega - u - \omega) = m (v - u) = \Delta p$$

$$\begin{aligned}\Delta E &= 1/2 m [(v + \omega)^2 - (u + \omega)^2] \\ &= 1/2 m (v^2 - u^2 + 2v \cdot \omega - 2u \cdot \omega + \omega^2 - \omega^2) \\ &= 1/2 m (v^2 - u^2) + m (v - u) \cdot \omega \\ &= \Delta E_s + \Delta p \cdot \omega\end{aligned}$$

Transfer momentum tidak bergantung pada pemilihan sisten koordinat acuan, tetapi transfer energi dan sudut hamburan bergantung pada sistem koordinat acuan.

Pandang suatu kasus khusus, menganggap bahwa pada keadaan awal massa  $m'$  berada dalam keadaan diam. Untuk sistem acuan ini, berlaku bahwa  $\omega = -v' = mv / m'$ . Momentum awal benda lainnya adalah  $p = m (v + \omega) = m (1 + m/m') v$ . Dengan demikian, momentum terbesar yang ditransfer adalah  $p = 2 m v$ , yaitu sebanyak  $\Delta p/p = 2m' / (m + m')$  bagian. Energi awal benda yang ditumbuk adalah



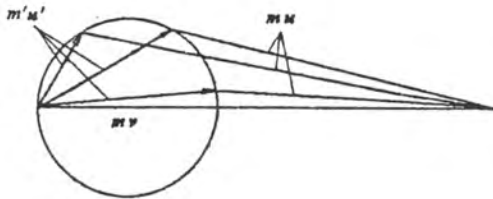
Gambar 1.27: Tumbukan elastik antara dua bandul bersama sama dan panjang tali bandul sama

$$E = \frac{1}{2} m (v + \omega)^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{m}{m'}\right)^2$$

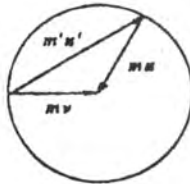
Dengan demikian energi maksimum yang dapat ditransfer adalah  $\Delta E = \Delta p \cdot v = 2 m v v' = 2 m v^2 m / m'$  atau sebesar

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4 \frac{m}{m'}}{(1 + \frac{m}{m'})^2} = \frac{4 m m'}{(m + m')^2} \quad (1.59)$$

Persamaan [1.59] dapat dibaca sebagai berikut. Sebuah benda ringan ( $m' \ll m$ ) yang menumbuk sebuah benda bermassa besar hanya akan memperoleh sedikit momentum. Transfer energi sebaliknya juga akan kecil jika  $m' \gg m$ . Benda yang lebih ringan akan mempunyai kecepatan dan energi yang sama setelah bertumbukan dan mempunyai selisih momentum sebanyak dua kali momentum mula-mula, tetapi tidak akan kehilangan energi.

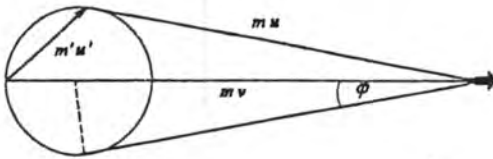


Gambar 1.28 Bola sebagai kedudukan geometris semua kemungkinan puncak momentum dari dua benda yang mengalami tumbukan elastik



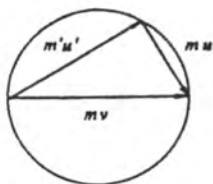
Gambar 1.29 Tumbukan elastis antara sebuah benda bermassa kecil dan sebuah benda bermassa besar

Jika massa kedua benda sama  $m = m'$ , momentum tidak bergantung pada sudut hamburan  $\varphi$  (juga pada tumbukan yang tidak sentral). Jika tumbukan terjadi di dalam suatu sistem acuan yang salah satu benda dianggap diam, kecepatan kedua benda setelah tumbukan akan selalu saling tegak lurus satu dengan lainnya. Bukti: Kecepatan sistem acuan  $\omega = -v' = v$ . Kecepatan-kecepatan setelah tumbukan adalah  $u + \omega = v + u$  dan  $u' + \omega = u' + v = -u + v$ . Perkalian skalar  $(u + v) \cdot (-u + v) = u^2 + v^2$  berharga nol karena  $u = v$  (kedua massa benda sama). Perkalian skalar dua vektor yang tidak berharga nol jika keduanya tidak saling tegak lurus.

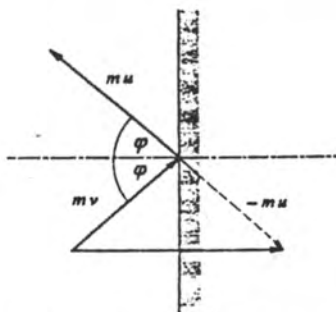


Gambar 1.30 Tumbukan elastis antara sebuah benda bermassa besar dan sebuah benda bermassa kecil

Selanjutnya, dapat diketahui dengan mudah hal berikut. Di dalam sistem acuan yang pada keadaan awal benda bermassa  $m$  adalah diam maka semua vektor momentum benda ini, pada saat momentum awal diberikan kebenda lainnya bermassa  $m$ . Jika sudut hamburan setelah tumbukan adalah nol, setelah kedua benda mengalami tumbukan, semua momentum yang ada dapat digambarkan pada sebuah lingkaran (Gambar 1.28). Diameter maksimum lingkaran ini adalah sama dengan transfer momentum, yaitu  $2mv$ . Ekuivalen dengan pernyataan sebelumnya adalah bahwa vektor  $a = m'(u' - v') - mv$  tidak bergantung pada sudut hamburan  $v$  dan selalu mempunyai panjang yang sama. Karena  $m'v' = -mv$  maka  $a$  adalah sama dengan  $m'v'$  dan adalah jelas bahwa vektor ini selalu mempunyai panjang yang sama, yaitu dari  $mv$ .



Gambar 1. 31 Tumbukan elastik antara dua benda bermassa sama.



Gambar 1. 32: Tumbukan elatis dari sebuah benda terhadap dinding pejal

Pada Gambar 1.29 hingga 1.32 digambarkan hubungan dan beberapa kasus khusus lainnya. Simpangan maksimum  $\varphi$  dari benda bermassa besar pada saat tumbukan dengan sebuah benda ringan berdasarkan Gambar 1.30 adalah

$$\sin \varphi = \frac{mv}{m|v - v'|} = \frac{v}{v \left[ 1 + \left( \frac{m}{m'} \right) \right]} = \frac{m'}{m + m'}$$

## h) Krisis Energi

Pembaca yang secara didaktis tidak mengerti dan juga secara khusus mengamati hal-hal aktual tentang krisis energi yang bersangkutan-paut dengan cadangan minyak bumi, batu bara, dan kemampuan biosfir dalam melakukan proses fotosintesa karena beban pembuangan pembakaran akibat ekses teknologi manusia yang meningkat dan bahaya polusi dapat membaca menyimak berikut ini.

Setiap manusia di permukaan bumi yang telah mengenyam kebudayaan teknik (kecuali Amerika Serikat) telah menggunakan minyak atau batu bara setiap tahun 10 t. Sebagian menggunakannya secara langsung melalui kendaraan bermotor atau pembakaran di dan



dapur, sebagian lagi menggunakannya secara tidak langsung melalui pabrik pembangkit tenaga listrik, yang mensuplai tenaga dalam bentuk listrik ke rumah-rumah atau melalui industri barang-barang yang dikonsumsi rumah tangga. Jika semua manusia mencapai taraf pemakaian material sebanyak itu, konsumsi energi total yang digunakan manusia sebesar  $10^{14}$  W/tahun. Dengan konsumsi energi sebesar itu, secara optimis dapat diramalkan bahwa dalam waktu kurang dari beberapa puluh tahun sumber minyak bumi akan habis. Cadangan batu bara yang ada di bumi hingga sekarang ini hanya cukup dipakai dalam waktu kurang dari 100 tahun mendatang. Semua akan habis hanya dalam tempo kurang dari 100 tahun. Selain itu, timbul pula bahaya lainnya, yaitu krisis  $O_2$ .

Semua cadangan oksigen di bumi praktis merupakan hasil fotosintesa. Sebagai contoh, tanaman kentang dapat mencirikan peristiwa aktivitas fotosintesa di biosfir. Apabila tanah seluas 1 ha ditanami kentang, akan terdapat sekitar 20% kandungan  $CO_2$  (sebenarnya untuk sayuran jumlah tersebut terlalu berlebihan) dan didapat  $CO_2$  sebanyak  $1 \text{ kg/m}^2$  per tahun. Dengan demikian seluruh bumi terdapat sekitar  $5^{14} \text{ kg/tahun}$ . Kemampuan aktivitas reaksi kimiawi di biosfir berkisar antara  $2 \cdot 10^{18} \text{ kcal/tahun}$  atau sekitar  $10^{14} \text{ W}$ , yang cukup untuk penggunaan optimal umat manusia. Hanya sebagian kecil (lebih kurang jauh di bawah 1/1000) zat-zat organik disimpan dalam bentuk minyak bumi, batu bara dan gas bumi. Setiap tahunnya kita membakar fosil-fosil yang telah tersimpan selama beberapa ribu tahun lamanya di dalam bumi. Terserah, apakah orang menggunakan fosil modern atau fosil hasil fotosintesis, pembakaran dan pernafasan sebagai proses balik fotosintesa memerlukan  $O_2$ . Sebanyak  $1 \text{ kg } O_2$  untuk setiap  $1 \text{ kg } CO_2$ . Perhitungan ini didasarkan pada reaksi fotosintesis sebagai berikut.  $CH_2 + O_2 \rightleftharpoons H_2O + CO_2$   $O_2$  yang terdapat di udara hanya tersimpan dalam kurun waktu singkat. Pada luas daerah  $1 \text{ m}^2$  terdapat sekitar  $10^4 \text{ kg}$  udara, kandungan  $O_2$  di dalamnya hanya sekitar  $2 \cdot 10^3 \text{ kg}$ . Pembuktian baru tentang penggunaan oksigen di muka bumi (dengan menggunakan *laju assimi-lator*) atau (jika penggunaan menjadi dua kali lipat dari tersedianya

O<sub>2</sub>, secara alamiah menurut kesetimbangan) dapat hanya digunakan dalam kurun waktu 2000 tahun. Polusi CO<sub>2</sub> telah terjadi selama waktu 100 tahun dan kelebihan sekitar 1% CO<sub>2</sub> akan menyebabkan kematian.

Radiasi total matahari di permukaan bumi adalah sebesar  $2 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min} \cdot 5 \cdot 10^8 \text{ km}^2 \approx 10^{18} \text{ W}$ . Hanya sekitar 1%<sub>00</sub> digunakan untuk keperluan fotosintesis atau juga digunakan untuk keperluan teknik. Sampai saat ini efisiensi konversi radiasi matahari menjadi energi yang dapat digunakan hanya mencapai 0,1 (misalkan difokuskan melalui elemen-foto, lihat 14.4). Sistem sederhana yang dibuat melalui rumah penyimpanan panas hanya dapat diperoleh perbedaan temperatur sebesar 10° seharusnya atau mempunyai efisiensi tidak lebih dari 1%<sub>00</sub> (lihat § 5.5.4) dan mustinya diperlukan lebih banyak permukaan di bumi untuk memperoleh efisiensi yang lebih tinggi. Selain untuk keperluan pemanas ruangan, penggunaan energi matahari sukar dibayangkan.

Pembangkit tenaga air\dan energi angin \Adalah alternatif sumber energi yang tidak mengakibatkan polusi. Akan tetapi, hanya dapat membangkitkan energi yang sangat kecil. Besarnya energi yang dapat diperoleh dari pembangkit tenaga air dapat diramalkan sebagai berikut. Laju erosi daratan karena gelombang laut sekitar 1 m/tahun Daerah yang lebih keras laju erosi menjadi lebih kurang setengahnya (lihat 5.5.7 dan 5.5.8). Uap air rata-rata dapat mencapai ketinggian sekitar 1 km di atas permukaan bumi dan diperoleh penggunaan energi sekitar  $10^{14} \text{ W}$ , yaitu jika dianggap pada proses ideal dan efisiensi tinggi.

*Energi geotermal* menjanjikan sebuah alternatif sumber energi baru, tetapi sangat sukar diperoleh. Temperatur di pusat bumi sekitar 3000 K maka cadangan energi geotermal yang ada di bumi sekitar  $3 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 3000 \text{ K} \cdot 0,1 \text{ cal/kg} \approx 10^{30} \text{ J}$ , yang secara prinsip dengan konsumsi energi manusia sekarang ini dapat dipakai hingga 10<sup>8</sup> tahun. Akan tetapi, selama itu pula mungkin energi geotermal harus

dapat dialirkan ke permukaan bumi (lihat soal 5.3.4, dengan perkataan lain, pemanasan permukaan bumi adalah lebih kecil dari  $1/1000$  pemanasan akibat sinar matahari). Jika panas bumi dialirkan ke permukaan, maka terjadi kesetimbangan panas dengan permukaan bumi, berarti bahwa efisiensi mesin yang dapat mengalirkan panas demikian akan berkurang, lain halnya jika seandainya panas bumi dapat dialirkan melalui saluran langsung dari ke dalaman tertentu dan dapat membuat saluran yang mempunyai efektifitas kemampuan hantaran panas dengan faktor tertentu. Adanya gradien (penurunan) temperatur rata-rata, sekitar  $2$  hingga  $3^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$  dan pada kedalaman  $5\text{ km}$  akan didapat efisiensi teoritis sekitar  $0,3$ . Kemudian harus pula diperhatikan apakah gunung vulkanik tua atau muda dapat menghindari gradien temperatur yang tinggi. Aliran panas itu tentunya harus melalui suatu aliran, tidak melalui hantaran. Jika kapasitas transpor hantaran di batu-batuan dapat dipertinggi hingga  $10^6$  kali, (berdasarkan data yang ada di atas), masih terdapat kekurangan sebesar  $1/10^6$  jika dianggap panas sampai di permukaan bumi melalui saluran bor yang dibuat agar memperoleh energi yang dapat memenuhi konsumsi manusia.

Juga penggunaan energi pasang-surut air laut dapat terhindar dari polusi. Harus pula diingat, bahwa penggunaannya menghentikan rotasi bumi, hingga dalam batas hari dan bulan yang sama ( $56$  hari saat ini). Energi ini berhubungan dengan energi rotasi bumi (relatif terhadap bulan) dan dapat dipastikan belum digunakan sama sekali. Energi rotasi  $\approx \frac{1}{2} I \omega^2$  adalah dalam orde  $10^{29}\text{ J}$ . Dalam gelombang pasang-surut disebut gelombang gaya berat. Gelombang itu mempunyai panjang  $\lambda = \pi R$ , tinggi rata-rata  $h \approx 1/2\text{ m}$ , dan lebar *front*  $b \approx R$  ( $R$  = jari-jari bumi), mengandung energi sekitar  $1/2 g \lambda b h^2$ , yaitu dalam orde  $10^{17}\text{ J}$ , dan dapat mengalir secara maksimum selama  $12$  jam. Padanya paling tidak terdapat kandungan daya sebesar  $10^{13}\text{ W}$ , yaitu jika digunakan secara penuh. Energi itu tentunya masih merupakan *utopia* dibanding dengan energi geotermal, air dan angin.



Pemisahan nuklir dan fusi adalah merupakan alternatif energi yang telah secara teknis digunakan (lihat § 13.1.7). Kandungan Uranium dipermukaan bumi diramalkan sebanyak 0,0002%. Di dalam mantel dan di dekat pusat bumi tentunya dapat diperkirakan bahwa kandungan Uranium lebih sedikit dari tempat-tempat di permukaan bumi, hal ini diketahui dari kandungan Uranium sedalam 50 km di kulit bumi, bahwa karena peluruhannya sendiri Uranium kehilangan energi dalam bentuk panas (tanpa memperhatikan penguraian intinya) dan yang disalurkan ke bumi (lihat soal 5.3.4). Disamping energi geotermal yang cukup tersedia untuk kebutuhan manusia (lihat pembahasan di atas), kandungan Uranium di seluruh permukaan bumi, yang jika secara sempurna dapat diperkaya, karena sifat Uranium yang dapat memancarkan partikel  $\alpha$  dan  $\beta$  dapat juga digunakan, dilihat dari kesulitan teknis untuk menciptakan mekanisme transfer energi menjadi energi terpakai, yaitu dapat bertahan dalam kurun waktu hingga beberapa milyar tahun (waktu paruh Uranium sekitar  $4,5 \cdot 10^9$  a). Jumlah peluruhan  $^{235}\text{U}$  di alam hanya sekitar 0,7%, dalam peristiwa tersebut terdapat aktivitas peluruhan sebesar 200 MeV, sedangkan aktivitas seluruh peluruhan seluruh rantai reaksi Uranium hanya 40 MeV (lihat § 13.2.3). Dengan pengkayaan sempurna Uranium di bumi “hanya” dapat memberikan energi yang cukup selama  $10^8$  tahun.

Dalam peristiwa *fusi* dengan menggunakan Deuterium digunakan sekitar 0,015% Hidrogen.  $10^{21}$  air laut mengandung sekitar  $10^{20}$  kg Hidrogen, selain kandungannya di bumi dan dari sejumlah ini terdapat Deuterium sekitar  $10^{16}$  kg (sebagai perbandingan  $10^{20}$  kg Hidrogen, tidak termasuk yang terdapat dipermukaan bumi, dibanding dengan kandungan Uranium  $10^{14}$  kg hanya mengandung sekitar  $10^{12}$  kg  $^{235}\text{U}$ ). Reaksi fusi untuk 2 inti Deuterium menjadi satu inti He akan mengeluarkan energi sebesar 20 MeV dan kandungan energi per satuan massa pada reaksi fusi masih lebih besar lagi dibanding dengan energi peluruhan, yaitu sekitar sepuluh kali lipat; karenanya fusi adalah satu-satunya sumber energi potensial yang dapat digunakan manusia di masa depan, tanpa khawatir akan kehabisan selama waktu milyaran



tahun atau apabila konsumsi energi dapat dijaga sebesar yang digunakan pada saat ini, sumber energi fusi akan dapat bertahan selamaa  $10^{10}$  tahun.

### i). Kaedah Virial.

Rudolf Clausius yang juga sebagai penemu entropi, pada tahun 1870 menurunkan pernyataan penting untuk menjelaskan bukan hanya kelakuan dinamika gas, dan astrofisika, akan tetapi juga di dalam Fisika atom dan molekul sangat berguna. Kaedah virial tiak berlaku umumn sebagaimana hukum kekekalan momentum dan energi, akan tetapi hanya untuk *sistem mekanik yang stabil* yaitu untuk sistem yang terdiri dari titik-titik massa, dengan besaran-besaran yang terdapat di dalamnya dicari terhadap harga rata-rata besaran terhadap waktu yang relatif panjang, akan tetapi besaran-besaran tersebut tidak berubah terhadap waktu. Sistem tersebut misalnya terdiri dari titik massa  $m_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), mempunyai posisi  $r_k$  dan momentum  $p_k$ ; semua besaran-besaran tentunya berubah terhadap waktu, akan tetapi harga rata-rata terhadap waktu, misalnya  $\sum p_k r_k$  untuk seluruh sistem stabil tidak mengalami perubahan, dengan perkataan lain berlaku.

$$\frac{d}{dt} \sum p_k r_k = \sum \dot{p}_k \cdot r_k + \sum p_k \cdot \dot{r}_k = 0. \quad (1.59a)$$

$\sum p_k \cdot \dot{r}_k$  adalah sama dengan dua kali energi kinetik. Karena  $p_k = F_k$  adalah gaya total yang berkerja pada partikel ke  $k$ , sehingga penjumlahan suku pertama dapat ditulis dalam bentuk  $\{\sum \limits_{k=1}^N \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{r}_k\}$  (dala, hal ini dianggap tidak terdapat gaya luar di dalam sistem, apabila terdapat gaya, maka sistem menjadi tidak stabil; untuk kasus demikian, gaya luar dapat dieliminasi dengan cara membuat transformasi sistem satuan acuan lain). Untuk setiap gaya  $F_{kj}$  terdapat pula gaya yang melawannya yaitu  $F_{jk} = -F_{kj}$  sebagai pasangan gaya interaksi. Harga energi setiap pasang partikel yang berinteraksi ( $k, j$ ) dapat dicari dengan melalui  $F_{kj} \cdot r_{kj}$ . Gaya tersebut dapat ditulis dalam fungsi polinomial  $F_{kj} = a_{kj} (r_k - r_j)$

$(r_k - r_j)^{-n+1}$  (misalkan untuk  $n = 2, a_{kj} = Gm_k m$  untuk gaya gravitasi). Sumbangan adanya interaksi pasangan partikel ditulis sebagai  $akj(r_k - r_j)^{-n+1}$ . maka sumbangan interaksi tersebut untuk harga energi potensial adalah

$$E_{kj} = - \frac{1}{n-1} a_{kj} (r_k - r_j)^{-1+n}$$

Dengan demikian, energi kinetik pada persamaan [1.59]] dapat ditulis dalam energi potensial sebagai berikut.

$$E_{kin} = - \frac{n-1}{2} E_{pot}$$

$E_{kin}$  dan  $E_{pot}$  selanjutnya merupakan bagian dari energi total  $E = E_{kin} + E_{pot}$ . Harga  $E$  sistem selalu konstan sehingga energi kinetik dan potensial dapat dinyatakan dalam energi total  $E$ .

$$E_{kin} = - \frac{n-1}{3-n} E, \quad E_{pot} = - \frac{2}{3-n} E$$

Interaksi tarik-menarik gravitasi dan Coulomb ( $n = 2$ ), harga  $E_{kin} = -E$  dan  $E_{pot} = -2E$  yang pada kasus khusus seperti orbit sebuah partikel berbentuk lingkaran atau elips akan dibahas lebih lanjut pada 1.7.2. Orbit elektrom yang bergerak di sekitar inti atom, akan dibahas secara lebih umum pada 12.3.4.

Untuk gaya interaksi gravitasi dan Coulomb dengan harga  $n = 2$  adalah suatu kebetulan karena apabila diperhatikan lebih lanjut harga  $n < 1$  atau  $n > 3$ , akan memberikan harga  $E_{kin} > 0$ , secara logis keadaan itu tidak mungkin terjadi bahwa partikel dalam keadaan terikat dengan  $E_{pot} < 0$  mempunyai  $E_{kin} > 0$ . Keadaan demikian

memberikan arti bahwa gaya interaksi antardua partikel yang bergantung pada jarak menjadi tidak stabil. Untuk sebuah bintang misalnya, terlepas dari ketergantungan terhadap struktur internalnya, energi gravitasi dua kali lebih besar dari pada energi kinetiknya (energi termis). Dengan diketahui energi kinetik sebuah bintang, dapat diramalkan berapa besar temperatur internal sebuah bintang, walaupun hal ini bergantung pada distribusi massa yang terdapat di bintang.

## 1.6 Gerak dalam Pengaruh Gaya Gesek

Tidak ada suatu gerak, di bumi sekali pun, yang bergerak murni tidak mengalami gesekan. Gesekan pada permukaan padat, gesekan udara, dan gesekan pada zat cair mempengaruhi gaya dan menyebabkan gerak murni relatif terhadap medium yang menyebabkan gesekan. Harus diingat bahwa sekalipun gerak lurus beraturan melawan medium, masih diperlukan gaya.

Perhitungan secara eksak suatu gerak dalam pengaruh gesekan adalah tidak sederhana. Dalam bagian ini akan dibahas pengaruh gesekan secara singkat, terutama untuk kasus-kasus terpenting yang sering dijumpai.

Pengaruh gesekan dinyatakan dengan gaya yang sebanding dengan kecepatan  $v$  yang bergerak, tetapi berlawanan arah. Ketergantungan  $F$  (gaya) terhadap  $v$  dapat dibagi dalam tiga kasus berikut

### 1. $F$ tidak bergantung pada $v$

Untuk kasus gesekan antara zat padat – padat hubungan  $F$  linier terhadap  $v$  dapat dianggap benar, selama kedua benda bergerak relatif satu dengan lainnya (*gesekan luncur*).

Gesekan yang terjadi pada saat awal gerak adalah relatif besar



dan disebut *gesekan statik*. Dalam kedua kasus di atas, gaya gesek sebanding dengan gaya  $F_N$ , yaitu gaya yang dialami oleh kedua benda untuk melawan masing-masing ( *gaya normal* ).

$$F_R = \int \cdot F_N \quad (1.60)$$

$\int$  adalah *koefinsien gesekan* (lihat 2.5.2).

2.  $F_R \sim v^2$  Gaya gesek seperti itu berlaku untuk banyak fenomena *gesekan kekentalan* ( *viskos* ), yaitu untuk gerak benda di dalam zat cair kental (hukum Stoke).

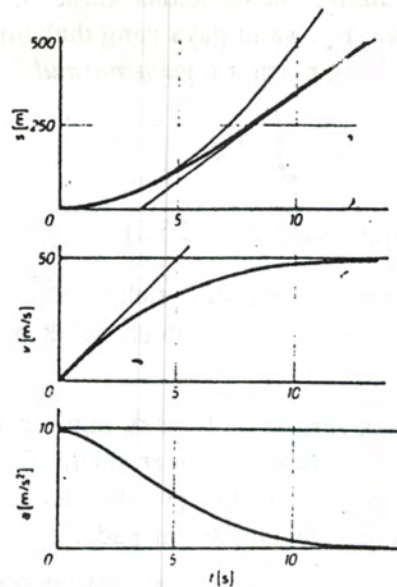
3.  $F_R \sim v^2$  Gaya gesek seperti itu berlaku untuk persoalan-persoalan aerodinamika atau gesekan benda dengan udara. Gaya gesek itu juga dapat sebanding dengan kecepatan pangkat lebih tinggi, misalnya untuk kasus peluru yang menembus zat padat.

Adalah perlu untuk membahas mengapa gaya gesek di atas sebanding dengan kecepatan. Persoalan yang paling sederhana adalah kasus 3.

Sebuah benda yang bergerak dengan kecepatan  $v$  akan menembus sebuah medium yang mempunyai kerapatan  $\zeta$  sehingga benda haruslah menembus medium melalui sisinya. Pada saat benda menembus medium, medium akan dipercepat benda dengan kecepatan  $v_M$ , yang besarnya kira-kira sama dengan kecepatan benda  $v$  (dengan bentuk medium tertentu akan diperoleh perbandingan  $v_M/v$  diperkecil. Pada saat  $dt$  benda akan membentuk lintasan (misalnya berbentuk pipa) sebesar  $vdt$  di dalam medium dengan penampang lintang  $S$ , besarnya lebih kurang sama dengan ukuran diameter benda. "Pipa" tersebut mempunyai volume  $Svdt$  dengan massa  $m_M = Svdt$ . Agar massa  $m_M$  mempunyai kecepatan  $v$ , massa tersebut harus diberikan energi sebesar  $1/2 m_M v^2 = 1/2 Sv^3dt$ , yang tentunya diperoleh energi gerak benda.  $1/2 Sv^3$  adalah daya yang diberikan pada medium. Karena daya gaya kecepatan (lihat persamaan [1.48]), gaya gesek didapat sebagai berikut.

$$F_R = 1/2 \zeta S v^3. \quad (1.61)$$





Gambar 1.33:

Gerak di dalam medium dengan gaya gesek  $F \sim v^2$ . Bilangan-bilangan tersebut diambil dari tubuh manusia melalui udara di dekat permukaan bumi

adalah penampang lintang efektif yang lebih kecil dari pada penampang lintang benda, bergantung bentuk benda, semakin efektif dapat menembus medium. Sesungguhnya pantas bahwa harga  $v_M$  lebih kecil dari pada  $v$  karena hal ini menyebabkan dapat terbentuknya pipa di dalam medium.

Penurunan hukum gesekan Stoke lebih sulit dibandingkan dengan penurunan yang telah dibahas (lihat 3.3.3). Di dalam medium yang mempunyai viskositas  $\eta$  gaya gesek medium benda yang dijatuhkan di dalamnya adalah

$$F_R = - 6 \pi a \eta r v \quad (1.62)$$

$r$  = ukuran karakteristik benda; faktor  $a \approx 1$  bergantung bentuk benda [faktor bentuk]). Pada umumnya gaya gesek di dalam zat cair,

demikian pula di dalam gas, mengandung dua macam gaya gesek  $F \sim v$  dan  $F \sim v^2$ . Karena ketergantungan terhadap  $v$  yang berbeda-beda (dapat bergantung pada kedua-duanya), suku yang mengandung  $v$  dengan pangkat lebih tinggi akan berpengaruh lebih kuat dibanding suku-suku berpangkat rendah lainnya, sehingga suku berpangkat rendah dapat diabaikan (untuk harga  $v$  yang besar).

Gesekan yang terjadi pada benda padat ( $F_R$  tidak bergantung dari  $v$ ) tidak akan dapat dimengerti dengan baik tanpa memperhatikan struktur atomik secara kuantitatif dari permukaan yang mengalami gesekan.

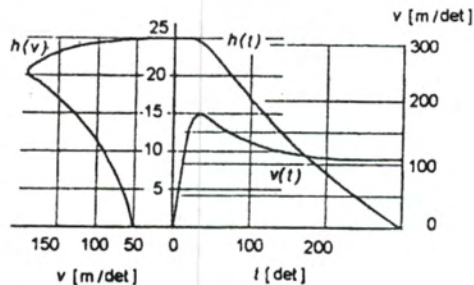
Bagaimana gerak karena pengaruh gaya gesekan tersebut ? Sebagai contoh, pandang suatu gaya konstan yang mengalami modifikasi karena pengaruh gaya gesek  $\sim v^2$ , misalkan pengaruh gaya gesek udara pada benda jatuh bebas di dalam medan gaya berat (gravitasi). Persamaan gerak benda dapat diperoleh dari gaya-gaya yang bekerja pada benda:

$$ma = -mg + kv^2 \quad (1.63)$$

( $k = 1/2cS$ ; jika sumbu  $-x$  dipilih ke atas, maka gaya berat benda  $mg$  diberikan tanda negatif; karena vektor gaya berat ke bawah, gaya gesek selalu berlawanan dengan arah gerak dan gaya gesek diberi tanda positif).

Tanpa perlakuan eksak, persamaan [1.63] (bentuk persamaan agak rumit karena percepatan sebagai fungsi dari kecepatan) dapat dicari penyelesaiannya. Misalkan, mula-mula benda berada dalam keadaan diam, kemudian karena gaya berat  $mg$  benda mengalami percepatan. Pada mulanya, sesaat setelah benda dipercepat karena  $mg$ , gaya gesek tidak berpengaruh pada benda, dalam hal ini, pertama-tama  $v$  kemudian  $v^2$  pada ruas kanan masih berharga kecil. Lintasan gerak persis seperti gerak jatuh bebas, yaitu pertambahan  $v$  setiap saat adalah  $gt$ . Tidak terlalu lama kemudian kecepatan  $v$  masih belum

bertambah. Tentunya setelah  $kv^2$  berpengaruh pada benda, harga percepatan benda akan berkurang (benda agar diperlambat sedikit) dan pada saat  $kv^2 = mg$ ,  $ma = 0$ . Jika hingga suatu waktu  $t_q$ ,  $v$  bertambah hanya sebesar  $gt$  atau gerak sama dengan gerak jatuh bebas. Sampai waktu tersebut keadaan kuasi stasioner dicapai dan  $t_q$  ditulis sebagai berikut.



Gambar 1.34 Kasus untuk ketinggian besar. Perubahan kerapatan udara terhadap ketinggian (lihat 3.16) menyebabkan kecepatan kuasi stasioner yang bergantung pada ketinggian. Angka-angka pada gambar digunakan untuk tubuh manusia.

$$t_q = \sqrt{\frac{m}{kg}}, \quad (1.64)$$

Setelah tercapainya waktu tersebut, percepatan menjadi nol dan selanjutnya terdapat kecepatan konstan karena  $kv^2 = mg$

$$v_q = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad (1.65)$$

Hubungan di atas tetap benar, jika harga konstanta berubah secara perlahan-lahan. Berdasarkan persamaan [1.63], harga  $k$  mengandung kerapatan medium. Hal itu berhubungan misalnya, dengan kasus yang ketinggian sangat besar. Persamaan [1.65] dapat digunakan, dengan syarat, selama kurun waktu  $t_q$  kerapatan atau  $k$  tidak atau hanya sedikit mengalami perubahan.

Pengamatan kuasi stasioner selalu berguna apabila terdapat medium yang terdiri atas sejumlah kondisi. Misalkan, pada mulanya kondisi pertama berpengaruh, kemudian kondisi kedua berpengaruh secara dominan (ketergantungan  $F \sim v$ ,  $F \sim v^2$  dst.). Di dalam kimia kinetik atau reaksi-reaksi lainnya dan dalam perlakuan peristiwa, relaksasi dapat dilakukan perhitungan serupa.

Gerak karena pengaruh gaya dorong  $F$ , tetapi terdapat gaya gesek  $F_r \sim v$  dapat dilakukan perhitungan analog dengan di atas

$$ma = F - cv \quad (1.66)$$

Gerak akan mengalami kuasi stasioner dalam waktu yang sangat besar dibanding dengan

$$t_q = \frac{m}{c}$$

dan kecepatan kuasi stasioner adalah

$$v_q = \frac{F}{c}$$

Penyelesaian secara eksak akan diperoleh dengan cara sederhana, karena sifat linieritas persamaan [1.66] sebagai berikut.

$$v = v_0 e^{-\frac{t}{t_q}} + v_q \left(1 - e^{-\frac{t}{t_q}}\right)$$

Persamaan di atas mempunyai kelakuan persis seperti pengamatan kuasi stasioner sebelumnya.

## 1.7 Gravitasi

### 1.7.1 Hukum Gravitasi

Karena epidemi penyakit pes di London pada saat itu, Isaac Newton menghabiskan liburan semester yang diperpanjang dari tahun 1665 – 1666. Pada saat itu, selain Newton menemukan dalil binomial,



perhitungan diferensial dan integral, pemisahan spektrum cahaya putih, ia juga menemukan hukum gravitasi. Ide dasar yang dikemukakan dan melalui kegenialan dan pengaruh terhadap apa yang dikemukakan olehnya tidak dapat terukur hingga saat ini. Gaya yang bekerja pada sebuah apel yang jatuh dari pohonnya sama dengan gaya yang terdapat antara bulan dan bumi. Dengan kata lain; kedua kasus tersebut adalah bentuk khusus dari hukum gaya yang lebih umum, yaitu gaya tarik-menarik antara dua massa. Gaya tersebut bergantung pada massa benda  $m_1$  dan  $m_2$ , jarak antara keduanya, dan mungkin masih bergantung pada faktor lainnya;

$$F = f(m_1, m_2, r, \dots)$$

Berdasarkan prinsip reaksi gaya tersebut, haruslah berhubungan dengan tarik menarik kedua massa. Apel mengalami gaya yang sama hingga tertarik ke bumi dan sebaliknya.  $m_1$  dan  $m_2$  haruslah secara *simetri* terdapat di dalam fungsi  $f$ . Pengamatan berikut merupakan pendekatan untuk merumuskan hukum gaya.

1. Di permukaan bumi benda akan jatuh dengan kecepatan yang sama cepatnya, terlepas apakah benda lebih ringan atau lebih berat. Gaya gesek karena udara memegang peran penting. Percepatan jatuh tidak bergantung pada massa benda jatuh  $m_2$ . Gaya postulasi yang menjelaskan percepatan tersebut haruslah sebanding dengan  $m_2$ .
2. Dari prinsip reaksi kemudian diperoleh bahwa  $F$  harus sebanding dengan  $m_1$ .
3. Di atas permukaan bumi, pada jarak jari-jari bumi atau sejauh 6370 km dari pusat tarik-menarik (titik pusat bumi) terdapat percepatan gaya berat sebesar  $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{det}^{-2}$ . Pada jarak, tempat berada bulan (jarak bumi-bulan kira-kira 60 kali jari-jari bumi) dapat diketahui bahwa bulan mengelilingi bumi dalam

orbitnya, gaya tarik-menarik bumi-bulan sama dengan gaya sentrifugal yang dialami bulan sehingga percepatan gaya berat sama dengan percepatan sentrifugal (persamaan [1.20]).

$$a = \omega^2 r = \frac{(2\pi)^2}{(27,3 \cdot 86400)^2 \text{ det}^{-2}} \cdot 60 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$= (27,3 \cdot 10^{-3} \text{ m det}^{-2})$$

Dengan demikian percepatan pada jarak bulan sama dengan  $1/3600 = 60^{-2}$  dibandingkan dengan percepatan yang terdapat dipermukaan bumi. Dari kenyataan itu diketahui bahwa terdapat gaya yang berbanding terbalik terhadap jarak  $r^{-2}$ , yaitu

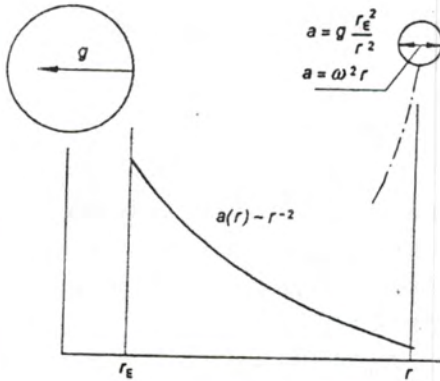
$$F \sim r^{-2}, \text{ atau } F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.67)$$

Hipotesis itu ternyata terbukti dengan baik. Diketahui bahwa massa satelit dalam pengamatan ini, tidak mempunyai arti sama sekali. Sejak dari pengamatan ini penentuan massa relatif dari benda-benda langit menjadi pusat perhatian (pada saat itu massa bumi belum diketahui), sejauh jarak satelit terhadap pusat benda sentral dan periodenya telah diketahui.

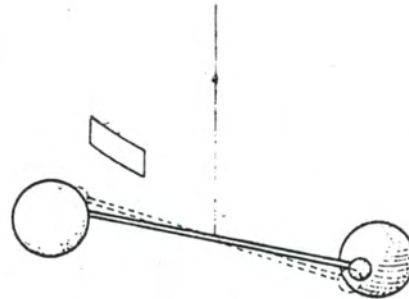
4. Masih terdapat kekurangan dari rumusan gaya berat (persamaan [1.67]) yang juga harus diketahui, yaitu konstanta kesebandingan  $G$ , sebagai besarnya gaya antara dua satuan massa dalam satu satuan jarak. Besaran ini dapat ditentukan melalui percobaan jika massa kedua benda yang berinteraksi diketahui. Benda-benda astronomi, seperti bumi, baik massanya belum dapat ditentukan secara langsung, juga dari volume maupun ramalan kerapatan rata-rata belum dapat diketahui secara pasti. Cavendish yang pertama kali menentukan gaya antara dua benda yang diketahui massanya, yaitu menggunakan dua bola timah dengan

pertolongan sebuah timbangan. Eotvos dan lain-lain kemudian memperhalus percobaan yang dilakukan Cavendish dan menemukan harga  $G$  sebagai berikut:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad (1.68)$$



Gambar 1.35 Percepatan gaya berat di dekat permukaan bumi dan pada jarak bumi-bulan (skala tidak diberikan)



Gambar 1.36: Skema timbangan Cavendish-Eotvos

5. Belum terpikirkan pada saat itu bahwa gaya yang bekerja antara dua benda bermassa masih bergantung pada suatu besaran lain. Dua diantaranya telah disebut, yaitu kecepatan kedua massa atau kecepatan relatif keduanya dan bahan yang terdapat di dalam ruang antara dua benda. Apakah di alam terdapat bahan yang dapat melindungi gaya gravitasi? Analog dengan apa yang terjadi pada medan elektrostatis?

Teori *Einstein* merumuskan kenyataan bahwa terdapat ketergantungan yang kecil dari kecepatan-relatif (kedua massa) dan juga dari keadaan rotasi benda. Keberadaan bahan yang dapat melindungi gaya gravitasi sampai kini tidak diperoleh alasan yang pasti.

6. Jika benda-benda yang menyebabkan gaya gravitasi berkembang (berubah bentuk), terdapat pengaruh ukuran benda. Hukum Newton tentang gravitasi terbatas berlaku untuk titik massa. Untungnya, semua benda yang berbentuk simetri bola mempunyai



kelakuan seakan-akan massanya terkonsentrasi di titik pusat bola. Dengan kata lain, benda tersebut dapat diperlakukan sebagai titik massa. Penentuan *konstanta gravitasi* sekaligus merupakan percobaan yang memberikan peluang untuk menentukan massa bumi dan semua benda-benda langit lainnya, yang sebelumnya hanya dapat ditentukan massa relatifnya (misalnya dengan membandingkannya terhadap massa bumi).

### 1.7.2 Medan Gravitasi

Persamaan [1.67] yang menyatakan gaya berat untuk dua massa dengan anggapan kedua massa secara simetri mengalami interaksi antarsesamanya, dan suatu titik massa  $Q$  dianggap sebagai sumber medan gaya dapat menggerakkan massa lain (misalkan massa  $P$ ). Rumusan  $F(r) = -m_P(Gm_Q)/r$  atau jika arah gaya turut diperhitungkan

$$F = -m_P \frac{Gm_Q(r)}{r^2} \quad (1.69)$$

dan  $\frac{Gm_Q(r)}{r^2}$  ( $E/r$ ) berasal dari sifat medan dan tidak bergantung pada

massa  $m_P$ . Besaran ini disebut kuat medan  $g$  gaya gravitasi. Pada umumnya hal itu tidak hanya berlaku untuk medan gaya dari massa titik, tetapi juga dapat didefinisikan melalui gaya gravitasi yang bekerja pada massa  $m_P$  ( $m_P$  = massa test)

$$g = \frac{1}{m_P} F.$$

Medan gravitasi  $g(r)$  sama dengan percepatan gaya berat pada jarak  $r$ . Pernyataan komponen gaya dalam medan gravitasi  $g(r)$  dimungkinkan karena gaya bergantung pada massa test  $m_P$ ,  $F \sim m_P$ . Dengan kata lain, ada kesebandingan antara percepatan gaya berat (disebut juga sebagai medan gaya berat) dan pembawa massa. Untuk



medan lain, juga berlaku analog, misalnya, medan elektrostatis  $E$  dan muatan test  $e$ .

Medan gravitasi sebuah titik massa adalah medan konservatif, karena mempunyai simetri bola. Selain itu, juga karena fungsi dari jarak dan energi potensialnya hanya bergantung pada jarak  $r$  dari massa test  $m_p$ . Rumusan paling sederhana dari energi potensial gravitasi adalah mengukurnya secara relatif dari suatu titik di tempat tak berhingga terhadap titik yang berjarak  $r$ ; karena pada titik tak berhingga benda test tidak dipengaruhi gaya gravitasi. Dengan kata lain,  $E_{\text{pot}}(r)$  adalah kerja yang diperlukan untuk memindahkan sebuah massa test  $m_p$  dari jarak  $r$  tak berhingga ke suatu titik berjarak  $r$ . Karena kerja konservatif tidak bergantung pada lintasan yang ditempuh, energi potensial gravitasi dapat dinyatakan secara sederhana terhadap jari-jari (jarak) sebagai berikut

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = + m_p \int_{\infty}^r Gm_Q \frac{1}{r^2} dr \\ &= - m_p \cdot Gm_Q/r \end{aligned}$$

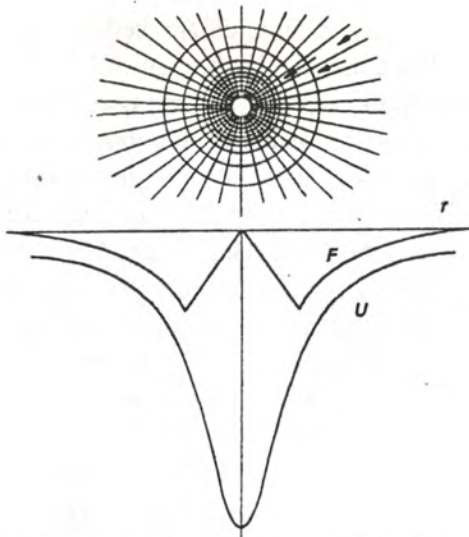
Tanda minus diperlukan untuk menyatakan bahwa tidak diperlukan kerja agar massa  $m_p$  pindah dari tempat tak berhingga. Dengan kata lain, massa bebas bergerak dari tempat tak berhingga ke tempat berjarak  $r$ .

Selanjutnya, energi potensial dapat dinyatakan dalam rumusan yang tidak bergantung pada massa test  $m_p$ , yaitu

$$\varphi = - \frac{Gm_Q}{r} \quad (1.70)$$

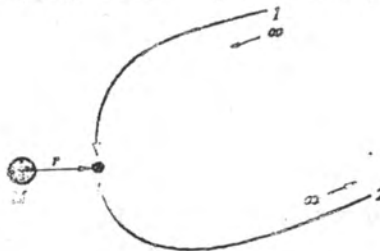
disebut potensial gravitasi. Secara umum (tidak hanya berlaku untuk medan karena titik massa),  $F$  dapat dinyatakan sebagai gradien  $E_{\text{pot}}$  dan  $g$  dalam gradien  $\varphi$

$$\mathbf{F} = \nabla E_{\text{pot}} \quad \mathbf{g} = \nabla \varphi(r) \quad (1.71)$$



Gambar 1.37 Medan gravitasi sebuah benda berbentuk simetri bola dengan kerapatan massa homogen

Medan gravitasi suatu massa yang terdistribusi secara kompleks berbeda dengan medan akibat titik massa (persamaan[1.70]). Dalam hal ini, setiap massa total dinyatakan dalam jumlah atau integral dari titik-titik massa yang terdistribusi di dalam sistem. Dengan demikian,  $F$ ,  $g$  dan  $E_{\text{pot}}$  diberikan sebagai penjumlahan atau integrasi dari setiap titik massa yang terkandung di dalamnya.



Gambar 1.38; Pengertian rumusan potensial gravitasi

### 1.7.3 Gaya Pasang Surut

Tidak terdapat distribusi massa yang dapat menimbulkan medan

gravitasi homogen. Akan tetapi, dalam setiap medan inhomogen, gaya-gaya yang bekerja pada setiap bagian titik massa benda test akan berbeda. Selain itu apabila benda test mengalami gaya tarik-menarik gravitasi, dan menyebabkan benda jatuh bebas, perbedaan ini haruslah menimbulkan tegangan potensial. Pandanglah sebuah pesawat ruang angkasa yang terbang tanpa gaya dorong mengelilingi bumi. Yang terjadi adalah pesawat bergerak tanpa gaya berat. Secara sederhana, hal itu disebabkan oleh gaya berat dinding pesawat dan semua bagian yang melawan lainnya jatuh sama cepatnya (kesebandingan dari pembawa massa dan gaya berat). Akan tetapi, jika diamati dengan seksama, setelah pesawat bergerak, medan dan percepatan pada bagian pesawat yang mengarah ke bumi akan sedikit lebih besar (dalam hal ini harga  $r$  kecil) dan pada bagian lain terdapat medan dan percepatan gaya berat akan lebih kecil dibandingkan dengan bagian yang berada di titik pusat massa yang menyebabkan gerak total roket.

Gaya-gaya di bagian atas dan bawah yang melawan dan mengembangkan pesawat bekerja lebih lamban dibandingkan dengan dinding pesawat yang bersangkutan. Suatu massa yang tidak terkonsentrasi akan dapat dihambur (yaitu jika benda pusat lebih dekat dari jarak kritis).

Demikian halnya, bumi jatuh secara bebas di dalam medan gravitasi bulan. Kedua lintasan berbentuk lingkaran terpusat pada titik pusat massa keduanya (bumi-bulan). Akan tetapi, bumi berada lebih dekat lagi dibandingkan dengan bulan terhadap titik pusat keduanya, karena titik pusat massa bumi-bulan masih dalam bumi. Gerak melingkar ditentukan oleh pusat massa bumi karena gaya sentrifugal bulan akan mengkompensasikan gaya tarik-menarik bumi-bulan. Semua titik-titik massa di bumi menggambarkan seolah-oleh mempunyai jari-jari lingkaran yang sama (tanpa memperhatikan sumbu rotasi bumi, sumbu dianggap sebagai permukaan datar). Dalam gerak melingkar ini, percepatan gaya tarik-menarik  $Gm_M/r^2$  karena bulan sama persis dengan percepatan sentrifugal terhadap titik pusat bumi. Bagian bulan yang berada lebih dekat dengan bulan, percepatan

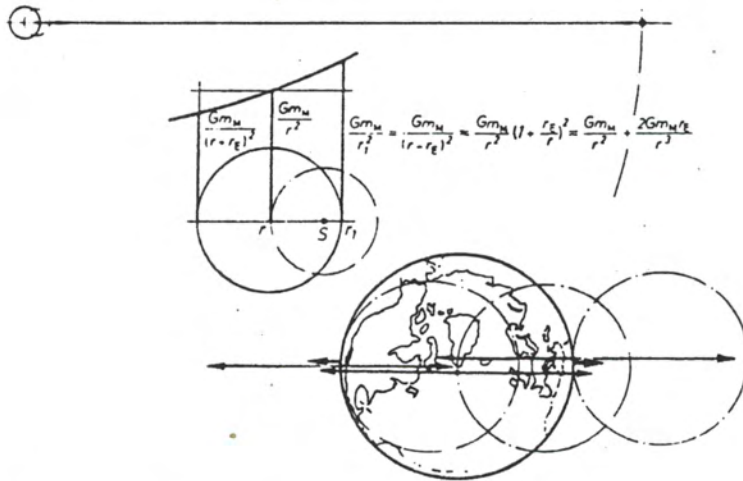


$Gm_M/r^2$  ini akan sedikit lebih besar. Perbedaan percepatan yang dialami oleh sebagian adalah sebesar  $Gm_M/r_1^2 - Gm_M/r^2$  sehingga kelebihan percepatan harus diarahkan ke atas untuk dapat melawan agar bulan tidak jatuh ke bumi dalam orbit lingkaran tersebut. Bagian bumi yang berada lebih dekat dengan bulan percepatan  $Gm_M/r^2$  adalah lebih kecil dibandingkan dengan percepatan sentripetal sehingga perbedaan percepatan harus diarahkan ke arah luar atau kembali ke atas. Seandainya benar bahwa akibat tarikan bulan menyebabkan gunung menjulang tinggi, bagian bumi lainnya mengalami pengecukan dan tidak akan menjulang tinggi.

$$a_{ps} = Gm_M \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) = Gm_M \left( \frac{1}{(r+r_E)^2} - \frac{1}{r^2} \right)$$

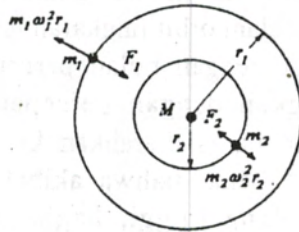
$$\approx Gm_M \frac{1}{r^2} \left( 1 - \frac{2r_E}{r} - 1 \right) = -\frac{2Gm_M r_E}{r^3}.$$

Bandingkan dengan percepatan gaya berat karena bumi



Gambar 1.39 Gaya pasang surut Bumi dan bulan bergerak terhadap titik pusat massa  $S$  (atas diberikan dengan skala). Ketergantungan gaya tarik-menarik terhadap jarak (tengah: gaya tidak diberikan skala) Gaya sentrifugal karena perputaran bulan terhadap titik pusat massa  $S$  mengkompensasi gaya tarik-menarik keduanya melalui bulan terhadap titik pusat bumi. Perbedaan gaya pasang-surut ditentukan oleh gaya tarik-menarik ke arah depan dan belakang (bawah: tidak dengan skala).



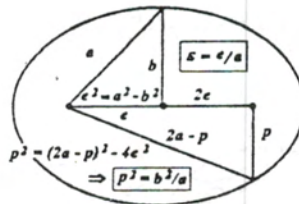


Gambar 1.40 Penurunan hukum gravitasi dari hukum Kepler

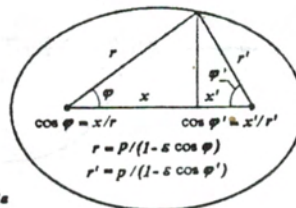
$$\frac{a_{ps}}{g} = \frac{2 G m_M r_g r^{-3}}{G m_g r_E^2} = 2 \frac{m_M r^3 E}{m_E r^3}$$

atau

$$a_{ps} = 10^{-7} g$$



$$\begin{aligned} r(1 - \epsilon \cos \varphi) &= r - \epsilon x = p \\ r'(1 - \epsilon \cos \varphi') &= r' - \epsilon x' = p \\ \frac{r + r'}{r + r'} &= \frac{2p - \epsilon(x + x')}{2p - \epsilon(x + x')} = \frac{2(p + \epsilon c)}{2(p + \epsilon c)} = \frac{2(b^2/a - \epsilon^2/a)}{2a} = 2a \\ r + r' &= 2a : \text{definisi elips!} \end{aligned}$$

Gambar 1.41; Geometri elips. Atas Hubungan antara setengah sumbu  $a$ ,  $b$ , eksentrisitas  $e$  dan parameter  $p$  Bawah Persamaan elips dalam koordinat polar.

Bagian bumi padat yang mengalami gaya tarik- menarik dengan bulan akan menarik dirinya. Bagian yang tidak padat akan mengalami deformasi dan disebut gaya pasang surut dalam waktu tersebut 24 jam arah deformasi akan berubah sebesar  $2\pi$ , waktu ini terlalu besar, dibandingkan dengan seandainya rotasi sesuai dengan pengerutan permukaan dasar (selain itu, mungkin tidak terdapat pasang surut air laut). Selanjutnya diikuti perlambatan air laut. Perlabatan demikian mustinya ada, selama terdapatnya gaya yang merintang pergeseran seterusnya air laut. Gaya-gaya itu adalah gaya gesek antara lapisan air, gaya gesek antara air dan dasar laut serta hempasan gelombang air laut di pantai-pantai daratan pada semenanjung dan teluk. Gaya yang memperlambat menyebabkan adanya pergeseran fase antara posisi tertinggi bulan dan air pasang dan adanya hambatan (pengereman) rotasi bumi. Bumi dipacu dengan *momentum putar* yang tetap, Berdasarkan hukum kekekalan momentum putar haruslah di suatu tempat di dalam sistem akan didapat kembali momentum putar semula, Dalam hal ini, bulan adalah penyebab utama peristiwa ini. Kejadian itu kemudian diikuti dengan bertambah besarnya jarak bulan-bumi. Proses itu dapat terhenti jika panjang hari sama dengan bulan.

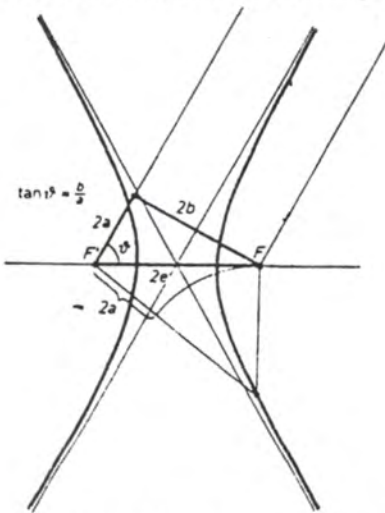
TABEL 1.2 SISTEM MATAHARI

	Massa rata-rata ekuator (kg)	Radius rata-rata (km)	c thd benda pusat ( $\text{g cm}^{-3}$ )	Jarak rata-rata ( $10^6$ km)	Waktu menge- lilingi (tahun)	Angka eksen- trasitas (orbital)	Periode ritasi (hari)
Matahari	$1,99 \cdot 10^{30}$	696000	1,41				27,00
Merkurius	$3,20 \cdot 10^{23}$	2400	5,30	57,900	0,240	0,206	
Venus	$5,28 \cdot 10^{24}$	6100	4,95	108,210	0,616	0,007	
Bumi	$5,98 \cdot 10^{24}$	6378	5,52	149,600	1,000	0,007	1,00
Bulan	$0,73 \cdot 10^{23}$	1738	3,34	0,384	0,075	0,055	27,50
Mars	$6,10 \cdot 10^{23}$	3400	3,95	227,900	1,880	0,093	1,02
Phobos		10		0,0094	0,0009		
Deimos		6,5		0,0235	0,0035		
Ceres		360					
Eros				219,000		0,230	
Jupiter	$1,90 \cdot 10^{27}$	71350	1,33	778,300	11,8500	0,048	0,41
Ganymed (+11 bulan lainnya)		2470		1,071	0,0196		
Saturnus	$5,70 \cdot 10^{26}$	60400	0,69	1428	29,46	0,056	0,43
Titan (+8 bulan lainnya)		2500		1,223	0,044		
Uranus	$8,70 \cdot 10^{25}$	24850	1,56	2872	84,02	0,046	0,45
Oberon (+4 bulan lainnya)		500		0,587	0,0037		
Neptunus	$1,03 \cdot 10^{26}$	26500	2,27	4498	164,79	0,009	0,66
Triton (+1 bulan lainnya)		2000		0,354	0,016		
Pluto	$5,40 \cdot 10^{24}$	7500	4,00	5910	249,17	0,249	0,7
Traspluto?					675,00		

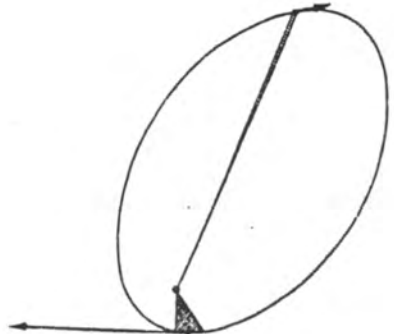
### 1. 7.4 Orbit Planet

Bagian yang tersisa dari hasil kerja Johannes Kepler adalah data-data astronomi yang amat banyak (jika diamati dengan mata telanjang dan ada unsur ketidaktelitian), yang dirumuskan dalam tiga hukum.

1. Planet-planet bergerak dengan lintasan berbentuk elips dan pada titik fokusnya terletak matahari.
2. Vektor jari-jari (garis hubung matahari-planet) akan menyapu luas yang sama dalam waktu yang sama.
3. Kuadrat lintasan waktu planet-planet berbeda, bersifat seperti kubus dari lintasan terbesarnya.



Gambar 1.42 Geometri hiperbola



Gambar 1.43 : Hukum kedua Kepler

Hukum kedua Kepler digunakan sampai saat ini sebagai dasar dinamika modern, yaitu sebagai kasus khusus momentum putar atau kaedah luas permukaan. Ramalannya, ialah bahwamedan gaya matahari yangdianggap sebagai pusat medan sukar untuk disangsikan ( Kepler beranggapan gaya yang bekerja terletak pada arah tangensial lintasan, dengan planet tetap. Pemikiran itu adalah pemikiran klasik Aristoteles. Momentum putar  $L = nr \times v$  dari planet-



planet adalah konstan. Hukum pertama dan ketiga memberikan, secara matematis, adanya kebenaran, jika dianggap bahwa medan gaya mempunyai bentuk tertentu, yaitu  $F \sim r^{-2}$ . Pertanyaan sebaliknya, yaitu bagaimana medan gaya berusaha agar lintasan planet berbentuk elips atau secara umum lintasan berbentuk potongan sebuah Kerucut dengan alas lingkaran akan sangat mudah diselesaikan?

Akan dijelaskan suatu gerak yang berdasarkan kaidah luas permukaan (sapuan) gerak yang berada pada bidang datar, yaitu dalam koordinat polar  $r, \varphi$ . Kecepatan planet dapat ditulis dalam komponen pada arah radial dan tangensial (lihat Gambar 1.44):

$$v = (v_r, v_\varphi) = (\dot{r}, r\dot{\varphi}).$$

Harga momentum putar adalah

$$L = mrv_\varphi = mr^2\dot{\varphi} = \text{konst}$$

atau

$$\dot{\varphi} = \left( \frac{L}{mr^2} \right)$$

Energi kinetik dapat ditulis dalam bentuk

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= m/2 (\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) \\ &= m/2 (\dot{r}^2 + L^2/m^2r^2). \end{aligned} \quad (1.72)$$

Secara empiris diketahui, bahwa  $r$  dan  $\varphi$  dari persamaan potongan Kerucut sebagaiberikut

$$r = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$$

( $\varepsilon < 1$  elips,  $\varepsilon = 1$  parabola,  $\varepsilon > 1$  hiperbola,  $p = b^2/a$  adalah param-

eter paruh.  $\epsilon = b/a$  adalah bilangan eksentrisitas). Dibentuk variabel  $r$  dari energi kinetik

$$\begin{aligned}\dot{r} &= \frac{pe, \sin \varphi}{(1 - e \cos \varphi)^2} \dot{\varphi} \\ &= \frac{r^2}{P} \epsilon \sin \varphi \dot{\varphi} = \frac{L\epsilon}{mp} \sin \varphi\end{aligned}$$

dan masukkan ke persamaan [1.72]:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} \left( \frac{L^2 \epsilon^2}{m^2 p^2} \sin^2 \varphi + \frac{L^2}{m^2 r^2} \right)$$

Dengan menggunakan  $\cos \varphi = \epsilon^{-1}(-p/r)$ , akhirnya di-dapat ( $\sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \varphi$ ). Dimensi kinetik yang dinyatakan dalam  $r$

$$\begin{aligned}E_{\text{kin}} &= \frac{L^2}{2m} \left\{ \frac{\epsilon^2}{p^2} \left[ 1 - \frac{1}{\epsilon^2} \left( \frac{E}{r} - 1 \right)^2 \right] + \frac{1}{r^2} \right\} \\ &= \frac{L^2}{2m} \left\{ \frac{\epsilon^2}{p^2} - \frac{1}{p^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{2}{r^2} + \frac{2}{rp} + \frac{1}{r^2} \right\} \\ &= \frac{L^2}{2mp^2} (\epsilon^2 - 1) + \frac{L^2}{mrp}\end{aligned}$$

$E_{\text{kin}}$  bergantung pada  $r$ , karena suku kedua ruas kanan persamaan di atas. Dalam hal ini energi total sistem  $E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$  haruslah konstan. Kondisi itu hanya mungkin apabila  $E_{\text{pot}}$  mengandung suku  $L^2/mrp$  untuk mengkompensasikan suku tersebut:

$$E_{pot} = \text{konst.} - L^2/mrp$$

Karena energi potensial pada jarak tak berhingga berharga nol, harga konstanta haruslah sama dengan nol. Potensial suatu medan gaya yang bekerja pada benda menjadikan benda mempunyai orbit potongan kerucut, yang sebanding dengan  $r^{-1}$ , sedangkan gaya sebanding dengan  $r^{-2}$ . Dengan demikian, jika faktor kesebandingan disubstitusikan ke persamaan energi potensial, didapat

$$E_{pot} = - \frac{L^2}{mrp} = - \frac{GMm}{r}$$

berarti bahwa:

$$L = m \sqrt{GMp} = mb \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

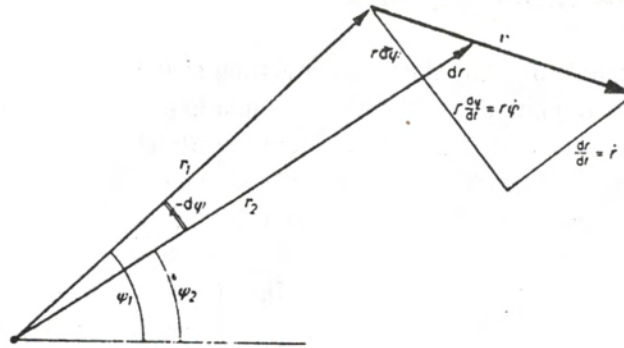
Energi total planet adalah:

$$\begin{aligned} E &= E_{kin} + E_{pot} \\ &= GMm \cdot \frac{\epsilon^2 - 1}{p} \end{aligned}$$

Untuk lintasan berbentuk elips ( $\epsilon > 1$ ), harga energi total adalah negatif (keadaan terikat), Untuk parabola ( $\epsilon = 1$ ), harga energi total adalah nol. Untuk hiperbola ( $\epsilon > 1$ ), harga energi total positif (keadaan lepas). Berdasarkan hubungan geometri  $p=b^2/a$  dan  $1 - e^2 = (a^2 - e^2)/a^2 = b^2/a^2$ , didapat:

$$E = - \frac{GMm}{2a} \quad (1.73)$$

Energi total planet yang bergerak menurut lintasan potongan kerucut hanya bergantung pada sumbu pendek, yaitu harganya sama dengan setengah harga energi potensial pada jarak  $a$



Gambar 1. 44 Komponen-komponen kecepatan dalam koordinat pola

Di bagian penutup ini akan dicari periode  $T$  yang tentunya hanya untuk planet yang bergerak dengan lintasan elips.  $T$  adalah waktu yang dibutuhkan planet untuk membuat luas sapuan sebesar luas elips  $\pi ab$ . Berdasarkan kaedah sapuan luas dalam satuan waktu akan terbentuk sapuan luas sebesar  $1/2 | \mathbf{r} \times \mathbf{r} | = L/2m = 1/2 b \sqrt{GM/a}$ . Luas sapuan seluruhnya diperlukan waktu sebesar

$$T = \frac{\pi ab}{1/2 b \sqrt{GM/a}} = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{GM}} \quad (1.74)$$

Persamaan[1.75] adalah implikasi hukum ketiga Kepler



## **1.8 Gaya Kelembaman**

### **1.8.1 Sistem Koordinat Acuan**

Sebagai pendahuluan, akan dibahas pengertian sistem koordinat acuan. Apabila ingin digambarkan koordinat benda-benda yang terletak di dalam ruang, misalnya, dinyatakan dalam koordinat cartesian sebagai vektor diperlukan suatu titik acuan, yaitu titik yang berawalnya ketiga koordinat, sejauh arah ketiga koordinat tidak saling paralel satu dengan yang lain. Yang harus ditunjukkan oleh koordinat tersebut (dalam hal ini koordinat tidak harus saling tegak lurus, seperti pada koordinat cartesian). Ketetapan demikian mendefinisikan sistem koordinat acuan. Untuk memilih sistem koordinat dapat dipilih sesuatu benda yang ada, misalnya bumi, matahari, mobil, roket, selanjutnya, kemudian ambil satu titik tetap yang terdapat pada benda sebagai titik awal, misalnya titik pusat bumi dengan arah sumbu tetap (sumbu rotasi bumi dengan dua arah garis lainnya yang terletak dipermukaan ekuator bumi). Titik awal suatu sistem koordinat acuan dapat dipilih melalui materi sebuah benda, walaupun titik tersebut tidak terikat pada benda, misalnya titik pusat berat bumi-bulan. Akhirnya, sistem koordinat acuan yang tidak berhubungan dengan benda tertentu dapat digunakan. Akan tetapi, hal itu masih dipertanyakan menurut teori relativitas.

*Teori relativitas* telah mendefinisikan sistem koordinat acuan tambahan yang harus dilengkapi dengan waktu. Secara prinsip haruslah dimungkinkan, dalam setiap tempat sembarang diletakkan jam dan jam-jam tersebut haruslah disinkronkan satu dengan yang lain. Dengan demikian, telah dikembangkan sistem koordinat ruang menjadi sistem koordinat ruang-waktu.

### **1.8.2 Macam-macam Gaya.**

Semua gaya-gaya yang diamati di alam dapat dibagi dalam beberapa macam

1. Gaya yang secara langsung merupakan hasil interaksi dua benda dalam keadaan kontak seperti tekanan, tarikan, dan bertumbukan. Semua gaya seperti itu didefinisikan sebagai *gaya-gaya jarak dekat*. Contoh: berbagai macam gaya yang berbeda dari rangkaian gaya-gaya transfer di mobil dari tekanan akibat pembakaran campuran bahan bakar mobil-udara (bensin-udara) dan gaya gesek ban di jalan raya.

2. Gaya yang tidak mengandung kontak secara langsung dari benda yang berinteraksi. Gaya itu terdiri atas berbagai macam, seperti gaya sentrifugal, interaksi elektromagnetik dan gravitasi. Gaya itu dapat dibagi dalam dua bagian.

2a) Gaya yang ditimbulkan akibat pemilihan sistem koordinat acuan. Seandainya dipilih sistem acuan lain, tidak timbul gaya itu, seperti *gaya kelembaman*.

2b) Gaya yang timbul bukan akibat pemilihan sistem koordinat acuan ( *gaya jarak jauh* ) sebenarnya

Contoh paling sederhana dari gaya kelembaman adalah gaya yang dialami oleh seseorang di dalam mobil yang di rem secara tiba-tiba. Dalam keadaan tersebut, orang itu tidak dapat kontak langsung dengan benda lain. Ia akan terdorong ke depan. Percepatan dan gaya yang muncul pada sistem koordinat mobil mengalami keadaan transisi sekonyong-konyong menjadi sistem koordinat yang bergerak lurus beraturan. Terdorongnya orang ke depan hanya terjadi sesuai dengan prinsip kelembaman, yaitu kelembaman cenderung berada dalam keadaan semula atau mencari suatu keadaan sehingga dapat bergerak lurus beraturan. Penyingkapan gaya adalah sebagai gaya bayangan yang tidak mengalami perubahan dan selalu menyebabkan kejadian fatal.

Gaya jarak jauh yang dimaksud pada 2b dalam waktu cukup lama dipertanyakan oleh fisikawan Newton, tentang kebenarannya. Berbagai

percobaan telah dilakukan untuk mengungkap gaya gravitasi apakah sebagai gaya jarak dekat. Khususnya, di dalam elektro-dinamika, diketahui adanya gaya berjarak jauh. Dengan tersingkapnya fenomena fisika atom, masih terdapat kemungkinan bahwa gaya tersebut dapat ditimbulkan oleh kontak langsung dan adanya gaya jarak dekat pada satuan terselubung oleh munculnya gaya jarak jauh. Hal yang bersangkutan-paut dengan gaya gravitasi berhasil dijelaskan oleh Einstein dengan baik. Dengan batasan-batasan tertentu, ia telah menghubungkannya dalam sistem kelembaman dengan membuat transformasi gaya atau medan gaya dari satu sistem koordinat ke sistem koordinat lainnya dengan mulus sehingga menyebabkan hilangnya medan gaya tersebut (lihat 15.4.1). Gaya jarak jauh dalam fenomena elektromagnetik juga telah dicoba oleh Einstein untuk membuat transformasi dalam teori umum tentang medan gaya, akan tetapi belum berhasil.

### 1.8.3 Sistem Kelembaman (Inersial)

Berdasarkan pengalaman dapat diramalkan bahwa ada suatu sistem yang mengandung gaya akibat interaksi kontak langsung atau medan elektromagnetik. Dengan perkataan lain, di dalam sistem itu tidak terdapat *gaya kelembaman*. Gaya berat dalam hal ini diabaikan, seperti sistem yang terdapat di dalam air. Di permukaan bumi walau bagaimanapun tidak akan dapat diperoleh sistem kelembaman, karena gaya kelembaman di permukaan bumi tidak dapat terelakkan (secara sederhana gaya sentrifugal misalnya). Juga sebuah pesawat ruang angkasa, tanpa gaya dorong, bukan merupakan sistem kelembaman, selama pesawat berada di dekat benda bermassa besar. Di dalam pesawat tersebut secara misterius orang tidak merasakan adanya percepatan (selain percepatan gaya pasang-surut). Akan tetapi, bagi pengamat yang objektif adalah mengherankan mengapa ia dipercepat oleh bumi pada arah kebalikan arah gerakannya. Percepatan itu mempunyai arah yang serupa dengan percepatan pasang-surut.

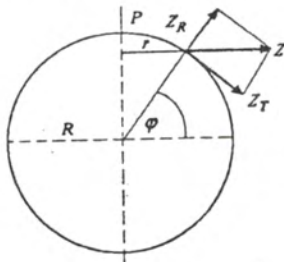
Suatu pendekatan yang hampir dekat dengan sistem kelembaman



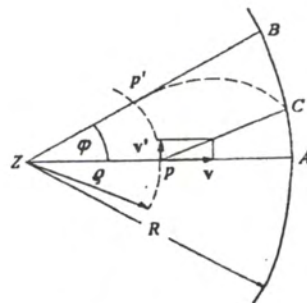
(sistem inersial) adalah seandainya melalui sebuah roket tanpa gaya dorong yang terdapat di dalam ruang antargugus tata surya jauh dari pengaruh massa apapun dan jika roket tidak mengalami rotasi. Sebuah pesawat ruang angkasa akan menjadi demikian, juga matahari (jika lintasan orbit yang hampir berbentuk lingkaran terhadap pusat galaksi diabaikan). Suatu sumbu silang yang berhubungan dengan matahari, yang sumbunya terletak pada sebuah bintang tetap, merupakan sebuah sistem inersial, yaitu jika pengaruh gravitasi matahari dan planet-planet lainnya diabaikan.

#### 1.8.4 Sistem Koordinat Rotasi

Gaya sentrifugal yang tidak diragukan, adalah gaya kelembaman (lihat pembagian gaya pada 2a, 1.8.2). Pada sistem koordinat acuan dari sebuah mobil, gaya itu muncul sebagai kurva dan bekerja agar mobil mengalami percepatan ke arah luar sistem. Seorang pengamat yang berada dalam sistem inersial tidak akan mengalami gaya demikian. Kecenderungan mobil (benda umumnya) untuk bergerak lurus beraturan benda terlempar di luar sistem dan jika ada bagian benda yang tidak bergerak lurus beraturan haruslah terjadi tabrakan. Jika dianggap mobil tidak mengalami gaya jarak dekat akibat bagian kendaraan lainnya, yang juga mengalami gaya yang sama, tetapi arahnya kebalikan dari gaya yang dialami mobil, keduanya dikatakan mengalami gaya sentrifugal.



Gambar 1.45 Pengaruh rotasi bumi pada benda jatuh



Gambar 1.46 Perhitungan gaya coriolis

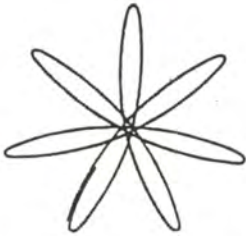


Gaya sentrifugal bukan satu-satunya gaya yang bekerja di dalam sistem koordinat yang mengalami rotasi. Sebuah plat berbentuk lingkaran dengan radius  $R$  yang mengalami rotasi dengan kecepatan sudut konstan  $\omega$  dari arah  $A \rightarrow B$  terdapat seorang pengamat  $X$  di  $P$  dan berjarak  $\rho$  dari pusat rotasi (Gambar 1.46). Pengamat melempar sebuah bola pada arah radial dengan kecepatan  $v$ ; Dalam peristiwa itu pengaruh gaya berat diabaikan. Dalam waktu  $\Delta t = (R - \rho)/v$ , setelah bola dilemparkan dan mencapai jarak  $R - \rho$ , pengamat  $X$  telah mengalami rotasi dari  $P$  ke  $P$ . Pengamat tidak merasakan adanya rotasi tersebut maka menganggap pada saat tersebut bola harusnya sampai di  $B$ . Dalam kenyataan, bola sampai di  $C$ , yang oleh pengamat lain (berada di luar sistem koordinat yang mengalami rotasi) dapat dengan mudah diamati. Bagi pengamat itu selain kecepatan pada arah radial  $v$ , diamati pula kecepatan pada arah tangensial  $v' = \omega \rho$ . Setelah bola dilemparkan, bola sampai di  $C$  dengan kecepatan sama. Bola akan bergerak secara tangensial sekitar  $v' \Delta t = \omega \rho \Delta t = \omega \rho (R - \rho)/v$ . Setelah saling membandingkan data-data yang diperoleh oleh tiap-tiap pengamat, ternyata bola masih berada pada jarak  $\omega (R - \rho) \Delta t = \omega (R - \rho)^2/v = \omega v \Delta t^2$  dari tempat yang diramalkan oleh pengamat  $X$  di  $B$ . Bagi  $X$ , yaitu relatif terhadap plat piringan, lintasan bola digambarkan oleh garis putus-putus (Gambar 1.46) yang hampir berbentuk parabola. Untuk menjelaskan mengapa terjadi hal tersebut, pengamat  $X$  harus mengandaikan adanya gaya yang bekerja pada bola, pada arah tegak lurus dari arah gerak bola, yaitu

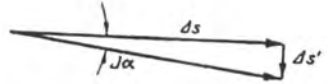
$$F_{kor} = 2m\omega v \quad (1.76)$$

Gaya konstan tersebut adalah yang menyebabkan bola dalam waktu  $\Delta t$  menyimpang dari arah semula, yang oleh pengamat didapat penyimpangan sebesar  $1/2 F \Delta t^2 / m = \omega v \Delta t^2$  (lihat 1.1.2). Gaya yang bersangkutan dirasakan juga oleh pengamat  $X$  pada saat ia bergerak.

Hasil pengamatan tidak mengalami perubahan jika arah  $v$  membentuk sudut tertentu dengan jari-jari piringan melalui titik  $P$ .



Gambar 1.47 Sebuah rosete sebagai lintasan sebuah bandul lempengan dalam pengaruh gerak bumi



Gambar 1.48 Rotasi sebuah jejak permukaan yang bergerak (bandul Foucault) dalam pengaruh gaya coriolis

Jika sumbu rotasi tidak tegak lurus terhadap  $v$ , tetapi membentuk sudut  $\alpha$  dengan  $v$ , percepatan koriolis

$$a_{kor} = 2 v \omega \sin \alpha \quad (1.77)$$

Pada setiap benda yang bergerak di dalam sistem koordinat acuan atau mengalami rotasi, terlihat adanya pengaruh gaya koriolis pada pengamat yang ikut bergerak di dalam sistem. Arah gaya itu tegak lurus terhadap sumbu rotasi dan tegak lurus terhadap arah kecepatan. Gaya koriolis di bumi mempunyai komponen horizontal dan vertikal. Jika gerak terjadi dipermukaan, gaya koriolis hanya bekerja pada arah horizontal (misalnya di kutub), sedangkan di ekuator, pengaruhnya hanya pada arah radial. Untuk kasus terakhir, gaya koriolis searah dengan gaya sentrifugal. Komponen horizontal gaya koriolis hanya berpengaruh pada benda yang bergerak di bagian utara belahan bumi dan benda yang akan dibelokkan ke kanan. Peristiwa itu memberikan arti penting pergerakan udara di atmosfer.



Gambar 1.49; Daerah tekanan rendah yang difoto dari sebuah satelit meteorologi [Dari G. Falk dan W. Ruppel]

### Soal 1.1

1. Bayangkan seandainya semua perkakas ukur standard termometer hilang dari muka bumi. Bagaimana Anda harus mereproduksi dengan ketepatan yang cukup baik, a) untuk kehidupan sehari-hari, b). untuk kepentingan teknik, c). untuk pengukuran fisis berketepatan tinggi. Buatlah prosedur,  $\alpha$ ), untuk di bumi,  $\beta$ ), untuk planet-planet lain di sistem tata surya dan  $\gamma$ ) untuk sebarang tempat di universum.

2. Bagaimana orang dapat mengukur perbedaan panjang hingga lebih kecil dari 0.1 mm tanpa menggunakan mikroskop atau lensa dan dengan pembagian skala yang cukup halus untuk diamati oleh mata? Antara dua garis skala yang beraturan pada penggaris transparan tidak dapat dibedakan. Dengan pertolongan mikrometer dua garis skala tersebut dapat digeser dan terlihat terpisah satu dengan yang lain. Bagaimana orang melakukan pengukuran tersebut? Hubungan apa yang terkandung dalam pengukuran interferensi optik?

3. Berapa besar panjang yang berhubungan dengan  $1^\circ$ ,  $1'$  dan  $1''$  untuk 1 rad di permukaan bumi? Berapa besar luas yang berhubungan dengan  $1 \text{ rad}^2$ , 1 sterad? Berapa starad  $\text{rad}^2$  dan seterusnya, untuk 1 bola; masuk 1 setengah bola; untuk sebuah lempengan berbentuk lingkaran berjari-jari  $r$  pada jarak  $a$ ; untuk sebuah empat persegi dengan panjang sisi-sisinya  $a$  dan  $b$  pada jarak  $r$  ? (dianggap



pengamatan tegak lurus melalui sebuah sudut). Matahari dilihat dari permukaan bumi. Rentangkan tangan Anda dilihat dari mata Anda. apakah tubuh dipengaruhi besar tubuh anda? Berapa besar bagian cahaya matahari yang sampai di permukaan bumi? Jika  $\lambda$  adalah panjang geografis,  $\varphi$  adalah lebarnya, mengapa elemen sudut permukaan bumi  $\cos \varphi \cdot \lambda \cdot \varphi$  ? Di dalam koordinat polar besarnya lebar yang dihitung adalah berbeda dilihat dari permukaan bumi (di kutub bumi  $\vartheta = 0$  dan di ekuator  $\vartheta = 2\pi$  ). Bagaimana bentuk elemen sudut ruang? Kapan orang berbicara tentang ukuran (misalnya ukuran cahaya ) dari sudut ruang  $4\pi$ ?

4. Dari mana asal usuk relasi 366,25/365,25 antara hari matahari dan bintang?

5. Ramalkan parameter apa yang berpengaruh terhadap momen kelembaman bumi sehingga kecepatan sudut mempengaruhi rotasi bumi?; Dai ledakan Gunung Krakatau (pada saat meledak terdapat beberapa km<sup>3</sup> batu-batuan yang terhambur ke atmosfer), bangunan tembok Cina, keadaan jenuh troposfir seluruhnya dengan uap air, pendinginan atmosfer (penciuman skala tinggi); zaman es, pembentukan pegunungan di bumi seperti Himalaya (perhatikan lebarnya), seluruh pegunungan tertier dan pembentukan daratan tinggi. efek yang mana berpengaruh terhadap detik matahari?

6 Bagaimana pengaruh pada soal 1.1 nomor 5 pada bandul periodik berpresisi tinggi yang diletakkan pada suatu tempat atau tempat-tempat lainnya? Orang membandingkan adanya pengembangan panas pada lengan dan pada banduk. Jika terdapat perubahan periode, seandainya, bandul a), dalam keadaan termostatik, b), tidak dalam keadaan termostatik, perhatikan pengaruh deviasi temperatur di atmosfer. Hingga berapa jauh keadaan termostatik masih dapat dipandang dari pengaruhnya?

7 Mengapa di televisi dan bioskop baling-baling pesawat terbang, roda rantai panser, ban kereta kuda selalu terlihat lebih lamban atau



berputar ke arah sebaliknya? Bagaiman dapat dijelaskan jika putaran roda berubah dari arah maju ke mundur atau sebaliknya? Sebuah roda kereta kuda berjari-jari 90 cm dan setiap roda terdapat 24 jeruji, berapa kecepatan jika terjadi efek tersebut untuk pertama kalinya? bagaimana efek ini dapat dipakai untuk ukuran perputaran roda motor, alat sentrifugal? Perlukah orang memahami penerangan?

8. Zone total di dalam matahari pada tahun 484 sebelum Masehi, diketahui dari berita para sahabat yang hidup di Korfu, Rhodos dan Libanon pada saat itu. Dengan perhitungan yang sangat hati-hati, berdasarkan panjang siklus bintang Finser, akan diperoleh tanggal yang tepat dalam zone Lisabon-Kartago-Cyprus. Ketidak selarasan itu telah diketahui sejak lama dari adanya bintang halley pada tahun 1700 Masehi. Kant, tidak hanya sebagai seorang filosof abstrak, pertama kali berhasil meramalkan bahwa dalam peristiwa itu terdapat pengeremen rotasi bumi. Dengan pengasahan batu koral secara mikroskopik, dapat diketahui adanya perubahan penumpukan kapur secara periodik yang dapat diklasifikasikan sebagai cincin tahun atau cincin hari. Pada batu koral yang berumur kurang lebih  $3 \cdot 10^8$  tahun terdapat kurang lebih  $400 \pm 10$  cincin hari dalam setiap cincin tahun. Pada saat sekarang ini, dengan menggunakan atomik, dapat diketahui adanya pertambahan panjangnya hari sebesar,  $20 \pm 5 \mu$  /tahun. Bandingkan ketiga hal yang dikemukakan di atas dan dengan soal 1.7.22 tentang gesekan pasang surut. Dengan ramalan -ramalan tersebut, bagaimana dapat dijelaskan perubahan sistem bumi matahari pada waktu yang lalu dan masa yang akan datang? Apa yang menyebabkan terdapat perbedaan?

### Soal 1.2

1 Pada pukul 6.00 pagi seorang pemburu pergi ke tempat perburuan sejauh 10 km. Anjingnya dapat lari dua kali lebih cepat dari pada sang pemburu. Anjing itu dapat mengelilingi ke tempat perburuan dan kembali ke tempat tuannya dan selalu pulang-pergi dari tempat pemburu dan tempat pemburuan. Berapa jauh anjing menempuh jarak seluruhnya jika pemburu tiba di tempat perburuan pada jam 8.00?

2. Seorang anak perempuan dan seekor anjing berjalan cepat bersama-sama di sebuah jalan lurus;keduanya berada pada titik yang sama. Seorang anak lelaki berjalan dengan kecepatan 6 km/jam,anak perempuan dengan kecepatan 4 km /jam dan anjing berjalan dengan berlari dengan kecepatan 10km/jam antara anak lelaki dan perempuan terus menerus. Dimana dapat ditemukan anjing, anak perempuan dan lelaki setelah 1 jam kemudian dan pada arah mana anjing berlari ?

3. Berapa besar kecepatan orbit bumi pada lintasannya terhadap matahari, kecepatan orbit bulan terhadap bumi, dan sebuah titik di ekuator bumi jika dianggap bumi mengalami rotasi pada porosnya? Jarak rata-rata matahari-bumi 1,5.10<sup>8</sup> km jarak rata-rata bumi-bulan 384000 km, dan jari-jari bumi rata-rata 6378 km?

4. Rotasi sebuah potongan baja tidak boleh melebihi 100 m/det. (dasar lihat soal 3.4.nomor 6). Berapa besar kecepatan yang harus dibuat untuk bagian baja dengan jari-jari  $d$ ?

5. Hitunglah kecepatan dari rekord dunia lari (atletik,ski dll.) yang penuh ada ! Apakah dapat muncul saat dimana terdapat kecepatan yang tertinggi ? Gambarkan secara skematik sebagai fungsi  $x(t)$ ,  $v(t)$  dan  $a(t)$ .

6. Kereta api berjalan pada stasiun A-B- E-C-D (AB=20km; BE =30 km; EC= 15 km CD=35km).

Kereta api dengan Bima dengan kecepatan 100km/jam dari arah gerak AD, berhenti hanya di A dan D;

Kereta api Parahiyangan dengan kecepatan 60km/jam dari arah gerak AD berhenti di semua tempat kecuali E.

Kereta api Bima dengan kecepatan 40km/jam dari arah gerak DA,berhenti di A,CD setiap 20 menit;

Setiap stasiun satu jalur, perkecualian station E. Jalur sulit adalah jalur antara E dan C, dan hanya bisa 75% kereta api dapat menggunakan kecepatan di atas. Buatlah peta perjalanan kereta api

yang memerlukan sesingkat mungkin. Melalui jalur mana (Jalur masuk, jalur keluar) harus tersedia untuk masing tiap stasiun?

7. Aliran di sebuah sungai mempunyai kecepatan yang sama di setiap tempat. Bagaiman harus dilakukan orang agar ia dapat berenang untuk menyeberangi sungai tersebut?

a) Jika diinginkan jarak lintas yang sependek mungkin, berapa lama diperlukan waktu olehnya?

b) Jika diinginkan untuk menyeberangi sungai dalam waktu sesingkat mungkin, berapa jauh jarak yang dilaluinya?

c) Aliran sungai lebih cepat dari pada kecepatan berenang seseorang.

Dengan bersusah payah, dengan mengandalkan kaki (berjalan di dalam air) orang dapat melintasi di sungai tersebut. Seharusnya orang dapat berenang dalam waktu cepat untuk menyeberangi sungai demikian, kemudian kembali ke tempat semula.

8. Dalam hal yang berhubungan dengan aturan telah dikenal, bahwa orang menghitung sampai tiga waktu antara kilat dan halilintar (dalam detik). Apakah dapat dicari jarak terjadinya halilintar tersebut (dalam km)?

9. Sebuah pesawat udara terbang menuju suatu tempat berjarak  $d$  pulang pergi dengan kecepatan  $v$ . Angin bertiup sesuai dengan arah penerbangannya pada saat berangkat dan bellawanan arah pada saat kembali dengan kecepatan  $w$ . Apakah waktu penerbangan antara pergi dan kembali sama?

10. Sebuah sungai mempunyai kecepatan aliran air yang sama di setiap tempat sebesar  $w$ . Seorang perenang menyeberangi sungai tepat tegak lurus antara satu titik dan titik lain di seberang sungai dan kembali ke titik semula. Seorang perenang lain berenang tepat sesuai dengan lebar sungai dan kembali. Mana di antara mereka yang menang dalam pertarungan ini dan sekaligus adalah perenang yang hebat?



11. Seekor anjing berada pada sisi sebuah pohon, kemudian berlari membentuk garis lurus dengan kecepatan konstan di jalan dan kembali ke tuannya, dengan sebuah tali pengikat lehernya.

Bagaimana bentuk kurva yang dibuat oleh anjing tersebut?

12. Seorang anak perempuan kecil, seorang pengembara, seorang perampok, dan seorang polisi berada pada sebuah bidang datar yang secara eksak berbentuk persegi. Mereka masing-masing berada sejauh 1 km dari sesuatu yang menjadi perhatian mereka, pengembara-anak wanita, perampok-pengembara, polisi-perampok, polisi-anak wanita, dan mulai bergerak dengan kecepatan 1 km/jam ke tempat tersebut. Bagaimana bentuk kurva yang dibuat oleh mereka?, Kapan dan dimana mereka dapat bertemu bersama-sama? Bagaimana posisinya jika hanya terdapat tiga, lima, enam, orang dan seterusnya?, yang bersikap seperti keempat orang di atas ?

13. Di dalam fiksi ilmu pengetahuan ada seorang pahlawan berhasil mengarungi ban berjalan dengan hanya menapak dengan kecepatan 1/m det. ke depan. Setelah diketahui ban berjalan tersebut hanya mempunyai 1 ujung yang terikat kuat (ujung A) dan ujung B terlepas. Untungnya ban berjalan tersebut dapat melentur. Apakah pahlawan kita yang berjalan dari titik A akan berhasil melintasi ban berjalan berjarak 1 km dari A setelah mencapai B kembali? Jika berhasil kapan? Ujung alam semesta berjarak  $2 \cdot 10^{10}$  tahun cahaya dan hanya dapat dicapai dengan kecepatan cahaya. Jika di alam semesta mempunyai geometri yang sama, seperti sekeliling kita, kapan sebuah pesawat ruang angkasa dapat mencapai ujung alam semesta jika kecepatannya sama dengan setengah kecepatan cahaya  $c/2$ ?

14. Di dalam sebuah danau berbentuk lingkaran sempurna yang sangat dalam, berenang seorang anak perempuan tepat di tengahnya. Secara tiba-tiba terlihat olehnya seorang lelaki, bertampang, kelihatan intelegjen, tetapi sinar matanya menunjukkan kebencian, menghampirinya lelaki tersebut hanya dapat berlari-lari di sekitar pantai dengan kecepatan empat kali kecepatan anak perempuan tersebut. Apa yang harus dilakukan anak perempuan tersebut agar ia tidak tertangkap oleh lelaki tersebut?



### Soal-soal 1.3

1. Sebuah batu dilemparkan tepat tegak lurus ke atas. Apakah batu dapat kembali ke titik semula? Sebuah batu dilemparkan dengan cara yang sama di dalam badai, apakah batu tersesbut akan sampai kembali ke titik asalnya?
  
2. Aristoteles mengatakan bahwa sebuah benda yang berat akan jatuh lebih cepat dari pada benda yang ringan (juga tanpa gaya gesek udara). Galilei menyarankan bahwa orang harus membayangkan benda yang lebih berat dan ringan dihubungkan dengan sebuah tali tipis dan tali itu semakin tipis atau semakin tebal. Apa yang membuktikan hal tersebut?
  
3. Newton pada pendahuluan bukunya Principia, mendefinisikan massa (ia mengatakan, Quantity of matter) sebagai berikut. *The quantity of matter is the measure of the same, arising from its density and its bulk conjunctly.* Ia mengomentari sebagai berikut. *Thus air of double density, in double space, is quadruple in quantity ...*. Apakah definisi ini cukup logis?
  
4. Suatu pengamatan dari Principia. Mengamsusikan bahwa dua benda A dan B saling tarik-menarik, akan tetapi berlawanan dengan prinsip reaksi, yaitu bahwa A dan B lebih kuat tarik-menarik dari pada B dan A. Sekarang hubungan A dan B melalui sebuah batang. Terdapat gaya lebih besar jika dilakukan pada B dibanding lebar pada A. dan terdapat suatu gaya yang resultan yang berlawanan pada A yang ditranfer melalui A. Sistem keseluruhan, berdasarkan prinsip aksi, haruslah dipercepat tanpa diberikan gaya lain dari luar dan berlawanan dengan prinsip kelembaman dan pengalaman. Apakah hal tersebut merupakan penurunan sebenarnya dari prinsip reaksi, yang seolah dibuat terlalu berlebihan?

### Soal-soal 1.4

1. Dr. Stapp mengerem roketnya dari 1000 km/jam dengan percepatan hingga 3000 m/det<sup>2</sup>. Berapa lama rem harus dipertahankan?, Berapa jarak pengereman tersebut?
2. Anda melempar sebuah batu ke dalam sumur dan mendengar gemercik air setelah  $t$  detik. Berapa dalam sumur tersebut?
- 3 a). Mana prinsip dasar fisika untuk ketertiban pengendara untuk mendapatkan pengereman (dalam m), dan kecepatan (dalam km/jam) dibagi dalam 10 atau empat? b) Berapa ketidak tepatan pengerem untuk itu (bandingkan dengan yang disarankan polisi yaitu 2,5 m/det<sup>2</sup>)? c) Berapa besar sudut agar sebuah kendaraan tetap diam pada keadaan kendaraan direm jika tidak dikehendaki kendaraan meluncur ke vawah? d) Bagaimana harga sudut dan percepatan untuk kendaraan berat (truk gandengan) yang untuk 12 detik dapat mempunyai percepatan 100 km/jam?
- 4 Berapa jarak aman harus dibuat Anda sebagai pengendara, untuk kecepatan yang bersangkutan jika (a) keadaan rem kendaraan Anda sama baiknya dengan kendaraan di depan dan waktu reflek dalam  $t$  detik. (khususnya  $t = 0,3; 1,0; 2,0$ ), dan b) diperhitungkan bahwa keterlambatan rem kendaraan di depan dua kali lebih lama dari kendaraan anda (misalnya kendaraan di depan mempunyai rem lempengan, sehingga hanya dapat dilakukan pengereman seperti pada soal 1.4 nomor. 3? Apa komentar Anda untuk aturan yang sebarangan. Di dalam kota kendaraan harus mempunyai kecepatan setengah dari skala jarak speedometer terbesar (jarak speedometer sekian m sama seperti penunjuk speedometer terbesar dalam km/jam)?
5. Jules Verne Serangan dari Bulan. mengakibatkan bahwa sebuah granat (sebagai proyek-til) dipakai sebagai peluru dalam peperangan melawan musuh. Pelontaran sebuah granat harus memenuhi "kecepatan parabolik" sebesar 11,2 km/det, untuk menumbuk sebuah

objek (tanpa diperhitungkan gaya gesek) yang mendekati bumi. Diskusikan kemungkinan proyektil tersebut. Pikirkan bahwa manusia dalam keadaan yang lebih menguntungkan (mana di antaranya?) 1 detik sepanjang 30 g, 5 detik sepanjang 15 g, 60 detik sepanjang 8 g, dan 200 detik sepanjang 5 g?

6. Berapa besar harga kesalahan (jika diketahui kecepatan awal  $v_0$ , jarak terjauh  $\omega$ , dan ketinggian maksimum  $h$ ) dalam kejadian berikut (andaikan tidak terdapat gesekan udara, benda dapat dilemparkan sudut tertentu sehingga diperoleh jarak terjauh  $\omega$ ). a) Pelompat jauh melakukan lompatan (perhatikan titik mulai lompatan dan amati lintasan lompatan murni). b) Pelempar peluru berhasil melemparkan peluru sehingga mencapai jarak terjauh 90 m. Misalkan, ia sebagai seorang pelompat jauh, berapa cepat gerak tangannya relatif terhadap badannya?, c) Sebuah senjata jarak jauh dapat mencapai sasaran 100 km, mengapa demikian besar kaliber senjata tersebut? d) Roket A-4 (V2) sejauh 280 km. e) Roket satelit (tingkat akhir):  $u_0 = 8$  km/det. Apakah rumus lempar jauh pada umumnya dapat dipakai untuk semua kasus?

7. Sebuah kawat pada pertambahan panjangnya diikatkan bola-bola kayu (lihat gambar [1.10]). Bola bagian bawah, mengenai lantai. Apa yang terdengar jika bola paling atas dilepaskan? Dalam jarak waktu berapa terjadi tubrukan antara masing-masing bola? Bagaimana dapat diubah urutan tubrukan jika bola paling bawah diletakkan di atas?

8. Haruskah sebuah bola bilyar megerakan bola lainnya dengan sudut  $45^\circ$  seperti halnya bola yang dilemparkan peluru?

9. Lakukan pengukuran kecepatan lintasan sebuah titik yang terdapat di jari-jari dalam dan luar piringan hitam yang diputar 33 putaran/min. Berapa lama jarum pesawat piringan hitam harus berada di piringan hitam untuk setengah gelombang 16 kHz di dalam maupun di luar piringan hitam? Sebuah piringan berisi lagu Beethoven N. 9

(lama putaran 45 min). Berapa jarak antar alur? Mengapa kadang-kadang jarum bergeser ke alur tetangga dan bagaimana pendapat anda hal itu mungkin terjadi? Mengapa piringan hitam dengan waktu putar yang lama baru muncul pada tahun 50-an.

10. Sebuah piringan berjari-jari  $r$  mengalami rotasi dengan kecepatan sudut  $\omega$  dan sepanjang diameternya terdapat sebuah rel. Seorang mendorong sebuah kereta yang bermassa  $m$  dari luar kepusat piringan. Berapa kerja yang harus dilakukannya?

Berapa besar perbedaan energi potensial kereta dari luar dan dalam piringan? Berapa kecepatan kereta yang dilepaskan di pusat piringan dapat sampai di pinggir piringan tersebut? Apakah geraknya beraturan? (anggap gaya gesek di semua tempat di atas piringan dapat diabaikan! ) Dua kereta bermassa  $m_1$  dan  $m_2$  saling dihubungkan satu sama lain melalui seutas tali yang panjangnya  $l$ . Dimana keduanya harus berada sehingga tidak akan tergelincir? Apakah keadaan setimbang demikian stabil?

11. Orang berlari cepat di atas sebuah kurva yang tidak terlalu tinggi, Apanila orang tersebut tidak dapat atau tidak boleh memotong kurva tersebut, lintasannya harus terus-menerus dan berlari dengan cepat, Apakah ia tidak tergelincir di pinggir kurva?

12. Berapa besar ketinggian sebenarnya sebuah kurva yang mempunyai jari-jari kelengkungan  $r$  yang harus dilalui dengan kecepatan  $v$ ? Seandainya kurva tersebut, berdasarkan prinsip dapat dibangun berbentuk : dapatkah bentuk kurva tersebut harus-lengkung lurus ?

13. Berapa sebuah kereta api yang diperbolehkan melewati sebuah kurva dengan sudut kemiringan  $\alpha$  agar gerbongnya tidak terbalik? Lebar rel adalah kemiringan tinggi titik berat gerbong terletak kurang lebih 2 m dari panjang gerbong.



14. Hitung kecepatan orbit dan periode sebuah satelit yang mengelilingi bumi pada ketinggian terbatas dengan lintasan lingkaran. Mengapa dikatakan bahwa padanya tidak terdapat gaya berat?

15. Diskusikan percepatan dan gaya sentrifugal pada sistem berikut:  
 a) Pada sebuah mesin cuci ( jari-jari tabung berbentuk lingkaran 30 cm, 3000 putaran/min; b) Di dalam mesin untuk test para astronot (jarak sumbu putar-kabin; 6m); c) Di atas permukaan bumi di ekuator; d) Di Muenschen ( $48^\circ$  lintang utara) terhadap sumbu putar; e) Di permukaan bumi karena mengelilingi matahari: f) dipermukaan bulan karena mengelilingi bumi.

16. Sebuah bandul bergetar pada sumbu  $x$ . Dalam waktu tertentu bandul tertumbuk, oleh seseorang pada arah tegak lurus gerakannya. Bagaimana lintasan yang dibentuk bandul setelah mengalami tumbukan, dihitung dari waktu permulaan terjadinya tumbukan (perbedaan fase), dari kekuatannya (perbandingan amplitudo) dan arahnya?

17. Galilei pada masa lalu agak kurang senonoh kerana menyimpulkan bahwa kecepatan ( $v$ ) benda jatuh bebas sebanding dengan lintasannya ( $s$ ), karena ia mengamati seekor pejalan yang jatuh dari ketinggian dua kali tinggi tertentu dapat menggiring pasangannya dua kali jarak ketinggian tersebut di permukaan bumi. Apa pendapat Anda tentang hal tersebut? Pengandaian bahwa  $u \sim s$  bertentangan dengan pengalaman yang ada, bagaimana dapat dijelaskan hal itu?.

18. Apakah otot seekor kutu (persatuan luas) benar-benar lebih kuat dari pada otot manusia, karena ia dapat melompat sejauh 500 kali tinggi tubuhnya?

#### Soal - soal 1,5

1. Anda bersepeda dari dalam laut (kedalaman 600 m) hingga mencapai puncak Pegunungan Kesel (850 m di atas permukaan laut).

Panjang perjalanan 5 km dan diperlukan waktu  $1/2$  jam. Gambarkan diagram gaya dan hitungan komponen-komponen yang menentukan ( $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$ ) Berapa daya yang anda keluarkan?. Teman anda naik ke pengunungan melalui jalan yang lebih pendek tetapi menggunakan daya sama. Panjang jalan terpendek adalah 1 km. Siapa yang berhasil ke atas? Kemudian anda turun tanpa rem dan tidak mengalami gaya gesek ke Urfeld di pinggir Walchsee (800 m berapa lama Anda sampai di Urfeld jika Anda sanggup melintasi kurva tersebut? (panjang jalan 1 km).

2. Cari daya kerja dan gaya dari hal berikut, a) Anda berjalan dengan cepat menaiki tangga, b) Anda berlatih dengan cepat berlutut dan bangun berulang kali, b)

3. Mengapa sebuah busur panah yang baik dibuat pipih pada ujungnya dibanding dengan busur panah lain yang mempunyai ketebalan yang sama sepanjang sumbunya?

4. Ciri *sight seeing* bus turis di dalam kota adalah berhenti sebelum persimpangan jalan ( $\pm 100$  m), dipercepat 50 km/jam di persimpangan, dan kemudian bus di gas. Berapa banyak bahan bakar yang diperlukan jika total jarak yang ditempuh bus dalam kota adalah 10 km? Berapa biaya yang dibayar dibandingkan dengan karcis yang harus terjual?

5. Sebuah truk menabrak dinding beton dengan kecepatan  $v$ . Misalkan pendingin truk pada saat tabrakan terlempar sejauh  $d$ . Berapa besar percepatan pada saat terjadinya tabrakan? Dapatkah dash board truk kokoh mengalami kerusakan berat? Bandingkan peristiwa di atas dengan peristiwa tabrakan dua truk yang bentuk, bangun dan kecepatannya yang sama!

6. Titik berat seorang atlet pelompat jauh terletak pada ketinggian  $h_0$  dari permukaan lompatannya. Sepanjang lintasan  $\Delta h_1$  atlet mempercepat diri melalui kakinya dengan kecepatan lompat  $v_0$ , yang cukup

mengantar dirinya pada papan lompatan. Dengan angka - angka yang logis tentukan: percepatan, kecepatan, gaya, energi dan daya dari atlit!

7. Perhatikan prinsip roket berikut. Dua benda yang sama berat  $A_1$  dan  $B_1$  dipisahkan satu dengan lainnya dengan menggunakan bahan peledak (kecepatan maksimum lihat 1.5.9a).  $A_1$  setelah terjadi ledakan terpecah menjadi dua bagian yang sama besar dan setiap pecahan akan terpecah kembali dengan massa yang sama. Berapa kecepatan  $A_1$  setelah ledakan pertama relatif terhadap bumi, jika sistem acuan dianggap diam? Berapa jumlah ledakan harus dibuat agar pecahan dapat mempunyai kecepatan lintasan berbentuk lingkaran? Berapa besar perbandingan massa pecahan awal dan massa pecahan terakhir? Apakah perbandingan tersebut dapat berlaku untuk roket dalam kenyataan?

8. Etanol 95% mempunyai kemampuan bakar 6700 cal/g. Ramalkan data-data penerbangan sebuah roket tipe V2 yang memakai bahan bakar etanol plus oksigen!

9. Berapa efisiensi sebuah roket (bandingkan energi roket serta energi total roket dan bahan bakar)?

10. Dalam proyek pendinginan matahari, seseorang menggali bumi sampai di magma, kemudian dibiarkan air mengalir ke dalamnya. Akibatnya, timbul hembusan uap yang dahsyat dan dapat dipakai, seperti pada roket, untuk menggerakkan bumi mendekati matahari atau dalam keadaan terpaksa ke bintang tetap lainnya, dalam hal ini diharapkan panas atom. Bagaimana kritik Anda tentang hal itu?

11. Sebuah bola elastik menubruk secara sentral a) bola lain bermassa sama dalam keadaan diam; b) bola diam bermassa dua kali bola datang; c) tembok kokoh; d) bola bermassa dan kecepatan sama yang datang dari arah berlawanan; e) sebuah bola yang sangat kecil dan ringan. Semua bola di atas adalah elastis. Cari Kecepatan masing-masing setelah tumbukan, momentum yang ditransfer energi.

12. Ukurlah daya yang terdapat di dalam tubuh Anda selama waktu tertentu (stamina), misalkan dengan bersepeda. Beberapa kenyataan yang diperoleh dari biokimia kedokteran adalah bahwa darah mengandung 15,5% haemoglobin (Hb). Sebuah molekul Hb (BM 65000) dapat secara reversibel mengikat empat molekul  $O_2$  sekaligus. Frekuensi jantung pada keadaan di bawah tekanan (kerja) adalah 120 min<sup>-1</sup>, dan volume yang dipompakan 1 cm<sup>3</sup>/kg massa tubuh. Gula dengan satuan dasar  $CH_2O$  dapat diuraikan menjadi  $CO_2 + H_2O$  dan 1 g gula mengeluarkan energi 4 kcal. Efisiensi otot kira-kira 25%. Apakah stamina Anda dibatasi oleh sirkulasi darah? Keadaan bagaimana harus dilakukan (*real* atau *utopia*) untuk meningkatkan stamina?

13. Agar dapat digunakan mencuci pakaian lebih baik sebuah bejana diisi penuh dengan alkohol murni. Selanjutnya dengan mencurahkan air ke dalam bejana, sambil dingaduk perlahan-lahan; alkohol bercampur dengan air. Dalam jumlah yang sama banyaknya air itu dialirkan ke dalam sebuah bak. Berapa jumlah air yang harus dicurahkan agar jumlah dan konsentrasi  $c$  alkohol sama di dalam tabung, yaitu tetap 40%, 20%? Berapa konsentrasi cairan yang dialirkan ke bak? Cari hubungan formal untuk dorongan roket! (soal 1 5 nomor 7; pelajaran 1.5.9b).

14 a) Bagaimana bentuk kurva sebuah titik yang berada di permukaan sebuah ban mobil yang berputar? Kurva dinamakan *sikloida*. Buat koordinat titik tersebut sebagai fungsi dari sudut putar jari-jari (representasi parameter). b) Cari kenaikan kurva ! c) Bagaimana keadaannya jika titik tersebut dapat bergerak dua kali lebih cepat dibandingkan dengan kecepatan mobil? d) Kapan titik tersebut  $d_1$ ) bergerak tegak lurus,  $d_2$ ) kapan mendatar, dan  $d_3$ ) kapan titik berada dalam keadaan diam? e) Kurva ini memegang peranan penting, pada mulanya berbentuk gerigi ban, yaitu kurva *brachistochone* dari Johann Bernoulli (lihat soal 1.5. nomor 1.6), sebuah bandul dengan periode konstan (*tautochrone*), bentuk gelombang air, sebagai penerangan sebuah roket ekspansi ke universum.



15. Periode sebuah bandul haruslah tidak bergantung pada amplitudo. Buktikan bahwa hal itu berlaku untuk bandul matematis, yaitu selama amplitudo kecil. Ramalan deviasi dari sebuah tautochrone, yang muncul pada bandul jika amplitudo besar. Buat batasan dengan pendekatan (perhitungan secara eksak diperlukan menyelesaikan integral elipik)! Apakah hal itu berlaku pula untuk benda yang meluncur di atas papan peluncur berbentuk U, tanpa gesekan? Bagaimana bentuk papan peluncur agar periode dapat bergantung pada amplitudo? Berikan dasar-dasar dari jawaban yang dibuat oleh Huygens Kurva (papan peluncur) harus berbentuk sikloida tidak penuh Bagaimana dapat direalisasi sebuah bandul sikloida? Mengapa pada zaman Huygens orang mempunyai perhatian terhadap banyak hal, sedangkan sekarang tidak? Janganlah menghitung segera Usahakan meresapi persoalan-persoalan di atas hingga intuisi fisis Anda muncul! Perhitungkan sikloida memang agak memusingkan. Beberapa bagian harus dilakukan pengecekan jika anda menggambar-barkan  $v$  dalam dua cara 1. Sebagai kecepatan jauh dari  $y_0 - y$ ; dan sebagai  $ds/dt$  akan diperoleh persamaan hanya dalam  $\varphi$ . Periode dapat dicari dengan mencari integral  $(1 - \cos \varphi) / (\cos \varphi_0 - \cos \varphi)$  hingga faktor konstanta. Substitusikan  $\varphi = \cos \varphi/2$  dan dengan relasi trigonometri agar dapat diperoleh persamaan yang dicari!

16. Pada tahun 1696, tepat ketika Belanda masuk kepulauan yang sekarang menjadi Indonesia, Johann Bernoulli yang pada saat itu tidak berada dalam keadaan sehat, bersama teman-teman dan saudara lakinya Jakob meembuaat teka-teki berpikir. Dua titik A dan B. yang berada pada ketinggian yang berbeda dan masing-masing terletak tidak langsung di atas lainnya, dihubungkan sedemikian oleh sebuah papan peluncur. Karena papan tanpa gesekan, A dan B dapat meluncur dalam waktu sesingkat mungkin. Untuk menyelesaikan teka-teki itu Newton merasakan. hari yang sangat berat, dan panjang. Johann Bernoulli mengira penyelesaian yang dibuat secara anonim berasal dari Newton. Penyelesaian yang secara genial, tanpa perhitungan diferensial, dibuat oleh Jacob Bernoulli, saudaranya, Hal itu membuat Johann marah besar. Jacob menggambarkan lintasan tersebut sebagai

lintasan cahaya yang melalui berbagai medium dengan tiap-tiap indeks bias berbeda dan menggunakan prinsip Fermat untuk menghitung waktu terpendek. Selain ia mendapatkan hukum benda jatuh, ia menemukan juga penyelesaian persamaan sikloda, seperti yang Anda lakukan melalui soal 1.5. nomor 14. Jika Anda belum dapat menyelesaikannya, pelajari, paling tidak, dua penyelesaian yang tidak sempurna sebagai berikut. Bidang miring yang menghubungkan A dan B dengan garis lurus dan sebuah lintasan tegak lurus yang dibentuk oleh A sangat dekat dengan ketinggian B berbalik pada bidang horizontal. Bergantung apa saja hinggawaktu lintasannya singkaat?

17. Dalam roman, Planet Kematian Karangan Stanislavlem (sebuah roman yang penuh ketegangan dan secara ilmiah menarik) terdapat pernyataan berikut. "Motor-motor kembali bekerja dan mengerem-kondisi kita. Suaranya menyerupai sesuatu nyanyian yang lain yang tidak pernah ada selama perjalanan. Gas-gas atom ditekan sepanjang pipa pusat disertai dengan sisa-sisa pembuangan berkecepatan tinggi mengalir kembali secara berlebihan. Di puncak roket ia membentuk awan-awan berpijar yang menggetarkan kosmokator dan mengekor seperti granat yang dilemparkan. Seandainya aku harus berteriak sekuaat tenaga yang ada agar Soltyk dapat mendengarkannya". Apa komentar Anda tentang pernyataan di atas?

### Soal 1.6

1. Berapa seharusnya besar payung, jika seorang dewasa, jeep, dan anak kecil masing-masing bermassa 100, 1000, dan 10 kg jatuh dan dapat bertahan? Andaikan mereka jatuh dari ketinggian 5 m dan 3,3 m tanpa cedera. Apakah ketinggian tersebut merupakan ketinggian teertinggi? Berapa besar lintasan dan waktu agar mencapai kecepatan akhir? Berapa besar kecepatan akhir orang dewasa tanpa payung? Luas efektif permukaan tubuh manusia kira-kira 1 m<sup>2</sup>. Pada payung dapat dihitung luas efektifnya yang kira-kira dapat menjadi dua atau tiga kali luas permukaan geometrinya ( $\alpha = 2-3$ ).

2. Mengapa seorang penerbang stratojet yang ditempatkan tidak segera membuka patungnya? Pada ketinggian berapa orang dapat hidup tanpa alat pernapasan dari permukaan bumi dan apa yang harus dilakukan orang tersebut? Diskusikan gerak jauh bebas untuk makhluk hidup yang berukuran sangat besar. Apakah terdapat ukuran hewan yang apabila jatuh tidak akan mati?

3. Seorang pengendara sepeda sebenarnya melawan beberapa gaya yaitu gaya gesek, gaya gesek udara, dan gaya kemirngan (jika sepeda naik pada bidang miring) Diskusikan semua gaya tersebut dan daya yang harus diberikan, tanpa memperhatikan kecepatan sepeda! Lakukan percobaan sebagian secara empiris, misalnya dari kecepatan saat sepeda menaiki bidang miring tertentu diperoleh daya; dari kecepatan pada bidang datar dengan keadaan beban yang sama terdapat harga efektifnya.

### Soal-soal 1.7

1. Dalam suatu tragedi tanpa medan gravitasi, seseorang ingin menghubungkan matahari dan bumi dengan kawat baja sehingga akan tetap berada pada orbitnya. Terlepas dari persoalan bagaimana dan di mana kawat harus diikatkan, serta berapa besar diameter kawat tersebut seharusnya?

2. Satelit komunikasi berita Syncom tanpa gaya dorong harus tetap melalui sebuah titik yang terletak di permukaan bumi. Berapa seharusnya jarak satelit dari permukaan bumi? Dapatkah satelit tetap melalui Muenchen? Berapa banyak satelit demikian diperlukan orang agar setiap titik di ekuator dapat selalu dicapai? [Gelombang ultra pendek (UKW) merambat mengikuti garis lurus]. Dapatkah satelit mencapai sebuah titik di bagian bumi paling utara? di mana?

3. Tanpa diketahui konstanta gravitasi juga dapat dihitung perbandingan massa matahari dan bumi. Apa yang diperlukan untuk itu hanya data-data tahun, bulan dan perbandingan jarak matahari dan



bulan terhadap bumi (400:1) tidak perlu diketahui jarak absolut?  
Bagaimana cara menghitungnya?

4. Proyeksikan harga konstanta gravitasi dari percobaan Cavendish-Eoetoes: yaitu besarnya bola (apakah harus bola?), konstruksi balok, dan ketebalan kawat torsi.

5. Perkiraan massa bumi tanpa menggunakan konstanta gravitasi! Kesimpulan apa yang dapat dibuat berdasarkan deviasi orbitnya?

6. Sirius terlihat bergerak pada orbitnya mirip garis lurus di langit, persis sebuah bandul ringan yang mempunyai periode 48 tahun, dan posisinya mengalami deviasi sebesar  $3,2''$  Dengan asumsi bahwa bandul-bandul itu (hingga tahun 1862 secara optis belum dapat diidentifikasi) berasal dari gugus pengikutnya, yang pancaran cahayanya sangat lemah dan mempunyai orbit lingkaran (ternyata tidak benar). Berapa besar massa gugus bintang tersebut? Sirius diketahui mempunyai jarak 8,8 tahun cahaya. (Parallax 0,372.)

Gunakan dasar pemikiran berikut. Berapa besar massa harus terdapat di pusat antara dua massa  $m_1$  dan  $m_2$  agar pengaruh gravitasi di  $m_1$  sama dengan di  $m_2$ ?

7. Di Bad Harzburg (pegunungan damar), 10 km ke arah utara dari sebuah bongkahan, terdapat deviasi garis tegak lurus sekitar  $0,25'$  terhadap arah sebenarnya yang diperoleh dari gaya sentrifugal dan bentuk elipsoid. Bagaimana kesalahan yang dibuat di peta jika patokan pembacaan hanya pada ketinggian kutub? Apa yang dikatakan tentang material yang mengandung damar? Di kaki Pegunungan Himalaya hanya terdapat sedikit deviasi tegak lurus detik bujur, mengapa?

8. Misalnya, orang-orang Babilonia pada zaman dahulu dapat membangun menara hingga sampai ke langit Apa yang dapat Anda komentari jika ketinggian mencapai 50.000 km di atas permukaan bumi? Seseorang mengambil seutas tali yang cukup kuat dengan



panjang yang sama dengan tinggi menara. Apa yang terjadi? Apa yang harus diperbuat? Apakah perlu membangun menara seperti itu?

9. Apa yang harus diperhatikan jika membuat jalan tol di bulan? (khususnya jari-jarri kurva,dan ketinggian)

10. Pada Olimpiade 2500 di Selenopolis (Mare Imbrium), rekor apa saja; khususnya untuk cabang atletik, diharapkan akan diperoleh? Olah raga apa yang menjanjikan sensasi? Apakah terdapat perubahan bentuk arena?

11. Orang membangun sebuah terowongan yang benar-benar lurus (tidak mengikuti kelengkungan bumi) untuk menghubungkan dua titik A dan B di permukaan bumi. Karennya sebuah mobil dapat menggelinding tanpa gesekan di dalamnya. Bagaimana geraknya jika mobil tersebut dilepaskan dari titik A? Berapa lama perjalanan dari A ke B? Berapa besar kecepatan terbesar dicapainya? Bagaimana hubungan angka-angka tersebut dengan panjang terowongan? Dimana letak benda jika terowongan melalui pusat bumi? Berdasarkan pengalaman tahanan gesekan adalah 1% dari massa mobil. Berapa paling tidak panjang terowongan agar mobil yang baru dilepaskan tidak langsung diam? Gesekan tersebut tentunya menyebabkan mobil yang sampai di B kembali diam. Dimana terjadi hal tersebut? Petunjuk: Sebuah benda yang berada di dalam bumi,pada jarak  $r$  dari pusat bumi,akan didorong oleh sebuah bola jari-jari  $r$ . Pengaruh bagian yang berada di luar kulit bola adalah saling tarik menarik satu sama lain. Asumsikan bahwa kerapatan bumi adalah konstan.

12. Di atas laut yang dalam percepatan gravitasi tidak lebih kecil dibandingkan di atas daratan. Perkiraan perbedaan tersebut, yang mustinya terdapat, karena air lebih ringan dibanding dengan batu. Jika tidak terdapat perbedaan tersebut, bagaimana dapat dijelaskan bahwa percepatan dikompensasikan? Granit, Gneis dls.(disebut sial) mempunyai kerapatan sekitar 2,6 hingga 2,7 dan batu-batuan yang berada di dalam laut ('sima ) mempunyai kerapatan antara 2,8 hingga

2.9. Berapa kedalaman lapisan sial? Berapa dalam akar pegunungan seharusnya jika tidak ada pengaruh percepatan gravitasi?

13. Pada zaman Galilei terdapat kelemahan pembuktian bahwa bumi mengalami gerak (apa buktinya sekarang?). Dari sudut pandang kaum positivisme pandang tersebut dapat dibenarkan. Kopernikus menge-mukakannya setelah Ptolomeus hanya bertitik tolak dengan per-hitungan matematika sederhana. Galilei memberikan alasan, antara lain adanya pasang-surut sebagai petunjuk bahwa bumi bergerak Rotasi bumi pada sumbunya menambah gerakannya mengelilingi Matahari pada setiap titik di permukaan bumi (kecuali di kutub) sehingga kecepatannya di tengah malam terbesar, dan di tengah hari (siang) terkecil. Kecepatan yang bersangkutan berdasarkan prinsip kelembaman menyebabkan menjauh dan mendekatnya air di pantai atau pasang surut. Bagaimana pendapat anda tentang hal itu?

1.4 Bagaimana bentuk distribusi kerapatan massa yang menyebabkan adanya gaya berat homogen?

15. Sebuah pipa yang sangat panjang diletakkan tepat horizontal dan setengah volumenya diisi air (tepat horizontal berarti panjangnya tidak mengikuti lengkungan bumi). Dapatkah dibuktikan terjadi pasang surut di dalam pipa? Bagaimana gaya angkat pasang surut bergantung pada panjang pipa? Buat ekstrapolasi untuk lautan luas. Mengapa pasangsurut dalam kenyataan umumnya tinggi? Gaya angkat bagaimana menurut anda untuk Mittelmeer (laut tengah), Ost See (laut Timur), oberen See (laut atas) dan Bodensee (laut alas)?

16. Apa maksud keadaan sebaliknya dari istilah kiri dan kanan pada pelajaran 1.7.3?

17. Bagaimana percepatan pasang-surut yang besarnya hanya 10- 5 g dapat menimbulkan pengaruh yang besar ?

18. Sebuah bola elastik dibawa ke suatu orbit berbentuk lingkaran mengelilingi bumi, yaitu dengan garis tengahnya menghadap titik pusat bumi. Apakah ban tersebut tetap berbentuk lingkaran?

19. Bagaimana puing-puing reruntuhan dari masa lalu yang tertimbun di bumi? Apakah nasibnya bergantung pada jari-jari orbit lingkaran bumi? Amati gravitasi timbunan tersebut! Apakah hasil yang diperoleh dari cahaya dapat menggambarkan cincin saturnus?

20. Apa yang menyebabkan tingginya pasang surut, bulan atau matahari?

21. Mengapa gesekan pasang-surut dalam satu hari dan satu bulan sama panjangnya? Pengaruh apa kira-kira yang dapat melawannya? Berapa lama hari dan bulan lamanya jika hal tersebut terjadi? Berapa jarak bumi dan bulan jadinya?

22. Perkiraan gesekan pasang-surut tertinggi di lautan, untuk lautan yang sangat luas? Berapa jumlah air yang tersembunyi di pegunungan? Berapa kecepatan rata-rata air mengalir? Berapa besar menurut perkiraan, gesekan air laut dan dasar laut? Mengapa hanya dapat diperkirakan? Berapa besar orde gesekan tersebut pada perpanjangan hari dan untuk waktu hari=bulan? Berapa lama Bulan berada di dekat bumi? Cukupkah kecepatan putar kedua sistem yang dipadukan untuk melempar Bulan? Pengaruh apa yang dapat menolong keadaan tersebut?

23. Welikovski membuat sensasi dengan pernyataannya, bahwa matahari dan lebih banyak lagi terjadi pada bumi. Suatu saat bumi tidak mengalami rotasi (diam) atau berrotasi pada arah sebaliknya (satu kali pada saat Joshua membatalkan pembantaian di Amalekiter), satu kali terjadi di venus, lain kali mars terjadi di karena masing-masing mendekati bumi. Benarkah pernyataannya?

24. Berdasarkan Jeffries-Jeans sistem tata surya haruslah ada,



sebagaimana bintang tetap lain mendekati Matahari, bahwa terdapat material dari bintang tersebut yang robek atau sebaliknya. Dari material ini haruslah planet mengalami kondensasi. Berapa dekat keadaan tersebut pernah terjadi? Apakah kejadian tersebut sering (misalnya di dalam seluruh galaksi)? Apakah terdapat hal yang penting untuk mencari penduduk planet lainnya jika orang masih percaya dengan teori tersebut?

25. Data-data mana saja pada tabel [1.2] yang dapat Anda hitung kembali?

26. Percepatan gravitasi yang mana (berasal dari mana) pada tiap-tiap planet dan di permukaan matahari? Bayangkan pengaruhnya!

27. Apa yang diperlukan orang untuk menghitung massa matahari? dan juga bulan.

28. Galilei telah mengetahui bahwa jupiter memerlukan waktu 12 tahun untuk mengelilingi matahari, ia melihat bulan Ganimed terletak sekitar 6' di belakang planet tersebut dan periodenya adalah 3,6 hari. Berapa banyak data tersebut dapat diperiksa di lapangan? Seandainya Galilei mengetahui ada hukum gravitasi, apa yang dapat ia ramalkan tentang jupiter? (massa? dan jaraknya dari matahari? Apakah ia memerlukan informasi lebih lanjut?

29. Orbit roket antarplanet memerlukan bahan bakar minimal jika orbit tersebut berbentuk elips Kepler yang orbitnya dari awal hingga planet tujuan menyinggung di dalam atau di luar mengapa?. Hitunglah waktu orbit kecepatan awal dan mendarat (dengan memperhatikan gravitasi planet) dan perkiraan penggunaan bahan bakar.

30. Galaksi kita mempunyai  $10^{11}$  bintang. Rata-rata ukurannya mirip matahari. Matahari terletak agak di pinggir, yaitu sekitar 27.000 tahun cahaya dari pusat galaksi. Dengan kecepatan dan periode berapa matahari mengelilingi pusat galaksi agar tidak jatuh ke dalamnya?



Apakah Anda dapat menemukan tahun besar tersebut dalam geologi? (hati-hati dengan spekulasi) Apakah rotasi, misalnya awan andromeda (M31) dapat dilihat langsung? Metode apa yang dapat diandalkan selain itu?

31. Sebuah satelit di dalam medium kembali ditemukan akan bergerak lebih cepat. Periodenya adalah  $ab$ . Bagaimana dapat dijelaskan hal itu?

32. Orbit sebuah roket ke bulan tidak berbentuk parabola, tetapi elips, yang dapat menyentuh bulan tanpa memotongnya. Berapa banyak bahan bakar yang dapat dihemat jika dibandingkan dengan orbit yang berbentuk parabola?

### Soal 1.8

1. Seseorang mengamati peminum dari jembatan yang membuang sebuah botol berisi cognac, hampir penuh, ke dalam sungai dan berjalan. Karena peminum, dalam hal ini, tidak mengindahkan teguran, si pengamat, sang pengamat yang berani ini menghampiri peminum dengan memerlukan waktu  $1/2$  jam. Peminum kembali berbalik karena dipanggil dan mengambil kembali botol yang dibuangnya ke dalam sungai, sungai tidak begitu dalam. Peminum terjun ke sungai dan berenang dengan kecepatan  $6.4$  m/det relatif terhadap aliran air yang mengalir  $3$  m/det. Berapa lama botol di dalam air? Gunakan sistem acuan pinggir sungai dan air, mana yang lebih mudah?

2. Sebuah stasiun radar sekaligus dapat mengidentifikasi dua kapal A dan B lengkap dengan posisi dan kecepatan kapal-kapal pada saat itu. Misalnya, A berjarak  $25$  mil (laut) dan  $20^\circ$  sebelah Utara ke selatan, dengan kecepatan  $25$  knot, menuju  $40^\circ$  ke arah barat-selamat; B  $16^\circ$  mil (laut) utara-selatan dengan kecepatan  $21$  knot menuju  $5^\circ$  ke arah selatan. Jawablah dengan cepat pertanyaan berikut. a) Apakah kedua kapal akan bertabrakan? b) Jika benar, di mana dan kapan? c) Jika tidak, di mana dan kapan kedua kapal akan berhampiran, dan

pada jarak berapa kapal itu berhampiran? Kembangkan prosedur umum sehingga angka dapat menjawab pertanyaan dengan cepat dan tentunya jawaban Anda sangat diperlukan oleh pelabuhan! Apakah informasi tersebut dapat Anda jual ke badan penyelamat penerbangan?

3. Sebuah granat meledak, sementara ia berada dalam orbit (mirip) parabola. Bagaimana yang terjadi dengan titik massanya setelah granat meledak? Jelaskan kelakuan pecahan granat tersebut dalam sistem koordinat acuan bumi (a) dalam sistem koordinat pusat massa dan (b) dalam sistem koordinat sebuah pecahannya. Perhatikan, khususnya hubungan antara jarak dan kecepatan pecahan granat dalam dua sistem koordinat terakhir. Apa hubungannya dengan efek Hubble?

4. Mars pada bulan Juni 1969 tepat membentuk garis lurus dengan Matahari dalam susunan matahari-bumi-mars. Gerak apa yang digambarkan padanya melalui bintang tetap yang didefinisikan sebagai bola langit dan yang digambarkan oleh mars hingga tahun 1980? usahakan untuk membuat penjelasan yang tepat. Bagaimana bentuk planet-planet lainnya (khususnya venus dan jupiter)? Apa yang terjadi dengan eksentrisitas orbit? Bayangkan bahwa apa yang Anda ketahui hanya pengaruh gerak. lupakan sejenak gerak bumi sendiri seperti data orbit bumi misalnya (tabel 1.2), yang hingga saat ini Anda gunakan. Usahakan pikiran Anda seperti Kopernikus pada masa lalu.

5. Pemandangan di Jalan Raya

Polisi : Apa yang anda lakukan disana? Dalam keadaan panas begini masih mabuk-mabukan, saya tangkap Anda?

Pemabuk : Kenapa memangnya? Saya kan sudah berhasil?

Polisi : Apa? Anda sudah berhasil apa?

Pemabuk : Saya berhasil membuat seimbang benda konyol ini?

Polisi : Hai Pak! Jangan main-main, ya! Benda apa itu?

Pemabuk : Di bumi! Benda itu ada di belakang saya, dipercepat lagi dan akhirnya anda tangkap saya. Lihatlah kepala saya!

Perlihatkanlah pada saya, bagaimana saya berdiri terus-menerus?

Polisi : Ya saya juga melakukannya sepanjang hari!

Pemabok : Benar, salut untuk anda! Anda harus pergi ke sirkus Karena saya tidak terlihat rapi, Anda mau kurung saya? Anda adalah seorang yang ramah, logis, tetapi hamba hukum yang baik. Apa jawaban Anda untuk percapakan di atas?

6. Taman Woolsthorpe, Newton, dan sebuah Apel. Saat yang amat cepat:

N : Aha, sekarang engkau jatuh!

A : Akh tidak, aku tidak melakukannya, kan engkau yang melihatnya!

N : Tunggu dulu, berhentilah kau! Engkau akan melihat siapa yang bergerak!

A : Oh, yang bergerak adalah alas tempat kakimu berada. Aku ini lemah jika bumi menarikku. Pertanyaan tersebut adalah pertanyaan besar, tetapi bukan pertanyaan yang benar. Selain itu mengapa aku harus bergerak karena percepatan? Apakah kau tidak menyadarinya, bahwa untuk itu diperlukan gaya?

N : Tentu saja! untuk kasusmu itu grafitasi.

A : Aku tidak merasakan sama sekali gravitasimu.

N : Namun aku dapat mengamatinya.

A : Oh tidak heran! Sekarang aku baru mengerti apa yang kau maksud, walaupun waktu sudah sangat sempit, namun baiklah, kau seharusnya merasakannya juga bahwa bumi di bawah kakimu mempercepatan kamu, menggeser dirinya. Yaitu dorongan tanah di kakimu itulah satu-satunya gaya *real* yang terdapat disini.

N : Sebetulnya, si Apel ada benarnya juga. Jika diriku mengalami percepatan dan bergeser ke atas, kurasakan ada gaya ke bawah. Hmmm. Jika kutanya dia, mengapa dia dalam waktu singkat tidak, bebas atau diam tentu ia akan mengatakan bahwa orang-orang kerdil di pohon berjanji dengan bumi dan mendorongnya ke bumi dengan gaya tertentu secara tepat. Jika tangen gaya tersebut tidak berkembang tatap (demikian saja) tentu ia akan tertangkap dan dapat dijatuhkan ke bumi.



A : Hebat! namun 1 : 0 buatku, ok?  
 Dapatkan Anda membantu Newton?

7. Pada massa partikal-partikal di atmosfir bekerja gaya-gaya karena tekanan, gesekan dan coriolis. Buatlah persamaan gerak partikel-partikel tersebut di dalam volume (asumsikan gaya gesek-kecepatan) dan amati aliran stasioner yang terjadi. Perhatikan ketergantungan lebarnya. Jika gaya gesek tidak berpengaruh besar, bagaimana hubungan arah angin terhadap gradien kecepatan? Perubahan apa yang terjadi pada hasil perhitungan karena gaya gesek?

Apa yang terjadi berdasarkan pengalaman (tekanan tinggi, rendah dan sedang)? Dapatkah Anda memperkirakan besarnya koefisien geraknya? Suatu tekanan udara yang tinggi terletak di Rusia Tengah (1030 m dari permukaan bumi), dan tekanan udara rendah terdapat di Irlandia (990 m dari permukaan bumi), bagaimana arah dan kuatnya angin yang terjadi di daratan Jerman? Bandingkan dengan peta cuaca!

8. Di dalam suatu stasiun ruang angkasa orang ingin membuat gravitasi buatan, yaitu dengan cara merotasikan stasiun tersebut. Untuk itu diperlukan gaya *coriolis*. Bayangkan pengaruh yang terjadi di dalam stasiun ruang angkasa tersebut (misalkan stasiun berbentuk cincin) seandainya ada seseorang yang berjalan sepanjang gang di dalam stasiun tersebut. Perkirakanlah batas gaya pada arah melintang yang bekerja dalam batas harga yang dapat diterima.

9. Percayakah Anda bahwa asimetri dataran tinggi dan dataran rendah di pantai dan sungai-sungai di Rusia diperkirakan terjadinya pengikisan besar-besaran pada sisi kanan sungai akibat gaya coriolis?

10. Sebuah benda bermassa sangat besar digantungkan pada seutas tali yang amat panjang yang dibiarkan berhari-hari lamanya bergetar dan kemudian diketahui bahwa permukaan getarannya tidak lagi membentuk garis lurus di lantai, tetapi membentuk rosette (gambar 1.47). Bagaimana hal tersebut dapat dijelaskan? Berapa lama waktu diperlukan agar benda membentuk satu rosette penuh ?



Bagaimana ketergantungan letak geografis? Untuk membahas hal ini, gunakan gambar [1.48].

11. Apakah gambar [1.49] menunjukkan setengah bola Utara selatan? Apakah dengan menggunakan garis lintang dapat disimpulkan hal di atas? Apakah gambaran tersebut dapat digunakan jika pengambilan foto tersebut terjadi kesalahan dalam menentukan sudut pengam-bilan.?

12. Pada keterangan Gambar [1.46] disebutkan jatuhnya bola di C. Apakah eksak terjadinya hal tersebut? Apakah hal tersebut dapat dibuktikan dengan menggunakan  $\Delta t = (R - g)/u$ ? Jika tidak dimana terdapat bola setelah waktu tersebut? Apakah yang diperoleh pengamatan, jika ia tidak mengetahui bahwa dirinya mengalami rotasi? Apa artinya diskrepansi? Dalam kondisi bagaimana deviasi yang terjadi terhadap apa yang dinyatakan dalam pelajaran 1.8.4 dapat diabaikan?

Dalam kondisi percobaan bagaimana munculnya devbiasi tersebut? Apakah terdapat keadaan yang dapat menghilangkan adanya rotasi bumi?

13. Secara umum terdapat penurunan matematis yang elegan dari percepatan *coriolis*, yaitu dengan menggunakan percepatan sentrifugal dan seterusnya, yang pada pelajaran 1.8.4 terdapat suatu suku yang belum dibahas dan akhirnya akan muncul secara otomatis. Diamati suatu sitem koordinat acuan  $S'$  terhadap sitem koordinat acuan  $S$  yang mengalami rotasi dengan kecepatan sudut  $w$  tidak harus konstan terhadap waktu. Dalam waktu yang diamati dianggap titik asal dan sumbu kedua sitem acuan berimpit. Nyatakan kecepatan dan percepatan di  $S'$  terhadap  $S$ . Bagaimana hubungan  $r$  dan  $r'$  satu dengan yang lain? Bagaimana pula dengan  $r$  dan  $r'$ ? Pertama-tama anggap bahwa  $r' \perp w$ , kemudian kembangkan untuk kasus lebih umum. Operasi vektor apa yang digunakan? Apa yang anda dapatkan dengan menurunkan vektor sebarang terhadap waktu. di  $S'$  dan bandingkan dengan  $S$  / Jika perlu bedakan operasi keduanya secara

simbolis. Dari  $r'$  dapat diturunkan  $r$ . Nyatakan semua dalam besaran di  $S'$  dan artikan tiap-tiap suku yang dapat di dalamnya. Manakah suku yang menyatakan percepatan sentrifugal? Periksa pernyataan pada rumusan yang Anda buat dan sesuaikan dengan yang lainnya. Sebab apa muncul angka 2 pada percepatan *coriolis*? Gunakan situasi itu pada Gambar 1.46, Demikian pula, pada bumi yang mengalami rotasi. Bagaimana ketergantungan posisi geografis dalam rumusan?

14. Pioneer 10 diluncurkan dari bumi tidak mempunyai kecepatan yang dapat melepaskan dirinya dari sistem tata surya (Berapa besar kecepatan tersebut?) Dalam pertemuan singkat dengan jupiter (Desember 1973), Pioneer mendapatkan energi tambahan sehingga dapat meninggalkan tata surya. Bagaimana dapat terjadi hal tersebut? Apakah tidak harus sama kecepatan awal dan akhir Pioneer yang mengelilingi Jupiter dalam orbit hiperbola (Kepler)? Dapatkah kejadian tersebut disamakan dengan tubrukan elastik? Dalam sudut berapa harusnya roket meninggalkan orbitnya di jupiter, sehingga ia dapat mempunyai kecepatan minimal? Bagaimana menentukan arah tujuannya dengan tepat? Dapatkah roket mencapai gerak dalam orbit elips Hoffmann (soal 1.7 nomor .29)? Dapatkah roket bergerak dalam orbit elips yang serupa untuk mengelilingi mars dan saturnus? Dalam sudut berapa roket harus dilepaskan dari bumi? Bagaimana Jupiter dalam waktu tersebut berada di langit?

## **BAB 2**

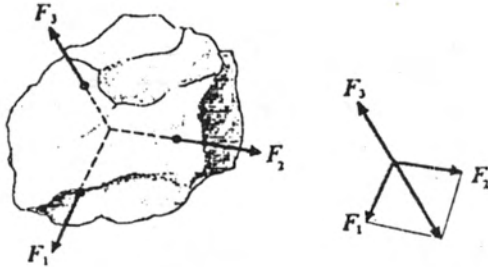
### **MEKANIKA BENDA TEGAR**

#### **2.1 Mekanika Benda Tegar : Statika**

##### **2.1.1 Syarat Kesetimbangan dan Momen Putar**

Pada bab sebelumnya telah dikemukakan, bahwa semua gaya bekerja pada setiap massa (pada titik yang sama) dan massa dipandang berbentuk titik (titik massa). Gaya-gaya tersebut dapat digambarkan dalam vektor sebagai vektor resultan gaya. Pada benda yang ukurannya diperhatikan tidak mungkin dilakukan karena titik tempat gaya bekerja (titik kerja) pada umumnya tidak sama; Dalam hal ini, gaya dapat mempercepat benda dan atau mengubah bentuk setiap bagian benda (benda mengalami *deformasi*) Pertama-tama pembahasan di sini tidak memperhatikan perubahan bentuk benda; pembahasan dibatasi pada model. Benda tegar tidak mengalami deformasi. Untuk kasus tersebut, titik kerja gaya dapat mengalami pergeseran pada arah sesuai dengan arah gaya, tanpa merubah hasil (pergeseran garis dari vektor gaya). Gaya-gaya itu selain dapat menimbulkan pergeseran paralel dari benda dipercepat (*translasi*) tetapi juga benda dapat dipercepat secara *rotasi*. Apabila pada benda tidak terdapat gerak translasi atau rotasi, dikatakan benda berada dalam kesetimbangan. Pengaruh semua gaya terhadap benda sama dengan nol. Pada nomor 1 dan 2 akan





Gambar 2.1 Syarat keseimbangan benda tegar dalam pengaruh tiga gaya yang berbeda pada bidang datar

dibahas 2 kondisi khusus, yaitu gaya-gaya yang bekerja pada benda tegar tidak cukup untuk meggerakkan benda sehingga benda berada dalam keadaan setimbang.

1. Sebuah benda tegar dipegaruhi oleh tiga buah gaya yang terletak pada satu bidang dan apabila gaya-gaya tersebut dibuat melalui satu titik, maka akan terdapat jumlah gaya sama dengan nol. Hal itu berarti bahwa resultan gaya  $F_1$  dan  $F_2$  sama dengan  $F_3$  (lihat Gambar 2.1).
2. Jika dua gaya tersebut paralel pada arah yang sama satu dengan yang lain (Gambar 2.2) maka titik potong gaya-gaya tersebut terletak di tempat tak berhingga. Dengan demikian gaya ketiga haruslah terletak di titik kerja gaya-gaya tersebut, pada arah yang berlawanan dari  $F_1$  dan  $F_2$ .

Titik yang terletak pada garis penghubung disebut sebagai *titik pusat gaya*  $O$  dari gaya-gaya paralel. Harga gaya  $F_3$  harus sama dengan harga resultan gaya-gaya lainnya.

Dasar gambar 2.3. 40: Melalui penambahan dua gaya lainnya,  $-Z$  dan  $+Z$ , berpengaruh memperbesar gaya  $-F_1$  dan  $F_2$  maka dapat dipandang kembali pernyataan 2 dan 1.

Dari kemiripan segitiga  $AOC$ ,  $OBC$  dan  $OBG$  dengan  $FGB$  akan didapat jika jarak titik-titik kerja gaya  $F_3$  dari  $O$  disimbolkan dengan  $a$

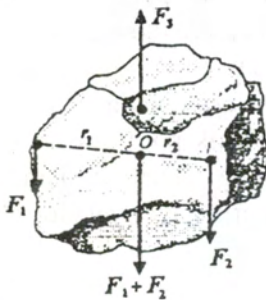
$$\frac{a}{a} = \frac{F_1}{Z} ; \frac{a}{r_1} ; \frac{a}{r_2} = \frac{F_1}{Z} ; \frac{F_2}{Z}$$

atau

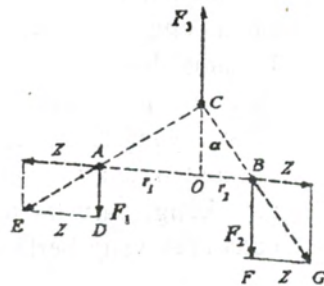
$$r_1 : r_2 = F_2 : F_1$$

Untuk keadaan setimbang berlaku

$$r_1 : F_1 = r_2 : F_2 \quad (2.1)$$



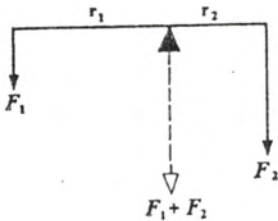
Gambar 2.2; Syarat keseimbangan pengaruh tiga gaya saling paralel, Titik tangkap gaya  $F_3$  karena tidak berada pada tempat yang sama dengan titik tangkap gaya-gaya lainnya, dapat dianggap tidak mempengaruhi syarat keseimbangan



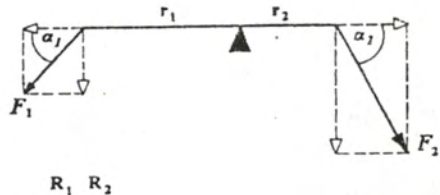
Gambar 2.3; Gambaran untuk mencari titik potong gaya-gaya. Vektor tambahan yang melalui titik A harus disimbolkan dengan  $-3$

Hasil kali  $r \cdot F = D$  disebut sebagai harga *momen gaya* terhadap titik acuan  $O$  yang terletak tegak lurus terhadap  $r$  dan  $F$ . Momen gaya adalah besaran yang mempunyai besar dan arah (sumbu rotasi). Dengan kata lain adalah besaran vektor. Biasanya arah vektor  $D$  selalu digambarkan dengan arah jari jempol tangan kanan. Apabila arah jari-jari lain yang ditekukkan, hal itu menandakan arah putarannya. Syarat kesetimbangan ditulis sebagai berikut.

$$D_1 + D_2 = 0$$



Gambar 2.4 Keseimbangan berlempeng pengungkit yang mempunyai lengan berbeda



Gambar 2.5 Kesamaan momen putar pada gaya-gaya tidak saling paralel, maka bekerja gaya-gaya  $F_1 \cos \alpha_1$  dan  $F_2 \sin \alpha_2$

### Penggunaan pada Pengungkit

Di sekitar sebuah batang melalui sebuah sumbu dapat dikerjakan sebuah gaya atau beberapa gaya, disebut *pengungkit*. Jika sumbu terletak diantara titik tangkap gaya, disebut pengungkit belengan ganda. Apabila sumbu terletak pada salah satu lengan, disebut sebagai pengungkit berlempeng tunggal.

a) Pada ujung sebuah pengungkit terdapat gaya-gaya yang saling paralel  $F_1$  dan  $F_2$  (lihat Gambar 2.4). Pengungkit akan setimbang jika



$F_1 r_1 = F_2 r_2$ . Dengan demikian gaya yang bekerja pada sumbu adalah

$$F_1 + F_2.$$

b). Seandainya  $F_1$  dan  $F_2$  tidak saling paralel, lengan-lengan pengungkit membentuk sudut  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  terhadap sumbu (lihat Gambar 42). Agar keadaan setimbang pada pengungkit ini tercapai, komponen-komponen gaya  $F_1$  dan  $F_2$ , yaitu  $F_1'$  dan  $F_2'$ , harus memenuhi.

$$r_1 \cdot F_1' = r_2 \cdot F_2'$$

Dengan  $F_1' = F_1 \cdot \sin \alpha_1$  dan  $F_2' = F_2 \cdot \sin \alpha_2$ , sehingga

$$r_1 \cdot F_1 \cdot \sin \alpha_1 = r_2 \cdot F_2 \cdot \sin \alpha_2.$$

$F_1 \cdot \sin \alpha_1$  (demikian juga  $F_2 \cdot \sin \alpha_2$ ) disebut sebagai momen putar

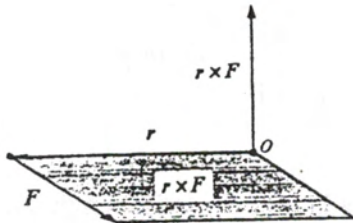
$D_1$  (atau  $D_2$ ) dan

$$D = r \times R. \quad (2.2)$$

Pengertian dari hasil kali vektor  $r \times R$  adalah Harga perkalian vektor ini sebesar  $r F \sin \alpha$ , dengan  $\alpha$  sudut antara  $r$  dan  $F$ . Harganya adalah sama dengan paralelogram yang dibentuk oleh vektor  $r$  dan  $F$  (gambar 2.6). Vektor ini terletak tegak lurus terhadap bidang; apabila diperhatikan arah besaran ini, maka diperoleh bahwa putarannya sesuai dengan arah jarum jam dari  $r$  ke  $F$ . Arah vektor  $r \times F$  adalah sesuai dengan arah sumbu- $x$  positif dalam sistem koordinat Cartesian, yaitu jika  $r$  pada arah sumbu- $x$  positif dan  $F$  pada arah sumbu- $y$  positif.

Syarat umum kesetimbangan berdasarkan arah putarannya adalah:

$$r_1 \times F_1 = r_2 \times F_2 \quad \text{atau} \quad D = 0 \quad (2.3)$$



Gambar 2.6 : Gambaran vektor momen putar

Apabila komponen-komponen  $F_1$  dan  $F_2$  pada arah lengan pengungkit berbeda, selain terdapat sumbu pengungkit selain gaya-gaya  $F_1 + F_2$ , masih terdapat gaya lain, yaitu gaya tekan, sebesar

$$F_1'' = F_2''.$$

Syarat kesetimbangan  $D = 0$  berlaku untuk semua jenis pengungkit misalnya Pengungkit sudut Pengungkit berlengan tunggal.

### 2.1.2 Gaya Berpasangan

Dua gaya saling paralel, sama besar dan berlawanan arah, serta titik tangkap gaya-gaya ini tidak pada satu titik, keduanya disebut membentuk *gaya berpasangan*.

Apabila jarak kedua titik tangkap gaya-gaya tersebut  $\{r\}$ , tegak lurus terhadap arah kedua gaya, maka momen putar di titik  $\{P\}$  yang berada pada  $r$  (lihat gambar 2.7) yaitu :

$$|D_1 + D_2| = |D| = r_1 F + r_2 F = F(r_1 + r_2) = r \cdot F,$$

yaitu tidak dipengaruhi oleh letak titik  $P$ . Momen putar terhadap satu

titik yang tidak berada pada  $r$  (lihat gambar 2.8) adalah

$$|D| = r \cdot F$$

maka

$$|D| = r_1 \cdot F \sin \alpha + r_2 \cdot F \sin \beta$$

$$|D| = r_1' \cdot K + r_2' \cdot F$$

$$|D| = r \cdot F$$

Dari Garis yang berada diluar garis penghubung gaya, dapat dicari momen putar seperti diatas.

Jika  $r$  dengan  $F$  tidak membentuk sudut  $90^\circ$  satu dengan yang lain, melainkan sudut  $\gamma$ , berlaku.

$$|D| = r \cdot F \sin \gamma$$

Vektor  $D$  sama dengan hasil kali (produk vektor) dari  $r$  dan  $F$

$$D = r \times F \quad (2.4)$$

Suatu gaya yang berpasangan tidak menghasilkan gaya resultan, tetapi hanya menghasilkan momen putar.

Sebagai contoh gaya berpasangan adalah jarum magnit yang berada dalam pengaruh gaya akibat medan magnit bumi Sebuah jarum magnit baik dihubungkan dengan sebuah plat penunjuk (panah) tipis maupun tidak, titik tengah jarum tetap tidak bergerak karena jarum mengalami momen putar.



Gambar 2.7 Pasangan gaya dan Momen putar



Gambar 2.8 Momen putar dari pengaruh pasangan gaya tidak dipengaruhi oleh titik P. sebagai titik terjadinya momen putar.

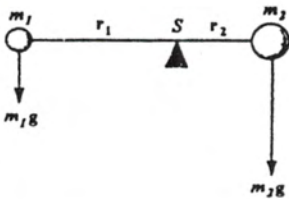
### 2.1.3 Titik Pusat Massa sebagai Titik Berat

Pada kedua ujung (A dan B) sebuah batang halus (dianggap tidak bermassa) dihubungkan, tiap-tiap massa  $m_1$  dan  $m_2$  (Gambar 2.9). Agar batang tidak mengalami momen putar akibat pengaruh beban karena  $m_1$  dan  $m_2$ , batang harus diletakkan pada satu tumpuan di titik  $S$  yang berada antara titik A dan B. Jika jarak  $AS = r_1$  dan  $BS = r_2$ , maka sesuai dengan syarat kesetimbangan pada persamaan [2.1], berlaku:

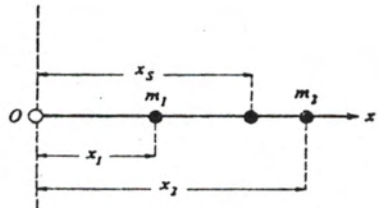
$$r_1 \cdot m_1 \cdot g = r_2 \cdot m_2 \cdot g \quad \text{atau} \quad r_1 \cdot m_1 = r_2 \cdot m_2$$

$S$  disebut titik berat dari  $m_1$  dan  $m_2$ . Titik berat tersebut membagi  $AB$  sebanding dengan perbandingan massa beban:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1}$$



Gambar 2.9 Sumbu putar pengungkit melalui titik berat dari beban pada pengungkit.



Gambar 2.10 Koordinat titik berat dari koordinat titik massa

Pada Gambar 2.10 misalkan  $x_1$  dan  $x_2$  adalah koordinat dari  $m_1$  dan  $m_2$ , koordinat titik berat  $x_s$  dapat ditentukan sebagai berikut

$$(x_s - x_1) : (x_s - x_2) = m_2 : m_1$$



atau

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2 + \cdots m_3} \quad (2.5)$$

Titik berat untuk sejumlah massa  $m_1, m_2, \cdots m_k$  yang terletak pada satu garis adalah

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots m_k x_k}{m_1 + m_2 + \cdots m_k}$$

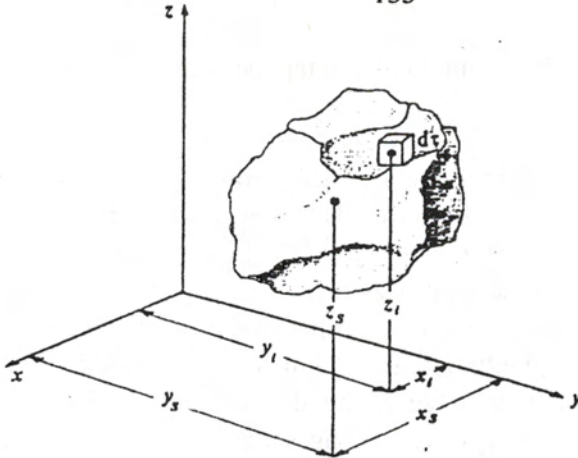
$$x_s = \frac{\sum_{i=1}^k m_i x_i}{\sum_{i=1}^k m_i} \quad (2.6)$$

Jika massa tidak terletak pada satu garis, tetapi terdistribusi di dalam ruang, persamaan [2.6] tetap berlaku akan tetapi, harus ditambah koordinat-koordinat titik berat lainnya,  $y_s$  dan  $z_s$  yaitu

$$y_s = \frac{\sum_{i=1}^k m_i y_i}{\sum_{i=1}^k m_i} \quad (2.7)$$

dan

$$z_s = \frac{\sum_{i=1}^k m_i z_i}{\sum_{i=1}^k m_i}$$



Gambar 2. 11 : Definisi titik berat benda tegar.

Pada sebuah benda tegar yang terdiri atau kumpulan titik massa, jumlah momen putar, terhadap sumbu yang melalui titik S, karena pengaruh berat massa-massa tersebut, adalah sama dengan nol.

Untuk benda tegar homogen, sistem yang terdiri titik-titik massa, koordinat titik berat dapat dicari sebagai berikut: pandang elemen volume benda (Gambar 2.11)  $\Delta r$  Kerapatan massa per satuan volume adalah  $g$  maka massa benda  $g \cdot \Delta r$ . Koordinat titik berat benda:

$$x_s = \frac{\sum_{i=1}^k g \Delta r x_i}{\sum_{i=1}^k g \Delta r} ;$$

$g = \text{konstan}$  maka

$$x_s = \frac{x \, dr}{dr} \quad (2.8)$$

Jika melalui titik berat dibuat sumbu, pengaruh momen putar semua titik-titik massa pada benda terhadap titik berat adalah nol,

sehingga setiap titik di dalam benda tetap berada dalam kesetimbangan.

Apabila sumbu putar tidak melalui titik berat  $S$  maka benda akan mengalami gaya berat yang berpusat di  $S$  dan tegak lurus terhadap sumbu putar. Dalam keadaan itu benda akan mengalami kesetimbangan. Dengan cara demikian, prosedur untuk menentukan titik berat  $S$  dapat dilakukan: Benda digantungkan pada dua titik berbeda: Pada titik pertama benda digantungkan melalui seutas tali sedemikian, sehingga perpanjangan tali penggantung dapat melalui titik berat  $S$  pada benda. Kemudian dengan cara yang sama benda digantungkan pada titik kedua. Perpotongan kedua perpanjangan tali dari kedua percobaan diatas, terletak titik berat  $S$ .

### **Berbagai Bentuk Kesetimbangan.**

Kesetimbangan dapat dibedakan dalam 3 bentuk:

1. Benda yang digantung pada suatu tumpuan melalui titik beratnya. Karenanya setiap titik pada benda akan mengalami kesetimbangan (kesetimbangan indifferen).
2. Titik diam berada tegak lurus terhadap titik berat  $S$ ; setelah benda diputar dengan sudut yang kecil, benda tersebut akan kembali mengalami kesetimbangan.
3. Titik diam benda berada di bawah titik berat  $S$ ; benda diputar dari posisi kesetimbangannya maka akan timbul momen putar; dalam pengaruh momen putar ini titik diam semakin jauh dari posisi kesetimbangan.

Pada kasus 1 posisi  $S$  tidak berubah karena rotasi.

Pada kasus 2 posisi  $S$  bergeser ke atas, sehingga energi  $E_{\text{pot}}$  bertambah.

Pada kasus 3 posisi  $S$  bergeser ke bawah, sehingga energi  $E_{\text{pot}}$  menurun.

Kesetimbangan juga dapat dipandang dari sistem keadaan energi potensial sistem; bahwa kesetimbangan stabil dan stabil masing-masing terjadi melalui titik *minimum* dan *maksimum energi potensial* sistem.

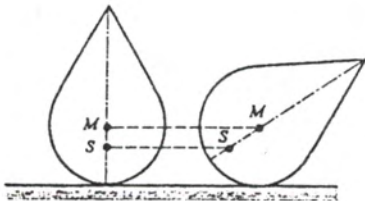
Untuk kasus sebuah benda yang ditumpu oleh bidang datar horizontal, titik diam dari titik berat ( $M$ ) sebuah benda berbentuk gasing, bertumpu pada bidang datar melalui sisi berbentuk bola (lihat gambar 2.12). Dalam kasus ini terjadi keadaan setimbang.

Sebuah benda bertumpu secara stabil di atas bidang datar, yaitu jika proyeksi tegak lurus  $S'$  dari titik beratnya terletak pada bidang penumpu, masih pada permukaan dasarnya (gambar 2. 143). Untuk menahan tumpuan pada garis  $BC$  harus terdapat momen putar paling tidak sebesar

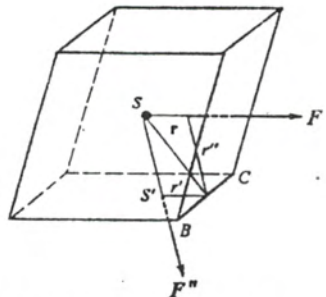
$$D'' = r F'' \sin (r, F'') = r'' \cdot F''$$

dan momen putar yang berlawanan darinya:

$$D' = r F' \sin (e, F') = r'' \cdot F'$$

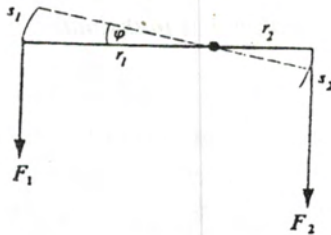


Gambar 2.12 ; sebuah gasing dengan berbentuk bola (lihat gambar 2.12), bertumpu di atas bidang dasar, berlaku bahwa titik pusat bola sebagai titik diamnya.



Gambar 2.13 : Definisi posisi sis setimbang





Gambar 2.14 Kerja oleh momen putar

Semakin besar  $D'$ , semakin tetap benda berada pada posisi demikian. Gaya berguna untuk menjaga agar benda tidak jatuh harus

$$F'' \geq \frac{r'}{r''} F''$$

#### 2.1.4 Kerja pada Benda Berrotasi.

Jika pengungkit diputar dengan gaya tegak lurus terhadap lengan pengungkit  $F_1$  dan membentuk sudut  $|\varphi|$  (Gambar 2.14), maka harus dikerjakan gaya sebesar

$$W_1 = F_1 \cdot s_1 = F_1 \cdot r_1 \cdot \varphi = D_1 \cdot \varphi \quad (2.9)$$

$$s_1 = r_1 \cdot \varphi$$

Gaya  $F_2$  menyebabkan kerja sebesar:

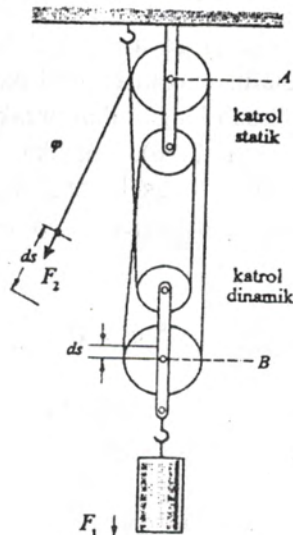
$$W_2 = -D_2 \cdot \varphi$$

Kerja yang disebabkan oleh momen putar adalah perkalian skalar antara momen putar dan perubahan sudut.

Karena  $D_1 + D_2 = 0$ , maka kerja  $W_1 + W_2 = 0$  hal itu berarti bahwa kerja pada pengungkit tidak membutuhkan atau menghasilkan kerja lain selain yang ada.

### 2.1.5 Prinsip Kerja Virtual sebagai Prinsip Umum Mekanika.

Mesin mekanik sederhana (pengungkit, pesawat Atwood, mesin ketam, dan mesin engkol.) adalah alat yang memerlukan kerja, karena pada mesin-mesin itu terjadi kesetimbangan karena adanya gaya luar yaitu gaya gesek, umpamanya, dapat terlihat. Terdapatnya pengaruh gaya luar pada mesin akan menimbulkan keterbatasan gerak mesin dan selanjutnya akan menghasilkan *gaya reaksi*, misalnya gaya yang bekerja tegak lurus permukaan mesin penghalus permukaan kayu (*ketam*) dan gaya pada sumbu roda sepeda. Gaya-gaya reaksi itu bekerja karena adanya gerak mekanis yang sesuai: *Jika sebuah sistem berada dalam kesetimbangan, kerja dari semua gaya luar pada sistem sama dengan nol (prinsip kerja virtual)*. Keadaan kesetimbangan akan dibahas dengan kerja virtual.



Gambar 2.15 Pesawat Atwood

#### 1). Pesawat Atwood

Pada pesawat Atwood terdapat  $n$  gerigi tetap dan  $n$  gerigi lepas (Gambar 2.15).

Untuk mengangkat beban  $Q$  sejauh  $ds$  diperlukan kerja sebesar  $-F_1 ds$  oleh sistem ( $F_2$  dan  $ds$  mempunyai arah saling berlawanan). Titik tangkap gaya  $F_1$  sekitar  $ds' = n \cdot 2ds$  (pemendekan tali setiap putaran antara  $A$  dan  $B$ ).

Kerja akan berharga nol, jika

$$-F_1 \delta s = F_2 \cdot 2 nds = 0,$$

maka

$$F_1 = \frac{F_2}{2\pi}$$

## 2) Mesin Engkol

Sebuah mesin engkol bekerja gaya  $F_2$  melalui lengannya; kemudian gaya itu diteruskan melalui lengan engkol dan kepala silang  $K$  yang dihubungkan melalui sebuah lengan dan berakhir pada sebuah engsel di ujung lengan  $Z$  (Gambar 2.16). Misalkan  $F_1$  adalah sebuah gaya yang harus dikerjakan pada engsel yang dihubungkan dengan plat berbentuk lingkaran sehingga terjadi kesetimbangan. Prinsip kerja virtual menjadi:

$$F_2 \delta x - F_1 r \cdot \delta \varphi = 0 \quad (34.1)$$

Perhitungan sederhana untuk perubahan sudut sebesar  $\delta\varphi$  dari persawat penggerak itu dengan pergeseran  $\delta x$  adalah

$$r \sin \varphi \delta \varphi \left( 1 - \frac{r}{l} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right) = \delta x \quad (2.11)$$

dalam panjang lengan berengsel dari  $K$  ke  $Z$ . Dari persamaan [2.10] dan persamaan [2.11] diperoleh:

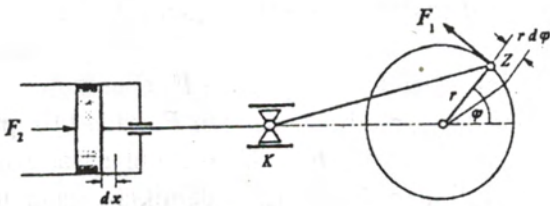
$$F_1 = F_2 \frac{\delta x}{r \delta \varphi} = F_2 \sin \varphi \left( 1 - \frac{r}{l} \sqrt{1 - \left( \frac{r}{l} \right)^2 \sin^2 \varphi} \right)$$

## 2.2 Gerak Benda Tegar

### 2.2.1 Posisi dan Kecepatan Benda Tegar

Posisi sebuah benda tegar terhadap sebuah sumbu yang dapat berotasi diberikan dalam besaran sudut rotasi  $\varphi$ , yaitu melalui posisi awal yang dapat ditentukan sebarang (lihat Gambar 2.17). Dalam keadaan benda mengalami rotasi, semua titik di dalam benda akan mengalami kecepatan dan percepatan sudut yang sama, yaitu  $\omega = d\varphi/dt$  dan  $\alpha = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$ . Panjang lintasan  $s$ , kecepatan  $u$  dan percepatan  $a$  dari sebuah titik pada benda bergantung pada jarak titik tersebut dari sumbu rotasi  $r$ .

$$s = r \cdot \varphi ; u = r \cdot \omega ; a = r \cdot \alpha$$



Gambar 2.16 Mekanisme mesin engkol



## 2.2.2 Pengaruh Gaya Tunggal dan Berpasangan Pada Benda Bergerak Bebas

Rotasi sebuah benda bebas karena pasangan gaya terjadi di sekitar titik pusat massa benda.

sebuah benda yang terdiri atas sebuah batang tegar di setiap ujung batang terdapat massa  $m_1$  dan  $m_2$ ; Secara sederhana dapat dibuktikan bahwa benda akan mengalami rotasi di sekitar titik pusat massanya. Jika pada benda terdapat pasangan gaya yang menyebabkan momen, gaya  $D = r \times R$  (Gambar 2.18) Titik  $S$  adalah membagi  $r$  menjadi  $r_1$  dan  $r_2$  dan dianggap sementara sebagai titik pusat rotasi. Karena pengaruh gaya  $F_1$ , menyebabkan massa  $m_1$  mengalami percepatan sudut dan berrotasi terhadap  $r_1$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \quad = F_1$$

demikian pula dengan massa  $m_2$

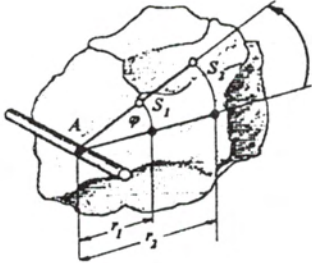
$$m_2 \cdot r_2 \cdot \quad = F_2$$

Dalam hal ini, haruslah  $F_1 = F_2$  dan karena batang tegar,  $\varphi_1 = \varphi_2$  sehingga haruslah

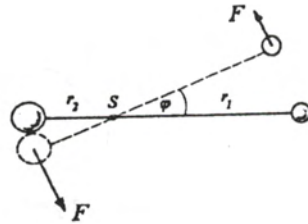
$$m_2 \cdot r_2 = m_1 \cdot r_1$$

Pusat rotasi membagi  $r$  sesuai dengan perbandingan massa dan dalam kasus itu titik pusat massa berimpit dengan titik berat.

Jika pada sebuah benda bekerja gaya  $F$  sebarang dan dibuat gaya-gaya yang sejajar dan sama besar dengan  $F$ , pada titik pusat massa  $S$  akan bekerja gaya-gaya  $F' = -F'' = -F$  melalui pasangan gaya  $r \times F$  karena gaya-gaya  $F$  dan  $F'$  Dengan demikian gaya tunggal yang bekerja pada  $S$  adalah  $F''$ . Selanjutnya, dapat diamati bahwa benda bergerak melalui translasi dan rotasi terhadap titik pusat massa.



Gambar 2.17 Gambaran keadaan dan pergeseran sebuah benda dapat berotasi terhadap sumbu rotasi.



Gambar 2.18 Gerak sebuah benda dalam pengaruh gaya berpasangan rotasi terhadap titik berat benda.

### 2.2.3 Momen Kelembaman

Energi kinetik suatu titik massa  $m$  yang berjarak  $r$  dari sebuah sumbu  $A$  dengan kecepatan sudut sebasama adalah:

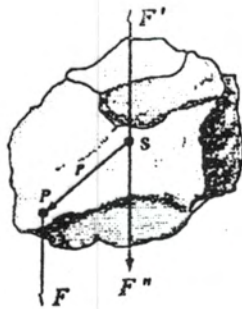
$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} \cdot u^2 = \frac{m}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} (m \cdot r^2) \cdot \omega^2 \sim \frac{1}{2} \theta \cdot \omega^2.$$

$\theta = m \cdot r^2$  disebut sebagai momen kelembaman (*inersia*) dari  $m$  terhadap  $A$ .

Momen kelembaman sebuah benda tegar terhadap sumbu  $A$  (Gambar 2.20) didefinisikan sebagai penjumlahan momentum kelembaman dari elemen-elemen massanya ( $\Delta m_i$ ), dengan jarak terhadap  $A$  masing-masing adalah  $r_i$ :

$$\theta = \sum \Delta m \cdot r_i^2 = \int r^2 dm. \quad (2.10)$$

$\theta$  untuk benda berbentuk sederhana dapat dihitung berdasarkan persamaan 2.10 sebagai berikut:



Gambar 2.19 Gaya  $F$  pada titik  $P$  dapat digantikan dengan gaya  $F''$  di titik pusat massa dan sepasang gaya  $r \times F$ ].

---

Lempengan :  $\theta = 1/2 M \cdot R^2$   $M$  = massa  $R$  = radius silinder

Silinder melalui titik pusat  $\perp$  terhadap lempengan (2.11)

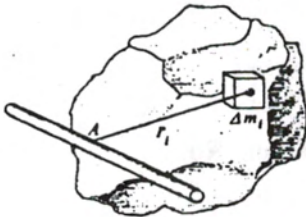
Bola :  $\theta = 2/5 M \cdot R^2$   $M$  = massa  $R$  = radius bola  
rotasi melalui titik pusat massa (2.12)

Batang :  $\theta = 1/3 M \cdot L^2$   $M$  = massa  $L$  = panjang  
rotasi melalui ujung batang (2.13)

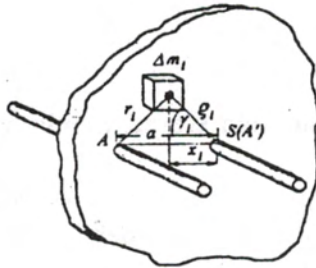
Batang :  $\theta = 1/12 M \cdot L^2$   $M$  = massa  $L$  = panjang  
rotasi melalui titik pusat massa panjang batang (2.14)

---

Jika diketahui momen kelembaman terhadap titik berat suatu benda, maka dapat pula diketahui momen kelembamannya terhadap titik lain, paralel terhadap sumbu rotasinya dan tidak melewati titik berat benda, yaitu melalui perhitungan dengan hukum Steiner *Momen kelembaman suatu benda terhadap sumbu A adalah sama dengan momen kelembaman benda secara keseluruhan terhadap titik pusat massa ditambah dengan momen kelembaman terhadap sumbu yang paralel A, yaitu sumbu A'.*



ambar 2.20 :Definisi momen  
kelembaman terhadap  
sumbu rotasi A  
Bukti:



Gambar 2.21 Hukum Steiner:  $\theta_A = \theta_{A'} + M a^2$ .

$$\begin{aligned}\theta_A &= \sum \Delta m_i r_i^2 \\ &= \sum \Delta m_i (a^2 + g_i^2 - 2 a g_i \cos \gamma_i) \\ \theta_A &= M \cdot a^2 + \theta_{A'} \text{ (Hukum Steiner),} \quad (2.15)\end{aligned}$$

dalam hal ini untuk titik berat  $\sum \Delta m_i x_i = 0$

Contoh penggunaan momen kelembaman sebagai berikut Momen kelembaman sebuah batang terhadap sumbu rotasi yang tegak lurus sumbunya adalah sama dengan momen kelembaman batang terhadap sumbu melalui pusat massa ditambah dengan  $M \cdot (L/2)^2$ .

$$\theta_{b,E} = \theta_s + \frac{M}{4} L^2 = \frac{1}{12} M \cdot L^2 + \frac{1}{4} M L^2 = \frac{1}{3} M L^2.$$

sama dengan pernyataan pada persamaan [2.13].



Sesuai dengan persamaan [2.10], energi kinetik sebuah benda yang berotasi terhadap sumbu  $A$  dengan kecepatan sudut  $\omega$  adalah:

$$E_{\text{kin}} = \sum \frac{1}{2} \Delta m_i \cdot \omega^2 r_i^2 = \frac{1}{2} \theta \cdot \omega^2. \quad (2.16)$$

#### 2.2.4 Persamaan Gerak Benda Mengalami Rotasi

Momen putar  $D$  sebuah benda akibat adanya gaya-gaya  $R_i$  maka momen gaya total yang bekerja pada benda adalah  $D = \sum D_i = \sum r \times R$ . Jika benda mengalami rotasi sebesar  $d\varphi$  yang muncul adalah  $dA = D \cdot d\varphi$  (dari persamaan [2.9]), Dalam keadaan itu, ini energi kinetik akan bertambah sebesar:

$$D \cdot d\varphi = d \frac{\theta}{2} \cdot \omega^2 = \frac{d}{dt} \frac{\theta}{2} \cdot \omega^2 \cdot dt$$

atau

$$D \cdot d\varphi = D \cdot \omega = \theta \cdot \omega \cdot \omega \cdot dt$$

jika dibagi dengan  $dt$ , diperoleh

$$D \cdot \frac{d\varphi}{dt} = D \cdot \omega = \theta \cdot \omega \cdot \omega$$

atau

$$D = \theta \cdot \omega = \theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \theta \cdot \omega \cdot \omega \quad (2.17)$$

Jika gerak rotasi berada dalam pengaruh momen gaya konstan,

integrasi pada persamaan [2.18], yaitu kecepatan sudut, sebagai fungsi waktu

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{D}{\theta} t^2 + \omega_0 t + \varphi_0, \quad (2.18)$$

dengan  $\omega_0$  dan  $\varphi_0$  dan adalah kecepatan sudut dan posisi awal benda.

Sebagai gambaran gerak rotasi sebuah benda tegar, muncul pula istilah gaya, massa, percepatan: momen gaya, momen kelembaman dan percepatan sudut. Persamaan-persamaan translasi diganti dengan persamaan-persamaan rotasi gaya  $R$ , massa  $m$ , posisi  $s$ , kecepatan  $u$ , dan percepatan  $a$ , masing-masing diganti dengan momen gaya  $D$ , momen kelembaman  $\theta$ , sudut  $\varphi$ , kecepatan sudut  $\omega$ , dan percepatan sudut  $\dot{\omega}$ .  $\varphi$ ,  $\omega$  dan  $\dot{\omega}$  berhubungan dengan rotasi terhadap suatu sumbu ketiganya mempunyai karakter vektor.

Translasi		Rotasi	
Gaya	: $F = m \cdot a$	Momen putar	: $D = \theta \cdot \omega$
Energi kinetik	: $E_{kin} = m/2 \cdot u^2$	Energi kinetik	: $E_{kin} = \theta/2 \cdot \omega^2$
Impuls (momentum)	: $p = m \cdot u$	Momentum putar	: $r = \theta \cdot \omega$
Gerak linier	: $s = u \cdot t$	Gerak melingkar beraturan	: $\varphi = \omega \cdot t$
Gerak linier dipercepat	: $u = a \cdot t$ : $s = a/2 \cdot t^2$	Gerak melingkar dipercepat beraturan	: $\omega = \dot{\omega} \cdot t$ : $\varphi = \dot{\omega}/2 \cdot t^2$

#### a). Bandul Rotasi

Bandul rotasi Gambar 2.22 adalah benda yang dapat mengalami rotasi terhadap sumbu tertentu yang dihubungkan dengan sebuah pegas berbentuk spiral (jam kantong yang tidak diam). Untuk memutar benda dari keadaan diam sekitar  $\varphi$ , diperlukan momen gaya

$$D = D_r \cdot \varphi \quad (2.19)$$

$D$  disebut besaran orientasi sudut. Analog dari persamaan [1.30] adalah bahwa periode getaran

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{D_r}} \quad (2.20)$$

Jika  $D$  diketahui, momen kelembaman dapat dihitung dengan menggunakan persamaan [2.21], yaitu berdasarkan periode getaran. Bandul fisis (Gambar 2.23) adalah sebuah benda yang mengalami rotasi tidak dari titik beratnya dan diberi simpangan kecil sehingga terjadi gerak osilasi. Periode getaran dirumuskan seperti pada persamaan [2.22].

Pada bandul terjadi momen gaya karena simpangan sebesar  $\varphi$  dari posisi diamnya sebesar

$$D = M \cdot g \cdot s \cdot \sin \varphi,$$

dengan  $s$  adalah jarak titik berat  $S$  terhadap sumbu rotasi. Untuk sudut  $\varphi$  kecil, berlaku

$$D = M \cdot g \cdot s \cdot \varphi = D_r \cdot \varphi,$$

Besaran  $D_r = M \cdot g \cdot s$ . Dengan demikian, maka periode osilasi dapat ditulis menjadi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{M \cdot g \cdot s}} \quad (2.21)$$

Sebuah bandul pegas mempunyai periode yang sama dengan bandul fisis, Jika panjang  $l_r = \theta/M \cdot s$ ,  $l_r$  disebut *panjang reduksi*. Titik  $A'$  yang terletak antara garis hubung  $AS$ , antara titik  $A$  dan  $S$ , disebut sebagai *titik pusat getaran*.

Berdasarkan rumusan Steiner persamaan [2. 16] diketahui bahwa  $\theta_0 + M \cdot s^2$  maka

$$I_r = \frac{\theta_0 + M \cdot s^2}{M \cdot s} = \frac{\theta_0}{M \cdot s} + s$$

Jika bandul berosilasi terhadap  $A'$  maka

$$I_r' = \frac{\theta_0 + M \cdot (l_r - s)^2}{M \cdot (l_r - s)} = \frac{\theta_s}{M \cdot (l_r - s)} + l_r - s$$

karena  $l_r = \theta_s / M \cdot s$ , maka

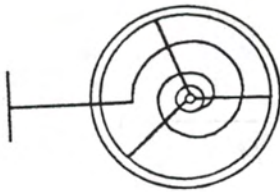
$$I_r' = \frac{\theta_s}{M (\theta_s/M \cdot s + s - s)} + \frac{\theta_s}{M \cdot s} + s - s = s + \frac{\theta_s}{M \cdot s} = l_r$$

Selanjutnya, dapat dikatakan bahwa: periode bandul fisis tidak mengalami perubahan, jika sumbu rotasi diubah pada titik lain yang melalui titik pusat berat (bandul reversi). Selain itu, dengan bandul fisis percepatan gravitasi dapat ditentukan lebih teliti dibandingkan dengan menggunakan bandul rotasi.

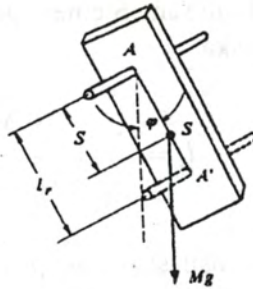
Contoh: Panjang bandul berbentuk batang adalah  $L$  dengan sumbu rotasinya pada titik  $A$ , terletak pada batang. Sesuai dengan persamaan [ 2.23] dan persersamaan 2.14], maka

$$I_r' = \frac{1/12 M \cdot L^2}{M \cdot L/2} + \frac{L}{2} = \frac{1}{6} L + \frac{1}{2} L = \frac{2}{3} L$$





Gambar 2.22 : Bandul rotasi

Gambar 2.23 : Bandul fisis  
(bandul reversi)

Misalkan sebuah bandul dengan panjang 1 m diosilasikan pada titik tertentu jika titik osilasi itu dipindahkan sejauh 66,6 cm dari titik osilasi pertama, maka periode bandul tetap tidak mengalami perubahan, dengan perkataan lain, bandul berosilasi dengan periode yang sama, baik pada titik pertama maupun pada titik kedua.

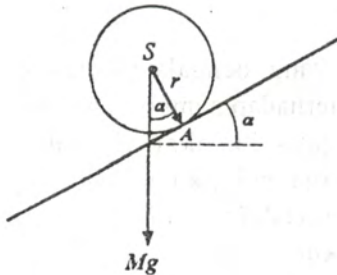
### b). Silinder Pejal pada Bidang Miring

Rotasi selinder terjadi karena dinding selinder besinggungan dengan permukaan bidang miring. Berdasarkan rumusan Steiner. persamaan [ 2. 16], momen kelembaman menjadi  $I = I_s + M \cdot r^2$  ( $I_s$  - momen kelembaman terhadap sumbu selinder, Gambar 2.24).

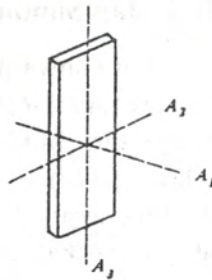
Momen putar menjadi  $D = M \cdot g \cdot r \sin \alpha$  sehingga

$$M \cdot g \cdot r \cdot \sin \alpha = (I_s + M \cdot r^2) \cdot \omega$$

Percepatan titik yang berada di kulit selinder adalah  $r \cdot \omega = r_1 \cdot d^2 \varphi / dt^2$ . percepatan itu juga merupakan percepatan titik berat selinder



Gambar 2.24 ; Rotasi sebuah selinder diatas bidang miring, tanpa slip.



Gambar 2.25 Sumbu-sumbu rotasi sebuah balok

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = a = r\omega = r \cdot \frac{M g r \sin \alpha}{\theta_s + Mr^2} \quad (2.22)$$

$$\frac{1}{1 + \theta_s/Mr^2} g \sin \alpha$$

Percepatan selinder pada permukaan bidang miring licin sempurna, silinder tidak mengalami rotasi,  $a = g \cdot \sin \alpha$  dan gaya yang bekerja pada silinder adalah  $P \cdot \sin \alpha$ . Karena adanya rotasi, percepatan linier selinder akan berkurang dibandingkan jika selinder tidak mengalami rotasi.

Jika pada bidang miring diletakkan dua selinder, tiap-tiap selinder pejal dan silinder kosong. Walaupun keduanya mempunyai diameter sama, silinder yang mempunyai momen kelembaman terkecil akan meluncur lebih cepat dibandingkan dengan silinder lainnya. Momen kelembaman dan percepatan linier beberapa bentuk benda adalah sebagai berikut.

---

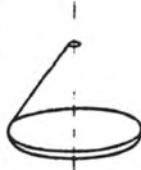
Silinder pejal	: $1/2 Mr^2$ maka dari persamaan [2.23]	$a = 2/3 g \cdot \sin \alpha$
Silinder kosong	: $1/2 Mr^2$ maka	$a = 1/2 g \cdot \sin \alpha$
Bola pejal	: $2/5 Mr^2$ maka	$a = 5/7 g \cdot \sin \alpha$

---

### c). Rotasi Terhadap Sumbu Bebas

Telah diketahui bahwa pada benda yang mengalami rotasi selalu muncul gaya sentrifugal, Rotasi benda terhadap sumbu yang terdapat di dalam benda tersebut dan gaya-gaya itu akan dialihkan ke sumbunya. Gaya-gaya itu akan berharga nol jika rotasi terhadap sumbu melalui titik berat  $S$  benda, yaitu melalui tiga sumbu utamanya. Hal itu dapat didefinisikan sebagai berikut.

Suatu garis melalui titik  $S$  :  $1/\theta$  dengan  $\theta$  adalah momen kelembaman terhadap garis tersebut dan titik-titik ujung terletak pada ellipsoida. Sumbu momen kelembaman sebagai sumbu rotasi utama. Sumbu pendek elipsoida adalah sumbu panjang dan sumbu panjang mempunyai momen kelembaman terkecil. Rotasi benda terhadap sumbu utamanya dapat dilakukan tanpa mengerjakan gaya padanya. Sumbu demikian disebut sumbu bebas. Rotasi-rotasi yang terjadi pada sumbu-sumbu utamanya akan stabil jika sumbu panjang mempunyai momen kelembaman kecil. Pada Gambar 2.25 terlihat sebuah balok, dan rotasi terhadap sumbu  $A_3$  akan labil. Sebuah silinder (lempengan) tipis akan berotasi secara stabil jika sumbu rotasi pada garis yang menghubungkan diameter lingkaran atau sumbu melalui titik berat lempengan (lihat Gambar 2.26).



Gambar 2.26 Rotasi sebuah silinder tipis pada sumbu bebasnya dengan momen kelembaman terbesar

Bagian mesin yang mengalami rotasi harus baik. Hal itu berarti bahwa sumbu-sumbu rotasi harus bebas. Pada keadaan yang tidak sempurna, sumbu-sumbu mengalihkan gaya-gaya secara periodik pada penopangnya sehingga dapat getaran yang memba-hayakan pada bagian mesin atau pada gedung-gedung tempat mesin diletakkan, yaitu jika jumlah putaran per menit (rpm) dengan frekuensi getaran eigen bersesuaian (kecelakaan resonansi).

## 2.3 Momentum Angular

### 2.3.1 Definisi

Suatu pengertian dasar seperti halnya momentum (impuls) atau suatu besaran gerak pada gerak translasi, untuk gerak rotasi disebut momentum angular.

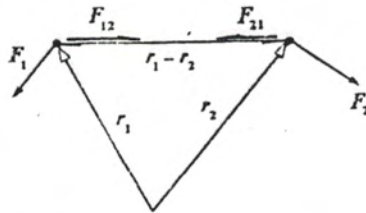
Untuk benda tegar yang mengalami rotasi pada sumbu tetap, momentum angular  $L$  dapat dicari dengan memandang elemen massa  $\Delta m$  benda dan jarak  $r$  terhadap sumbu rotasi, yaitu:

$$L = \sum \Delta m \cdot v \cdot r = \sum \Delta m \cdot \omega \cdot r^2. \quad (2.23)$$

atau karena persamaan [2.10] dan dengan memandang  $\omega$  sebagai vektor, momentum angular dapat ditulis sebagai:

$$L = \theta \cdot \omega \quad (2.24)$$

$L$  adalah vektor. Jika benda mengalami rotasi pada sumbu tertentu, arah  $L$  sama dengan arah sumbu rotasi.



Gambar 2.27 Gaya-gaya dalam” tidak memberikan perubahan momentum angular total seduah sistem titik massa.

Untuk setiap titik massa yang bergerak pada bidang datar berbentuk elips, misalnya lintasan planet dan lintasan elektron di dalam atom. Hasil kali vektor antara  $r$  dan  $v$  (lihat persamaan [2.2]), dengan  $r$  adalah jarak titik massa terhadap titik pusat dan  $r$  adalah kecepatan gerak titik massa pada lintasannya, maka



$$L = m \cdot r \times v \quad (2.25)$$

Arah momentum angular adalah tegak lurus terhadap permukaan yang dibentuk oleh vektor-vektor  $r$  dan  $v$ .

Dimensi momentum angular  $[\text{massa}] \cdot [\text{panjang}]^2 [\text{waktu}]^{-1}$  sama dengan *efek*  $[\text{kerja}] \cdot [\text{waktu}]$ . Momentum angular atomik nantinya berhubungan erat dengan *efek quantum*.

### 2.3.2 Momentum Angular dan Momen Gaya

Satu titik massa (benda bermassa  $m$ ) bekerja gaya  $F$ . Posisi benda ditentukan oleh vektor  $r$  terhadap titik acuan  $O$ . Seperti telah dibahas pada 2.1.1, misalkan  $r \times F$  adalah momen putar terhadap titik  $O$  dan tegak lurus bidang yang dibentuk oleh  $O$  dan  $F$ . Maka

$$r \times F = mR \times v = \frac{d}{dt} mr \times F \quad (2.25)$$

yaitu

$$\frac{d}{dt} mr \times R = r \times v + r \times \dot{v} = r \times \dot{v},$$

karena

$$r \times v = v \times v = 0$$

Dari persamaan [2.4] dan persamaan [2.3] diperoleh bahwa:

$$D = \frac{dL}{dt} \quad (2.26)$$

Pernyataan itu beranalog dengan formulasi prinsip aksi Newton (lihat persamaan [15.3]) dan mempunyai arti penting dalam mekanika benda langit seperti halnya teori panahan dan fisika atom.

Pada *gaya sentral* untuk  $r \times R = 0$ , berdasarkan persamaan [2.4], tanpa memandang kecepatan *luas sapuan*  $r \times R$  sama dengan dua kali kecepatan luas sapuan.

Pada dua titik massa bekerja gaya luar  $F_1$  dan  $F_2$  dan gaya dalam  $F_{12} = -F_{21}$  (misalkan gaya tarik-menarik elektrostatis) maka berlaku penjumlahan momentum angular (lihat Gambar 2.27):

$$\begin{aligned} r_1 \times (F_1 + F_2) + r_2 \times (F_1 + F_2) &= \\ r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2 + (r_1 - r_2) \times F_{12} &= \\ \frac{d}{dt} (m_1 r_1 \times v_1 + m_2 r_2 \times v_2); \end{aligned}$$

Karena sudut antara  $F_{12}$  dan  $r_1 - r_2$  adalah nol, hasil kali vektor juga berharga nol.

Rumusan umum tentang itu dapat ditulis sebagai berikut. *Perubahan momentum angular total terhadap waktu adalah sama dengan penjumlahan momentum angular gaya-gaya luar.*

Dalam keadaan tanpa gaya luar, momentum angular tetap konstan.

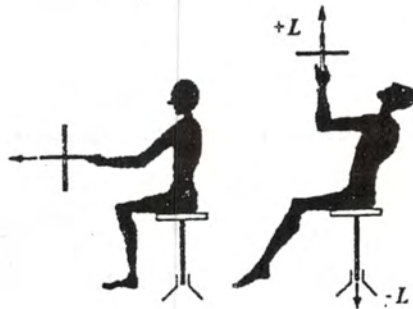
### 2.3.3 Hukum Kekekalan Momentum Angular

Pernyataan hukum kekekalan momentum angular di atas berlaku untuk sistem tanpa gaya luar dan momentum angular total berharga konstan terhadap waktu.

**Contoh:** Pada sebuah lempengan (*disk*) yang dilemparkan terdapat momentum angular sehingga arah geraknya akan tetap. Karena adanya pengaruh momen permukaan, jangkauan lemparan menjadi lebih jauh.

Seekor kucing melompat dari atap rumah ke tanah akan mempunyai  $L = 0$ , yaitu dengan cara menggerakkan ekornya dalam gerak melingkar. Momentum angular ekornya, melalui gerak memutar bagian tubuh lainnya, akan dikompensasikan di sumbu panjang tubuhnya. Dengan demikian, saat kucing tiba di tanah akan dapat menahan tubrukan tubuhnya dengan tanah.

Seorang penari melakukan gerak memutar akan mempunyai momentum angular  $\theta\omega$  dan dengan menarik kedua tangannya akan mengecilkan harga momen kelembaman tubuhnya sehingga dapat memperbesar kecepatan putar tubuhnya. Kejadian yang serupa juga terjadi jika orang melakukan salto pada suatu hadangan.



Gambar 2.28 Bukti sifat vektor momentum angular.

Demonstrasi hukum kekekalan dapat dilakukan dengan menggunakan sebuah piringan yang pada titik tengahnya terdapat batang vertikal. Piringan dipegang oleh seseorang yang duduk di atas sebuah kursi sehingga, apabila piringan ini dirotasikan di tangan pemegang, momentum angular yang konstan akan mempunyai arah vertikal. Hal tersebut dapat dibuktikan sebagai berikut.

Seseorang yang memegang piringan duduk di atas sebuah kursi yang dapat berputar (seperti komidi putar) pada sumbunya. Posisi piringan diatur sedemikian rupa sehingga sumbu piringan searah dengan sumbu kursi. Pada saat kursi diputar, piringan akan tetap diam

ar 2.28). Jika *piringan* diputar, sumbu piringan p  
kursi dan menyebabkan rotasi *piringan* dengan  
arah kebalikan sumbu kursi,  $180^\circ$ , dan terdapat m  
iringan. Melalui arah putaran kursi terdapat komp  
angular berlawanan dengan arah momentum angula  
arah sumbu piringan. Dalam hal ini sistem secara  
mengalami beban pada arah tersebut, dengan de  
n sang pemegang dan dudukan piringan yang me  
arah yang saling berlawanan.

mua partikel elementer dan inti atom mempuny  
atau spin. Momentum angular selamanya berharg  
ya tidak dapat disangkal lagi bahwa partik  
ami momentum angular pada arah *spin*. Oleh kar  
a dan massa, spin juga merupakan karakter  
ya elektron.

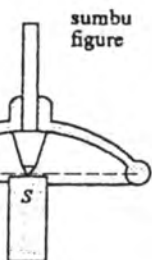
## Gasing

### Gasing Bebas Gaya

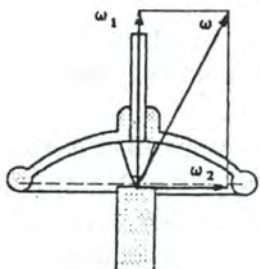
buah gasing sinetri adalah homogen sehingga  
ami rotasi secara simetri terhadap sumbu yang  
a. Sumbu itu disebut sebagai *sumbu figur*. Gasing  
ambar 2.2.9, ujung sumbunya terletak pada titik b  
n gaya karena gaya berat yang bekerja pa  
sensasikan (lihat 2.1.3). Karenanya gasing dikataka  
un istilah itu sebenarnya kurang tepat. Untuk me  
k, harus dikerjakan momentum angular yang ber  
ktor momentum angular itu tepat melalui sumbu f  
kan tepat berada pada sumbu itu, karena harga dar  
angular tidak mengalami perubahan terhadap waktu  
rak rotasi tidak harus terhadap sumbu figur  
tan sudut tidak harus tepat pada arah sumbu f  
Dari hal itu muncul istilah *sumbu rotasi sesaat*,  
berubah-ubah sesaat. Dengan demikian, baik



sewaktu dari gasing, setiap saat terletak di dalam bidang, posisi sumbu-sumbu tersebut selalu berubah-ubah, seolah-olah berada pada bidang permukaan. Tetapi, berdasarkan hukum kekekalan momentum, tetap berada di dalam ruang yang sama.



Gasing bebas gaya



Gambar 2.30 Rotasi gasing terhadap sebuah sumbu yang tepat pada sumbu figurnya

terjadi pada sumbu sesaat dengan kecepatan sudut. Komponennya adalah pada arah sumbu figurse yang tegak lurus. Momen inersia prinsipalnya ada. Momentum angularnya masing-masing  $L_1 = I_1 \omega_1$ ,  $L_2 = I_2 \omega_2$ , seperti terlihat pada Gambar 2.31, yaitu momentum sistem. Hal ini menyebabkan arah momentum akan berubah-ubah dalam ruang. Padanya

sumbu sesaat dan sumbu figur pula. Apa yang terjadi adalah rotasi sumbu figur yang menunjukkan precession. Apabila sumbu figur dan sumbu rotasi berimpit, maka akan seperti di atas. Dalam hal terakhir itu, momentum akan mempunyai arah sama dengan sumbu geser.

## Presisi Gasing

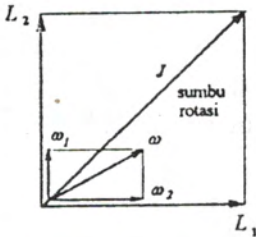
gasing diberikan gaya dari luar sehingga menyebabkan gaya  $D$  pada tumpuan gasing. Hal tersebut misalnya tumpuan pada titik beratnya, melainkan terletak pada

tal (Gambar 3.32), terdapat momen gaya  $D$  dari gaya berat  $m \cdot g$  terhadap titik tumpuan horizontalnya. Karena pengaruh  $D$ , terjadi perubahan momentum angular  $L$  dari gasing dalam saat  $dt$  sebesar  $dD$ . Berdasarkan persamaan [2.5], terdapat hubungan antara tiga besaran,  $D = dD/dt$ ; arah  $dL$  adalah paralel terhadap  $D$ . Setelah waktu  $dt$ , terjadi perubahan rotasi  $J$  sebesar  $d\varphi$ , yaitu menjadi  $L'$ . Dengan demikian, diperoleh (lihat Gambar 2.33)

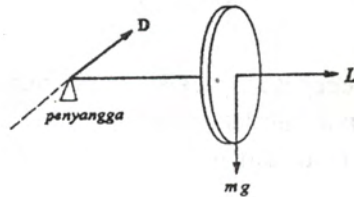
$$|dL| = |L| \sin \alpha \cdot d\varphi$$

atau

$$|dD| = \frac{d|D|}{dt} = |L| \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$



Gambar 2.31 Menentukan momentum angular  $L$  dari harga vektor kecepatan sudut sesaat dan momen kelembaman terhadap sumbu figur dan dari sumbu yang tegak lurus terhadapnya yang melalui titik berat



Gambar 2.32 Gerak presisi gasing melalui sumbu horizontal yang ditumpu pada titik terletak di luar titik tumpuan berat

Secara umum sumbu rotasi tidak terletak horisontal, tetapi tegak lurus terhadap gaya berat atau gasing atomik dengan momen magnetiknya (lihat 12.7.1) dan tidak tegak lurus terhadap medan magnet yang bekerja padanya, tetapi membentuk sudut  $\alpha \neq 90^\circ$  (lihat

Gambar 2.34). Dengan demikian,

$$|d\mathbf{L}| = |\mathbf{L}| \sin \alpha \cdot d\varphi \text{ atau } \frac{d|\mathbf{D}|}{dt} = \frac{d|\mathbf{D}|}{dt} = |\mathbf{L}| \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.27)$$

$\omega_p$  adalah kecepatan sudut berrotasinya  $\mathbf{L}$  membentuk sebuah kerucut dan berotasi pada arah momen gaya yang ditimbulkan oleh gaya.

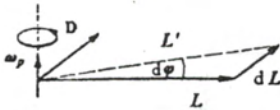
Gerak rotasi itu disebut *gerak presisi*. Gasing tidak tergelincir karena  $\mathbf{D}$ . Gaya yang menimbulkan momen gaya menjadi tegak lurus terhadap sumbu rotasi. Gerak presisi terjadi dengan kecepatan sudut  $\omega_p$ . Dalam hal ini,  $\mathbf{L}$  sama dengan hasil kali antara momen kelembaman  $\theta$  sumbu figur dan kecepatan sudut  $\omega$ . Dari persamaan [2.29] didapat

$$\omega_p = \frac{|\mathbf{D}|}{|\mathbf{L}| \cdot \sin \alpha} = \frac{|\mathbf{D}|}{\theta \cdot \sin \alpha} \quad (2.28)$$

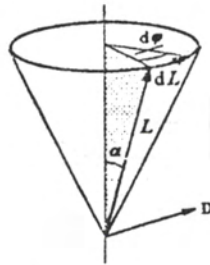
Kecepatan presisi akan menjadi besar sesuai dengan semakin besarnya momen gaya yang bekerja pada sistem dan semakin kecil harga  $\theta$ ,  $\alpha$  dan  $\omega$ .

Pada penurunan persamaan [2.29] ditetapkan bahwa gaya-gaya yang menyebabkan bekerjanya momen gaya  $\mathbf{D}$  tidak bergantung pada arah sumbu rotasi gasing. Akan tetapi, apabila terdapat momen gaya  $\mathbf{D}$  berimpit pada gaya berat, hal tersebut tidak lagi berlaku. Selanjutnya, berlaku pula  $\mathbf{D} = \mathbf{D}_\perp \cdot \sin \alpha$  dengan  $\mathbf{D}_\perp = \mathbf{D}_\perp$  ( $\alpha = 90^\circ$ ) sama dengan hasil kali  $mg$  (lihat Gambar 2.32) dan jarak titik berat terhadap tumpuannya. Pada gasing tidak bebas gaya dan pada gasing magnetik (lihat 12.3.7), frekuensi gerak presisi tidak bergantung pada orientasi gasing.

$$\omega_p = \frac{|D_{\perp}|}{\theta \cdot \omega} \quad (2.29)$$



Gambar 2.33 Gerak presisi gasing dengan sumbu horizontal.



Gambar 2.34 Kecepatan gerak presisi yang tidak bergantung pada kenaikan sumbu gasing di dalam medan gaya berat atau dalam pengaruh medan magnet pada sebuah momen dipol yang terdapat di sumbu gasing

## 2.5 Gesekan Antarbenda Tegar.

### 2.5.1 Gesekan Statis.

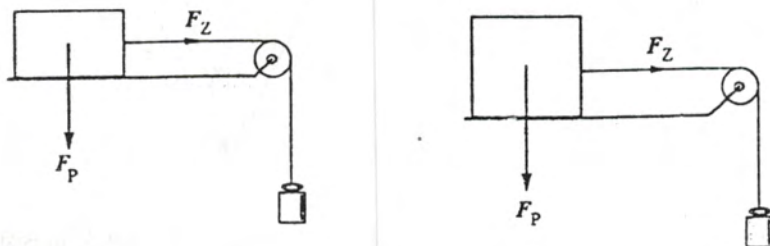
Disekitar sebuah benda yang diletakkan diatas bidang datar, dalam hal yang berbeda, harus ada yang melewati gaya dorong  $F_z$

Sebuah benda terletak diatas permukaan pada bidang datar horizontal (Gmbar 2.35). Benda dihubungkan dengan ujung tali melalui sebuah katrol dan di ujung tali lainnya terikat sebuah beban. Jika beban diberikan harga terbesar dan benda belum bergerak, beban disebut *tahanan gesekan maksimum*  $F_{maks} \cdot F_{maks}$  bergantung pada permukaan



kontak berbanding lurus dengan gaya normal  $F_N$  dari benda dengan permukaannya saling kontak dan menekan satu dengan yang lain. Gaya yang melawan gerak benda dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$F_{maks} = \mu \cdot F_N \quad (2.30)$$



Gambar 2.35 Percobaan mencari harga tahanan gesekan maksimum dengan konfigurasi berbeda; dalam setiap keadaan di atas, gaya normal selalu sama dengan gaya berat benda.

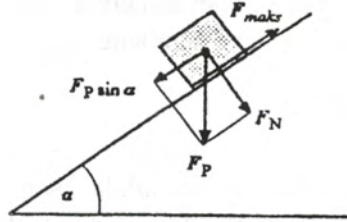
$\mu$  disebut *koeffisien gesekan statik* atau koefisien gesekan  $\mu$  konstanta material dan harganya bergantung pada macam material yang permukaannya saling kontak. Untuk menentukan harga  $\mu$  dapat dilakukan dengan cara meletakkan benda pada bidang miring (Gambar 2.36) dengan sudut kemiringan divariasikan dari kecil ke besar, hingga mencapai harga  $\alpha$  yaitu saat benda mulai bergerak. Selanjutnya harga gaya  $F_{maks}$  sama dengan komponen gaya berat benda yang menyebabkan benda bergerak pada arah sejajar permukaan bidang miring. Arah gaya normal adalah tegak lurus permukaan bidang miring sehingga didapat

$$F_{maks} = F_P \cdot \sin \alpha$$

$$F_N = F_P \cdot \cos \alpha \quad \text{atau}$$

$$\mu_s = \frac{F_{maks}}{F_N} = \tan \alpha$$

$\alpha$  disebut *sudut gesekan*. Setelah bergerak, benda akan mengalami percepatan.



Gambar 2.36 Percobaan mencari harga koefisien gesekan statik dengan menggunakan bidang miring, yaitu dengan cara mencari harga sudut gesekan  $\alpha$  tersebar saat benda mulai bergerak

## 2.5.2 Gesekan Dinamis

Untuk menggerakkan benda di atas permukaan horizontal dengan kecepatan konstan, harus diusahakan gaya konstan  $F$  bekerja pada benda sehingga gaya gesekan sama dengan  $F$ .  $F$  dalam hal ini tidak bergantung pada kecepatan.

$$F = \mu \cdot F_N \quad (2.31)$$

$\mu$  disebut *koefisien gesekan dinamis*. Harganya bergantung pada material benda dan permukaan kontak benda lain. Harga  $\mu$  selalu lebih kecil dari pada  $\mu_s$ , seperti halnya pada persamaan [2.32], sama dengan berat benda. Jika lintasan tempat lintasan benda berbentuk melingkar, harga  $F_N$  akan sama dengan gaya sentrifugal. Selanjutnya, setelah mencapai harga sudut gesekan  $\alpha$ , gerak akan mengalami percepatan sehingga  $\mu < \mu_s$  dan  $F < F_{maks}$ .

## Perhitungan Daya dengan Gesekan Dinamis

Kerja melawan gaya gesekan dapat dipakai untuk menghitung daya sebuah motor. Gaya gesek dinamis  $F$  antara selinder yang bergerak secara periodik dari motor dan dua penahannya terbuat dari kayu yang ditekan

melalui sekrup (Gambar 2.37) akan mengalami gaya normal karena tekanan sekrup dapat diubah-ubah. Momen putar  $F \cdot r$  ( $r$  adalah jari-jari silinder mesin) dapat dikompensasikan melalui momen gaya dengan berat beban  $F_p$  yang ditempatkan pada sebuah lengan dengan panjang  $l$ .

$$F \cdot r = F_p \cdot l; \quad F = F_p \cdot \frac{l}{r}$$

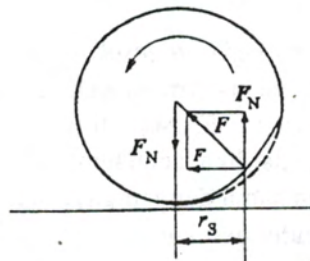
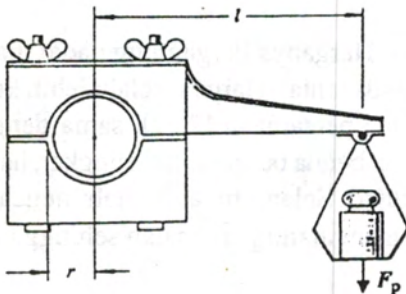
Kerjamotor melawan gaya gesek adalah sama dengan panjang lintasan yang dibuat silinder motor  $2\pi r v \cdot t$  dikali dengan  $F$  ( $v$  adalah jumlah putaran per detik dari motor)

$$W = 2\pi r v \cdot t \cdot F$$

Daya  $P$  adalah

$$P = \frac{W}{t} = 2\pi r v \cdot F = 2\pi r v \cdot F_p \cdot \frac{l}{r}$$

$$P = 2\pi v F_p \cdot l$$



Gambar 2.37 Pronis Zaum

Gambar 2.38 Contoh gesekan pada bola yang menggelinding

### 2.5.3 Gesekan pada Bola Menggelinding

Sebuah bola atau silinder, dipengaruhi oleh gaya normal  $F_N$  menggelinding pada suatu permukaan datar. Dalam peristiwa itu, baik bola maupun bidang datar, mengalami perubahan bentuk secara elastik. Dengan demikian, setiap saat bidang datar akan melakukan gaya melawan gaya berat bola padanya, yaitu sebesar  $F_N$ , akan berlawanan arah. Dalam kenyataannya, setiap deformasi terdapat bagian yang tidak elastik (lihat 3.4.6), yaitu terjadi lekukan sedikit (lihat Gambar 2.38). Untuk bidang datar, hal tersebut memberikan arti penting. Gaya reaksi  $F$ , yang dialami benda yang menggelinding, adalah akibat bagian yang mengalami deformasi. Titik tangkap gaya itu adalah titik yang berlawanan, mengarah pada  $F_N$ , tetapi bergeser sedikit ke belakang (sejauh  $r$ ). Komponen gaya reaksi pada arah normal mengkompensasikan gaya  $F_N$ . Komponen gaya tangensial  $F = r.F_N/r$  mempunyai arah berlawanan terhadap arah gerak bola yang dikompensasikan sama besar oleh gaya tarik, yaitu apabila bola menggelinding dengan kecepatan konstan. Dalam teknik benda menggelinding, (roda atau bola *gelagert*)  $r$  berada pada jarak  $10^{-2}$  hingga 1 mm.



### Soal 1

1. Bagaimana merealisasi posisi titik berat Gambar 2.12? Berikan prosedur konstruksi untuk benda diam stabil!
2. Seseorang membawa tabung minuman dalam keadaan terbuka untuk suatu piknik. Sebelum ia meletakkannya di tanah yang tidak rata, titik berat sekarang berada di tengah tabung. Saya meminum sedikit minuman dalam tabung maka titik berat akan berpindah, yaitu posisi tabung minuman lebih baik dari sebelumnya. Jika semua minuman habis diminum, titik berat tabung berada di tengah kembali. Dapatkah Anda menentukan isi dengan tanpa persamaan integral (perhitungan tanpa persamaan adalah sukar, tetapi sangat menarik! diketahui persamaan diferensial tanpa penyelesaian untuk benda berbentuk tidak menentu, misalnya botol)?
3. Berapa momen gaya sebuah motor yang mempunyai daya  $P$  (dalam satuan PS atau W) dengan rotasi  $f$  (dalam satuan put/min)? Bagaimana momen gaya bergantung pada jumlah putaran? Bandingkan hal itu dengan mobil dan data elektronik. Bagaimana momen gaya berubah dan bagaimana daya jumlah putaran melalui gigi (*versnelling*)?
4. Seutas tali digantungkan pada dua titik tanpa pemberat dan tegangan. Tali tergantung dalam keadaan setimbang di bawah pengaruh gaya beratnya sendiri. Bagaimana bentuk kurvanya?
5. Sebuah gulungan benang menggelinding di bawah tempat tidur. Ujung benangnya masih terlihat di ujung tempat tidur. Apabila ujung

benang ditarik, mengapa penggulung benang tersebut lebih jauh menggelinding ke bawah tempat tidur.

6. Jika seseorang membuat dinding dengan batu bata, terdapat dua cara menyusunnya. Pertama, bata diletakkan di atas adukan semen atas batas lainnya. Kedua, bata disusun dengan meletakkannya di atas dua bata lainnya (kira-kira di tengah-tengah dua bata yang berada di bawahnya). Susunan bata yang tinggi dengan cara pertama suatu saat cenderung menyebabkan dinding runtuh, sedangkan cara kedua lebih mantap. Dapatkah Anda mempelajari keadaan maksimum kedua cara susunan bata di atas secara kuantitatif? Hal itu perlu untuk membangun gedung!

## Soal 2

1. Mengapa sebuah silinder lebih cepat meluncur ke bawah dibandingkan dengan menggelinding? Turunkan perbandingan percepatan, kecepatan, dan waktu untuk dua macam cara jatuhnya silinder dengan menggunakan hukum kekekalan energi. Apakah perbandingan tersebut dapat dibenarkan untuk gesekan yang kuat?

2. Bagaimana orang menentukan dengan cepat sebuah telur bebas gangguan, telur mentah, atau telur rebus?

3. Diketahui dua bola dengan ukuran dan massa sama. Salah satunya berongga (kulit bola, terbuat dari bahanyang bermassa besar). Bagaimana dapat diketahui secara sederhana bahwa bola berongga akan bebas dari kerusakan?

4. Pada sebuah pintu taman, letak balok yang melintang di antara dua tiang penyangganya sedikit bergeser, membentuk sudut  $\alpha$  keluar, sehingga pintu dapat bergetar. Bagaimana dapat dijelaskan hal itu dan dengan frekuensi berapa pintu bergetar? Cari data-data yang mungkin untuk itu!

5. Sebuah roda gila berfungsi menyimpan energi rotasi. Apakah dengan massanya demikian dapat terbuat dari timah, baja atau plastik?

### Soal 3

1. Panyangga roda: Apa perbedaan antara ketidakkuatan statik dan dinamik? Sebuah kerikil kecil dengan diameter kira-kira 1 cm menempel di ban. Berapa besar gaya sentrifugal jika roda bergerak cepat? Perhatikan kekuatan roda jika letak roda bergeser (membentuk X atau 0) sehingga tidak ada keseimbangan. Apakah orang selalu mendapatkan berat penyangga timah terkecil atau berapa diperlukan untuk hal yang paling parah?
2. Agar orang pada Gambar 2. 28 dapat berrotasi, harus ada gaya yang bekerja padanya. Buktikan percobaan itu Bagaimana perhitungannya menurut hukum kekekalan energi? Apakah gasing dapat berputar sama cepat pada kedua posisi?
3. Seseorang terletak di dekat ujung sebuah papan lompat indah dan mencoba berjalan setapak untuk terjun dari papan tersebut. Bergantung pada apa, apakah dari berat tubuhnya atau apa saja sehingga orang dapat jatuh ke dalam air?
4. Sebuah papan lompat indah dapat bergerak dengan periode dan amplitudo 1 dat dan 20 cm. Berapa momentum angular yang diberikan oleh papan ke seorang pelompat indah, jika orang tersebut terjun setelah papan bergetar dan membentuk sudut  $30^\circ$ , tetapi tidak melompat dengan kakinya? Apa yang dapat dilakukan oleh pelompat tersebut, misalnya berapa jumlah salto, dengan momentum angular sebesar itu? Modifikasikan data yang dan buatlah percobaan untuk itu?
5. Mengapa sebuah helikopter mempunyai baling-baling kecil di belakangnya dengan sumbu mendarat? Mengapa sebuah mobil yang direm dengan kuat, dua roda belakangnya akan terangkat ke udara?

### Soal 4

1. Mengapa seorang pengendara sepeda demikian yakin jika mengendarai sepedanya semakin cepat? Karena adanya penumpuan



kesetimbangan, titik berat sepeda plus pengendara tidak lagi tegak lurus terhadap titik tumpuannya, tetapi menaik sedikit dengan sudut tertentu. Bagaimana pengendara dapat mengetahuinya? Pada roda depan atau pada stang kiri sepeda terdapat gaya tertentu dalam waktu tertentu sepanjang kayuhan. Apa yang dilakukan pengendara untuk itu?

2. Roda depan sebuah sepeda motor berikut penyangganya mempunyai massa 10 kg dan diameter 60 cm. Massa roda terletak hampir sempurna di pinggirnya. Berapa besar momentum roda dalam kecepatan 90 km/jam? Tiba-tiba pengendara melihat seseorang terburuk di tengah jalan yang dilaluinya. Agar tubuh tersebut tidak ditabraknya dalam 0,3 det, ia harus memutar motornya sekitar  $30^\circ$ . Berapa besar momentum dan gaya yang digunakan pengendara?

3. Berikan gambaran nutasi sebuah gasing dengan menggunakan istilah pengertian sumbu bebas. Berapa cepat ia bernutasi? Berapa besar kecepatan sudut untuk rotasi pada sumbu putar sesaat atau sumbu figur yang terdapat?

4. Di mana letak sumbu kelembaman prinsipal sebuah bola, sebuah lempeng berbentuk lingkaran, sebuah silinder (penampang lintang berbentuk lingkaran), sebuah *halter*, dan sistem bumi-bulan? Sumbu yang mana yang lebih stabil dari sumbu-sumbu prinsipal tersebut? Apakah terdapat nutasi (presisi) pada sumbu rotasi bumi? Bagaimana dapat diramalkan adanya pengaruh planet lain terhadap rotasi bumi?

5. Jika sebuah gasing tegak, gaya berat gasing dapat jatuh. Jika gasing mengalami rotasi, gaya berat dapat dikompensasi ke sisi. Apakah pernyataan di atas bertentangan? Apa batas antara kedua kelakuan di atas?

6. Lintasan bulan miring sekitar  $5,15^\circ$  dibandingkan dengan lintasan bumi terhadap matahari (*ekliptik*). Matahari mengerjakan gaya pasang surut pada gasing yang mengalami kemiringan tersebut (mengapa hanya gaya pasang surut?) dan mencoba menggulirkannya pada ekliptik. Bagaimana reaksi gasing? Periode apa yang muncul? Apa yang terlihat



oleh pengamat di bumi? Petunjuk: massa bulan dapat dibayangkan melumuri lintasannya secara beraturan.

7. Bentuk setengah bulatan ekuator bumi yang melonjong  $[(a - b)/a = 1/300]$ ;  $a$  dan  $b$  adalah sumbu panjang dan pendek elipsoid bumi] disebabkan oleh gaya pasang surut dari matahari-bulan. Bagaimana reaksi bumi sebagai gasing yang mengalami pergeseran sekitar 23,4o? Bagaimana periodenya? Bagaimana hal tersebut dapat diketahui dari bumi?

8. Mengapa sebuah gasing yang tetap miring tidak jatuh jika mengalami gerak presisi? Walaupun terdapat gaya berat yang bekerja sesuai dengan momen gaya yang menyebabkan gasing dapat jatuh, apakah gasing mengalami gerak presisi atau tidak. Apakah terdapat momen gaya lain yang dapat mengkompensasikan momen gaya di atas? Apa yang terjadi jika gasing mengalami gangguan sehingga gasing berpresisi semakin cepat atau lambat?

9. Kompas gasing: sebuah gasing berat diletakkan di penggantung cardini dan menunjukkan arah momen gaya pada arah utara-selatan pada bidang meridiannya. Tunjukkan bahwa hal itu disebabkan oleh gaya coriolis yang bekerja pada rotasi bumi. Apa yang akan timbul pada pengukuran: a) jika sebuah pesawat udara atau kapal laut menunjukkan sebuah kurva; b) jika tidak menunjukkan perubahan arah; c) pada perjalanan dengan lintasan berbentuk lingkaran yang sangat besar.

### Soal 5

1. Misalkan, koefisien gesekan antara ban dan jalan adalah  $\mu_0 = 0,6$ . Berat per daya sebuah mobil (daya berat dalam kg/PS) adalah 10 kg/PS. Berapa besar kemungkinan percepatan mobil pada gerakannya melintasi bidang datar? Dengan kecepatan berapa mobil akan mempunyai percepatan maksimum yang dibatasi oleh mesinnya? Berapa seharusnya kemiringan jalan tertinggi sehingga mobil dapat naik? Berapa besar kecepatan maksimum pada kemiringan tersebut yang dapat dicapai mobil dengan menggunakan daya penuh? Mobil bergerak sangat cepat pada

kurva yang tidak begitu tinggi dan tidak kembali meluncur ke bawah. Berapa besar sudut yang dibuat oleh sebuah bandul yang terdapat di dalam mobil tersebut dan dapat bergerak bebas? Berapa jarak maksimum pada pengereman? Pengendara mempunyai waktu reaksi kira-kira 1 det. Bagaimana lintasan tersebut (sebagai fungsi dari kecepatan) hingga mobil dapat berhenti sempurna?

2. Beberapa koefisien gesek yang terdapat di jalan terhadap ban mobil untuk jalan kering sempurna  $\mu = 0,8$ , jalan basah  $\mu = 0,3$ , jalan bersalju  $\mu = 0,1$ , dan jalan yang diselimuti es  $\mu < 0,1$ . Ban mobil mempunyai harga kurang dari separuh koefisien di atas. Diskusikan jarak pengereman, kecepatan, dan kurva lintasan.

3. Diskusikan sistem rem pada truk-truk gandeng, misalkan koefisien gesek plat rem dan rangka pemegang ban 1,0 dan jari-jari lempengan 12 cm. Berapa gaya yang diperlukan? Setiap rem mempunyai pengisap rem dengan luas penampang lintang  $1 \text{ cm}^2$ . Berapa besar tekanan yang bekerja pada sistem rem tersebut? Apakah dapat terlihat dari pedal atau pengendali rem tersebut?

4. Apakah terdapat koefisien gesek  $\mu = 1$ ?

5. Penjelasan apa yang dapat menentang gesekan pada benda yang menggelinding pada soal 5 nomor 3, khususnya yang bersangkutan-paut dengan ketergantungan terhadap kecepatannya?

6. Perkirakan besarnya gaya gesek yang dapat diatasi oleh seorang pengendara sepeda. Apakah hal tersebut hanya bergantung pada gesekan menggelinding? Berapa cepat ia dapat bergerak dengan sepedanya jika gaya gesek adalah satu-satunya yang menyebabkan tahanan?

7. Orang menempatkan sebatang lidi panjang di antara dua jari penunjuknya yang saling paralel satu dengan yang lain, kemudian kedua lengan dilebarkan. Apa yang terjadi jika jari-jari penunjuk tersebut saling mendekat satu dengan yang lain? Apakah lidi akan jatuh? Di mana jari-jari akan bertemu?

8. Mengapa tidak ada gunanya jika menginjak rem hingga berdiri? Apa yang harus dilakukan orang dalam mengerem agar tulang punggung tidak merasakan pengaruhnya?
9. Koefisien gesek statik antara baja-bajaa adalah  $\mu_s = 0,15$  dan pada keadaan bergerak  $\mu_k = 0,05$ . Berapa jarak pengereman dan waktu pengereman untuk sebuah kereta api?
10. Mengapa traktor mempunyai ban yang demikian besar, terutama ban belakangnya? Apakah hal tersebut berhubungan dengan kemampuan motor (daya) dan jumlah putarannya?
11. Seorang prajurit dapat menambat sebuah kapal besar dengan menggunakan seutas tali dan tali dapat terlihat pada tiang hingga beberapa kali. Bagaimana hal itu terjadi? Apakah dengan tali tersebut dapat menaruh kapal ke pantai?



## BAB 3

### MEKANIKA BENDA BERUBAH BENTUK

#### 3.1 Hidro- dan Aerostatik

##### 3.1.1 Padat, Cair, dan Gas

Setiap bagian suatu benda makroskopik adalah dapat bergeser satu dengan yang lain, bergantung pada macam benda dan defonrmasi yang terjadi karena gaya yang besarnya berbeda-beda. Dalam pembahasan ini, deformasi dibedakan dalam 2 macam, yaitu deformasi hanya pada perubahan bentuk benda dan tidak mengubah volumenya (misalnya, geser, lengkung, dan tempaan) dan deformasi perubahan bentuk dan volume sekaligus (misalnya, kompresi dan dilatasi). *Zat padat* dapat melawan kedua bentuk deformasi tersebut dan bentuknya akan kembali seperti sediakala, Hal itu terjadi apabila peristiwa deformasi, yang menyebabkan dimensi zat padat berubah, terhenti dan dimensi kembali ke ukuran semula. Dengan demikian, benda padat dikatakan mempunyai bentuk dan volume *elastik*. Akan tetapi, jika perubahan bentuk atau volume melewati harga batas maksimumnya, terjadi peristiwa *plastis* dan akhirnya diikuti dengan peretakan zat padat. *Zat cair* mempunyai volume tertentu, tetapi tidak mempunyai bentuk. Sehubungan dengan hal tersebut, gaya-gaya yang dikerjakan pada zat cair hanya dapat mengubah volumenya. Zat cair mempunyai batas volume elastis. Setelah dikerjakan, kompresi pada zat cair volumenya akan kembali seperti sediakala. Terjadinya perubahan bentuk secara murni dari zat cair, misalnya dengan



mengerjakan gaya geser, kemudian zat cair akan kembali seperti semua secara cepat, berhubungan dengan gesekan dalam (lihat 3.3).

*Gas* dapat mengisi seluruh ruang. Benda tidak mempunyai volume ataupun bentuk elastis. Oleh karena itu, gas dapat dikompresi lebih besar dibandingkan dengan zat padat dan cair. Zat padat dan cair sering disebut zat yang dapat terkondensasi, sedangkan zat cair dan gas diasosiasikan sebagai fluida atau zat-zat yang dapat mengalir. Pada bahan-bahan amorf terdapat batas campuran bersama antara zat padat dan cair. Gelas dapat pecah karena gaya atau karena perubahan bentuk, tetapi dapat mengalir dengan lamban jika gaya sangat kecil dan memakan waktu sangat lama.

Dalam gambaran atomik, sifat-sifat diatas dapat dijelaskan secara kualitatif ataupun kuantitatif melalui kelakuan gaya-gaya antara molekul dan atom. Semua materi dibangun oleh molekul-molekul atau atom-atom. Sebagai pendekatan pertama dianggap bahwa atom-atom tersebut berbentuk bola dan tidak dapat ditembus oleh apa pun. Di dalam zat padat, molekul atau atom-atom terikat satu dengan yang lain, menempati posisi setimbangnya, dan secara geometrik tersusun menurut susunan periodik yang berulang. Dalam kasus tertentu, sangat jarang terjadi, atom-atom di dalam zat padat tersusun tidak beraturan (disebut amorf). Atom atau molekul-molekul tersebut saling mempengaruhi satu dengan yang lain dengan gaya tarik-menarik antarsesamanya. Gaya itu mempunyai jangkauan pendek (hingga atom atau molekul tetangga berikutnya). Posisi setimbang atom atau molekul-molekul mengalami getaran (vibrasi) yang tidak beraturan (gerak karena temperatur) (lihat Bab 5).

Molekul-molekul zat cair tidak terikat pada posisi setimbangnya, tetapi posisi satu dengan yang lain mengalami pergeseran. Apabila sebuah molekul di dalam zat cair dipengaruhi oleh sebuah gaya, molekul tersebut akan bergerak dengan kecepatan tertentu karena pengaruh gaya gesek. Besarnya gaya gesek tersebut sebanding dengan kecepatannya. Kerapatan jumlah massa atom atau molekul dalam satuan volume untuk zat cair, dan zat padat mempunyai harga dalam orde yang sama. Antara molekul di dalam zat cair terdapat gaya antar-

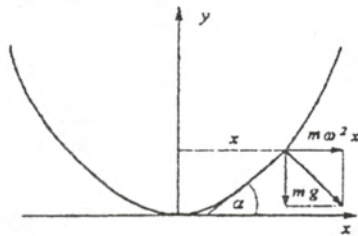
molekul yang cenderung membuat molekul-molekul saling terikat satu dengan yang lain. Keteraturan susunan molekul pada zat cair lebih kecil derajatnya dibandingkan dengan zat padat.

Molekul-molekul gas bergerak secara tidak beraturan. Dalam keadaan kerapatan tidak begitu besar, gaya-gaya yang bekerja antar-molekul gas dapat diabaikan; di luar terjadinya tumbukan antar-molekul.

Kerapatan gas pada tekanan dan temperatur normal mempunyai harga dalam orde  $1/1000$  kerapatan zat cair.

### 3.1.2 Bentuk Permukaan Zat Cair

Parikel-partikel zat cair dapat tergeser dengan mudah secara tangensial ke permukaannya. Jika terdapat gaya luar yang bekerja pada molekul-molekul zat cair, akan terjadi gerak pergeseran. Akan tetapi, hanya terjadi di permukaan zat cair, sementara di bagian dalam zat cair mengalami tekanan dan melawan gaya luar. Selanjutnya, akan terjadi permukaan zat cair yang stabil, permukaan yang tidak bergerak, jika gaya yang bekerja pada zat cair mempunyai arah tegak lurus permukaannya.



Gambar 3.1 Permukaan zat cair yang mengalami rotasi paraboloid

Secara umum: *Permukaan zat cair selalu tegak lurus terhadap gaya yang bekerja padanya.*

Dengan demikian, bahwa permukaan permukaan zat cair yang mengalami rotasi akan berbentuk paraboloida, dengan sumbu paraboloid sesuai dengan sumbu rotasi.

Berdasarkan Gambar 3.1 didapat

$$\tan \alpha = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x^2}{mg} = \frac{\omega^2 \cdot x^2}{g} = \frac{dy}{dx}$$

$$y = \frac{\omega^2}{g} \int x \cdot dx = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} \cdot x^2 + C$$

untuk  $x = 0$  maka  $y = 0$  sehingga  $C = 0$

$$y = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} \cdot x^2; \quad x^2 = \frac{2g}{\omega^2} \cdot y$$

Parameter setengah paraboloida adalah sebanding dengan  $\omega^2$ .

### 3.1.3 Pengertian Tekanan

Pada sebuah permukaan dengan luas  $S$ , bekerja gaya  $F$  pada arah tegak lurus permukaan tersebut. Perbandingan gaya dan luas permukaan disebut tekanan.

$$\text{Tekanan } p = \frac{\text{gaya } F}{\text{Luas } S} \quad (3.1)$$

Untuk tekanan berlaku satuan:

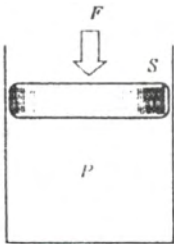
$$\begin{aligned} 1 \text{ Pascal} &= 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 \\ &= 10 \text{ dyne/cm}^2 = 10^{-5} \\ &= 1,019 \cdot 10^{-5} \text{ kp/cm}^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

$1 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ atm}$  disebut juga tekanan atmosfer (teknis). Gaya yang bekerja tegak lurus terhadap permukaan, tetapi ke arah luar  $F/S$  disebut *tekanan tarik*.

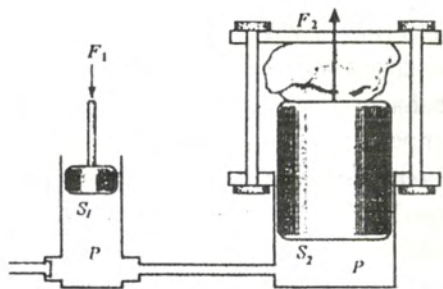
Alat untuk mengukur tekanan disebut *manometer*.

### a) Tekanan Pengisap dan Tekanan Hidraulik

Di dalam sebuah silinder terdapat sebuah pengisap dengan luas permukaannya  $S$ . Bagian dalam silinder diisi cairan (atau gas, lihat Gambar 3.2). Di atas pengisap bekerja gaya  $F$  sehingga cairan mengalami tegangan. Setiap elemen luas bagian dalam pengisap  $dS$  atau pada arah tegak lurus permukaan  $dS$  terdapat gaya sebesar  $dF = p \cdot dS$ , dan  $p = F/S$ . Tekanan bukan besaran vektor. Sejauh tekanan dapat dilihat bergantung pada berat cairan maka berlakusebagai berikut. *Tekanan pada setiap tempat di dinding wadah cairan dan bagian dalam cairan adalah sama*. Tekanan pada bagian dalam dapat diukur berdasarkan tekanan luar, yaitu dengan menempatkan *membran* dari manometer. Pada cairan diam, arah gaya tegak lurus dinding.



Gambar 3.2 Tekanan pengisap



Gambar 3.3 Tekanan hidraulik

*Tekanan hidraulik* dapat dijelaskan sebagai berikut (Gambar (3.3): Dua silinder dengan luas penampang lintang berbeda, yaitu  $S_1$  dan  $S_2$  dan berisi air atau minyak, dihubungkan oleh sebuah pipa satu dengan yang lain kemudian, ditutup dengan sebuah pengisap yang



dapat bergerak. Pengisap pada silinder kedua diletakkan sebuah plat tipis; di antara plat dan sebuah penahan beban diletakkan sebuah beban yang menekan silinder dengan gaya  $F_2$ . Pada silinder berukuran kecil bekerja gaya  $F_1$ . Dengan demikian

$$p = \frac{F_1}{S_1} \qquad F_2 = p \cdot S_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Gaya-gaya yang bekerja pada tiap-tiap silinder,  $F_1$  dan  $F_2$ , mempunyai kelakuan seperti permukaan silinder.

### b) Pisometer untuk Mengukur Kompresibilitas

Suatu kenaikan tekanan pada zat cair sebesar  $\Delta p$  akan mengurangi volumenya sebesar  $\Delta V$ .  $\Delta V$  adalah sebanding dengan  $\Delta p$  dan  $V$ , yaitu:  
 $-\Delta V = \chi \cdot V \cdot \Delta p$ . Kompresibilitas didefinisikan sebagai:

$$\chi = - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} \qquad (3.3)$$

dimensi *kompresibilitas* sama dengan kebalikan dimensi tekanan. Perubahan volume karena pengaruh tekanan akan menyebabkan perubahan temperatur. Akan tetapi untuk mengukur kompresibilitas pada keadaan *isotermik*, temperatur harus dijaga konstan. Untuk harga  $\chi = 1 \text{ atm}^{-1}$  diperlukan perubahan volume dan tekanan masing-masing sebesar  $1 \text{ cm}^3$  dan  $1 \text{ atm}$ .  $\chi$  dapat diukur dengan *pisometer*. Cairan diisi di dalam wadah  $G$  (Gambar 3.4) hingga sebagian pipa kapiler. Volume  $V$  dari  $G$  dan penampang lintang pipa kapiler  $Q$  masing-masing diketahui.  $G$  ditempatkan di dasar wadah  $D$  yang diisi air atau udara dengan perubahan tekanan dapat diketahui melalui pembacaan skala. Kenaikan tekanan sebesar  $\Delta p$  terjadi pada dasar wadah. Berdasarkan pernyataan tekanan serbasama, kenaikan tekanan sama dengan kenaikan tekanan pisometer maka terjadi penurunan volume wadah  $G$  dan diketahui penurunan tinggi cairan pada skala sebesar  $\Delta h$ . Dengan demikian diperoleh bahwa  $\Delta V = \Delta h$ .

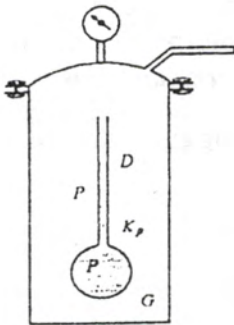
Perubahan volume yang terjadi pada zat cair atau zat padat adalah sangat kecil. Oleh karena itu, perubahan itu dapat diabaikan dalam percobaan.

### c) Kerja tekanan

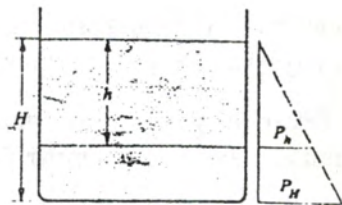
Dengan mengubah tekanan hidrolik pada gaya kesetimbang konstan yaitu dengan menggeser pengisap, volume bejana yang bersangkutan menjadi  $-\Delta p = S\Delta x$  dan dilakukan kerja sebesar

$$W = F\Delta x = \frac{F}{S} S \Delta x = -p\Delta V \quad (3.4)$$

Kerja yang sama diberikan pada sisi lainnya. Perbandingan gaya karena tekanan dapat diartikan bahwa pada suatu penggeseran pengisap ke kiri atau ke kanan, akan menghasilkan kerja yang sama.



Gambar 3.4 Pisometer



Gambar 3.5 Tekanan gaya berat pada zat cair

Jika tekanan tidak konstan, persamaan [3.4] hanya dapat digunakan untuk perubahan volume yang kecil  $dW = -pdV$ . Pertambahan tekanan dari  $p_1$  menjadi  $p_2$  menyebabkan mengecilnya volume yang bersangkutan, terjadi pada benda-benda yang dapat mengalami kondensasi. Dengan berlakunya persamaan [3.3] dan  $V$  praktis konstan, kerja yang didapat berhubungan dengan

$$W = \int -pdV = \int \chi V p dp = \frac{1}{2} \chi V (p_2^2 - p_1^2) \quad (3.5)$$

Pada gas keadaannya berbeda (lihat 3.1.5) karena  $V$  tidak dapat dianggap konstan.

### 3.1.4 Tekanan Gaya Berat

Sebuah silinder dengan dinding tegak lurus dan luas permukaan dasar  $S$  diisi hingga mencapai ketinggian  $H$  cair mempunyai kerapatan  $q$  maka di dasar silinder akan bekerja gaya karena berat zat cair  $F = qgHS$ . Tekanan di dasar silinder adalah

$$P = \frac{F}{S} = q \cdot g \cdot H$$

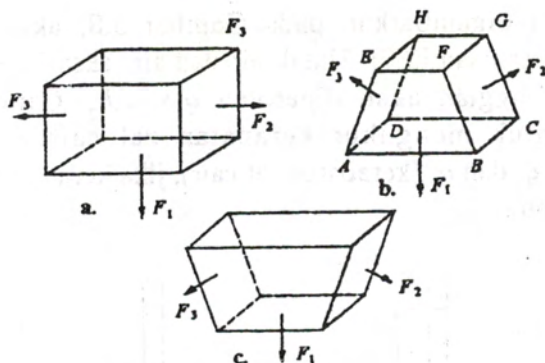
Sebuah pipa diisi air ( $q = 1 \text{ g/cm}^3$ ) mencapai ketinggian 10 m terdapat tekanan sebesar  $1 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ atm}$ , disebut 1 atm teknis. Sebuah gaya yang bekerja tegak lurus pada suatu permukaan, tetapi arah gaya ke luar dari permukaan,  $F/S$  disebut *tekanan tarik*.

Tekanan gaya berat dari berbagai ketinggian  $h$  di bawah permukaan zat cair (Gambar 3.5) berlaku

$$P = qg \cdot h \quad (3.6)$$

#### a) Paradoks Hidrostatik

Tekanan karena gaya berat tidak bergantung pada bentuk wadah zat cair. Oleh karena itu, tekanan untuk berbagai bentuk wadah, seperti terlihat pada Gambar 3.6a-c, adalah sama, yaitu apabila luas alas wadah dan ketinggian berbagai wadah sama (*paradoks hidrostatik*). Tentunya gaya berat  $F_1 + F_2 + F_3$  pada Gambar 3.6a-c berbeda-beda. Dalam kasus a, komponen vertikal dari  $F_2$  dan  $F_3$  sama dengan nol, pada kasus b, komponen-komponen tersebut bekerja ke atas melawan  $F_1$ , dan pada kasus c, terdapat penjumlahan semua gaya berat.



Gambar 3.6 Paradoks Hidrostatik

### b) Pipa Berhubungan

Ketinggian zat cair yang terdapat di dalam pipa berbentuk U (Gambar 3.7) dapat dicari sebagai berikut. Pandang satu titik yang berada paling dasar dari pipa dengan luas penampang lintang pipa  $F$ . Gaya-gaya yang bekerja pada titik tersebut adalah  $F_1 = p_1 \cdot S = q_1 \cdot h_1 \cdot S$  dan  $F_2 = p_2 \cdot S = q_2 \cdot h_2 \cdot S$ , dengan  $h_1$  dan  $h_2$  adalah ketinggian tiap-tiap lengan pipa. Dalam keadaan setimbang, berlaku  $F_1 = F_2$  maka

$$q_1 \cdot h_1 \cdot S = q_2 \cdot h_2 \cdot S$$

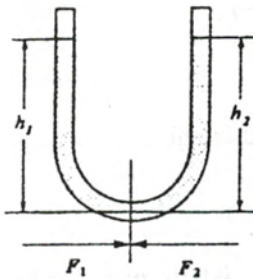
atau

$$q_1 \cdot h_1 = q_2 \cdot h_2 \quad (3.7)$$

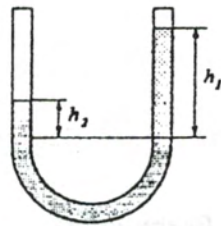
Jika berat jenis sama, ketinggian cairan juga akan sama. Zat cair yang mengisi pipa U tersebut akan mempunyai permukaan sama tinggi pada kedua lengannya. Jika di dalam pipa U diisi zat cair dengan kerapatan volume berbeda, zat cair yang mempunyai kerapatan lebih besar akan memasuki kedua lengan pipa. Ketinggian  $h_1$



dan  $h_2$ , seperti digambarkan pada Gambar 3.8, akan diperoleh berdasarkan persamaan [3.7]. Untuk air dan air raksa, misalnya, perbandingan ketinggian akan diperoleh  $q_1 h_1 / q_2 h_2$ . Cara itu dapat digunakan untuk mengukur kerapatan zat cair atau karena kesebandingan  $q_1$  dan  $q_2$  (kerapatan zat cair), jika kerapatan salah satu zat cair diketahui.



Gambar 3.7 Zat cair homogen di dalam pipa berhubungan



Gambar 3.8 Ketinggian zat cair yang tidak dapat tercampur dengan kerapatan volume berbeda di dalam pipa berhubungan

### c) Gaya Angkat

Benda yang diletakkan di dalam sebuah brjana berisi cairan pada kedalaman  $h$  maka pada permukaan bagian bawah benda akan terdapat tekanan yang tegak lurus ke atas sebesar  $p = \rho \cdot h$  (tekanan angkat).

Sebuah benda yang berbentuk silinder (Gambar 3.9), semua bagian berada di dalam cairan dan benda tersebut bekerja gaya total sebesar

$$F_a = p_2 \cdot S = (p_2 - p_1) \cdot S = \rho \cdot (h_2 - h_1) \cdot S = V \cdot \rho$$

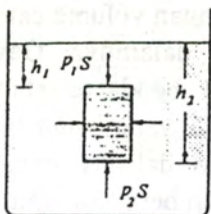
$V$  adalah volume benda dan ternyata sama dengan volume cairan yang dipindahkan karena benda dimasukkan ke dalamnya. Gaya yang bekerja pada permukaan sisi benda menarik benda tersebut.  $V \cdot q$  adalah massa cairan yang dipindahkan. Gaya yang sama besar dan berlawanan arah disebut *gaya angkat* benda di dalam cairan. Dengan adanya gaya angkat itu, benda akan kehilangan beratnya, yaitu seberat zat cair yang dipindahkan (*prinsip Archimedes*). Untuk benda-benda yang mempunyai bentuk lain, selain silinder, gaya angkatnya sama dengan berat cairan yang dipindahkan.

Dengan *timbangan hidrostatik* dan jika volume  $V = F/q_w$  dapat dihitung, dapat ditentukan berat benda yang hilang di dalam air. Perbandingan berat benda dan gaya angkatnya adalah  $V = V \cdot q_k/V \cdot q_w = q_k/q_w$  memberikan harga perbandingan berat spesifik (berat jenis)  $q_k$  benda terhadap berat spesifik air  $q_w$ .

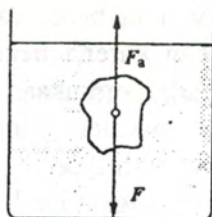
Di samping itu, gaya yang bekerja pada permukaan benda dapat digantikan dengan sebuah gaya tunggal, yaitu gaya yang bekerja tepat pada titik berat benda, seperti halnya gaya-gaya yang bekerja pada benda yang mengambang di dalam cairan dengan besar dan arah yang sama. Hal itu disebut *titik berat cairan yang dipindahkan*. Untuk membuktikan hal tersebut pandang sebuah benda dengan kerapatan homogen dan mempunyai kerapatan yang sama dengan cairan dari bahan yang sama. benda berada di dalam cairan dan di setiap tempat pada benda, di dalam cairan, terdapat kesetimbangan. Gaya berat benda bekerja pada titik beratnya, karena adanya kesalahan dari resultan gaya-gaya yang disebabkan oleh adanya sebagian air yang dipindahkan dan momen putar gaya angkat juga bekerja pada titik berat benda.

### c) Berenang (mengambang)

Gaya angkat sebuah benda yang berada di dalam cairan  $F_a$  lebih besar daripada gaya beratnya,  $F$ , maka benda disebut berenang. Posisi benda akan miring sedikit hingga berat cairan yang dipindahkan sama dengan berat benda. Jika massa benda sama dengan massa zat cair yang dipisahkan, benda akan mengambang di dalam cairan.



Gambar 3.9 Penyebab gaya angkat



Gambar 3.10 Syarat benda mengambang di dalam zat cair

### Keadaan stabil berenang.

Titik tangkap gaya berat pada benda yang berenang adalah titik berat benda,  $S$ . Titik tangkap gaya angkat adalah  $S_F$ , yaitu titik berat cairan yang dipindahkan. Garis hubung kedua titik tersebut terletak arah gaya-gaya maka momen putar pasangan gaya sama dengan nol. Dengan adanya gangguan keadaan setimbang pasangan gaya ini dengan momen putar  $D = F_a \times r$ , benda akan berada dalam kesetimbangan kembali atau kesetimbangan benda akan terganggu sama sekali, bergantung pada vektor  $r$  yang terletak di garis tengah permukaan benda dan memotong pada satu titik yang dapat berada di atas atau di bawah  $S$  (lihat Gambar 3.11). Titik potong itu disebut *pusat semu* (meta sentrum)  $M$ . Keadaan berenang akan stabil jika  $M$  terletak di atas  $S$ .

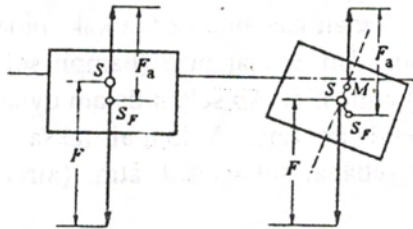
### 3.1.5 Hubungan Tekanan dan Volume Gas

#### Hukum Boyle-Mariotte

Perubahan volume suatu bejana tertutup yang berisi gas akan diikuti oleh perubahan tekanan. Hubungan antara volume dan tekanan gas dinyatakan oleh hukum Boyle-Mariotte. Dalam daerah temperatur

konstan dan daerah tekanan berbagai gas (misalnya, helium, hidrogen, nitrogen; karbondioksida, harganya kecil), volume berbanding terbalik dengan tekanan gas

$$P \cdot V = \text{konstan} \quad (3.8)$$



Gambar 3.11 Keadaan stabil sebuah benda yang berenang. Pusat semu \$M\$ terletak di atas titik \$S\$

Gas yang memenuhi kondisi itu disebut gas ideal. Harga konstanta tersebut bergantung pada massa, temperatur, dan jenis gas yang digunakan.

$$V = \frac{\text{konst.}}{p} \quad \frac{dV}{dp} = - \frac{\text{konst.}}{p^2} = - \frac{V}{p}$$

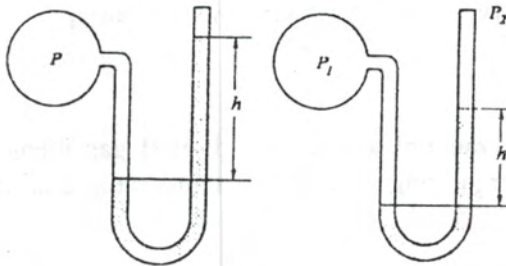
Dengan demikian, kompresibilitas isotermik gas dapat ditulis sebagai berikut.

$$\chi = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{Vp}{V} = \frac{1}{p} \quad (3.9)$$



Hanya bergantung pada tekanan dan untuk gas dengan tekanan sama akan mempunyai harga kompresibilitas sama (untuk gas ideal).

Untuk mengukur tekanan gas, digunakan manometer cairan, yaitu sebuah pipa berbentuk U yang diisi dengan air raksa (air atau minyak, lihat Gambar 3.12). Salah satu kaki pipa ditutup. Kaki lainnya dibiarkan terbuka sehingga tinggi air raksa di dalam kolom  $h$  menyatakan perbedaan tekanan gas antarkedua kaki pipa U  $\Delta p = p_1 - p_2$ , yaitu tekanan di dalam dan di luar pipa (hampir selalu tekanan luar sama dengan tekanan atmosfer).  $\Delta p$  selain dalam dyne/cm<sup>2</sup> atau dalam atm, selalu dinyatakan dalam tinggi kolom air raksa  $h$ :  $\Delta p = h$  mmHg; 760 mmHg disebut sebagai tekanan 1 atm. (atmosfir); 1 mmHg disebut 1 Torr.



Gambar 3.12 Manometer tertutup dan terbuka

Selain satuan di atas, digunakan pula satuan-satuan tekanan berikut ini

$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &= 10^3 \text{ milibar (mb)} = 10^5 \text{ N/m}^2 = 0,9869 \text{ atm} \\ 1 \text{ atmosfir teknis (At.)} &= 1 \text{ kp/cm}^2 = 0,9678 \text{ atm} \end{aligned}$$

Pada manometer tertutup (Gambar 3.12) tekanan di dalam kolom (pipa) air raksa dan di dalam kaki pipa tertutup umumnya sama de-

ngan nol. Dengan demikian tinggi air raksa  $h$  (dalam mm) memberikan harga tekanan langsung dapat dibaca dalam Torr.

Kerapatan ditulis sebagai  $\rho = M/V$ . Massa  $M$  dari gas dapat diukur dengan menimbang bejana (volume  $V$ ) berisi dan tanpa gas. Untuk udara pada tekanan  $p = 760$  Torr dan  $T = 0^\circ\text{C}$ , didapat harga kerapatan udara sebesar  $\rho = 0,00129 \text{ g/cm}^3$ .

Berdasarkan  $p \cdot V = \text{konstan}$ , diperoleh

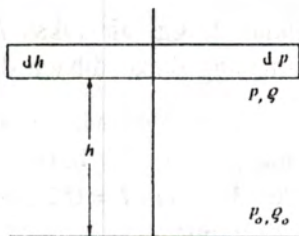
$$\frac{p}{\frac{M}{V}} = \frac{\text{konst.}}{M} = \text{konst. atau } \frac{p}{\rho} = \text{konst.} \quad (3.10)$$

*Tekanan dan kerapatan suatu gas ideal saling berbanding lurus satu sama lain pada temperatur konstan.*

### 3.1.6 Tekanan Atmosfir

Seperti halnya pada zat cair, pada gas, misalnya udara, terdapat pula gaya berat gas karena pengaruh gravitasi. Alat untuk mengukur tekanan udara disebut *barometer* (barometer air raksa dan barometer aneroid). Tekanan udara di atas lautan sekitar 760 mmHg atau 1 atm.

Gaya yang bekerja di udara pada sebuah benda berbentuk setengah bola adalah sangat drastis. Percobaan itu pertama kali dilakukan oleh Otto von Guericke dengan menggunakan *setengah bola magdeburger*. Dua buah benda berbentuk setengah bola, terbuat dari tembaga dan kosong. Setiap benda ditempatkan dengan sangat rapat melalui sabuk yang terbuat dari kulit di dalam sebuah silinder transparan. Gas yang terdapat di dalam silinder dipompa ke luar sehingga di dalam selinder hampa. Dengan kondisi demikian, tekanan udara hanya berasal dari luar silinder dan bekerja pada benda setengah bola dengan gaya sebesar 1400 kp. Besarnya gaya yang bekerja pada benda setengah bola diketahui Guericke melalui 8 tenaga kuda untuk dapat melepaskan benda dari silinder tersebut.



Gambar 3.13 Penurunan rumus ketinggian barometer

### Rumus Barometer

Untuk perbedaan tinggi yang relatif kecil, penurunan tekanan sebanding dengan tinggi. Di dekat permukaan bumi, misalnya pada ketinggian 10,5 m, posisi penunjuk barometer akan berubah sebesar 1 Torr. Jika udara dianggap mempunyai kerapatan yang sama di semua tempat, untuk ketinggian  $10,5 \cdot 760 \approx 8000$  m, akan terdapat perbedaan tekanan yang amat mencolok. Di dalam kenyataan, harga kerapatan gas juga berkurang terhadap pertambahan ketinggian sehingga sebuah lapisan yang sama pada ketinggian yang sama akan mengalami gaya yang relatif kecil pada batas permukaan bagian bawahnya daripada di atas tanah (berlawanan dengan cairan yang tidak mengalami kompresi, lihat 49). Oleh karena itu, tekanan udara akan semakin rendah dengan ketinggian yang semakin besar.

Berdasarkan perhitungan ideal, yang kenyataannya tidak pernah terdapat di alam, temperatur yang konstan dapat dihitung ketergantungan tekanan terhadap ketinggian sebagai berikut.

Misalkan  $h$  adalah ketinggian dari permukaan bumi. Dengan bertambahnya ketinggian sebesar  $dh$ , akan terdapat perubahan tekanan  $p$  sebesar  $dp = -q \cdot g \cdot dh$ .  $q$  dapat dicari berdasarkan persamaan [3.10], yaitu kerapatan udara di tanah dan harganya bervariasi bergantung pada tekanan sebagai berikut

$$q = q \cdot \frac{p}{p_o}$$

Sehingga didapat:

$$dp = \frac{q \cdot p \cdot g \cdot dh}{p} \quad \int \frac{dp}{p} = \frac{q \cdot g \cdot h}{p} + \text{konst.}$$

Harga konstan dapat dicari berdasarkan kondisi awal yaitu pada  $h = 0$  dan  $p = p_0$  maka konst. =  $\ln p_0$ . Dengan demikian, didapat

$$\ln p = - \frac{q \cdot g \cdot h}{p} + \ln p_0$$

atau

$$\ln \frac{p}{p_0} = - \frac{q \cdot g \cdot h}{p}$$

Dengan mengubah logaritma natural, didapat

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{q \cdot g \cdot h}{p}} = p_0 \cdot e^{-\frac{q V \cdot g \cdot h}{p V}} = p_0 \cdot e^{-\frac{M g h}{p V}} \quad (3.11)$$

$e$  adalah basis logaritma natural,  $M$  adalah massa udara yang berada di permukaan bumi dengan tekanan  $p_0$  dan volume  $V_0$  ( $M \cdot g \cdot h$  adalah energi potensial udara bermassa  $M$  yang naik hingga mencapai ketinggian  $h$ ). Pada temperatur  $T = 0^\circ\text{C}$  berlaku hubungan

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{h[\text{km}]}{7.99}} \quad (3.12)$$

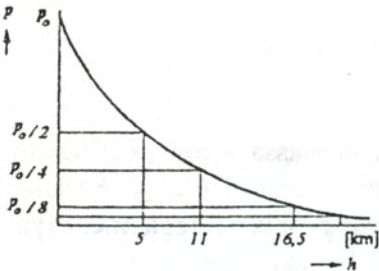


Untuk  $p = p_0/2$  akan diperoleh harga setengah tinggi

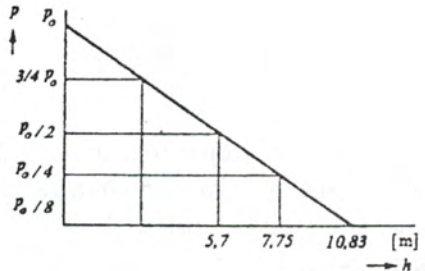
$$H = 7,99 \text{ km} \cdot \ln 2 = 5,54 \text{ km}$$

Harga setengah tinggi berarti dengan naiknya benda (udara) pada ketinggian 5,54 km, tekanan akan berkurang sebanyak setengah tekanan mula-mula. Batas mencolok atmosfer sebenarnya tidak ada (Gambar 3.14). Untuk perbandingan, lihat Gambar 3.15, yaitu kurva tekanan di dalam pipa berisi air dengan tekanan di atas tanah yang sama.

Dari persamaan [3.12] dapat diukur tekanan secara langsung di atas permukaan bumi dan pada ketinggian tertentu. Hal itu disebut penentuan ketinggian barometer. Untuk mendapatkan ketepatan pengukuran, perlu dilakukan pengukuran distribusi temperatur di atmosfer. Rumus ketinggian barometer hanya berlaku untuk lapisan atmosfer yang cukup tipis (misalnya lapisan udara setebal 500 m) dengan perubahan temperatur yang dapat dianggap tetap.



Gambar 3.14 Penurunan tekanan atmosfer pada temperatur konstan sebagai fungsi ketinggian dari permukaan bumi



Gambar 3.15 Penurunan tekanan di dalam pipa berisi air dengan ketinggian 10,33 m (air di dalam pipa dipompa di udara terbuka) sebagai fungsi ketinggian dari permukaan tanah ( $p_0 = 1 \text{ atm.}$ )

## 3.2 Tegangan Permukaan dan Kapilaritas

### 3.2.1 Energi Spesifik Permukaan dan Tegangan Permukaan

Di dalam zat cair tiap molekul mengalami gaya tarik pada semua arah karena molekul tetangga (Gambar 3.16). Jika jarak dari permukaan  $z$  kecil terhadap jari-jari  $r_w$ , yaitu jarak pengaruh gaya antar molekul ( $r_w \approx 10^{-7}$  cm), gaya resultan  $R$  tidak berharga nol. Semakin besar  $r_w$ , maka semakin kecil  $z$ . Agar molekul dapat terlepas dari cairan melalui batas lapisannya yang mempunyai ketebalan  $r_w$ , harus dikerjakan gaya. Sebuah molekul yang berada di permukaan dibandingkan dengan molekul yang berada di dalam zat cair maka haruslah terdapat molekul yang lebih besar daripada energi potensialnya. Untuk memperbesar permukaan zat cair, haruslah sebuah molekul zat cair dibawa ke permukaan. Misalkan, pertambahan energi adalah  $\Delta E$ . Untuk molekul yang berada di permukaan, diperlukan energi, yaitu disebut energi spesifik permukaan

$$\varepsilon = \frac{\text{Pertambahan energi } \Delta E}{\text{Pertambahan luas permukaan } \Delta F}$$

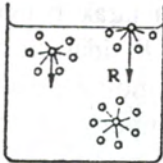
Di atas sebuah kawat berbentuk U ditempatkan kawat yang dapat digerakkan dengan panjang  $b$  (lihat Gambar 3.17). Antara kawat U dan kawat yang dapat bergerak terdapat cairan sabun yang ditarik di seluruh permukaan tersebut. Luas permukaan cairan sabun adalah  $2 \cdot S = 2b \cdot \Delta s$ .

Dengan menggeser  $b$  sejauh  $\Delta s$ , luas permukaan cairan sabun akan bertambah sebesar  $\Delta S = 2b\Delta$ . Dalam keadaan ini, energi bertambah besar  $\Delta E = \sigma \cdot \Delta S = 2\sigma \cdot b \cdot \Delta s$  dan haruslah terdapat kerja  $\{\Delta W\}$  dari harga tersebut. Untuk menggeser permukaan tersebut, terdapat gaya sebesar  $F = 2\sigma b$ .

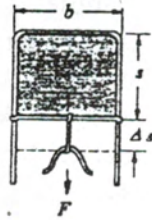
Gaya pada kawat melintang dapat bergerak sebesar  $K$  untuk melawan kerja menggeser  $\Delta s$ , yaitu  $F \cdot \Delta s$ . Secara tangensial, permukaan bekerja gaya berusaha mengecilkan luas permukaan. Gaya itu juga bekerja pada kawat melintang. Sisi yang berpindah tersebut terdapat

Tegangan permukaan  $\sigma =$

Gaya yang bekerja di sisi permukaan  
panjang sisi



Gambar 3.16 Model untuk mendefinisikan energi permukaan



Gambar 3.17 Model percobaan untuk menentukan tegangan permukaan

Gaya total yang bekerja pada kawat melintang adalah  $2 \cdot b \cdot \sigma$ , sehingga  $A = 2 \cdot b \cdot \sigma \cdot \Delta s = 2\Delta F \cdot \epsilon = 2 \cdot b \cdot \Delta s \cdot \epsilon$  atau  $\epsilon = \sigma$ . Tegangan permukaan dan energi tegangan permukaan adalah sama. Dimensi keduanya juga sama, yaitu  $[\text{gaya}]/[\text{panjang}]$  sama dengan  $[\text{energi}]/[\text{luas}]$ .

Suatu lapisan zat cair berbeda dari lapisan membran elastik yaitu gaya  $K$  yang menyebabkan pergeseran sebesar  $\Delta s$  tidak bergantung.

Tegangan permukaan berkurang dengan semakin besarnya temperatur dan sangat sensitif terhadap ketidakmurnian suatu cairan.

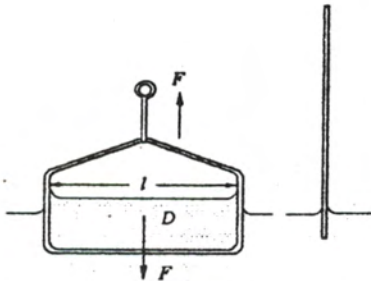
TABEL 3.1 TEGANGAN PERMUKAAN BEBERAPA CAIRAN TERHADAP UDARA PADA TEMPERATUR  $10^{\circ}\text{C}$

Zat Cair	Tegangan Permukaan [dyne/cm]
Air raksa	471,0
Air	72,9
Bensol	29,0
Etil eter	17,0

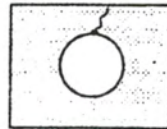
### a) Metode Gosokan untuk Mengukur Tegangan Permukaan

Seperti terlihat pada Gambar 3.18, sebuah gosokan gelembung (*lamella*) cairan yang terbuat dari kawat dengan kawat peregang  $D$  ditarik dari cairan. Pada gosokan tersebut haruslah terdapat gaya yang dapat diukur dengan menggunakan timbangan pegas atau timbangan torsi. Gelembung cairan pada kawat ditarik ke atas melalui kawat  $D$ . Gaya  $F$  terdapat pada gelembung tersebut, yaitu gaya yang bekerja sebelum gelembung cairan pada kawat pecah, dan gaya terbesar yang ditunjukkan oleh timbangan adalah

$$F = 2 \cdot l \cdot \sigma, \text{ atau } \sigma = \frac{F}{2 \cdot l} \quad (3.10)$$



Gambar 3.18 Metode gosokan gelembung sabun untuk mengukur tegangan permukaan



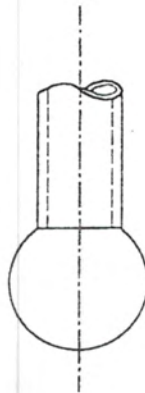
Gambar 3.19 Sebuah lingkaran kawat terdapat lubang di tengahnya dan dihubungkan dengan pegas. Di lubang tersebut terdapat gelembung berbentuk lingkaran (permukaan cairan adalah luas permukaan minimal)

### b) Permukaan Zat Cair sebagai Luas Minimal

Dari keadaan setimbang, yaitu energi harus berharga minimal, akan terdapat permukaan cairan mempunyai luas minimal. Hal itu



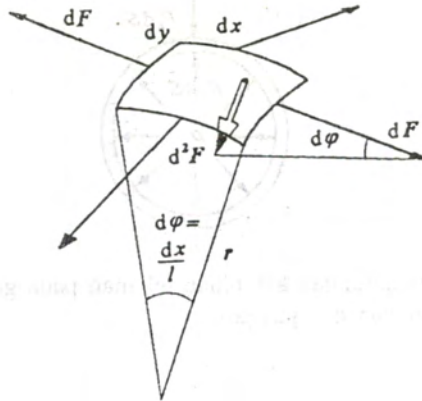
dapat terjadi jika pada gelembung sabun selain gaya antarmolekul, tidak terdapat gaya lain. Sebuah tetesan berbentuk bola yang terdapat di dalam zat lain bervolume sama maka bola mempunyai permukaan minimal. Pada sebuah lubang yang terdapat di tengah kawat berbentuk lingkaran, gelembung sabun akan membentuk lingkaran (Gambar 3.19). Lingkaran sabun pertama-tama, dari semua bidang yang dibentuk, mempunyai permukaan yang besar, kemudian permukaannya, yaitu di luar kawat, akan mengecil mencapai harga minimal.



Gambar 3.20 Keadaan tetesan sebelum pecah

### c) Kelebihan Tekanan pada Balon Sabun

Kedua sisi  $dy$  elemen luas  $\Delta S = dx dy$  permukaan lengkung gelembung sabun (berbentuk bola) berjari-jari  $r$  (lihat Gambar 3.22) terdapat gaya tarik arah tangensial  $dF = 2\sigma dy$  (gelembung sabun mempunyai dua permukaan, di dalam dan di luar, sehingga muncul angka 2). Kedua gaya membentuk sudut  $d\varphi = dx/r$ , maka terdapat gaya normal  $d^2F = dF d\varphi = 2\sigma dx dy$  ke arah dalam. Analog terdapat pula gaya tarik pada  $dx$  yang besarnya sama dengan gaya normal di atas. Agar kedua gaya yang bekerja tidak menyebabkan permukaan jatuh ke dalam, haruslah terdapat kelebihan tekanan  $\Delta p = 2d^2F/dx dy = 4\sigma/r$  dari bola sabun



Gambar 3.21 Gaya yang bekerja pada elemen permukaan melengkung

Dua bola sabun yang digabung bersama mempunyai diameter berbeda. Berdasarkan persamaan [3.11], balon itu tidak akan berada dalam kesetimbangan. Bola yang lebih kecil dengan kelebihan tekanan yang lebih besar akan memecahkan bola yang lebih besar.

Keadaan setimbang pada persamaan [3.11] tidak hanya berlaku untuk permukaan ganda, seperti pada bola sabun, tetapi juga untuk permukaan cembung yang mengarah ke luar dari permukaan zat cair sederhana dan permukaan yang mengalami gaya normal (*tekanan kohesi*)

$$p = \frac{2\sigma}{r} \quad (3.12)$$

Untuk permukaan kosong harga  $p$  dan  $r$  terdapat gaya tarik ke luar.

Permukaan yang mempunyai jari-jari kelengkungan pada masing-masing yang berbeda, yaitu  $r_1$  dan  $r_2$  terdapat tekanan normal sebagai berikut

$$p = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.13)$$



Gambar 3.22 Ketergantungan kelebihan tekanan pada gelembung bola sabun dari tegangan permukaan dan jari-jarinya

### 3.2.2 Batas Kerja dan Tegangan Permukaan

Permukaan hingga saat ini dimengerti sebagai batas permukaan antara zat cair dan gas yaitu sering dari uap zat cair yang sama. Selain itu, terdapat batas permukaan antara dua zat cair antara zat padat dan cair atau gas. Untuk tiap batas permukaan-permukaan tersebut, terdapat tegangan permukaan atau energi tegangan permukaan spesifik yang dapat berharga negatif.

#### 1. Zat cair-gas

Energi tegangan permukaannya disebut *energi lapisan* jelek berharga selalu positif. Sebaliknya, bahwa molekul-molekul yang terdapat dipermukaan mempunyai energi kecil, sehingga molekul itu akan mengalami penguapan.

#### 2. Zat cair-zat cair

Agar terbentuk suatu permukaan, maka haruslah energi permukaan batas positif. Hal itu berarti bahwa gaya tarik-menarik antara molekul yang berbeda di permukaan harus lebih kecil daripada gaya tarik-menarik antarmolekul sendiri. Apabila tidak terjadi seperti itu, hal itu akan terbentuk larutan.

#### 3. Zat cair-zat padat

Dalam hal ini, energi batas permukaan dapat berharga negatif. Jika tidak, energi batas permukaan molekul zat cair akan lebih besar.

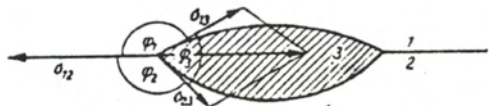
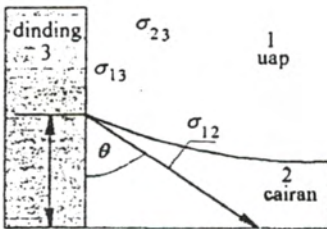
#### 4. Zat padat-gas

Energi permukaan batas, dari hasil pengamatan, pada umumnya sangat kecil. Jika tidak, akan terjadi hal yang sebaliknya. Hal itu kemudian dipandang sebagai permukaan antara gas-gas.

##### a) Tegangan Tampak dan Sudut Sisi

Secara umum di dalam kehidupan sehari-hari sering ditemui batas antara zat cair dan gas (uap) atau zat padat (misalnya dinding wadah cairan). Andaikan tegangan permukaan adalah  $\sigma_{ik}$ , indeks  $ik$  menyatakan bahwa tiap-tiap medium saling kontak. Kesetimbangan pada permukaan (zat cair-padat) dengan dinding wadah akan membentuk sudut  $\Theta$ . (Gambar 3.23). Komponen-komponen gaya horisontal cenderung dinetralisasi oleh dinding tegar dari wadah zat cair sehingga kesetimbangan akan terjadi hanya pada komponen-komponen gaya vertikal, yaitu

$$\sigma_{13} - \sigma_{23} = \sigma_{12} \cdot \cos \Theta. (\text{hukum kapilaritas}) \quad (3.14)$$



Gambar 3.23 Hubungan antara tegangan tampak dan sudut sisi:

$$\sigma_{13} - \sigma_{23} = \sigma_{12} \cdot \cos \Theta$$

Gambar 3.24 Bentuk tetsan minyak di permukaan air



$\sigma_{13}$  adalah kecil (lihat pernyataan sebelumnya) dan  $\sigma_{23}$  dapat berharga negatif (misalnya pada Gambar 3.23).  $\sigma_{13} - \sigma_{23}$  disebut tegangan tampak. Jika tegangan ini lebih besar dari  $\sigma_{12}$ , keadaan setimbang tidak akan terjadi dan zat cair akan tertarik ke atas dinding, yaitu dinding sebagai penahan tegar dan sudut sisi akan berharga nol. Jika  $\sigma_{13} - \sigma_{23} < \sigma_{12}$ , maka sudut  $\Theta$  adalah sudut puncak permukaan terhadap dinding. Jika  $\sigma_{23} > \sigma_{13}$ , harga tegangan tampak adalah negatif dan sehingga sudut sisi  $\Theta > 90^\circ$ . Sudut sisi antara air raksa dan gelas dapat mencapai harga  $138^\circ$ . Pada Gambar 3.26 terlihat tegangan  $\sigma_{23}$  berharga positif atau negatif, yaitu masing-masing berhubungan dengan gaya-gaya adesi atau kohesi yang berkerja pada molekul permukaan.

Suatu tetesan lemak pada air dapat berada dalam keadaan setimbang pada garis batas permukaan (Gambar 3.24). Sudut  $\varphi_3$  pada sisi tetesan harus demikian sehingga gaya-gaya resultan dari  $\sigma_{13}$  dan  $\sigma_{23}$  akan berlawanan dan sama dengan  $\sigma_{12}$ . Untuk segitiga yang dibentuk oleh  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$  dan  $\sigma_{12}$  berlaku rumus cosinus

$$\sigma_{12}^2 = \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - 2 \sigma_{13} \sigma_{23} \cos \gamma.$$

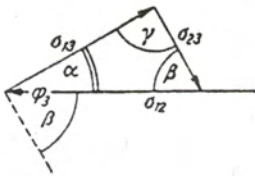
Karena  $\varphi_3 = \alpha + \beta$  maka  $\gamma = 180^\circ - \varphi_3$  dan selanjutnya diperoleh

$$\sigma_{12}^2 = \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - 2 \sigma_{13} \sigma_{23} \cos \varphi_3$$

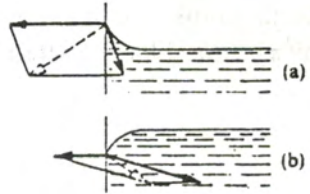
atau

$$\cos \varphi_3 = \frac{\sigma_{12}^2 - (\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}{2 \sigma_{13} \sigma_{23}}. \quad (3.15)$$

Suatu kesetimbangan akan terjadi jika setiap  $\sigma_{ik}$  kecil dari penjumlahan tegangan permukaan lainnya.



Gambar 3.25 Perhitungan sudut sisi suatu tetesan lemak pada permukaan air



Gambar 3.26 Sudut sisi antara permukaan zat cair dan dinding wadahnya

Jika  $|\sigma_{12}| > |\sigma_{13}| + |\sigma_{23}|$ , tetesan akan terpecah dan akan berada di seluruh permukaan lapisan permukaan. Jika tidak terdapat jumlah bahan tetesan yang cukup, akan terdapat lapisan yang mengandung *monomolekul* (contoh: minyak di atas air).

## b) Kapilaritas

Jika sebuah pipa berdiameter sangat kecil menyentuh permukaan zat cair, zat cair akan naik ke dalam pipa (Gambar 3.27). Misalkan zat cair naik hingga mencapai ketinggian  $h$ . Kenaikan suatu *meniskus* (permukaan zat cair cembung) setinggi  $dh$  diikuti dengan terjadinya penguangan tegangan permukaan zat cair yang menyentuh pipa dan dialihkan ke luas permukaan bagian dalam kolom kosong berbentuk silinder dari pipa maka energi yang dibebaskan dalam peristiwa ini adalah

$$\varepsilon \cdot dF = \varepsilon^2 r \pi dh$$

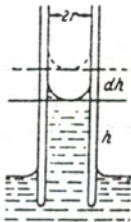
Keadaan setimbang terjadi jika energi mencukupi untuk menaikkan zat cair ke dalam kolom pipa dengan luas  $r^2 \pi \cdot dh$  setinggi  $h$

$$2r\pi\varepsilon \cdot dh = \rho r^2 \pi gh \cdot dh$$

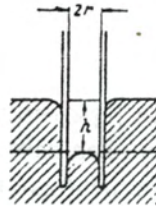
Kerja untuk menaikkan zat cair adalah  $dA = dK \cdot h = dmgh = \rho r^2 \pi gh dh$ , jika  $\rho$  adalah kerapatan zat cair.

$$\epsilon = \frac{1}{2} \rho gh \text{ atau } h = \frac{2\epsilon}{\rho g} \quad (3.16)$$

Meniskus air raksa yang terdapat di dalam pipa kapiler gelas dan menyentuh permukaan air raksa permukaannya lebih rendah daripada permukaan air raksa di luar pipa (lihat Gambar 3.28). Air raksa yang terdapat di dalam pipa kapiler mengalami *depresi kapiler*. Hal itu terjadi karena tekanan kohesi harus sama dengan tekanan statik (tekanan angkat).



Gambar 3.27 Kenaikan zat cair yang bersentuhan di dalam kolom sebuah pipa

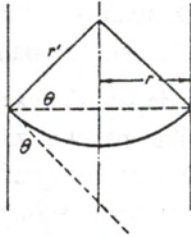


Gambar 3.28 Depresi kapiler untuk pipa zat cair yang tidak berhubungan

$$\frac{2\sigma}{r} = \rho gh \text{ atau } h = \frac{2\sigma}{\rho g} \quad (3.17)$$

Pada sentuhan yang tidak sempurna (Gambar 3.29), kenaikan zat cair di dalam pipa kapiler akan bergantung pada sudut sisi. Misalkan,  $r'$  adalah jari-jari lengkungan konkaf permukaan zat cair, *tekanan kapiler* adalah

$$p = \frac{2\sigma}{r'} = \frac{2\sigma}{r} \cdot \cos \Theta$$



Gambar 3.29 Kenaikan zat cair yang tidak bersentuhan sempurna di dalam pipa kapiler

Dalam hal ini  $r' = \frac{r}{\cos \Theta}$ . Jika tekanan kapiler sama dengan tekanan hidrostatik (tekanan statik)  $p_{stat} = \rho gh$  maka

$$\rho gh = \frac{2\sigma \cos \Theta}{r}$$

atau

$$h = \frac{2\sigma \cos \Theta}{\rho \cdot g \cdot r} \quad (3.16)$$



### 3.3 Aliran

#### 3.31 Gambaran Tentang Aliran

Pada bagian ini dibahas beberapa pengertian matematis yang diperlukan untuk pembahasan medan. Selain itu, juga untuk semua kepentingan cabang fisika. Dengan demikian, rumusan-rumusan yang dikemukakan dapat berguna untuk pembahasan.

Zat cair yang mengalir dapat dibayangkan terdiri atas partikel-partikel yang berenang. Partikel-partikel zat cair dapat bersifat selicin mungkin atau berwarna. Dalam fotografi sesaat (misalnya dalam waktu  $1/10$  det) dan pada penyinaran sebagian, tampak setiap partikel berupa garis pendek yang panjang dan arahnya tergambar pada aliran yang terdapat di dalam zat cair dan diberikan dengan kecepatan  $v$  (pada pemotretan arah aliran tidak dapat terbaca). Seluruh aliran digambarkan oleh semua vektor, yaitu *medan vektor*  $v(r)$ .  $v$  mempunyai komponen-komponen pada kuadran pertama dalam ruang koordinat cartesian sebagai  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ . Jika medan vektor tidak bergantung waktu, aliran disebut stasioner.

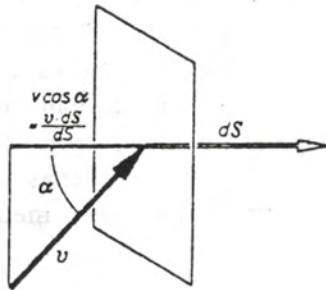
Kecepatan  $v$  digambarkan sebagai titik-titik yang cukup banyak dan berhubungan dengan garis-garis aliran. Vektor-vektor tangensial adalah dirinya sendiri. Darinya dapat dibedakan *garis lintasan*. Garis-garis aliran dapat terlihat pada fotografi (misalnya dalam waktu penyinaran selama 2 det). Garis lintasan identik dengan garis aliran untuk aliran stasioner. Keduanya berbeda jika  $v$  berubah selama waktu pemotretan.

Pada aliran zat cair kerapatan  $q$  pada umumnya sama di setiap tempat, karena pada aliran zat cair tidak terdapat tekanan yang terlalu tinggi di semua tempat dan tertutup kemugkionan perubahan kerapatan. Aliran dengan  $q$  konstan disebut *aliran inkompresibel*. Gas selalu diamati sebagai zat yang inkompresibel, selain gas berkecepatan mendekati kecepatan suara. Di dalam kecepatan suara, kerapatan zat cair juga kecil, tetapi harus diperhitungkan.

Pandang sebuah rangka yang mempunyai luas permukaan  $S$ , terdapat pada arah tegak lurus aliran dan dianggap bahwa kecepatan

aliran  $\mathbf{v}$  sama di semua tempat. Dalam waktu  $dt$  terdapat volume aliran sebesar  $Svdt$  dengan massa  $qSvdt$  yang melintasi rangka. Aliran yang melewati luas rangka atau jumlah zat cair yang melintasi rangka dalam satuan waktu, adalah  $\Phi = qSv$ . Jika  $v$  di permukaan berubah, akan tetapi masih terdapat kecepatan yang tegak lurus luas  $dS$ , sehingga jumlah zat cair yang lewat setian saat harus dicari dengan menggunakan integral  $\Phi = \int qv dS$ .

Jika  $v$  membentuk sudut  $\alpha$  terhadap elemen permukaan rangka  $dS$  (lihat Gambar 3.30), yang dihitung hanya komponen normal  $v$  terhadap  $dS$  :  $d\Phi = qv dS \cos \alpha$ .



Gambar 3.30 Aliran  $d\Phi$  yang melalui elemen luas  $dS$  diberikan dalam komponen normal kecepatan aliran:  $d\Phi = qv dS \cos \alpha = qv \cdot S$ .

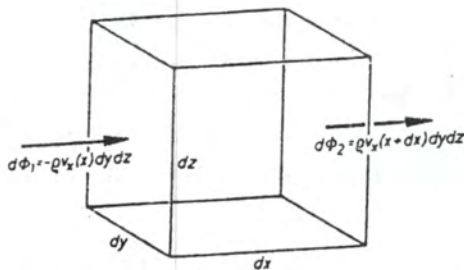
Penulisan dalam skalar, besaran, dan orientasi elemen luas ditulis dalam  $dS$ . Besarnya adalah sama dengan luas elemen dan terletak pada arah tegak lurus dari permukaan rangka tersebut dan diperoleh  $d\Phi = qv \cdot dS$ . Aliran dapat mempunyai bentuk dan orientasi berbagai macam, misalnya untuk aliran yang bentuk permukaannya melengkung ditulis dalam persamaan sebagai berikut.

$$\Phi = \int qv \cdot dS = \int j \cdot dS. \quad (3.17)$$

Vektor  $j = qv$  disebut sebagai *kerapatan arus* aliran.

Sekarang pandang *suatu permukaan tertutup*, misalnya sebuah keranjang yang apabila direntangkan bentuknya segi empat. Pada permukaan tertutup demikian didefinisikan *arah* vektor normal sedemikian sehingga semua arahnya menuju ke luar dari permukaan tersebut. Aliran total  $\Phi$  yang melalui permukaan merupakan selisih antara aliran yang masuk ke permukaan di suatu sisi dan aliran yang keluar dari permukaan di sisi lainnya. Jika terdapat perbedaan  $\Phi$ , maka dikatakan bahwa terdapat pengurangan dan pertambahan massa cairan, bergantung pada apakah harga  $\Phi$  positif atau negatif. Pada aliran inkompresibel, hal tersebut adalah tidak akan terjadi atau dapat terjadi jika di suatu tempat ada tambahan atau pengambilan massa. Dalam persoalan-persoalan aliran secara praktis sering dilakukan pemotongan *sumber* atau *penurunan*, yaitu bergantung pada apakah massa harus dikurangi atau ditambahkan. Hal itu diperlakukan, misalnya pada pada bejana datar dengan tambahan massa melalui sebuah pipa dan pengeluaran (pengurangan) massa melalui sebuah lubang. Pada suatu sumber aliran, bebas penurunan massa yang inkompresibel sebaliknya, aliran yang melalui setiap permukaan tertutup adalah nol.

Sebagai contoh permukaan tertutup, ambil sebuah dinding berbentuk empat persegi yang sangat kecil dan terorientasi paralel terhadap sumbu koordinat dan mempunyai volume  $dV = dx dy dz$  (Gambar 3.31). Melalui bagian depan (aliran ditambahkan pada bagian depan) permukaan  $dx dy$  mengalir masuk suatu arus aliran



Gambar 3.31 Dari elemen volume  $dV = dx dy dz$  pada arah  $x$  mengalir zat cair keluar lebih banyak dibandingkan dengan zat cair yang masuk: aliran keluar-aliran masuk  $= \rho \partial v_x / \partial x dV$ ; untuk semua arah lainnya berlaku  $\rho \nabla \cdot \mathbf{v} dV$ .

$$d\Phi = - \rho v_x(x) dydz$$

(tanda minus berarti bahwa aliran masuk; lihat definisi vektor normal  $d\mathbf{S}$ ). Pada permukaan bagian belakang  $dydx$ ,  $v_x$  mempunyai harga yang sedikit berbeda dari bagian depan permukaan, yaitu  $v_x(x + dx)$ . Aliran yang keluar dari permukaan adalah

$$\begin{aligned} d\Phi_2 &= \rho v_x(x + dx) dydz \\ &= \rho \left( v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dydz \end{aligned}$$

Perbedaan antara aliran yang masuk dan keluar adalah

$$\begin{aligned} d\Phi_1 + d\Phi_2 &= \rho \left( v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dx dydz \\ &= \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dydz \end{aligned}$$

Permukaan  $dx dy$  dan  $dx dz$  menyatakan jumlah yang bersangkutan yang ditentukan melalui perubahan kedua komponen  $v$  pada arah yang bersangkutan. Aliran total yang melalui empat persegi adalah

$$d\Phi = \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} dx + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dV$$

Simbol di dalam tanda kurung yang mempunyai peran penting dan menyatakan semua vektor medan disebut divergensi dari  $v(r)$

$$\nabla \cdot v = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (3.18)$$



Jika  $\nabla \cdot v$  pada suatu tempat tidak berharga nol, haruslah pada tempat tersebut kerapatan  $\rho$  mengalami perubahan:

$$d\Phi = \rho \nabla \cdot v \cdot dV = -\rho dV$$

atau

$$\rho \nabla \cdot v = -\rho \quad (3.19)$$

Tanda minus mempunyai arti bahwa divergensi didefinisikan sebagai kelebihan aliran. Suatu sumber aliran inkompresibel mempunyai aliran di semua tempat nol,  $\nabla \cdot v = 0$ .  $\rho \nabla \cdot v = \nabla \cdot j$  juga disebut *sumber kerapatan*, apakah terdapat perubahan kerapatan atau di sekitar bagian atas sumber terdapat definisi suatu keadaan lainnya.

Jika arus total yang melalui permukaan  $S$  dan mempunyai volume  $V$  tidak berharga nol, perubahan massa dapat dinyatakan dalam perubahan kerapatan di dalam elemen volume seluruhnya.

$$\Phi = \iint_S v \cdot dS = - \iiint_V \rho dV = \iiint_V \nabla \cdot v dV \quad (3.20)$$

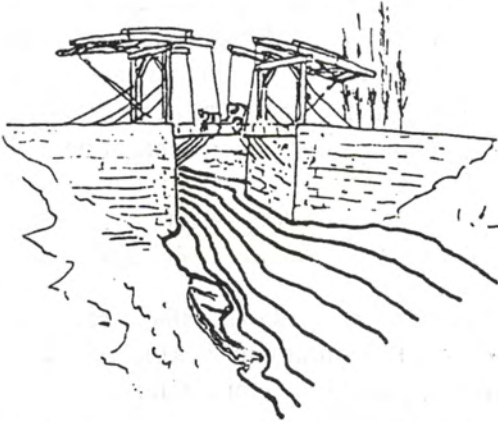
Rumusan di atas berasal dari Gauss-Ostrogadski dan berlaku untuk sebarang vektor medan  $v(r)$ .

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (3.21)$$



Gambar 3.32 Penurunan persamaan kontinuitas

Persamaan itu adalah persamaan kontinuitas makroskopik untuk aliran inkompresibel. Sebaliknya, jika sepanjang garis aliran terdapat pertambahan kecepatan, haruslah terdapat penyempitan, yaitu tempat garis aliran lebih rapat, dan zat cair akan mengalir lebih cepat.



Gambar 3.33 Pada bagian yang sempit garis-garis aliran saling rapat satu dengan yang lain. Berarti pula terdapat kecepatan aliran yang tinggi pada bagian tersebut. Hal itu dianggap bahwa sungai mempunyai kedalaman yang sama di setiap bagian sehingga distribusi aliran dipermukaan memberikan gambaran peristiwa ini

Partikel-partikel zat cair yang berenang jika ukurannya tidak begitu kecil, terdapat satu sifat lain dari alirannya, yaitu *rotasi*. Apabila partikel-partikel itu mengalami rotasi, demikian pula alirannya. Bagian tengah partikel-partikel tersebut dipengaruhi oleh kecepatan rata-rata aliran  $v$  dalam daerah tersebut dapat diterima dengan logis. Partikel-partikel akan mengalami rotasi, yaitu jika arah  $v$  berubah secara melintang terhadap arah mula-mula. Hal itu bahkan dapat diamati dari sebuah tempat pemandian yang dialiri arus dengan garis-garis aliran saling paralel dan diketahui bahwa aliran yang terdapat di bagian tengah pemandian mengalir lebih cepat dibandingkan dengan bagian pinggirnya (lihat Gambar 3.35). Selain itu melalui sebuah roda air yang diletakkan kolam yang mengalir, roda akan berputar horizontal secara perlahan, jika roda berada di dekat dasar kolam dibandingkan dengan roda berada di bagian atas kolam (jauh dari dasar kolam).

Perhatikan sebuah balok kayu (panjang  $2l$ ) yang mengambang di sungai. Amati bahwa kedua ujung kayu berada paralel dengan arah aliran (lihat Gambar 3.35). Bagian tengah balok terlihat mengalami translasi sesuai dengan aliran. Jika balok tidak mengalami rotasi, aliran yang melampau di sisi kiri dan kanan balok haruslah  $\pm l \, dv/dx$ . Balok mengalami rotasi terlalu cepat dan aliran menubruk bagian atas permukaan sehingga balok berputar, yaitu dengan kecepatan sudut  $\omega = dv/dx$ . Jika tidak terdapat aliran pada arah  $y$ , terdapat perubahan transversal dari  $v$  dan  $\omega$  sehingga ditentukan sebagai berikut.

$$\omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (3.22)$$

Partikel-partikel yang berenang dapat pula mengalami rotasi tidak pada sumbu horizontal. Komponen vektor-vektor dari frekuensi melingkar yang timbul pada arah sumbu rotasi dapat diberikan secara analog seperti persamaan [3.27], yaitu

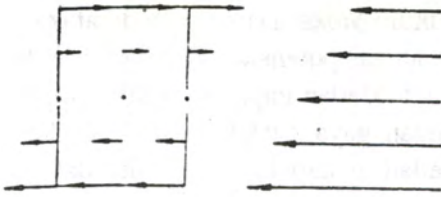
$$\omega = \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (3.23)$$

Secara formal persamaan di atas adalah hasil perkalian vektor dari  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$  dengan vektor  $\mathbf{v}$ . Dengan cara yang sama, perkalian  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  adalah perkalian skalar dan gradien dalam vektor skalar  $f(r)$  digambarkan sebagai vektor  $\nabla f$ .

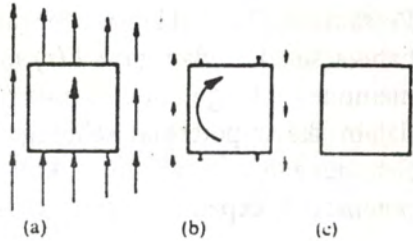
Sifat perkalian vektor pada persamaan [3.27] disebut perkalian silang (perkalian vektor).

$$\text{rot } \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v}$$

$$= \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}, \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (3.24)$$



Gambar 3.34 Suatu aliran yang tidak homogen mengandung pusaran. Kanan: Di dalam sistem acuan yang ikut bergerak akan dapat dilihat pusaran lebih jelas. Lintasan yang digambarkan di atas menggambarkan sirkulasi aliran yang tidak nol



Gambar 3.35 a-c. Perbandingan aliran di sekitar sebuah balok di dalam aliran sungai; (a) terhadap sistem koordinat acuan pantai; (b) terhadap sistem koordinat acuan yang ikut bergerak dengan balok kayu, tetapi tidak ikut berotasi; (c) di dalam sistem koordinat yang ikut mengalami rotasi

Partikel-partikel yang berenang mengalami rotasi sedemikian bahwa kecepatan relatif air sepanjang garis air sekecil mungkin. Jika kecepatan tidak seluruhnya berharga nol, harga rata-ratanya adalah nol dan jika dinyatakan dalam integral garis adalah  $\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}$ , yaitu integral terhadap kurva tertutup. Apabila terjadinya rotasi dapat dihindari, integral garis di atas dapat dicari dari sistem koordinat acuan tertentu dan akhirnya diperoleh hasil integral yang tidak sama dengan nol. Integral itu disebut *sirkulasi*. Di dalam medan gaya  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ , integral garis ditulis  $\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}$ , yaitu merupakan kerja terhadap suatu pergeseran jarak sepanjang kurva  $C$ . Telah diketahui bahwa melalui operasi integral sangat menentukan apakah medan gaya mempunyai potensial atau tidak. Hal itu dapat terjadi jika integral garis sebuah vektor  $\mathbf{u}$  terhadap kurva tertutup  $C$  dengan luas kurva  $S$  adalah

$$\oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \nabla \times \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}. \quad (3.25)$$



Persamaan [3.30] dikenal sebagai hukum *Stoke*. Dapat pula dikatakan bahwa suatu medan gaya  $F(r)$  mempunyai potensial  $U(r)$  jika  $\pi \times F$  mempunyai harga nol di semua tempat. Medan gaya dapat diturunkan dalam skalar potensial sehingga medan gaya adalah :  $F = - \pi \nabla U(r)$ . Sehubungan dengan itu, vektor medan  $v$  dapat pula ditulis dalam potensial kecepatan  $v = - \pi \nabla U(r)$

Bagian terbesar dalam pelajaran aliran klasik terkonsentrasi dalam persoalan potensial aliran khususnya, adalah *potensial aliran*. Adanya rotasi bebas dalam pembahasan di atas adalah muncul dari *kaidah pusaran* Helmholtz (lihat 3.3.8), bahwa kecenderungan untuk memperoleh pusaran aliran adalah mungkin. Seandainya diketahui bahwa suatu aliran bebas rotasi, tambahan adanya rotasi dapat dihindari dalam perhitungan. Suatu aliran inkompresibel khususnya bebas divergensi. Untuk potensial kecepatan  $U$  dalam kasus ini adalah

$$\nabla \cdot v = -\nabla \cdot \nabla U = -\nabla^2 U = 0$$

Aliran semacam itu beranalog untuk potensial di vakum (ingat persamaan Laplace dalam elektrostatis). Alat paling ampuh dalam hal ini adalah teori potensial. Setiap persoalan aliran semacam itu mempunyai penyelesaian ekuivalen dengan persoalan-persoalan elektrostatis atau gravitasi yang mungkin telah lama terselesaikan.

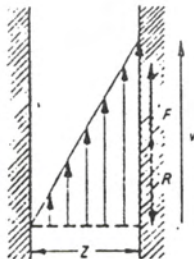
Dalam pembahasan ini, titik berat persoalan yang diperhatikan adalah persoalan yang penting dalam pembuatan pesawat terbang, yaitu metode *gambaran konformal*. Jika bentuk aliran  $P$  telah diketahui, misalkan berbentuk lingkaran, dapat diselesaikan dalam bentuk perhitungan permukaan kompleks  $z$  dan aliran dapat diubah atau ditransformasikan ke dalam bentuk lain misalnya  $P'$  secara mudah). Jika fungsi kompleks  $f(z)$  dapat dicari, fungsi dapat membentuk  $P$  atau  $P'$ . Fungsi itu juga dapat menggambarkan kedua bentuk aliran secara sempurna. Secara matematis, persoalan itu terletak, pada sebuah fungsi  $f(z)$ , yang selamanya analitis dan berlakunya potensial  $\pi U$  tidak dapat teramati.

Metode itu kenyataannya dapat menggambarkan bentuk aliran yang bersangkutan, tetapi juga gagal untuk dapat menjelaskan persoalan tahanan aliran. Metode itu penting artinya untuk menyelesaikan persoalan aliran di sekitar benda, misalnya benda berbentuk bola atau silinder, tetapi tidak dapat digunakan jika pada aliran tidak terdapat benda. Selanjutnya orang hanya dapat menggeser sebuah perahu tanpa dinding di dalam air dengan kecepatan konstan. Teori aliran potensial digagalkan {sc Newton} untuk membahas tahanan aliran. (lihat 1.5d dan 1.6). Sebuah benda yang bergerak di air ke depan haruslah dapat menepikan air ke samping, yaitu dipercepat. Di belakang benda kembali air membentuk aliran seperti sediakala, Pengereman air di depan benda secara eksak diimbangi kembali. Untuk menyelesaikan paradoks itu memerlukan dua pengertian, yaitu gesekan dalam dan turbulens. Penyelesaian Newton itu ternyata sesuai dengan kenyataan dan dipakai dalam kebutuhan praktis, seperti suatu keajaiban dari Newton.

### 3.3.2 Gesekan Dalam

Antara dinding tegar Gambar kiri dan sebuah plat yang dapat bergerak (sebelah kanan) terdapat lapisan zat cair dengan tebal zat cair  $z$ . Plat yang sejajar dengan dinding (luas permukaan plat  $S$ ) bergerak dengan kecepatan konstan  $v$ , sehingga gaya yang bekerja sebesar

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{v}{z} \quad (3.26)$$



Gambar 3.36 Ilustrasi untuk mendefinisikan Viskositas

Konstanta  $\eta$  menggambarkan sifat zat cair yang disebut *koefisien gesek dalam* atau koefisien aliran dinamis atau *viskositas*. Dimensinya adalah  $[\eta] = \text{massa/panjang} \times \text{waktu}$ . Dalam hal ini, gesekan terjadi bukan antara zat padat dan cair, melainkan gesekan antarlapisan yang terdapat di dalam zat cair. Misalkan tebal lapisan itu adalah  $dz$  maka perbedaan kecepatan antarlapisan adalah  $du$ . Dengan demikian, persamaan [3.31] secara umum dapat dianggap berbentuk

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{du}{dz} \quad (3.27)$$

Satuan viskositas, disebut 1 poise =  $1 \text{ g cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  (= dyne.s.cm<sup>-2</sup>). Ke-balikan harga viskositas disebut *fluiditas*. Perbandingan dari viskositas  $\eta$  dan kerapatan  $\rho$  disebut viskositas kinematik  $\nu = \eta/\rho$  (satuan: *Stoke* (st) dan 1 st =  $1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Harga viskositas zat cair semakin kecil dengan meningkatnya temperatur (lihat Tabel 3.32). Untuk berbagai zat cair, secara pendekatan, berlaku

$$\eta = A e^{\frac{b}{T}} \quad (3.28)$$

$A$  dan  $b$  adalah konstanta empiris.

Selain zat cair, gas juga mempunyai sifat viskos, tetapi harga viskositasnya sangat kecil. Dengan kenaikan temperatur, harga viskositas semakin besar (lihat 5.2.7).

**Tabel 3.2 VISKOSITAS BEBERAPA ZAT**

Zat	$\eta$ [poise]	Temperatur [° C]
Air	0,017890	0
Air	0,010050	20
Air	0,002820	100
Etil-alkohol	0,011900	20
Etil-eter	0,002430	20
Gliserin	14,990000	20
Udara	0,000171	0
ss Hidrogen (1 atm)	0,000084	0

### 3.3.3 Aliran Laminer

Suatu aliran yang sifatnya ditentukan oleh gesekan dalam disebut *aliran laminer* (sebaliknya disebut aliran *turbulens*). Aliran seperti sungai atau air di dalam pipa air minum secara umum termasuk aliran dan trubulens sirkulasi darah termasuk aliran laminer. Pada aliran laminer, lapisan-lapisan zat cair saling tumpang-tindih, saling menggeser satu dengan yang lain dan licin. Pada aliran turbulens tiap-tiap lapisan membentuk pusaran. Dengan pertolongan zat pewarna, kedua macam bentuk aliran itu dapat dibedakan dengan baik. Kriteria teori tentang itu diberikan dalam kriteria Reynolds.

#### a) Gaya Gesek dalam Aliran Zat Cair

Pandang sebuah elemen volume  $dV = dx \, dy \, dz = d$  di dalam zat cair yang mengalir pada arah sumbu-z dan gradien kecepatan terdapat pada arah sumbu-x. Pada sebelah kiri elemen volume terdapat gaya gesek karena adanya penurunan kercepatan



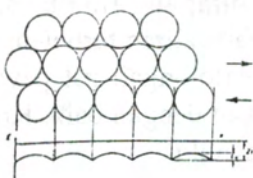
$$dF_1 = - \eta \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{\text{kiri}} dydz$$

hspace. 6mm analog dengan gaya itu tetapi pada arah berlawanan, pada sebelah kanan elemen terdapat gaya gesek juga karena penurunan kecepatan

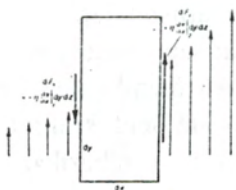
$$\begin{aligned} dF_2 &= \eta \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{\text{kanan}} dydz \\ &= \eta \left( \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{\text{kiri}} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx \right) dydz \end{aligned}$$

hspace-6mm sehingga jumlah gaya-gaya yang bekerja pada elemen volume tersebut adalah

$$\begin{aligned} dF_1 + dF_2 &= \eta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx dydz \\ &= \eta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot dV \end{aligned}$$



Gambar 3.37 Jika lapisan yang terdiri atas bola-bola saling tindih satu dengan yang lain maka terdapat suatu bentuk potensial sesamanya. Besarnya harga potensial  $E\eta$  ini menentukan viskositas cairan; energi  $2e$  adalah energi pemisahannya sama dengan dua kali energi tegangan permukaan.



Gambar 3.38 Gaya-gaya gesek pada elemen volume benda yang terdapat di dalam aliran ihomogen.

hspace 6mm tidak sama dengan nol jika bentuk profil kecepatan mencekung (selain itu, akan terdapat momen gaya, tetapi tidak terdapat gaya yang menyebabkan translasi). Jika kecepatan berubah tidak hanya pada arah sumbu-x, setiap koordinat akan memberikan sembangannya pada gaya

$$dF_r = \eta \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) dV \quad (3.29)$$

$$\nabla^2 \dots = \frac{\partial^2 \dots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial z^2}$$

hspace 6mm kerapatan gaya adalah gaya persatuan volume untuk gaya gesek dalam sebagai berikut.

$$f_r = \eta \nabla^2 v$$

hspace 6mm pernyataan di atas dibaca sebagai vektor yang mengandung setiap komponen  $v$ . Jika operator Laplace digunakan padanya, berpengaruh terhadap elemen volume sesuai dengan komponen kerapatan gaya yang bersangkutan.

## b) Gaya Tekanan

Adanya distribusi tekanan yang tidak homogen di dalam elemen volume akan menyebabkan gaya  $dF_p$ . Komponen-komponen gaya (lihat Gambar 3.39 ini adalah

$$\left. \begin{aligned} dF_{p,x} &= dydz \cdot p - dydz \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dV \\ dF_{p,y} &= dzdx \cdot p - dzdx \left( p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dV \\ dF_{p,z} &= dxdy \cdot p - dxdy \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dV \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

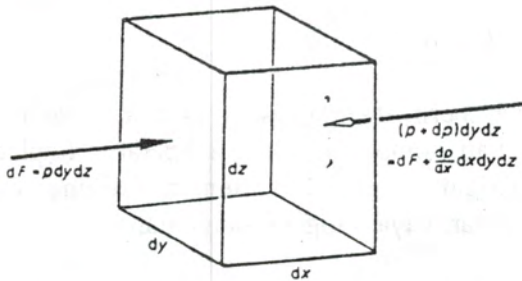
Vektor yang komponen-komponennya dinyatakan oleh persamaan [3.30] disebut  $\nabla p$  (grad  $p$ )

$$dF_p = - \nabla p \cdot dV. \quad (3.31)$$

Kerapatan gaya dari gaya karena tekanan secara sederhana sama dengan gradien tekanan itu sendiri

$$f_r = \nabla p.$$

Melalui kedua kerapatan gaya,  $f_r$  dan  $f_p$ , percepatan dan kecepatan aliran laminar dapat dijelaskan. Selain gaya volume, gaya berat pada 3.1.4 diubah menjadi gaya tekanan.



Gambar 3.39 Perhitungan gaya gesak yang terdapat di dalam elemen volume dengan adanya medan tekanan tidak homogen

### c) Aliran Laminar antara Dua Plat

Jika suatu zat cair mengalir melewati dua plat paralel dengan kecepatan konstan  $u$  (*aliran stasioner*), haruslah terdapat gaya padanya untuk melawan gaya gesek antarlapisan-lapisan zat cair yang timbul sepanjang arah aliran sebagai penurunan tekanan secara linier. Pada dinding plat terdapat kecepatan aliran  $v = 0$  di bagian tengah antara dua plat kecepatan aliran lebih cepat. persamaan [3.34] dan [3.36].

Selama penjumlahan dari gesekan dan penurunan tekanan tidak nol, sebagian zat cair akan mengalami percepatan. Terjadinya stasioneritas jika  $dF_1 + dF_2 = 0$  maka

$$\eta \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{dp}{dz} = \frac{p_2 - p_1}{l}$$

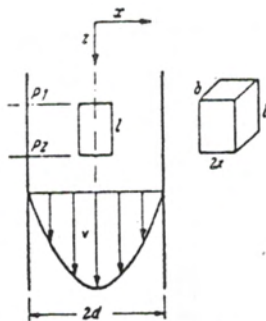
Dengan dua kali integrasi didapat:

$$v = -\frac{x^2}{2\eta} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} + C_1 + C_2$$

Bagian tengah kecepatan  $v$  haruslah mempunyai harga maksimum ( $v'(0) = 0$ ) Bagian tengah zat cair kecepatannya ( $v'(\pm d) = 0$ ) maka konstanta integrasi  $C_1 = 0$  dan  $C_2 = \frac{d^2}{2\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}$ :

$$v = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} (d^2 - x^2)$$

Profil kecepatan berbentuk parabola.



Gambar 3.40 Aliran laminar antara dua plat datar saling paralel



#### d). Aliran Laminer Melalui Sebuah Pipa (Aliran Hagen - Poiseuille)

Juga di dalam pipa, aliran di bagian tengahnya mempunyai kecepatan tercepat dibandingkan dengan di bagian pinggir pipa. Penurunan kecepatan tidak terletak pada arah sumbu  $x$  tetapi pada arah jari-jari pipa seluruhnya. Dari persamaan [3.29] dapat digunakan operator Laplace dalam sistem koordinat silinder  $\pi^2 v = \partial^2 v / \partial r^2 + r^{-1} \partial v / \partial r$ . Dalam hal ini akan dipandang gaya pada zat cair di dalam silinder yang berjari-jari  $r$  dan panjang  $l$ . Gaya gesek adalah  $F_p = \pi r^2 (p_1 - p_2)$ . Untuk kasus arus stasioner diketahui bahwa  $F_1 + F_2 = 0$

$$\frac{dv}{dr} = \frac{\pi r^2 (p_1 - p_2)}{2\pi \eta l} = \frac{r}{2\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}$$

Integrasi terhadap  $r$  dari persamaan di atas diperoleh:

$$\frac{r^2}{4\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} + C$$

Dari syarat batas  $v(R) = 0$  maka

$$C = -\frac{R^2}{4\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}$$

sehingga

$$u = \frac{R^2 - r^2}{4\eta l} \frac{p_1 - p_2}{l} \quad (3.32)$$

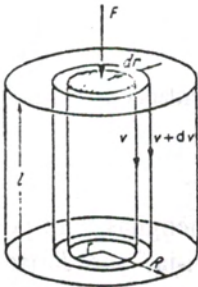
Profil kecepatan terletak pada sebuah parabola yang diilustrasikan pada Gambar 3.42 Di sumbu silinder terdapat kecepatan maksimum sebesar  $v_0 = R^2 (p_1 - p_2) / 4\eta l$ .

Jumlah zat cair yang melewati pipa pada saat  $t$  dapat dicari sebagai berikut. Antara  $r$  dan  $r + dr$  dan mengalir sejumlah zat cair dalam elemen volume  $dV = (2\pi r dr v/r) t$  dan zat cair yang melewati pipa seluruhnya adalah

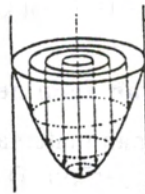
$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^R 2 \cdot r \cdot \pi \cdot dr \cdot v(r) \cdot t \\
 &= 2 \pi \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr \\
 &= \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4
 \end{aligned}$$

Aliran zat cair adalah

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi (p_1 - p_2) \cdot t}{8\eta l} R^4 \quad (\text{Persaman Hagen - Poiseuille}). \quad (3.33)$$



Gambar 3.41: Penurunan persamaan HAGEN-POISEUILLE.



Gambar 3.42: Distribusi kecepatan aliran zat cair di dalam pipa.

Suatu perbesaran sedikit saja dari jari-jari pipa, seperti pada perbesaran pembuluh darah, akan terdapat pertambahan volume aliran.

Kecepatan aliran rata-rata didefinisikan sebagai  $\bar{v}$  yaitu laju perubahan volume dalam satu satuan waktu ( $V/t = R^2 \eta u$ ) dari persamaan [58.11] diperoleh

$$\bar{v} = \frac{V}{t\eta R^2} = \frac{P_1 - P_2}{8 \eta l} R^2$$

Gaya total yang bekerja pada zat cair adalah:

$F = \pi R^2 \cdot \pi(p_1 - p_2)$  bergantung pada  $\bar{v}$  :

$$F_p = 8\pi\eta\bar{v}$$



Gambar 3.43; Profil kecepatan di sekitar bola yang terdapat di dalam aliran viskos

#### e). Aliran Laminer di sekitar Bola (Stoke).

Penurunan matematis yang agak kompleks menghasilkan perhitungan sebagai berikut. Di sekitar sebuah bola berjari-jari  $r$  terdapat aliran zat cair (viskositas zat cair  $\eta$ ) dengan kecepatan konstan  $v$ , maka bola akan mengalami gaya sebesar.

$$F = 6 \cdot \pi \eta \cdot v \cdot r. \text{ (Persamaan Stoke)}$$

Dengan gaya yang sama yang dialami bola, apabila aliran zat cair di sekitar bola dengan kecepatan  $v$ , tahanannya adalah

$$F = 6 \pi \eta v r. \quad (3.34)$$

Baik persamaan Hagen-Poiseule maupun Stoke dapat dipakai untuk menghitung harga  $\eta$  (*metode viskositas pipa kapiler dan metode viskositas bola*)

## f) Lapisan Batas Prand

Setiap benda yang digerakkan zat cair bergantung pada lapisan yang bersifat laminar, yaitu batas lapisan. Penurunan kecepatan zat cair menghubungkan kecepatan benda  $v$  dengan zat cair yang diam pada jarak terbesar. Penurunan kecepatan itu adalah linier jika tebal lapisan  $D$  kecil dibandingkan dengan ukuran benda  $l$ . Dengan demikian zat cair memandang benda hanya sebagai potongan permukaan datar. Apakah  $D \ll l$  terlihat dari analisis berikut. Agar benda dapat tergeser sejauh panjangnya  $l$ , harus dilakukan kerja sebesar  $W = \eta S v/D$  ( $S$  = luas permukaan aliran). Kerja itu akan tersimpan sebagai energi kinetik oleh tebal batas  $E_{\text{kin}} = 1/2 S \int_0^D v^2/D^2 dz$  ( $zv/D_c$  = kecepatan selapis aliran zat cair pada jarak dinding  $z$ ;  $zv/D^2 = 1/6 S v D =$ ;  $S dz$  = massa). Dari  $W \approx E_{\text{kin}}$  didapat:

$$D \approx \sqrt{\frac{6 \eta l}{\rho v}}$$

Keadaan  $D \ll l$  identik dengan  $g v l \gg 1$ . Selain itu, berdasarkan kriteria Reynolds} (3.3.5), semua aliran adalah laminar dan pengertian tebal batas jadi tidak terpenuhi. Pada keadaan  $D \ll l$  tahanan aliran menjadi

$$F \approx \eta S \frac{v}{D} \approx S \sqrt{\frac{v^3 \eta l}{\rho}}$$

Jika disubstitusikan  $S \approx l^2$ , terlihat bahwa pernyataan di atas merupakan kompromis (rata-rata geometris) antara tahanan Stoke ( $\approx \eta$



u l) dan tahanan Newton  $= l^2 \eta \nabla^2 u$  (lihat 1.5d dan 1.6). Untuk kapal laut dan pesawat terbang, tahanan yang dirumuskan Stoke memberikan harga tahanan yang kecil, karena tidak terdapat aliran turbulen, sedangkan tahanan yang dirumuskan Newton adalah terlalu besar, sebab aliran tidak cukup berbentuk linier.

### 3.3.4 Persamaan Gerak Aliran.

Di dalam materi, seperti zat cair, berlaku persamaan gerak Newton untuk setiap bagian volumenya. Percepatan adalah sama dengan jumlah semua gaya yang bekerja, dibagi dengan massa bagian volume yang bersangkutan. Gaya-gaya tersebut adalah

1. gaya volume, yaitu gaya yang berasal dari luar zat cair (gas) dan berbanding lurus dengan volume atau massa zat cair (misalnya gaya berat);
2. gaya disebabkan oleh penurunan tekanan;
3. gaya gesek.

Jika jumlah semua gaya tidak ada, terdapat kesetimbangan. Oleh karena itu, tidak ada percepatan dari zat cair. Jika terdapat gaya total, terdapat percepatan. Pada percepatan  $a$  satu bagian volume dibedakan menjadi dua bagian, ( $a_1$ ) yang berasal dari suatu tempat yang pada bagian volume tersebut bertambah atau berkurang dan ( $a_2$ ) yang disebabkan oleh bagian volume di suatu tempat terarah pada kecepatan aliran yang berbeda. Persamaan gerak Newton dikenal sebagai persamaan Navier-Stoke.

$$\rho (a_1 + a_2) = - \nabla p + \eta \nabla^2 v \quad (3.35)$$

Bergantung pada keadaan zat cair, beberapa bagian persamaan gaya dapat diabaikan. Persamaan gaya dibedakan sebagai berikut.

(a) Aliran dari zat cair ideal, gaya gesek dapat diabaikan. Dalam hal ini, banyak kaidah teori potensial dan teori transformasi bilangan

ks digunakan. Dengan beberapa penganda persoalan dari zat cair ideal dapat diselesaikan an laminar; kontribusi percepatan  $a_2$  diabaikan untuk kasus ini memegang peran penting. an turbulen; jika aliran stasioner maka  $a_1 = 0$  mengandung  $a_2$  memegang peran pentingkan de ya gesek. Teori tentang aliran turbulen sendiri ks.

### Kriteria Berbagai Macam Aliran

bagai macam aliran (ideal, laminar, turbulen dalam kondisi tertentu, yaitu jika panjang atau benda yang dikelilingi aliran dan diberikan kerapatan  $c$  dan viskositas  $\eta$ . Akan tetapi bagaimana memenuhi untuk tiap-tiap macam aliran? Untuk persoalan-persoalan praktis lainnya  $v$ ; pada aliran itu kecepatan alir terdapat pada an tidak bergantung pada waktu. Untuk kasus an [3.34],  $a_1 = 0$  Di samping itu, kecepatan alir dapat berbeda. Jika partikel-partikel zat cair an  $a_2$  dapat diketahui. Percepatan itu akan m sar apabila semakin cepatnya kecepatan aliran ka gradien kecepatan semakin besar. Misal di suatu tempat terdapatnya gradien kec akan bergerak sejauh  $l_1$  dalam waktu  $t = l_1/v$  ama, dapat diramalkan orde besar suku-s an [3.34]. Untuk kerapatan gaya tekan  $\nabla p$  dip ngan  $p/l_2$ , kerapatan gaya gesek adalah  $\eta \nabla^2 v$  uran dimensi  $l_1$ ,  $l_2$ , dan  $l_3$  dapat mempun bergantung pada bentuk geometri wadah ya

a persamaan Navier-Stoke untuk aliran stasio

kan sebagai hubungan antara harga kerapatan  
n tekanan, dan kerapatan gaya gesek, yaitu

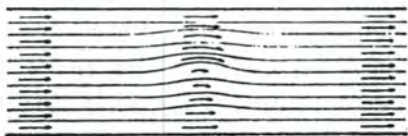
$$\frac{qv^2}{l_1} \approx \frac{p}{l_2} + \frac{\eta v}{l_3}$$

amaan itu dapat berharga kecil dibanding du  
a dibandingkan satu dengan lain.

dapat diabaikan jika  $\eta v/l_3^2 \ll p/l_2 \approx qv^2/l_3$   
2  $qv^2$  (lihat 3.3.6). Kondisi itu menggambarkan  
engaruh dapat diabaikan sama sekali, juga  
a gaya gesek yang menyebabkan timbulnya  
ang kecil dalam rata-rata statistik yang ber  
annya praktis hanya sebagai peran sekunder.  
s tekanan, atau penurunan tekanan memegang  
rde  $1/2 qv^2$ . Dalam hal tersebut, timbul *tekanan*  
ng menimbulkan *tahanan aliran* dan al  
orongan dinamis.

baman dapat diabaikan jika  $qv^2/l_1 \ll p/l_2 \approx$   
berlaku  $\nabla p = \eta \nabla^2 v$  (lihat 3.3.2)

$qv^2/l_1 \approx \eta v/l_3^2$  adalah praktis mempunyai ar  
antara 1 dan 2 terjadi pada kondisi



baran suatu aliran melalui garis aliran dengan bagia  
ulen.

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\eta v}{l_3^2} &\approx \frac{p}{l_2} \approx \frac{\rho v^2}{l_1}, \\
 \text{atau} \\
 \frac{\eta v}{l_3^2} &\approx \frac{p}{l_2} \approx \\
 \frac{\rho v l_3^2}{\eta l_1} &\approx 1 \quad \text{dan} \\
 \frac{p l_1^2}{\rho v^2 l_2} &\approx 1
 \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

Kedua kriteria di atas terdapat pada *teori kemiripan hidrodinamika* suatu model pengecilan atau perbesaran peristiwa aliran, misalnya pada kanal angin, yang akan menggambarkan kelakuan fisis yang benar jika  $\frac{\rho v l_3^2}{\eta l_1}$  dan  $\frac{p l_1^2}{\rho v^2 l_2}$  berharga sama seperti pada gambaran yang diilustrasikan. Dalam hal tersebut jika benar-benar terdapat kemiripan geometris, maka  $l$  dapat dianggap pendek dan hanya sesuai untuk  $\rho v l / \eta$  dan  $p / \rho v^2$ .  $\rho v l / \eta$  disebut bilangan Reynolds dari peristiwa aliran.

Aliran laminar untuk harga  $\rho v l_3^2 / 2 \eta l$  kecil dan turbulen jika  $p c l / \eta$  besar. Dalam hal ini,  $l_3 \neq l_1$  dan tidak dapat diharapkan, bahwa amplop mempunyai harga sesuai dengan bilangan Reynolds  $p c l / \eta \approx 1$  dan  $l$  adalah ukuran makroskopik dari dimensi objek yang berada di sekitar atau melewati aliran. Ukuran  $l_3$  dari pusaran aliran turbulen lebih kecil dibandingkan dengan, misalnya jari-jari  $l_1 = r$ . Amplop yang dimaksud akan diperoleh pada pipa berbentuk silinder pada pipa  $c v r / \eta \approx 1000-2000$ . Ciri ukuran pusaran terdapat hanya sekitar 1/30 dari ukuran jari-jari.

Pada amplop antara aliran laminar dan turbulen tahanan aliran akan bertambah. Dalam hal ini, tahanan tidak lagi sebanding dengan  $v^2$ , seperti untuk kasus aliran laminar, melainkan sebanding dengan  $v^2$ . Untuk sebuah benda berbentuk bola, tahanan Stoke  $F = 6 \pi \eta v r$  berubah menjadi tahanan Newton  $F = 1/2 \rho S v^2$ . Di dalam pipa muncul



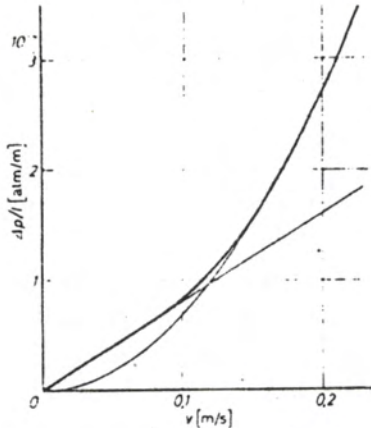
sebuah patahan dalam fungsi  $F(v)$ , tetapi akan terjadi hanya pada bilangan Reynolds yang besar ( $R \approx 1000$ ; lihat Gambar 3.45). Pada terdapatnya tahanan aliran minimal (aliran darah, misalnya), turbulen dapat diabaikan. Pada sistem pemanas ruangan atau pipa pendingin sangat diharapkan adanya aliran turbulen.

Keadaan laminar dan turbulen dapat dibandingkan dengan dua keadaan agregat, yaitu pada agregat yang dalam keadaan berbeda adalah stabil. Keadaan laminar dapat, dibekukan. Dalam hal ini, adanya turbulensi menyebabkan timbulnya tetesan zat cair. Suatu zat cair yang mengalir di dalam sebuah pipa mempunyai garis-garis aliran linier secara sempurna. Jika suatu tempat terdapat gangguan, garis aliran sedikit naik ke bagian atas (lihat Gambar 3.44). Bagian aliran yang mengalami gangguan akan menyempit, Zat cair pada daerah itu akan bergerak lebih cepat dibandingkan dengan pada bagian lainnya. Membesarnya kecepatan aliran  $v$  tetap berhubungan dengan gaya ke-lambaman dan penurunan tekanan (lihat persamaan [3.43]:  $p = \text{konst.} - 1/2 \rho v^2$ ). Dengan alasan yang sama, tekanan pada garis aliran yang mengalami gangguan akan membesar. Di bawah pengaruh gaya ke-lambaman, yang sebanding dengan  $1/2 \rho v^2$ , gangguan akan semakin besar. Aliran tidak menjadi, tidak stabil dan menyebabkan turbulen. Padanya terdapat pula gaya gesek yang berlawanan arah. Gaya itu berusaha untuk dapat membangun penurunan kecepatan pada daerah garis aliran yang terganggu. Pengaruh gaya gesek itu sebanding dengan  $\eta$  dan terhadap penurunan kecepatan  $v/r$ . Perbandingan keduanya adalah bilangan Reynolds, yaitu jika  $r$  dianggap sebagai jari-jari pipa berbentuk silinder.

### 3.36 Aliran Zat Cair Ideal

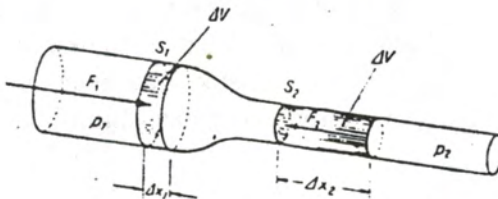
Suatu aliran ideal atau aliran bebas gesekan yang mengalir melalui sebuah pipa tidak terdapat di dinding. Dengan demikian pipa dapat dipandang sebagai panah aliran yang bergerak melalui penampang lintang pipa dengan aliran kecepatan konstan. Jika penampang sebagian pipa diperkecil, bagian tersebut zat cair mengalir lebih cepat

sehingga terjadi percepatan aliran dalam bentuk seperti digambarkan pada pembahasan sebelumnya, dengan  $a_2$ . Karena gaya gesek diabaikan, bagian horizontal pipa percepatan ini hanya akan menyebabkan penurunan tekanan. Dengan kata lain, di tempat terdapatnya aliran mengalir lebih cepat haruslah tekanan lebih kecil dibandingkan di tempat lain, dan aliran lebih lamban mengalir.



Gambar 3.45 : Gambaran suatu aliran melalui garis aliran dengan bagian tengah terdapat aliran turbulen

Dalam waktu  $\Delta t$  terdapat elemen folume zat cair  $\Delta V = S_1 v_1 = S_1 \Delta x / \Delta t$  yang mengalir sepanjang pipa (luas penampang lintang pipa  $S_1$ , lihat Gambar 3.46). Pada bagian tersebut terdapat tekanan  $p_1$  dan kerja  $\Delta W_1 = p_1 S_1 \Delta x = p_1 \Delta V$ . Dalam waktu yang sama haruslah terdapat sejumlah volume yang sama mengalir pada pipa yang lebih sempit (luas penampang lintang  $S_2$ ) dengan kecepatan yang muncul di bagian itu  $v_2 = \Delta x_2 / \Delta t$  dan melakukan kerja sebesar  $\Delta W_2 = p_2 S_2 \Delta x_2 = p_2 \Delta V$ .



Gambar 3.46 : Penurunan persamaan Bernolli.

Kerja itu haruslah berbeda, yaitu sebesar harga energi kinetik yang menyebabkan pergerakan volume tersebut. Dengan demikian, terjadi aliran yang cepat pada bagian pipa lebih sempit.

$$\begin{aligned}\Delta W_1 - \Delta W_2 &= (P_1 - P_2) \Delta V \\ &= \Delta V (v_2^2 - v_1^2)\end{aligned}$$

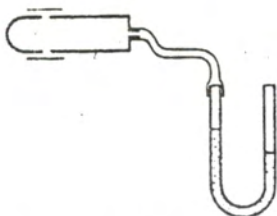
Pada setiap tempat di dalam aliran ideal zat cair inkompresibel berlaku

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konst} = p_0 \quad (\text{persamaan Daniel Bernoulli}) \quad (3.38)$$

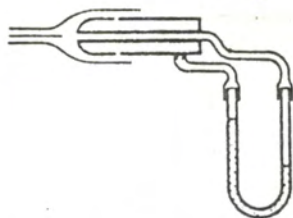
Konstanta mempunyai arti sebagai tekanan yang terdapat pada saat zat cair diam (keadaan awal zat cair). Hal itu berarti sebagai tekanan atmosfer ditambah dengan tekanan hidrostatis  $\rho gh$  yang bergantung pada kedalaman  $h$  dari permukaan zat cair. Jumlah tekanan statistik dan tekanan acak  $\frac{1}{2} \rho v^2$  di dalam zat cair mempunyai harga yang sama pada kedalaman yang sama.

Tekanan statistik  $p$  adalah tekanan yang ditunjukkan oleh manometer jika dihubungkan dengan zat cair yang mengalir (lihat Gambar 3.47), yaitu jika zat cair atau gas mengalir secara tangensial pada sisi lubang pengukur. Tekanan total  $p + \frac{1}{2} \rho v^2$  dapat diukur secara langsung, yaitu jika dibuat keadaan sedemikian, sehingga pada lubang pengukur kecepatan  $v = 0$ . Keadaan itu merupakan kasus sumbu simetri aliran benda, yaitu keadaan terdapatnya pemisahan aliran. Jika salah satu sisi pipa tertutup (lihat Gambar 3.47) dan sisi kiri pipa terbuka di udara, pipa itu disebut pipa Pitot dapat mencampur tekanan. Pipa acak Prandtl (Gambar 3.48) dapat mengukur secara langsung perbedaan tekanan total dan statistik atau tekanan acak  $\frac{1}{2} \rho v^2$  sehingga akan diperoleh ukuran kecepatan aliran secara langsung.





Gambar 3.47 Manometer untuk mengukur tekanan statistik pada gas yang mengalir



Gambar 3.48 Pipa silang Prandtl  $\rho u^2/2 = p_o - p$  sama dengan perbedaan tekanan pada selang manometer

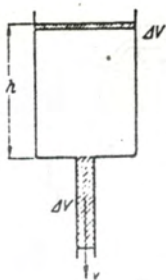
### a) Aliran dalam Pengaruh Gaya Berat

Jika volume zat cair  $\Delta V$  mengalir melalui sebuah lubang di dasar sebuah wadah berbentuk silinder, sejumlah volume yang sama di bagian atas wadah (disebut volume cermin) akan lenyap (Gambar 3.49). Ditilik dari keadaan, energi terjadi andaikan volume tersebut jatuh dari ketinggian antara permukaan zat cair dan lubang (tetapi secara fisis tidak berhubungan dengan jumlah partikel, dalam hal ini tidak diperhatikan). Pertambahan energi potensial  $c\Delta Vgh$  sama dengan pertambahan energi kinetik  $c\Delta V/2 v^2$  sehingga kecepatan jatuhnya volume zat cair di dapat

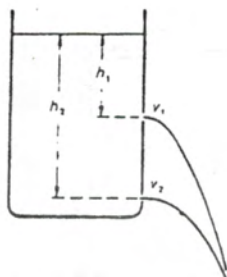
$$v = \sqrt{2 gh}. \quad (3.39)$$

Kecepatan aliran zat cair yang keluar dari lubang sempit sama dengan kecepatan yang dicapai zat cair pada ketinggian  $h$  dari permukaan zat cair hingga ke lubang terbuka yang sempit (percobaan Evangelista Torricelli 1643). Kecepatan itu tidak bergantung pada apakah lubang di bawah atau di sisi dinding wadah (lihat Gambar 3.50). Dalam hal ini, jika terdapat dua lubang terbuka pada dinding, masing-masing pada jarak  $h_1$  dan  $h_2$  dari permukaannya, kecepatan tiap-tiap lubang adalah  $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$  dan  $v_2 = \sqrt{2gh_2}$ .





Gambar 3.49 Aliran keluar melalui lubang sempit karena pengaruh gaya berat.



Gambar 3.50 Aliran keluar zat cair melalui lubang yang terdapat pada dinding wadah zat cair, aliran keluar membentuk kurva setengah parabola  $\frac{u^2}{g}$

### b) Aliran dalam Pengaruh Tekanan Penghisap

Melalui peng hisap diberikan tekanan hidrostatik  $p$  sebesar  $cg h$ . Dengan demikian, berdasarkan persamaan [3.44], diperoleh kecepatan aliran keluar sebesar (lihat Gambar 3.51)

$$v = \sqrt{\frac{2(p - p_0)}{\rho}} \quad (3.40)$$

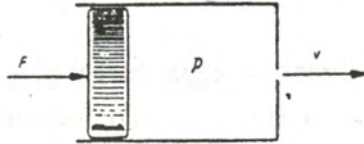
$P_0$  adalah tekanan di luar ruang wadah. Kedua hukum aliran itu dapat diperoleh dari persamaan Bernoulli.

Pada dua zat cair akan dialirkan keluar dengan perbandingan kecepatan sebagai berikut.

Perbandingan kecepatan keluar dua macam zat cair yang berbeda kerapatannya melalui lubang adalah berbanding terbalik dengan akar perbandingan kerapatan, jika diberikan tekanan yang sama  $p - p_0$  masing-masing

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

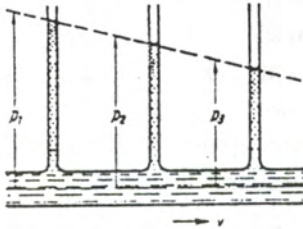
Hubungan itu digunakan dalam *effusiometer* untuk menentukan perbandingan kerapatan dua macam gas. Pada tekanan dan temperatur yang sama berat molekul gas dapat dicari dari kerapatannya.



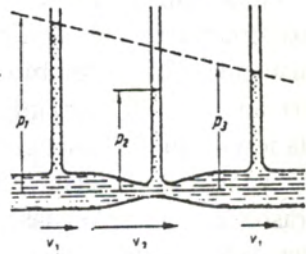
Gambar 3.51 : Aliran keluar karena pengaruh tekanan yang diberikan oleh penghisap

### c) Contoh lain Penggunaan Persamaan Bernoulli

Distribusi tekanan zat cair yang di dapat pipa transparan (Gambar 3.52 dan Gambar 3.53) dapat diukur dengan manometer zat cair. Penurunan tekanan secara linier dari  $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$  pada Gambar 3.52 disebabkan oleh adanya gesekan. Gesekan itu akan semakin kecil jika harga  $h$  semakin kecil dan pada zat cair ideal harganya akan nol. Pada Gambar 122 terlihat bahwa  $p_2 < p_3$ , sehingga  $u_2 > u_1$  dan  $u_3$ ; dengan demikian maka tekanan silang akan semakin besar.



Gambar 3.52 Penurunan tekanan pada pipa berhubungan yang mempunyai diameter sama



Gambar 3.53 Distribusi tekan di dalam pipa berhubungan

Efek tarikan gas pada pemanas bunsen (Gambar 123) terjadi karena tekanan gas yang mengalir lebih kecil dari pada tekanan udara yang tidak mengalir (diam). Melalui perbedaan tekanan udara akan dapat menekan masuk ke dalam gas, sehingga gas yang dipakai untuk pembakaran akan merupakan campuran udara gas yang sekaligus mengandung oksigen.

#### d). Kavitasi.

Jika kecepatan aliran mencapai harga  $v = \sqrt{c^2 / i_e}$  atau melampaui, maka tekanan statistik akan menjadi nol atau negatif. Kecepatan itu (dalam air  $v_k = 14$  m) pada semua kendaraan air cepat, seperti pada baling-baling yaitu berputar lambat, hingga turbin, pada pompa air mudah dicapai. Telah diketahui bahwa tekanan statistik menurun pada tekanan uap zat cair, yang mencapai tekanan hingga beberapa torr. Terbentuknya bola-bola gas, khususnya jika terdapat bola-bola udara, siap membentuk tetesan zat cair dan sukar terelakkan. Di tempat aliran kembali bergerak lambat dan tekanan statistik  $p$  kembali melampaui harga tekanan uap, bola-bola udara tersebut akan meledak (dapat mencapai tekanan dalam *oede raturan* atmosfer).

Pada insinyur menafsirkan terjadinya *kavitasi* karena gangguan pada amterial yang selalu diakhiri oleh ledakan karena tekanan tinggi, khususnya jika dikombinasi dengan peristiwa elektrokimia korosi pada air laut. Di samping aliran yang cepat di sekitar benda, dapat pula terjadi ruang kosong stasiner (*aliran kavitasi sempurna*). Dengan cara yang mirip, tetapi terjadi hal yang diharapkan, yaitu kavitasi ultrasonik. Dalam keadaan fase di bawah tekanan, tegangan yang dapat merusak material terlampaui.

#### e) Dinamika Gas

Persamaan Bernoulli dalam hal-hal tertentu dapat sangat kompleks. Untuk aliran kompresibel (tetapi masih stasioner), haruslah zat cair (kebanyakan terjadi pada gas) berubah dari jalan  $F_1$  ke  $F_2$  dan dicatat perubahan kerapatannya. Pada pergeseran kecil dari gas bermassa  $m$  terjadi perubahan  $p$  menjadi  $p + dp$  dan volume dari  $V$  menjadi  $V + dV$ . Gaya-gaya luar mengerjakan kerja sebesar

$$pV - (p + dp)(V + dV) = -pdV + Vdp$$

yaitu kerja yang dibutuhkan untuk menggeser sejumlah massa gas. Kerja yang sebagian, yaitu  $-pdV$  adalah untuk mengkompresi gas dan sisanya  $-Vdp$  untuk mempercepat dinding. Dengan demikian terdapat pertambahan energi kinetik sebesar  $1/2 m dv^2 = 1/2 cdV = -Vdp$ . atau

$$d(v^2) + 1/2 dp/p = 0$$

Untuk seluruh lintasan dari keadaan 1 ke 2 berlaku

$$2 \int_1^2 \frac{dp}{p} + v_2^2 - v_1^2 = 0,$$

atau dengan mengambil acuan terhadap titik 0, Gas berada dalam keadaan diam (keadaan wadah)

$$2 \int_0^2 \frac{dp}{p} = v^2$$

Persamaan di atas adalah persamaan dinamik gas Bernoulli.

Pada aliran isotermik, dengan  $c = pM/RT$  ( $M$  = massa 1 mol gas; lihat 5.1.7). Integrasi persamaan ini diperoleh

$$2 \frac{RT}{M} \ln \frac{p_2}{p} = v^2$$

Di tempat terdapat tekanan kecil gas akan mengalir dengan cepat, Hal itu berbeda dari pernyataan pada persamaan [3.37].

Pada aliran adiabatik, yang lebih sering terjadi di alam, berlaku  $e = e(p/p_0)^{1/\gamma}$  (lihat 5.42). Dengan demikian, dari integrasi diperoleh

$$\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0^{1/\gamma}}{p} (p^{1-1/\gamma} - p_0^{1-1/\gamma}) = v^2$$

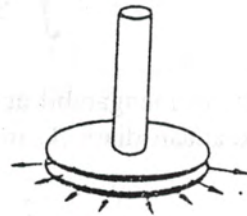
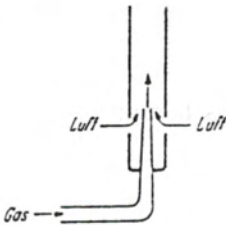
dan dengan menggunakan kecepatan suara normal



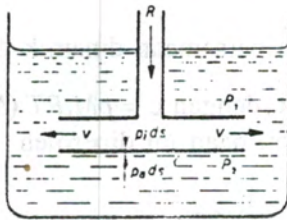
$c_s = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}$ . (lihat 4.4.2) dan dari hubungan  $T \sim p^{1-\gamma}$  (lihat \S 5.4.2)

$$v^2 = \frac{2}{\gamma - 1} c_s^2 \frac{T - T_0}{T_0}.$$

Di tempat gas mengalir cepat terjadi keadaan semakin panas. Sebagian kerja akibat percepatan haruslah terdapat panas. Aliran yang melebihi kecepatan suara ( $v < c_s$ ) berhubungan dengan temperatur tinggi (4.4.8).



Gambar 3.54 Prinsip pembakar bunsen      Gambar 3.55 Paradoks Hidrodinamik



Gambar 3.56: Penurunan paradoks hidrodinamik.

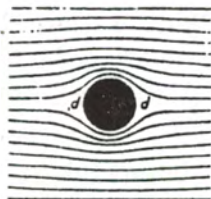
### 3.3.7 Tahanan Aliran

Garis-garis aliran di sekitar sebuah bola akan membentuk simetri terhadap bidang ekuator (lihat Gambar 3.57). Pada kutub  $P$  dan  $p$  terdapat garis-garis yang simpang-siur ( $v = 0$ ), sedangkan kecepatan terbesar terdapat di daerah ekuator. Berdasarkan persamaan Bernoulli, haruslah terdapat tekanan statik yang semakin kecil dari kutub ke ekuator. Adanya simetri distribusi tekanan me-nyebabkan gaya-gaya yang bekerja pada bola sama dengan nol. Sebuah bola yang

terdapat di dalam zat cair ideal tidak mengalami tahanan. Agar bola dapat bergerak di dalam zat cair ideal yang diam, tidak diperlukan gaya. Hal yang sama akan terjadi untuk benda-benda lainnya di dalam zat cair ideal.

Pernyataan itu bertentangan dengan apa yang telah diberikan sebelumnya. Hal itu dapat dijelaskan sebagai berikut. Sesaat setelah terjadinya aliran di sekitar bola, terjadi perubahan gesekan kecil antara lapisan batas, yaitu di dekat permukaan bola dan zat cair yang bersangkutan dengannya. Dengan demikian, garis-garis aliran dan juga tekanan statik tidak lagi simetri terhadap bidang ekuator. Pada saat yang pendek, terjadi aliran (pada saat bola mulai bergerak di dalam zat cair yang diam), terdapat gambaran aliran (air mati di sisi kapal), timbul pusaran di belakangnya, serta garis-garis aliran dan tekanan statistik tidak lagi terdistribusi secara simetris. Tahanan aliran selanjutnya dapat dinyatakan dalam energi kinetik berdasarkan Newton yang seharusnya tersimpan di dalam perubahan kecepatan (1.5.9d). Energi yang digunakan depan, pada Gambar 3.57, kembali seperti sediakala di belakang benda. Dalam kenyataannya, aliran akan membentuk pusaran dan setelah mengelilingi benda tidak kembali seperti sediakala. Dengan demikian, terdapat istilah yang telah diketahui sebelumnya, yaitu gaya yang bekerja pada benda berpenampang lintang  $S$  dan dengan kecepatan  $v$  mengalir disekitar benda secara turbulen

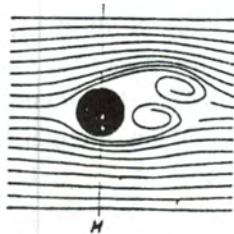
$$F' = \frac{1}{2} c_w \rho S v^2 \quad (3.41)$$



Gambar 3.57 Garis aliran dalam zat cair ideal disekitar sebuah bola (atau sebuah silinder)

*Harga tahanan aliran  $c_w$*  bergantung pada bentuk permukaan benda. Harganya jauh dari bilangan Raynolds, bilangan Mach, dan *bilangan derajat turbulensi*.

Pada permukaan benda yang dikelilingi oleh aliran zat cair terdapat tebal batas (lihat 3.3.3f). Pada arah tegak lurus permukaan terdapat penurunan kecepatan  $dv/dz$  yang semakin tajam jika tebal batas semakin tipis, atau khususnya akan sangat besar pada zat cair yang mempunyai viskositas kecil. Pada tebal batas itu terdapat gaya gesek, pada zat cair ideal, seperti disebutkan sebelumnya, diabaikan. Akan tetapi, gaya gesek tersebut mempunyai pengaruh penting pada peristiwa aliran. Apabila gaya gesek diperhitungkan, berarti pengamatan yang dilakukan merupakan proses transisi dari pengertian zat cair ideal ke real. Gaya gesek penting turut diperhatikan sebagai penyebab timbulnya pusaran pada zat cair real.

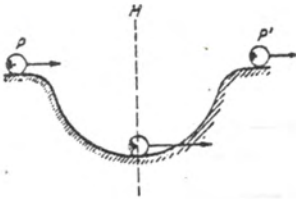


Gambar 3.58 Pembentukan pusaran pada zat cair real yang mengelilingi sebuah bola (dari kiri ke kanan)

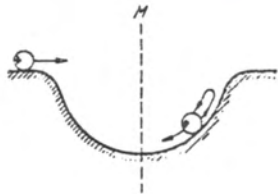
Pada *aliran potensial* di sekitar sebuah silinder terdapat kenaikan harga kecepatan di tengah-tengah permukaan  $M$  (lihat Gambar 3.58). Partikel-partikel zat cair mengalami percepatan karena adanya perbedaan tekanan. Di sebelah tengah permukaan terjadi pertambahan energi kinetik karena perbedaan tekanan sehingga terjadi kenaikan dan penurunan kecepatan pada suatu tempat, dimana gaya gesek kecil, terdapat harga kecepatan kembali seperti sediakala. Partikel-partikel itu berkelakuan seperti bola yang menggelinding di atas permukaan horizontal sebuah kurvatur berbentuk setengah lingkaran, tanpa gesekan, turun, dan naik di atas permukaan tersebut. Di atas permukaan yang mempunyai lekukan terdalam, kecepatan bola mencapai



harga terbesar dan setelah mencapai lintasan selanjutnya harga kecepatan kembali surut, sama dengan kecepatan awalnya (lihat Gambar 3.59). Apabila terdapat gaya gesek, bola sebelum mencapai puncak kurvatur setengah lingkaran akan kembali turun, yaitu jika kerja akibat gaya gesek besar dibandingkan dengan energi kinetik awal bola (Gambar 3.60). Mirip seperti peristiwa di atas terjadi pula pada aliran zat cair real. Partikel-partikel yang terdapat pada lapisan zat cair akan mengalami gesekan dan di sekitar pusat permukaan  $M$  akan kebalikan. Karena hal itu, akan terdapat rotasi, misalnya di sekitar sebuah silinder, akan terjadi pasangan pusaran dengan rotasi kebalikan (lihat Gambar 3.58). Zat cair yang mengalir melewati satu dan lain pusaran akan membawa serta pusaran itu. Setelah pusaran menghilang, akan terbentuk pusaran baru dan di sebelah silinder terdapat lintasan pusaran



Gambar 3.59 Model untuk menggambarkan distribusi kecepatan di dalam aliran potensial di sekitar selinder



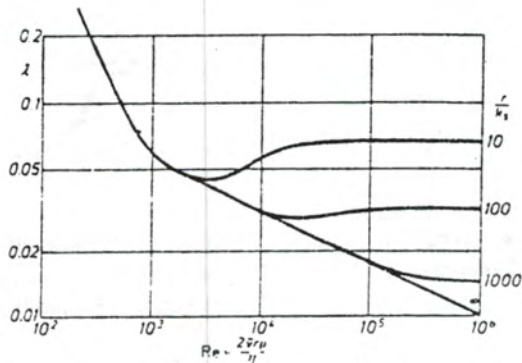
Gambar 3.60 Model untuk menggambarkan pembentukan pusaran, berikut terdapatnya terdapatnya

Pusat permukaan  $M$  tidak lagi smiteri. Dalam hal ini, terjadi transfer gaya pada silinder dan dapat dicari berdasarkan medan aliran dari persamaan Bermoulli. Adanya transfer gaya menyebabkan energi pusaran tersimpan. Untuk menjaga aliran tetap stasioner, diperlukan kerja. Hal itu adalah penyebab adanya tahanan aliran sebenarnya.

Selanjutnya akan dibahas tiga hal penting, yaitu aliran melalui bola, silinder dan profil garis aliran berbentuk tetesan dengan sisi terpecah, dan pipa.



**Aliran Bola** Pada Gambar 3.61 digambarkan kurva harga tahanan aliran  $c_w$  terhadap bilangan Reynolds  $Re$ . Dalam daerah aliran laminar ( $Re < 100$ ) berlaku hukum Stoke (persamaan [3.33]) dan  $c_w$  berbanding lurus dengan  $Re^{-1}$ . Tepatnya adalah  $c_w = 12/Re$ , seperti terlihat pada persamaan [3.46] dan [3.33]. Untuk  $100 < Re < 3 \cdot 10^5$ , harga  $c_w \approx 0,4$ . Tebal batas menghilang di belakang bola, dan pada air mati terbentuk apa yang disebut *jalan pusaran* Karman. Tekanan yang bersangkutan dengan sisi kapal bersama-sama sisi kapal yang terkena angin tekanan acak adalah syarat berlakunya rumusan Newton persamaan [3.46]) dengan harga  $c_w$  konstan. Pada aliran yang mencapai harga kritis ( $Re > 3 \cdot 10^5$ ), lenyaplah tebal batas turbulen. Keadaan itu terjadi dalam tempo yang lebih lama di sekeliling bola, lintasan aliran air mati dengan daerah tekanannya menyempit, dan harga  $c_w$  menurun.



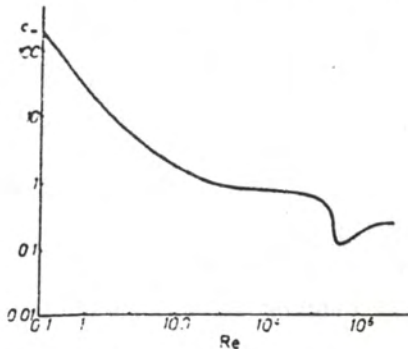
Gambar 3.61 Harga tahanan aliran dari aliran pada pipa sebagai fungsi dari bilangan Reynolds  $\lambda = dc/l = 2\Delta p r / 1/2 \rho v^2 l$ . Kurva-kurva di atas dibedakan melalui perbandingan jari-jari pipa dan ukuran kekasaran  $k_s$ . Untuk pipa yang sangat licin, berlaku rumus Blasius :  $\lambda \sim r l^{1/4}$ . Pembelokan kurva timbul jika tebal batas laminar lebih tipis dibandingkan ukuran kekasaran.

**Aliran Profil dengan Sisi Terpotong** Profil permukaan mobil yang tidak mengkilap dengan bagian belakang terpotong pada sisi terpotong tersebut tebal batasnya akan lenyap sehingga penampang lintang air mati menjadi tetap. Dalam hal ini,  $c_w$  tidak bergantung pada  $Re$ .

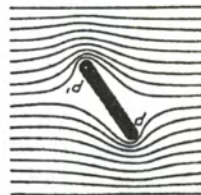
**Aliran Pipa (Silinder)** Aliran di sekitar sebuah pipa dengan panjang  $l$ , jari-jari  $d$ , dan terdapat perbedaan tekanan sebesar  $\Delta p$  didefinisikan

$Re = c_v d / \eta$  dan melalui  $c_w = d \Delta p / 1/2 c_q v^2 l = 8F / \pi c v^2 l d$ , seandainya permukaan yang dialirkan tidak berharga  $1/4 \pi d^2$ , tetapi  $1/4 \pi l d$ . Definisi itu berlaku untuk pipa yang permukaannya kasar, yang mengalami turbulensi ( $Re > 2000$ ). Pada pipa yang licin, harga  $c_w$  akan menurun, bergantung pada  $\sim (Re)^{1/4}$ . Dinding pipa disebut kasar jika tebal batas Prandtl dilampaui. Untuk  $Re < 2000$  berlaku hukum laminar dari Hagen-Poiseuille (persamaan [3.32]) yang menyatakan harga  $c_w = 64/Re$  (Gambar 3.63). Hubungan itu berlaku untuk aliran di luar bentuk pipa. Jika pipa terlalu pendek ( $l \ll d$ ), akan berlaku hukum Torricelli.

Jika aliran ideal yang umumnya tidak terdapat gaya translasi resultan yang bekerja di sekeliling benda, tetap akan terdapat momen putar. Aliran di sekitar sebuah lempengan (plat) (lihat Gambar 3.62) terjadi sebagai berikut. Pada daerah garis aliran yang bersilangan  $P$   $P'$  terdapat tekanan statik terbesar, tidak lagi terletak secara simetri (seperti halnya pada bola). Ketidaksimetrian dan penurunan tekanan menyebabkan terdapatnya momen gaya dan menyebabkan plat akan mengarah tegak lurus terhadap arah aliran. Dalam hal ini, terjadi kembali simetri garis-garis aliran pada permukaan plat dan momen gaya sama dengan nol. Sumbu putar plat ada pada arah tegak lurus garis aliran dan tidak bergantung pada arah mana zat cair dialirkan. Selembar daun tidak akan jatuh melalui sisinya, tetapi bagian bawah daun selalu terletak di bawahnya.



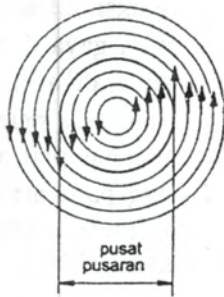
Gambar 3.62 Aliran di sekeliling sebuah plat miring



Gambar 3.63 Tahanan aliran untuk bola yang dikelilingi aliran sebagai fungsi bilangan Reynolds.  $c_w = F / 1/2 \rho u^2 \pi r^2$ ,  $F$  = gaya yang bekerja pada permukaan bola.

### 3.3.8 Pusaran

Dalam kasus sederhana, pusaran adalah garis aliran yang tertutup. Akan tetapi, di dalam medan aliran, seperti terlihat pada Gambar 3.34 terdapat pula pusaran terdapat yang secara umum ada jika terdapat perubahan kecepatan aliran melintang pada arahnya, misalnya pada batas antara dua aliran paralel dengan kecepatan berbeda. Kemudian orang selalu berbicara tentang pusaran jika pada seluruh jalan (lintasan) aliran selalu terdesak dibandingkan alasan terhalangi atau sebaliknya. hal itu berarti pula bahwa harga integral garis  $\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}$  yang dicari sepanjang garis yang bersangkutan tidak berharga nol. Integral garis tersebut, *sirkulasi*, adalah ukuran untuk kuat pusaran. Jika sirkulasi dibentuk dari permukaan tertutup yang kecil dan hasilnya dibagi dengan luas permukaan tersebut, secara analisis vektor diperoleh operator  $\nabla$ . Suatu aliran, yang harga  $\nabla \times \mathbf{v}$  sama dengan nol disebut *bebas pusaran* atau *aliran potensial*.



Gambar 3.64 Distribusi kecepatan pada pusaran

Sebuah pusaran seperti diilustrasikan Gambar 3.64, mempunyai *pusat pusaran*, seperti halnya pada benda tegar yang mengalami rotasi dengan kecepatan sudut  $\omega$ . Pusat pusaran tidak akan pernah berakhir di dalam zat cair, tetapi di permukaan zat cair. Apabila pusaran itu tidak kembali, akan terbentuk cincin pusaran. Pusat pusaran dikelilingi oleh *aliran sirkulasi*. Pada ahiran itu terjadi penurunan kecepatan ke arah luar dan biasanya berbanding terbalik dengan jarak terhadap *sumbu pusaran*.



$$v = \frac{k}{r} = \frac{\omega r_o^2}{r}.$$

$r_o$  adalah jari-jari pusat pusaran. Pada aliran sirkulasi berlaku  $\nabla \times v = 0$  (aliran sirkulasi adalah kebalikan dari pusat pusaran suatu aliran potensial). Akan tetapi, sirkulasi pada setiap jalan yang menutup pusat pusaran mempunyai harga yang tidak nol, yaitu sama dengan semua jalan yang ada, yaitu

$$Z = \oint dv = 2\pi r v = 2p\omega r_o^2 = 2S\omega$$

$S = \pi r_o^2$  adalah penampang lintang pusaran.  $S\omega$  juga disebut *intensitas pusaran*. Sirkulasi adalah sama dengan dua kali intensitas dari integrasi jalan tertutup pusaran. Untuk aliran ideal, Helmholtz} menemukan bahwa pusaran tidak dapat timbul ataupun dihilangkan. Intensitas pusaran adalah konstan: Penampang lintang akan mengecil pusaran akan mengalami rotasi lebih cepat dan sebaliknya. Pengaruh adanya gaya gesek akan melukai kaidah itu. Jika terdapat gesekan yang kecil, misalnya di atmosfer, tetap terdapat pusaran dalam tempo yang lama, selama adanya perbedaan tekanan yang rendah dan tinggi pada suatu daerah. Munculnya tekanan tinggi antara daerah tropis dan subtropis akan menimbulkan angin yang sangat kuat (taifun atau tornado).

Pengertian sirkulasi terletak pada adanya gaya pada arah melintang terhadap arah aliran. Bagi serangga hal itu merupakan keuntungan agar dirinya dapat terdorong ke udara pada saat terbang.

Terjadinya pusaran berbentuk embun pada suatu permukaan terjadinya aliran (Gambar 3.65) menyebabkan adanya tahanan aliran yang besar. Akan tetapi, pada saat yang sama terjadi lengkungan pada ujung sisi permukaan berupa pusaran yang kuat dan bergerak ke arah kiri. Pusaran itu berasal dari sepasang pusaran sebelumnya dan karena sangat kuat dibandingkan dengan pusaran lain sebelumnya, pusaran dapat menyebabkan pusaran lain ditelan olehnya. Pusaran sebelah kanan tetap mengambang dan akan bertumpang tindih dengan aliran



potensial yang ada. Medan aliran demikian menyerupai aliran disekeliling benda, misalnya sebuah silinder, yang mengalami rotasi ke kanan dan akan membawa serta zat cair yang berada di dekatnya. Jika silinder dikelilingi aliran dengan kecepatan  $v_0$  dan silinder mengalami rotasi dengan kecepatan sudut  $\omega$ , zat cair yang berada di sisi atas silinder akan mempunyai kecepatan  $v' = v_0 + \omega r$  dan pada bagian bawah dengan kecepatan  $v'' = v_0 - \omega r$ . Berdasarkan Bernoulli, hal itu berarti terdapat tekanan statistik pada bagian bawah sekitar

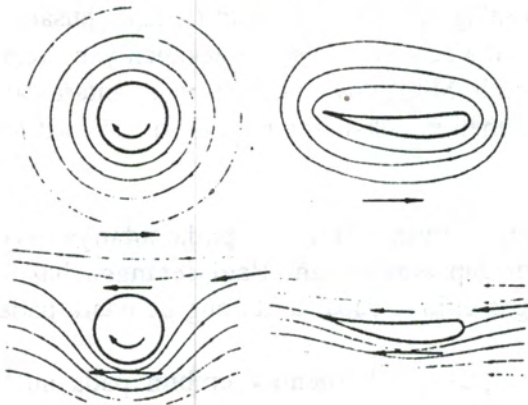
$$P = 1/2 \rho (v'^2 - v''^2) \approx 2 \rho \omega v_0 r$$

yaitu jika  $\omega r \ll v_0$ . Sebuah silinder dengan panjang  $l$  akan mengalami gaya melintang (gaya dorong) dalam orde

$$F \approx \rho \omega v_0 l r$$

atau jika ditulis dalam vektor

$$\mathbf{F} \approx \rho l v_0 \times \boldsymbol{\omega} \quad (\text{Efek Magnus})$$



Gambar 3.65 Aliran tertutup dari suatu permukaan kejadian aliran dan silinder yang mengalami rotasi. Bawah : Sistem acuan ikut bergerak dengan kecepatan rata-rata aliran

Dalam faktor  $2\pi\omega r^2$  akan diperoleh sirkulasi  $\Gamma$  kembali. Dapat pula ditulis dalam bentuk

$$F = c v \omega Z$$

(Rumus Kutta-Shukovski)

Dengan cara analog, terdapat dorongan permukaan dari kecepatan terbang  $v_0$  dan kekuatan yang diukur dari pusaran  $Z$  bertambah sesuai dengan  $v_0$ .

### 3.3.9 Turbulen

Pada aliran turbulen terdapat tumpang tindih deviasi yang tidak beraturan dengan gerak utama rata-rata (gerak sampingan) dan timbul campuran pusaran kecil yang sekali-kali muncul atau tenggelam. Deviasi kecepatan dan tekanan berkisar disekitar harga rata-rata masing-masing. Pusaran itu mempunyai momentum, energi, dan menyebabkan pertukaran massa lebih besar dibanding dengan aliran laminar yang pada umumnya terdapat energi termis dari gerak molekul zat cair. Sebagian besar energi kinetik gerak utama dari pusaran besar atau kecil akan diubah menjadi panas. Karenanya hal itu, *tahanan aliran turbulen* lebih besar. Perlakuan teoritik persoalan aliran turbulen pada saat sekaarang ini dibantu dengan komputer sehingga hasil perhitungannya lebih mendekati kejadian sebenarnya.

Suatu alat matematik yang penting dalam teori ini secara umum juga penting untuk menganalisis peristiwa deviasi (fungsi korelasi). Dua besaran  $f$  dan  $g$  akan dicari ketergantungannya terhadap waktu, yaitu  $f(t)$  dan  $g(t)$ . Harga rata-ratanya dapat dilupakan, misalnya kurva fungsi  $f$  mempunyai daerah yang sama besarnya antara bagian atas dan bawah dari sumbu  $-t$ . Selain  $t$ , dapat pula dipakai variabel koordinat, yaitu jika peristiwa berkenaan dengan deviasi di dalam ruang. Selanjutnya didefinsikan fungsi

$$\psi_{fg} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \int_{-t}^t f(t') g(t') dt'$$

sebagai koordinat sesaat antara  $f$  dan  $g$ . Jika  $f$  dan  $g$  tidak bergantung pada dari deviasi, korelasinya akan berharga nol. Jika  $f$  dan  $g$  propor-

sional satu dan lainnya antara satu dan lainnya ( $f = ag$ ), korelasi harga rata-ratanya adalah  $g^2$  dikali dengan  $a$ .  $a$  dapat berharga negatif (antikorelasi).  $f(t)$  dapat ditentukan melalui  $g$  untuk waktu yang telah berlalu  $t - \tau$ . Ketergantungan demikian dapat dicari dari fungsi korelasi yang diperumum

$$\psi_{fg}(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \int_{-t}^t f(t')g(t' - \tau)dt'$$

Apakah suatu besaran bergantung pada harganya sendiri pada waktu yang telah lalu atau apakah mengandung secara implisit suatu periodisitas dapat ditunjukkan melalui fungsi *autokorelasi*.

$$\psi_{ff}(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \int_{-t}^t f(t')f(t' - \tau)dt' - f^2$$

Fungsi itu, terhadap pergeseran sebesar  $\tau$ , menunjukkan harga maksimum tertentu atau minimum pada semua harga  $\tau$ , periode atau anti-periode (pengulangan dengan tanda kebalikan) dari peristiwa yang bersangkutan. Pada saat sekarang terdapat korelator atau komputer yang bekerja secara digital yang dapat menghitung korelasi atau antikorelasi secara otomatis.

### 3.4 Sifat benda tegar

#### 3.4.1 Regangan dan Modulus Regangan: Hukum Hooke

Sebuah kabel dengan panjang  $l$  dan penampang lintang  $S$  yang dibebani gaya sebesar  $F$  akan mengalami pertambahan panjang  $\Delta l$ . Pertambahan panjang kabel  $\Delta l$  sebanding dengan beban  $F$  jika beban tidak terlalu besar.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{1}{S} \cdot F \quad \text{atau} \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \quad (3.42)$$

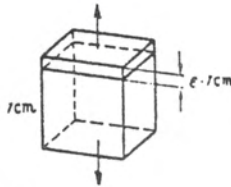
$N/l = \epsilon$  adalah *regangan* (pertambahan panjang atau penyusutan

panjang setiap satuan panjang),  $F/S = \sigma$  *tegangan* (gaya tarik atau tekanan).  $E$  adalah modulus regangan atau modulus Young (atau di dalam istilah teknis disebut pula sebagai *modulus elastisitas*.

$1/E$  disebut besarnya tegangan.

$$\epsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma \text{ atau } \sigma = E \cdot \epsilon \quad (\text{Hukum Hooke}) \quad (3.43)$$

*Regangan dan tegangan adalah saling berbanding lurus.* Hal itu berlaku untuk harga regangan yang relatif kecil.



Gambar 3.66 Deformasi sebuah kubus satuan (mempunyai sisi 1 cm<sup>2</sup>) karena adanya gaya tarik (tegangan)

Sebuah dadu (kubus) panjang sisi 1 cm, dan kedua permukaannya bekerja gaya yang saling berlawanan arah sebesar  $\sigma$  maka kubus akan mengalami perpanjangan sisi tegak, karena gaya sejajar sisi tegaknya, yaitu sebesar  $\epsilon \cdot 1$  cm (lihat Gambar 3.66).  $\epsilon$  tidak berdimensi, maka  $E$  mempunyai dimensi tegangan

$$[E] = \frac{[\text{gaya}]}{[\text{luas}]}$$

Di dalam teknik,  $E$  biasanya dinyatakan dalam kilopond (kp) per mm<sup>2</sup>.

### 3.4.2 Regangan Geser: Bilangan Poisson

Perubahan volume yang terjadi karena regangan normal atau tekanan tidak hanya menyebabkan perubahan panjang (lebih panjang atau lebih pendek)  $\Delta d$  pada arah tegak lurus (*kontraksi melintang*, lihat Gambar 3.67)  $\Delta d = d - d$ . Bilangan Poisson dinamakan juga bilangan melintang



$$\mu = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l} \quad (3.44)$$

Perubahan volume sebuah prisma dengan penampnag empat persegi adalah,

$$\begin{aligned} \Delta V &= (d - \Delta d)^2 \cdot (l + \Delta l) - d^2 \cdot l \\ &= [d^2 - 2d\Delta d + (\Delta d)^2] (l + \Delta l) - d^2 \cdot l \\ &= (d^2 \cdot \Delta l - 2 \cdot \Delta d \cdot l \cdot d \end{aligned}$$

(dengan mengabaikan suku-suku berpangkat lebih besar dari 2),

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V}{d^2 \cdot l} = \frac{\Delta l}{l} - 2 \cdot \frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta l}{l} \left( 1 - 2 \cdot \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l} \right) = \epsilon(1 - 2\mu).$$

Di bawah pengaruh tarik terjadi pertambahan volume,  $\Delta V$ , yaitu lebih besar atau sama dengan nol, sehingga  $\mu$  tidak lebih besar dari 0,5. Untuk  $\mu = 0,5$  maka  $\Delta V = 0$ .

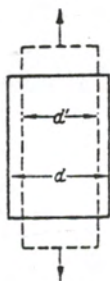
Berdasarkan pengalaman, harga  $\mu$  hanya bergantung pada material tertentu dan harganya terletak antara 0,2 dan 0,5. Selanjutnya, berdasarkan hukum Hooke, diketahui bahwa  $\epsilon = 1/E \cdot \sigma$  sehingga

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{E} \cdot \sigma \cdot (1 - 2\mu). \quad (3.45)$$

Apabila keseluruhan bagian benda berada dalam pengaruh tekanan  $\Delta p = -\sigma$ , perubahan volume menjadi 3 kali lebih besar

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{E} \cdot \sigma \cdot (1 - 2\mu) = -\frac{3}{E} \cdot \Delta p \cdot (1 - 2\mu). \quad (3.46)$$

Terjadi pula *kompresibilitas*  $\chi$  (perubahan volume dan seluruh bagian benda mengalami tekanan yang sama).



Gambar 3.67 Kontraksi melintang pada regangan elastik

### 3.4.3 Modulus Kompresi

Di bawah pengaruh tekanan pada semua bagian benda sebesar  $\Delta p$  benda padat akan mengalami deformasi sehingga bentuk benda mirip seperti semula (deformasi kemiripan). Perubahan volume benda pada regangan 3 dimensi adalah 3 kali lebih besar daripada perubahan pada 1 dimensi -  $\sigma$ , (lihat 3.4.1). Karena persamaan [3.50] maka

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{3}{E} \cdot (1 - 2\mu) \cdot \Delta p \quad (3.47)$$

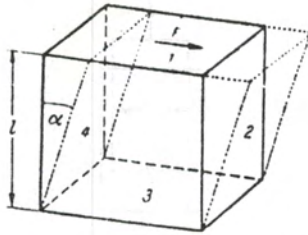
Jika hukum Hooke digunakan untuk deformasi seperti itu dan dengan analogi persamaan [3.48]

$$\Delta p = K \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad (3.48)$$

(Karena penurunan volume sesuai dengan kenaikan tekanan).  $K$  disebut *modulus kompresi*. Dengan demikian didapat hubungan antara dua modulus dan bilangan Poisson sebagai berikut.

$$H = \frac{E}{3(1 - 2\mu)} \quad (3.49)$$

$1/K$  identik dengan kompresibilitas  $\chi$ . Besaran yang di definisikan pada 3.1.3b digunakan untuk media fluida (gas dan zat cair).



Gambar 3.68: Deformasi kubus karena gaya geser (definisi modulus geser).

### 3.4.4 Modulus Geser pada Benda Padat

Dengan gaya geser yang bekerja pada arah tangensial benda, permukaan sisi sebuah kubus, yang panjang  $l$  bergeser membentuk sudut  $\alpha$  terhadap permukaan alasnya (lihat Gambar 134).

Gaya geser persatuan luas (tekanan geser)  $\tau$  ( $= F/l^2$ ) sebanding dengan

$$\tau = G\alpha \quad (3.50)$$

Kesebandingan itu berlaku untuk harga  $\alpha$  kecil.  $G$  disebut *modulus torsi* atau *modulus geser* dan sebagai ukuran dari bentuk elastisitas.

TABEL 3.3 KONSTANTA ELSTISITAS BEBERAPA MATERIAL

Material	Modulus Elastisitas [kp/mm <sup>2</sup> ]	Bilangan Poisson $\mu$	Modulus Kompresi [kp/mm <sup>2</sup> ]	Modulus Geser [kp/mm <sup>2</sup> ]
Al	7400	0,34	7460	2700
Cu	12500	0,35	14300	4600
Fe2	21800	0,28	16100	8300

**Puntiran pada Silinder** Dalam proses puntiran pada silinder, itu tiap elemen volume hanya mengalami gaya geser. Bayangkan, sebuah si-

linder dengan potongan koaksial dan bidang radial melalui sumbu membentuk bagian potongan prisma (lihat Gambar 3.69). Apabila diputar, ujung silinder membentuk sudut  $s$ . Bagian silinder berbentuk prisma akan mengalami geseran sebesar  $\alpha = r \cdot \sigma/l$ . Tegangan geser  $\tau$ , berdasarkan persamaan, maka

$$\tau = G \frac{r\varphi}{l}$$

Gaya yang membuat prisma mengalami deformasi adalah

$$dF = \tau \text{ luas penampang lintang} = \tau \cdot d \cdot r \cdot d\sigma$$

dan selanjutnya momen putar yang menyebabkan seluruh silinder mengalami deformasi adalah

$$dD = r\tau dr \cdot r \cdot 2\pi$$

Untuk memuntir sebuah silinder berjari-jari  $R$ , diperlukan momen putar sebesar

$$D = \int_0^R 2\pi r^2 \cdot dr = \int_0^R 2\pi G \frac{r\varphi}{l} dr = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l} \varphi$$

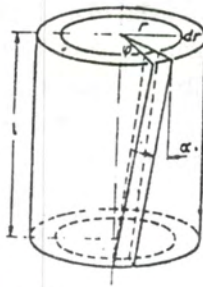
atau

$$\varphi = \frac{2}{\pi} \frac{1}{G} \frac{l}{R^4} \quad (3.51)$$

Dengan membandingkan persamaan [3.56] dan [3.54], momen putar sebuah silinder atau kabel berbentuk silinder adalah

$$D_r = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l} \quad (3.52)$$





Gambar 3.69 Bagian silinder antara penampang koaksial dan potongan permukaan melalui sumbunya, yaitu berbentuk potongan prisma. Puntiran silinder karena gaya geser

Jika pada ujung sebuah kabel digantungkan benda, misalkan momen kelembaman benda terhadap sumbunya 0, kemudian beban diputar dari keadaan diam maka benda akan mengalami gerak rotasi (vibrasi). Periode benda dapat dihitung sebesar

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{\frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l}}} \quad (3.53)$$

(bandingkan dengan persamaan [3.53])

Puntiran pada kabel tipis dapat dipakai untuk menghitung momen putar yang sangat kecil (misalkan timbangan gravitasi atau galvanometer). Harga besaran itu akan mengalami pengurangan dengan perbandingan 1:10.000 jika jari-jari bertambah panjang sebesar 1/10.

### 3.4.5 Hubungan Konstanta Elastisitas

Keempat konstanta elastisitas yang telah dibahas di sini (modulus Young  $E$ , bilangan Poisson  $\mu$ , modulus kompresi  $K$ , dan modulus geser  $G$ ) selalu terdapat hubungan antar dua konstanta. Hubungan dua konstanta elastisitas telah diberikan pada persamaan [3.54], sedangkan yang lainnya dapat diturunkan dengan cara yang sedikit kompleks melalui teori elastisitas. Hubungan lainnya itu dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{E}{2G} = 1 + \mu \quad (3.54)$$

Dalam hal ini, selalu terdapat hubungan antara dua konstanta elastisitas. Melalui hubungan itu sifat elastis suatu material dapat ditentukan dengan baik, selama hukum Hooke masih berlaku.

Untuk batas harga  $\mu$ , dapat ditentukan harga batas modulus torsi sebagai berikut

$$\text{Dari } \mu < 0,5 \text{ didapat: } \frac{E}{2G} < 1,5; \frac{E}{G} < 3; G < \frac{E}{3}$$

$$\text{Dari } \mu > 0 \text{ didapat: } \frac{E}{2G} > 1; \text{ atau } G < \frac{E}{2}$$

Dengan demikian, diketahui bahwa harga  $G$  terletak dalam interval antara  $E/2$  dan  $E/3$ .

$$\frac{E}{2} > G > \frac{E}{3}$$

Bandingkan kolom ke-2 dan ke 5 pada Tabel [3.4.4]

### 3.4.6 Sifat-sifat Zat Padat: Di luar Berlakunya Hukum Hooke

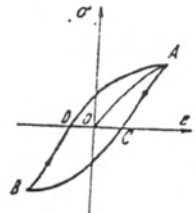
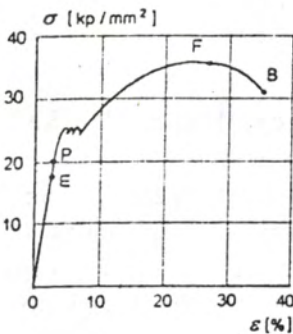
Pada Gambar 3.70 ditunjukkan hubungan antara tegangan dan regangan pada sebuah batang hingga melampaui harga batas regangannya. Demikian pula, terdapat kemiripan tegangan geser, yaitu bergantung pada perubahan bentuk gesernya. Daerah berlakunya hukum Hooke adalah untuk deformasi yang kecil. Setelah melampaui *batas proporsionalitas P*, regangan akan lebih besar dari pada tegangan. Banyak material yang bersifat, setelah diberikan beban, terjadi perubahan kecil bentuk benda, kemudian secara perlahan benda dapat kembali ke bentuk semula. Dengan berkurangnya tegangan, dengan pendekatan regangan, juga mencapai harga yang sama sesuai dengan perubahan tegangan. Mulai dari titik *F* ke *B* terdapat keadaan tidak proporsional antara tegangan dan regangan. Setelah benda mengalami regangan dan tegangan, akan terjadi

penumpukan materi benda di bagian tertentu. Karena adanya tegangan dan regangan yang tidak proporsional, benda tidak dapat kembali ke keadaan semula. Karena tegangan melampaui batas pada titik *B*, terjadi regangan yang mengakibatkan penyusutan penampang lintang benda dan menyebabkan benda mengalami perubahan bentuk atau benda mengalami kerusakan bentuk.

Jika dalam batas elastisitas setelah regangan dihentikan, benda tidak kembali ke bentuk asalnya. Materi disebut *melampaui batas elastiknya*.

### Histerisis Elastisitas

Deviasi hukum Hooke yang ditunjukkan oleh benda, sedikit banyak mengalami perubahan periodik karena tekanan, tarikan, dan sebelum melampaui batas elastisitasnya ditunjukkan pada Gambar 137.



Gambar 3.70: Hubungan skematik antara regangan dan tekanan pada seutas kawat. Gambar 3.71: Histerisis elastik.

Selama benda belum mengalami deformasi elastik, hubungan antara tegangan dan regangan ditunjukkan oleh kurva mulai dari titik *O* ke *A*. Kurva itu disebut *kurva baru*. Apabila tegangan dikurangi, regangan akan melintasi kurva lain. Jika tegangan nol, masih terdapat regangan (kuva *OC*) dan masih diperlukan tegangan yang

berlawanan arah (suatu tekanan) agar regangan dapat, dihentikan. Jika tekanan ditambahkan, benda akan mengalami kompresi. Apabila setelah mencapai titik *B*, deformasi yang dibuat dapat balik, Dalam hal ini, masih diperlukan tarikan agar regangan mencapai harga nol.

### 3.4.7 Energi Elastisitas

Untuk meregang sebuah prisma dengan luas penampang *S* dan panjang *l*, diperlukan kerja sebesar  $\Delta A$ .

$$\Delta W = \int_0^{\Delta l} S \sigma \, dl. \quad (3.1)$$

Seperti pada § 3.4.1, bahwa  $\Delta l$  atau  $dl$  melalui regangan  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$  maka:

$$\Delta A = \int_0^{\epsilon} q \cdot \sigma \cdot l \cdot d\epsilon = V \int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon \quad (3.2)$$

$\int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon$  memberikan kerja untuk benda yang mengalami perubahan bentuk setiap satuan volume *a* atau energi elastik setiap satu satuan volume. Energi itu berlaku pula pada berbagai macam perubahan bentuk lainnya, misalnya regangan geser (lihat 3.4.4), maka  $\sigma$  diganti dengan tegangan  $\tau$  dan  $\epsilon$ , diganti dengan sudut geser  $\alpha$ .

Selama hukum Hooke masih berlaku,  $\sigma = E \cdot \epsilon$  atau  $\tau = G \cdot \alpha$ . Berlaku pula bahwa

$$w = \frac{1}{2} E \cdot \epsilon^2 \quad \text{atau} \quad w = \frac{1}{2} G \cdot \alpha^2 \quad (3.3)$$

Dalam keadaan tanpa tegangan kembali, seluruh energi yang digunakan akan dikembalikan. Persamaan [3.3] dapat digunakan untuk hubungan tidak linier antara  $\sigma$  dan  $\epsilon$ , seperti terlihat pada Gambar 3.70, kurva di atas titik *P* dengan *w* diberikan melalui kandungan permukaannya, yaitu sebagai kurva  $\sigma = f(\epsilon)$  dan absisnya berhubungan erat dengan harga akhir  $\epsilon$ .



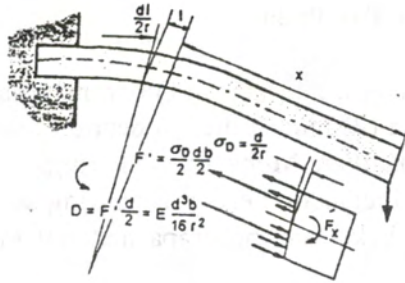
Untuk kasus lain, histerisis ditunjukkan Gambar 137. Dalam hal ini, kerja karena adanya tegangan (dari  $O$  ke  $A$ ) yang digunakan adalah lebih besar daripada kerja yang dilepaskan untuk kembali ke keadaan semula (dari  $A$  ke  $C$ ). Luas  $AOC$  berhubungan dengan harga energi yang hilang persatuan volume, yaitu secara irreversibel diubah menjadi energi panas. Kurva periodik  $ACBD$  setiap luasnya terdapat energi yang hilang setiap saat dalam satuan volume. Hal itu dapat terjadi (misalnya pada getaran elastik teredam) dan memberikan kunci tentang adanya sifat inelastisitas material.

### 3.4.8 Bagaimana Balok Melentur

Agar sepotong batang atau balok yang panjangnya  $l$ , tebal  $d$ , dan lebar  $b$  dapat dilenturkan, sehingga membentuk lengkungan berjari-jari  $r$ , haruslah lapisan bagian atasnya diregangkan secara relatif sekitar  $1/2 d/r$  dan lapisan bagian bawahnya akan ikut terpampat dalam ukuran lebih kurang sama. Lapisan bagian tengah balok, sebagai bagian netral mempertahankan panjangnya. Seluruh setengah penampang lintang bagian bawah dari luas  $1/2 bd$  akan tenggelam ke bagian dalam sejauh  $d/4r$ , sedangkan luas bagian bawah yang sama akan mengalami regangan dalam orde yang sama. Setiap deformasi yang terjadi disebabkan oleh gaya  $F = d/4r bd/2$ . Keduanya bersama-sama akan membentuk pasangan gaya sehingga pada penampang lintang terdapat momen gaya sebesar

$$D = F \frac{d}{2} \approx \frac{Ebd^3}{16r} \approx \alpha \frac{Ebd^3}{r} \quad (3.4)$$

Faktor  $\alpha$  yang besarnya kira-kira sama dengan  $1/16$  bergantung pada ukuran penampang lintang dan untuk setiap kasus dengan mudah dapat dihitung. Pada penampang lintang persegi  $\alpha = 1/2$  lingkarannya adalah  $\alpha = 1/28$ .



Gambar 3.72 Lenturan balok; bayangan gaya-gaya yang bekerja pada permukaan terpisah

Sebuah balok dengan panjang  $L$  yang salah satu ujungnya dipatok tetap dan pada ujung lainnya diberikan gaya  $F$  maka melalui gaya itu pada jarak  $x$  dari gaya tersebut terdapat momen gaya  $F \cdot x$ . Momen gaya itu melenturkan balok sejauh mungkin hingga kelengkungan di-kompensasikan oleh momen gaya tersebut

$$F \cdot x = D = \alpha \frac{Ebd^3}{r} \quad (3.5)$$

atau

$$r = \frac{\alpha Ebd^3}{Fx}$$

Kelengkungan  $1/r$  adalah yang terbesar, jika  $x$  mempunyai harga terbesar, yaitu pada tempat yang mengalami tegangan. Di tempat tersebut tegangan terjadi paling atas atau bawah

$$\sigma = E \frac{d}{2r} = \frac{Ed}{2} = \frac{FL}{\alpha Ebd^3} = \frac{FL}{2\alpha Ebd^2}$$

Jika harga itu melampaui kemampuan ketegaran, maka balok akan patah (efek takik). Momen kelembamannya (momen inersial) adalah  $bd^2/L$ .

### 3.4.9 Kekerasan Zat Padat

Suatu material disebut keras (1) dan material lainnya disebut lunak (2), yaitu jika (2) mudah diubah bentuknya dari (1). Dalam skala kekerasan berdasarkan Mohs sepuluh tingkat kekerasan. Tingkat kekerasan itu dibedakan berdasarkan tingkat kekerasan masing-masing. Tingkat kekerasan beberapa material mineral adalah sebagai berikut.

- |              |             |
|--------------|-------------|
| 1. Talk      | 6. Feldspat |
| 2. Gips      | 7. Quartz   |
| 3. Kalk      | 8. Topas    |
| 4. Flussspat | 9. Korund   |
| 5. Apatit    | 10. Intan   |

**Kekerasan Brinel  $H_B$**  : satuan dalam  $\text{kp/mm}^2$  Sebuah bola besi (diamter  $D = 5$  hingga  $20$  mm) menekan permukaan suatu material dengan gaya  $P$  maka pada permukaan material terdapat lekukan bola berdiameter  $d$ .  $P/F = H_B$  disebut *kekerasan Brinnel* material. Rumusan geometri sederhana yang dibuat adalah

$$H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

### Soal 3.1

1. Mengapa sebuah jarum dapat menusuk? Perkirakan tekanan di ujung sebuah jarum!
2. Proyeksikan tekanan hidrolik pada alat pengangkat mobil (dongkrak)!
3. Apakah benar bahwa sebuah kapal yang tenggelam di bawah air, pada kedalaman tertentu akan berenang, karena air di kedalaman tersebut lebih rapat?
4. Berapa perubahan temperatur air yang terdapat di dekat dasar laut yang dalam yang secara tiba-tiba dinaikkan ke permukaan?
5. Di dalam pipa U terdapat cairan dengan panjang totalnya  $L$ , kerapatan cairan  $\rho$ , dan penampang lintang  $S$ . Cairan tersebut bergerak tanpa gesekan sehingga dapat menyebabkan terjadinya getaran harmonik tanpa redaman, jika bergerak dari keadaan setimbangnya. Berapa besar periode? Bandingkan dengan periode bandul matematik!
6. Agronom-agronom datang dari dalam air membawa emas sehingga menyebabkan air laut berada di geladak kapalnya. Saat ia akan berangkat ke



Moeotis (Laut Asow), mereka harus membuang sebagian emasnya ke laut. Mengapa dan berapa banyak emas yang harus dibuang? Bagaimana keselamatan perjalanan mereka melalui titik bersinar (dardanela)?

7. Sebuah kapal berenang di permukaan laut. Tiba-tiba kapal bocor dan tenggelam. Bagaimana perubahan dasar laut?

8. Di tengah kanal suatu desa sebuah truk menyebrang melalui jembatan dengan 20000 t. Di jembatan terdapat air sebanyak  $18000 \text{ m}^3$ . Berapa massa benda yang boleh melewati jembatan tersebut?

9. Manometer vakum McLeod: Tekanan udara luar membuat kolom volume air raksa yang sebelumnya dihubungkan dengan bejana vakum naik. Dari kolom itu air raksa dialirkan ke pipa kapiler yang dapat menguapkannya. Gambarkan alat itu dan buat skala untuk membaca tekanan udara! Bagaimana menurunkan pengukuran itu?

10. Bagaimana caranya orang menghitung kerapatan udara, gas di dalam kota, dan lain sebagainya?

11. Sebuah bola, di tengahnya, selalu pada posisi yang sama. Setiap detik diberikan tumbukan ke arah atas. Berapa besar perubahan momentum dan kecepatan yang bersangkutan? Berapa besar momentum yang dialami bola setiap detiknya? Gambarkan ketergantungan tinggi terhadap waktu dari bola! Bagaimana peristiwanya jika  $\tau$  sangat kecil?

12. Jelaskan bagaimana tekanan gas pada sebuah pengisap yang berasal dari tumbukan setiap molekul gas! Apakah terjadi sesuatu seandainya tumbukan terjadi secara tidak beraturan?

13. Otto von Guericke membuat percobaan dengan menggunakan dua buah setengah bola Magdeburger yang terbuat dari tembaga dan diantara bola dililit cincin yang terbuat dari kulit. Diameter bola 42 cm. Setelah udara di dalam bola tersebut dikeluarkan dengan mengisapnya melalui

pompa, berapa besar gaya yang harus dikerjakan pada setiap setengah bola agar terlepas satu dengan lainnya? Apakah benar diperlukan daya 2-8 PK (tenaga kuda)?

### Soal 3.2

1. Haruskah pengukuran tegangan permukaan dengan menggunakan gosokan (lihat Gambar 3.18) harus dikoreksi dengan massa gosokan dan massa lamela cairan?
2. Mengapa puncak tetesan lebih kecil daripada tetesan itu sendiri? Apa peran percepatan dalam memecahkan tetesan? Bagaimana tetesan berukuran kecil dapat dibuat? Apakah tetesan air raksa, eter, dan bensol lebih kecil daripada tetesan air?
3. Turunkan kelebihan tekanan pada gelembung sabun berdasarkan prinsip perpindahan virtual minimal. Ada kesetimbangan apabila pada perubahan jari-jari virtual terdapat kompensasi kerja karena tekanan yang melawan gaya permukaan.
4. Sebuah balon yang tidak tertutup terlepas ke udara dan terbang kesana-kemari. Perkirakan percepatan dan kecepatannya! Bagaimana ketergantungan balon terhadap waktu? Mengapa balon tersebut pada awalnya sangat berat dan kemudian ringan?
5. Seseorang menarik kulit sabun antara dua cincin berbentuk lingkaran. Kulit tersebut membentuk jam pasir (sisi-sisinya berbentuk setengah silinder). Mengapa? Apa yang harus diperbuat orang tersebut untuk tetap menjaga bentuk silinder tersebut?
6. Mengapa berkas air yang disemprotkan ke udara sangat cepat membentuk tetesan?

7. Salah satu sisi dua plat gelas ditempelkan pada satu batang korek api, kira-kira 1 mm dan sisi lainnya berada dalam keadaan saling kontak. Semuanya dimasukkan ke dalam bejana berisi air. Terlihat bahwa batang korek api terletak tegak lurus. Permukaan antara dua plat gelas yang dimasuki air membentuk kurva. Bagaimana bentuk kurva tersebut?

8. Di dalam air terdapat partikel-partikel yang berbeda. Partikel-partikel dapat dan tidak saling berhubungan. Di antara partikel tersebut terdapat gaya-gaya, bagaimana bentuk gaya-gaya tersebut? Bagaimana kelakuan partikel-partikel dalam pengaruh gaya-gaya tersebut? Bagaimana bentuk gaya yang ada tersebut (apakah bergantung jarak)? Perkirakan gaya antar dua plat gelas basah yang saling menempel! Apa pengaruh derajat pemolesan?

9. Seseorang menyiram sedikit air di permukaan kulit datar sehingga air mempunyai ketebalan dalam orde mm di permukaan kulit tersebut. Di tengah-tengah kulit tersebut diteteskan sedikit alkohol menjadi kosong. Mengapa?

10. Sebuah gelas yang diisi anggur berkadar alkohol tinggi, timbul manik-manik air yang tetap di pinggirnya. Bagaimana hal itu dapat terjadi?

11. Orang memberikan bensin pada kotoran (flek) lemak di baju, kemudian baju dicuci dan diberi bensin kembali terlihat kotoran beraturan. Mengapa? Adakah cara yang lebih baik?

12. Mungkinkah sari buah dapat naik dengan sendirinya melalui kapilaritas ke ujung dahan pohon (pohon Eukaliptus dapat kapilaritas sampai 150 m)? Apa yang terdapat di pohon yang berhubungan dengan hal tersebut? Bagaimana dapat dijelaskan?

13. Energi permukaan tidak besar, tetapi berhubungan dengan gaya-gaya molekul yang sangat besar. Perkirakan gaya itu, misalnya melalui dua plat gelas, dengan luas permukaan  $1 \text{ cm}^2$ . Dalam hal ini, dipandang bahwa



gaya-gaya yang bekerja pada molekul tersebut adalah gaya berjarak dekat, yaitu hanya berpengaruh pada jarak 1 atom. Bandingkan hal itu dengan data-data terpecahnya kekuatan zat padat. Jelaskan perbedaan yang terdapat antarkeduanya!

14. Di dalam sebuah tempat keruh terdapat anak-anak berenang. Dua anak berbadan besar pergi meninggalkan yang lain. Salah seorang mengatakan, "Hei ada tong sampah yang dilemparkan ke dalamnya dan semua gluk-gruk pergi!" Apakah ia benar?

### Soal 3.3

1. Berapa cepat jatuhnya hujan? Pelajarilah peristiwa jatuhnya berbagai ukuran tetesan. Berapa besar ukuran tetesan yang masih dapat menahan tiupan angin?

2. Kerapatan mentega kira-kira 0,92. Lemak di dalam susu mengalami emulsi dan berbentuk tetesan dengan ukuran dalam orde  $\mu\text{m}$ . Berapa lama diperlukan waktu sehingga campuran mentega dapat bertahan di dalam susu (buat analisis eksperimental dan teoritik)? Berikan prosedur untuk sentrifugasi susu yang dapat memisahkan lemak dalam waktu yang relatif singkat!

3. Berapa besar momen gaya yang diperlukan untuk memutar sebuah benda di dalam medium kental (viskos) dengan kecepatan sudut  $\omega$ ? Perkiraan seseorang meletakkan sebuah benda bundar dengan menggunakan penyangga (halter). Diketahui bahwa kedua bola mengikuti hukum Stoke apabila jatuh di dalam zat cair kental. Apa pengaruh bentuk benda terhadap tahanan putar di dalam zat cair?

4. Sebuah perahu karet panjang 17 m dan lebar 8 m membawa muatan sebanyak 15 t. Dalam perjalanannya, terdapat sebuah lubang kira-kira lebarnya 5 cm antara cincing karet perahu dan permukaan air sehingga



udara dapat mengalir dari lubang tersebut. Berapa besar kelebihan tekanan seharusnya untuk dapat menahan perahu? Berapa kecepatan aliran udara dari lubang tersebut dan berapa jumlah udara yang hilang dalam satuan waktu? Berapa daya yang diperlukan kompresor untuk menambah udara ke dalam perahu? Dapatkah lubang menjadi besar atau mengecil dan bergantung pada apa saja? Berapa besar kecepatan terhadap keadaan berenang dari perahu? Berapa besar pengaruh kecepatan seharusnya yang harus digunakan?

5. Buatlah proyeksi aliran air minum untuk rumah, desa, dan sebagian kota. Berikan data-data yang logis pemakaian air setiap orang, seperti rata-rata dan ujung saluran (karena air), jarak, dan ketinggian reservoir air. Buatlah aliran itu agar penurunan tekanan tidak begitu besar. Perhatikan sinkronisasi penggunaan air pada ujung-ujung saluran melalui pengaruh luar yang ada.

6. Sebuah roket mainan sebagian diisi air. Udara yang terdapat di dalamnya diisi melalui sebuah pompa sehingga udara menekan air yang terdapat di dalam roket. Jika penyangga udara dilepaskan, air akan disemurkan keluar. Buatlah roket demikian dan catatlah besaran-besaran (ukuran dan ketinggian naik) sehingga dapat melakukan variasi. Bagaimana hubungan sesama besaran tersebut? Apakah roket dapat berfungsi tanpa air? Mengapa timbul awan uap pada semburan?

7. Di gunung *H Dominik* seorang jatuh sepanjang 10 km di dalam pipa hingga mencapai dataran di Filipina. Ketika jatuh, ia ketakutan mencekam dirinya. Akan tetapi, tanpa disadarinya terdapat bantalan udara yang dapat menahan dirinya sehingga ia jatuh dengan lunak. Berapa lama ia merasakan ketakutan tersebut? Apakah ia dapat mengatur kecepatan jatuhnya? Apakah hal tersebut dapat diterima?

8. Pada pesawat DC 8 udara mengalir lebih cepat pada sisi bagian atasnya sebesar 10% dibandingkan dengan sisi bawahnya. Berapa kecepatan awal mesin pesawat tersebut? Massa awal 130 t, panjang

42,9 m, dan lebar hamparan 7 m. Berapa panjang landasan pacu jika pesawat tidak boleh melebihi percepatan  $3\text{m/det}^2$ ? Berapa banyak penggunaan bahan bakar pada saat pesawat meninggalkan landasan, selama penerbangan, jika daya angkat 10% dari daya angkat pada saat meninggalkan landasan? Perkirakan kemampuan tempuh mesin DC 8!

9. Perhatikan sejenak arah lalu lintas di persimpangan jalan raya di kota besar pada waktu malam hari. Apakah kejadian tersebut dapat dinggap sebagai pipa aliran? Dengan batas-batas apa arus dan garis lintasan dapat dibedakan? Apakah aliran selalu inkompresibel, bebas divergensi dan rotasi? Apakah aliran mempunyai potensial kecepatan? Apakah terdapat sumber atau ujung? Bagaimana sungai tersebut bercampur? Bagaimana persamaan kontinuitas untuk kejadian tersebut?

10. Di bagian permukaan danau yang mempunyai dasar datar terdapat aliran pasang-surut yang sama arahnya di semua tempat. Medan aliran bagaimana yang mungkin terdapat dalam peristiwa itu (tanpa dan dengan mengamati gesekan dalam)? Bagaimana kejadian tersebut jika dasar danau naik ke pantai?

11. Di haluan kapal terdapat tali yang diikat kuat (dihubungkan ke pelabuhan). Seseorang yang berdiri di kapal dan dengan iseng menjatuhkan dirinya perlahan ke belakang, kemudian memegang tali dan kembali dengan secepat mungkin pada posisi sebelumnya. Apakah kapal bergerak karenanya? Jika benar, bagaimana penjelasannya? Apakah cara itu juga berlaku untuk meluncur atau untuk pengendara ruang angkasa?

12. Diskusikan gerak roda kincir angin pada saat berrotasi bebas (praktis tanpa gesekan) dan jika kincir menghasilkan kerja (misalnya pada saat angin kencang digunakan untuk menumbuk padi atau gandum)! Apa yang dapat dijelaskan secara kuantitatif? Pendekatan kuantitatif dapat digunakan tahanan Newton dari perputaran baling-balingnya. Mengapa bukan tahanan Stoke? Perkirakan gaya dan daya dengan pengandaian ukuran baling-baling yang logis dan kecepatan aliran angin! Apakah

terdapat jumlah putaran sehingga dapat menghasilkan daya maksimum? Apa yang terjadi pada pembebanan yang berlebihan? Apakah dapat diandaikan analog dengan terbakarnya motor listrik?

13. Perkirakan besarnya gaya dorong yang dibuat oleh seorang perenang kawakan melalui gerak kakinya (gerak kaki secara hidrodinamik sangat kompleks)! Berapa cepat ia bergerak ke depan dengan gaya tersebut?

14. Sebuah daun jatuh tidak tegak lurus dari pohon dan juga tidak merambat dengan permukaan miring, seperti pesawat terbang layang, tetapi jatuh dengan permukaan mendarat dan menari-nari ke kiri dan kanan. Mengapa? Cobalah hal itu dengan menggunakan kertas karton dengan ukuran dan kekuatan yang berbeda-beda! Bergantung pada apa amplitudo dan periode peristiwa jatuhnya daun dan sudut permulaannya? Apakah bunga-bunga pohon rambutan, jambu, mangga, dan lain sebagainya jatuh akan berkelakuan sama dengan daunnya? Jika benar, mengapa dan bagaimana?

15. Jika teh yang terdapat di dalam cangkir diaduk, potongan-potongan daun teh yang terdapat di dalamnya akan berkumpul di tengah-tengah dasar cangkir. Karena potongan-potongan tersebut berada di dasar cangkir, berarti seharusnya potongan tersebut lebih berat dibandingkan dengan air. Seharusnya dengan gaya sentrifugal yang ada berhubungan dengan berat. Potongan-potongan yang lebih besar tersebut tidak terlempar keluar. Mengapa?

16. Apakah aliran berikut laminar atau turbulen air di bak, aliran air minum, aliran udara melalui lubang hidung orang bernafas, aliran darah di dalam aorta dan di dalam kapiler.

17. Leonardo da Vinci menemukan teori secara empiris bahwa lebar rentangan sayap burung semakin besar untuk massa burung dan sebanding dengan akar massa tubuhnya. Dapatkah Anda membuktikan kebenaran pernyataan empirisnya? Apakah terdapat landasan teori yang dapat menjelaskan aturan tersebut? Lakukan ekstrapolasi untuk manusia!



18. Sebuah mobil mempunyai ban yang sangat kecil berjalan terguncang-guncang di atas batu-batu yang berbentuk bola dengan ukurannya kira-kira sama dengan ban mobil tersebut. Diskusikan gerak guncangan yang terjadi (titik pusat roda sebagai fungsi koordinat  $x$ ). Jangan lakukan dengan prosedur matematik yang tidak perlu; cukup dengan rumus Thales dan Pythagoras. Sebuah lapisan dari pengukur kerapatan Bungkus bola meluncur di lapisan tetangganya. Energi potensial  $E$  bergantung pada jarak  $h$  terhadap titik pusat permukaan, misalkan menurut persamaan  $Ah^n$ . Diskusikan  $E(x)$ . Bagaimana dengan  $A$ ? Apakah energi aktivasi dari viskositas  $E_\eta$  selalu lebih kecil dari energi permukaan/partikel?

19. Makro- dan supermolekul (polimer berderajat tinggi, protein dan lain sebagainya) atau partikel-partikel suspensi lainnya, dapat diketahui sifatnya berdasarkan harga koefisien viskositasnya dan termasuk perubahan struktur yang terjadi dari molekul-molekul selalu diikuti perubahan viskositasnya. Bagaimana pengaruh suspensi padat terhadap harga viskositas efektifnya? Bagaimana jika bentuk partikel datar? Apa yang terjadi pada alirannya? Bagaimana pengaruh keberadaan gradien kecepatan? Nyatakan pengaruh tersebut dalam bagian  $a$  terhadap seluruh volume yang ditempati oleh partikel! Apakah pengaruh yang ditulis dalam  $\alpha$  tersebut berharga lebih besar atau lebih kecil untuk partikel-partikel berbentuk bola? Einstein mendapatkan hubungan  $\eta = \eta_0(1+0,25\alpha)$ . Bagaimana dengan hasil perhitungan Anda? Jika partikel berubah dari kompak menjadi tidak kompak, bagaimana pengaruhnya?

### Soal-soal 3.4

1. Berapa panjang maksimum kawat baja dapat dinaikkan sebelum putus beratnya? Dengan prinsip buatan apa, kawat dapat dinaikkan hingga mencapai panjang yang tidak terhingga?
2. William Beebe mencoba menyalamkan bola baja yang tebalnya 5 cm dan berdiameter 1.5 cm ke dalam air laut. Muatan di dalam bola adalah 2 orang awak lelaki dan peralatan sebesar 500 kp. Bola digantungkan



pada kawat baja berdiameter 3 cm. Berapa dalam bola dapat menyalam dalam air? Faktor keamanan adalah 10. Tekanan dan gaya apa saja yang bekerja pada bola baja karena air laut? Berapa kadalaman yang dicapainya jika menggunakan tali baja yang lebih besar? Berapa besar diameter tali yang harus dipakai jika ingin mencapai dasar palung Guam 11040 m? Adakah kemungkinan lain dengan tali untuk mencapai kedalaman terbesar?

3. Cari ukuran kawat torsi yang dipakai sebagai timbangan rotasi gravitasi untuk keperluan radiometer gelombang ultra (*ultrasonic*), gunakan pengukuran konstanta Boltzmann (lihat 5.2.6)!

4. Relasi persamaan 3.47 dan 3.53 dapat diperiksa kembali dengan menggunakan tabel 3.3. Berapa besar regangan yang terjadi sebelum benda rusak? Bandingkan hal itu dengan perubahan panjang karena pemanasan!

5. Bagaimana perbedaan (kualitatif) diagram regangan-tegangan untuk benda padat dan lunak, mudah pecah dan dapat meregang? Apakah sifat-sifat ini dapat dikombinasi secara sembarang?

6. Berapa cepat sebuah benda dengan kekuatan tertentu, misalnya baja, dapat diputar hingga ia tidak akan rusak atau pecah? Petunjuk: Perhatikan semua potensial garis patahan dan perkiraan tegangan yang mungkin timbul. Garis patahan yang mana dapat menyebabkan tegangan terbesar?

7. Batas elastisitas  $E$  (lihat Gambar 3.70 tepatnya tegangan  $\sigma_{0,005}$  berdasarkan standar industri Jerman (DIN) didefinisikan sebagai beban yang apabila diberikan pada bahan tersebut terdapat regangan tinggal sebesar 0,005%. Bagaimana kurva histeris jika diberikan regangan hingga  $E$ ?

8. Berapa besar lengkungan sebuah balok jika diberikan beban  $F$ ?

9. Mengapa pipa umumnya dapat mempunyai kelenturan yang sama dengan batang dengan diameter sama? Adakah kelebihan pipa yang juga masih terdapat perbedaan kecil dapat dibandingkan?

10. Dapatkah frekuensi garpu tala diperkirakan berdasarkan teori lengkungan balok? Selidikilah hal tersebut dengan melakukan penyederhanaan, bahwa hanya bagian garpu tala yang mengalami getaran yang disamakan dengan bagian balok yang melentur. Jika terdapat pembelokkan momen yang berhubungan akan mempercepat bagian balok yang melengkung.

11. Berapa besar tambahan beban yang dapat ditempatkan di tengah sebuah balok (jembatan) yang kedua ujungnya ditumpu dibanding dengan balok yang hanya bertumpu pada satu ujungnya?

## BAB 4

### GETARAN DAN GELOMBANG

#### 4.1 Getaran

##### 4.1.1 Getaran Teredam dan Tidak Teredam

Suatu getaran dengan amplitudo tetap, seperti disebutkan pada 1.4.3, disebut *getaran tidak teredam*. Amplitudo konstan berarti energi sistem yang mengalami getaran konstan. Pada getaran serupa itu hanya terjadi perubahan energi kinetik menjadi energi potensial atau sebaliknya.

Adanya gaya gesek pada getaran menyebabkan sebagian energi mekanik akan hilang. Jika kehilangan energi itu, tidak ada kompensasi energi tambahan dari luar, dan amplitudo getaran akan mengalami penyusutan. Peristiwa itu disebut *getaran teredam* (lihat Gambar 4.1).

Gaya gesek selalu sebanding dengan kecepatan getaran dan mempunyai arah yang berlawanan (lihat 1.6)

$$R = -kv = -k \frac{dx}{dt} \quad (4.1)$$

Gaya gesek itu menyebabkan terhambatnya simpangan getaran dari posisi setimbangnya,  $x$ . Gaya itu dianggap sebagai gaya pada arah sebaliknya dari arah getaran. Dengan demikian, persamaan gerak menjadi

$$m \cdot \left( \frac{d^2x}{dt^2} \right) = -k \cdot \frac{dx}{dt} - Dx \quad (4.2)$$

atau jika sederhanakan

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + Dx = 0$$

Penyelesaian persamaan diferensial ini adalah (lihat 4.1.6)

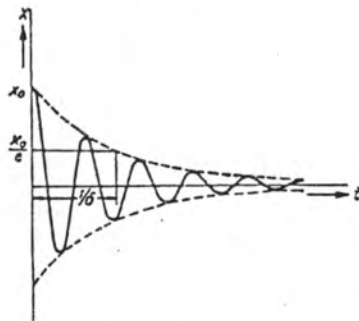
$$x(t) = x_0 e^{-\delta t} \cos \omega t = x_0 e^{-\delta t} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad (4.3)$$

dengan  $\delta$  dan  $\omega$  adalah

$$\delta = \frac{k}{2 \cdot m} \quad (4.4a)$$

$$\omega = 2\pi \cdot \nu = \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{k^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{k^2}{4m^2}} \quad (4.4b)$$

$\omega_0$  adalah frekuensi sudut seandainya getaran tidak mengalami redaman. Dengan demikian, dapat terlihat bahwa adanya gaya gesek, yaitu sebagai peredam getaran, menyebabkan penurunan harga frekuensi sudut.



Gambar 4.1: Amplitudo sebagai fungsi waktu pada getaran teredam.

Fungsi  $x(t)$  menggambarkan keadaan yang dilukiskan Gambar 138. Amplitudo awal adalah  $x_0$  dan setelah getaran melewati 1 periode simpangan akan menyusut dengan faktor  $e^{-\delta T} = e^{-2\pi k / \sqrt{4mD - k^2}}$ . Perbandingan



antara amplitudo dan amplitudo setelah getaran mencapai 1 periode adalah tetap konstan, dengan faktor  $\Delta T$ . Logaritma perbandingan itu disebut *logaritma penyusutan*.

Dalam hal ini, energi kinetik dan potensial tetap mengalami pertukaran satu dengan yang lainnya. Akan tetapi, karena adanya gesekan keduanya energi itu mengalami penurunan yang tetap. Pada getaran maksimum, energi sistem sama dengan energi potensialnya, berdasarkan 1.5.9f

$$E = \frac{1}{2} D x_1^2 = \frac{1}{2} D x_0^2 e^{-2\delta t}$$

Karena energi  $E \sim x_1^2$ , amplitudo getaran akan mengalami penurunan lebih cepat. Kehilangan energi setiap saat atau daya getar adalah  $E = 2\Delta E$ . Dalam teknik, untuk sistem getaran, dikenal *faktor kualitas*, yaitu

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2\pi \cdot \text{energi}}{\text{Kehilangan energi dalam 1 periode}} \\ &= \frac{E\omega}{-E} = \frac{\omega}{2\delta} = \frac{\pi}{\Delta T} = \frac{m\omega}{k} = \frac{\sqrt{D}}{m} \end{aligned}$$

Faktor kualitas digunakan sebagai ukuran untuk sifat kebanyakan pengetar (lihat 4.1.6).

Dari persamaan [4.4b] frekuensi sudut (putaran)  $\omega$  dari getaran teredam menyaingi frekuensi getaran tanpa redaman  $\omega_0 = \sqrt{D/m}$  dengan cara menguranginya. Redaman, dalam hal ini, mempunyai frekuensi pula. Adanya gaya gesek menyebabkan getaran mengalami redaman sedemikian besar sehingga tidak terdapat getaran sama sekali. Dari persamaan [4.4b] dapat dilihat jika  $k^2/4m^2 \geq D/m$  atau  $k^2 \geq 4 \cdot D \cdot m$  maka  $\omega$  mempunyai harga imajiner. Seperti akan dibahas pada 4.1.6, faktor itu muncul sebagai redaman tambahan, sementara suku periodik lainnya menghilang. Gerak menjadi tidak periodik dan benda akan kembali ke keadaan diam, tanpa mengalami simpangan getaran lagi. Hal itu juga terjadi untuk  $k^2 = 4Dm$ , bergantung pada bentuk getaran. Secara umum dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Kasus  $k^2 < 4Dm$  adalah getaran teredam, seperti dilukiskan Gambar 4.1.
2. Kasus  $k^2 = 4Dm$  adalah batas *getaran aperiodik* (kembali secara eksponensial pada keadaan setimbang). Faktor redaman  $\delta = k/2m = \sqrt{D/m}$ .
3. Kasus  $k^2 > 4Dm$  adalah getaran perlahan (merayap) Getaran akan kembali secara eksponensial pada keadaan setimbang. Faktor redaman  $k/2m = \sqrt{k^2/4m^2 - D/m}$ .

Getaran rotasi bebas beranalog dengan persamaan [4.2]

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} + k^* \cdot \dot{\varphi} + D^* \cdot \varphi = 0 \quad (4.5)$$

$\varphi$  adalah sudut simpangan dari posisi sudut seimbang,  $D^*$  adalah momen pengarah  $\Theta$  adalah momen kelembaman terhadap sumbu rotasi, dan  $k^*$  adalah konstanta gesekan.

Pada alat-alat ukur (misalkan pada Galvanometer lilitan), besaran yang akan diukur bekerja momen  $D_m$  tertentu pada jarum penunjuk. Pada jarum penunjuk  $\varphi$  berlaku

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} + k^* \cdot \dot{\varphi} + D^* \cdot \varphi = D_m \quad (4.2)$$

atau dengan mengganti variabel  $\varphi' = \varphi - D_m/D^*$   $\varphi'$  didapat kembali persamaan [4.5]. Penyelesaian persamaan gerak di atas beranalog dengan persamaan [4.3].

$$\varphi' = \varphi'_0 e^{-\delta t} \cos \omega t \quad (4.3a)$$

Selanjutnya, diamati kasus real bahwa suatu besaran (misalnya arus listrik) pada saat  $t = 0$  berpindah pada skala tertentu dari 0 maka momen gaya jarum akan berubah dari 0 ke  $D_m$ . Simpangan sudut pada saat  $t = 0$  adalah  $\varphi_0 = 0$  berarti  $\varphi' = -D_m/D^*$ . Dengan demikian, dari persamaan [4.3a]

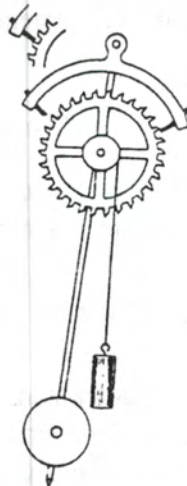
$$\varphi = D_m/D_o (1 - e^{-\alpha} \cos \omega t) \quad (4.6)$$

$\varphi$  dan  $\omega$  adalah analog dengan persamaan [4.4a] dan [4.4b], hanya berbeda dalam hubungannya.

Dengan pemberian harga  $\Theta$  dan  $D^*$ , apakah faktor  $k^*$  harus dipilih sedemikian rupa sehingga jarum penunjuk dapat mencapai harga  $\varphi = Dm/D^*$  dengan cepat? Kenyataannya faktor gesekan harus dipilih semaksimal mungkin. Pada teredam  $\delta$  bertambah dengan membesarnya  $k^*$ , kasus getaran perlahan. Dengan bertambahnya  $k^*$ ,  $\delta$  akan menurun. Harga maksimumnya terletak pada kasus getaran aperiodik dengan  $k^{*2} = 4D^*\Theta$  yang selalu digunakan untuk peralatan seperti Galvanometer lilitan. Dalam hal ini, berlaku

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{D}{D^*} (1 - e^{k^*t/2\Theta}) \\ &= \frac{D}{D^*} (1 - e^{2\pi t/T})\end{aligned}\quad (4.7)$$

dengan  $T$  periode dari sistem getaran tidak teredam. Untuk  $t = \tau$  terjadi deviasi sebesar  $e^{2\pi} \approx \frac{1}{500} = 2/1000$  berarti setelah mencapai waktu sebelum getaran teredam sama sekali sebesar  $2^\circ/60$ .



Gambar 4.2 Gerak Otomatis sebuah jam bandul melalui roda gigi dan angker. Gerigi roda gigi yang menunjukkan skala waktu menekan lengan angker dan mempercepat bandul ke kanan. Dalam fase sebaliknya gerigi menekan lengan kiri angker dan kembali bandul dipercepat ke kiri.



Untuk mendapatkan sistem berada dalam getaran tidak teredam, setiap periode pada sistem harus diberikan tambahan energi dari luar, yaitu energi yang dapat mengatasi gangguan karena adanya gaya gesek dalam tiap periode. Sistem demikian dapat dibuat melalui *kemudi diri* (*self driven*) atau *hubung balik* (*back coupling*). Melalui sistem yang bergetar terdapat gaya sefase yang dapat mengatasi gangguan gaya gesek sehingga setiap energi yang hilang dalam satu periode dapat diberikan lagi. Energi itu haruslah diambil dari sistem lain. Misalnya, pada sebuah jam bandul yang dipercepat melalui sebuah roda gigi dalam fase getaran yang bersesuaian (Gambar 4.2). Energi yang diambil berasal dari sebuah pegas yang dihubungkan dengan sistem bandul atau melalui sebuah beban pemberat yang dihubungkan ke bandul.

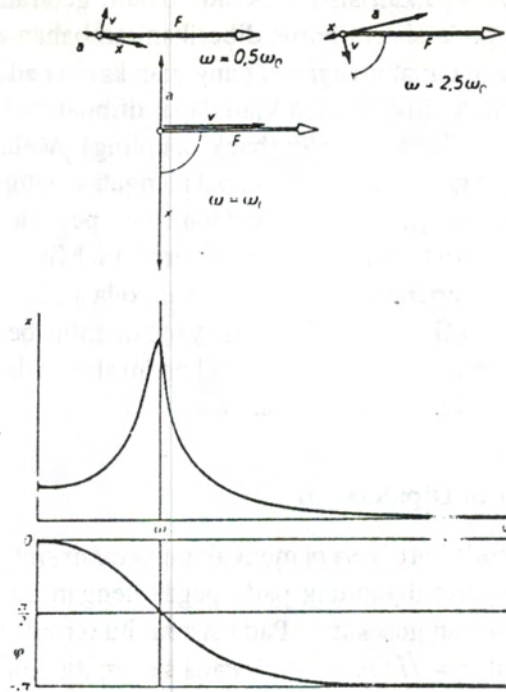
#### 4.1.2 Getaran Dipaksakan

Sebuah benda bermassa  $m$  mengalami getaran sinusoidal, misalnya sebuah benda yang digantung pada pegas dengan konstanta pegas  $D$  dan dengan konstan gesekan  $k$ . Pada sistem itu terjadi redaman dengan frekuensi eigen  $\omega_e = \sqrt{D/m - k^2/4m^2}$ . Pada sistem itu diberikan gaya yang berubah-ubah secara harmonik dengan frekuensi sudut  $\omega$ . Selanjutnya, akan diperoleh suatu getaran yang bergetar dengan frekuensi gaya harmonik  $\omega$ , tetapi bukan dengan frekuensi eigen  $\omega_e$ . Amplitudo getaran itu sangat bergantung pada harga relatif antarfrekuensi eigen  $\omega_e$  dan frekuensi gaya harmonik  $\omega$ . Amplitudo maksimum akan dicapai apabila  $\omega \approx \omega_e$  (resonansi). Di samping itu, terdapat pula perbedaan fase antara simpangan sistem dan gaya harmonik, yang juga bergantung pada harga relatif  $\omega_e$  dan  $\omega$ .

Persoalan itu akan lebih mudah dimengerti dengan memperhatikan persamaan gerak sistem (perlakuan lebih rinci lihat 4.1.6). Misalkan, gaya luar tersebut adalah  $F_0 \cos \omega t$ . Dengan demikian persamaan gerak dapat ditulis sebagai berikut.

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot \frac{dx}{dt} + Dx = F_0 \cos \omega t \quad (4.8)$$





Gambar 4.3: Diagram penunjuk untuk gaya penggetar, simpangan, kecepatan dan percepatan pada tiga frekuensi yang berbeda. Bawah: amplitudo dan pergeseran fase suatu getaran dipaksakan sebagai fungsi dari frekuensi gaya penggetar.

$m d^2x/dt^2$  adalah gaya kelembaman karena adanya massa,  $k dx/dt$  adalah gaya gesek, dan  $Dx$  adalah gaya balik. Berdasarkan pengalaman, diketahui bahwa simpangan  $x$  setelah terjadinya getaran dengan berjalannya waktu adalah juga fungsi harmonik yang bergantung pada waktu dengan frekuensi  $\omega$  tetap dengan pergeseran fase  $\alpha$  melawan gaya luar

$$x = x_0 \cos(\omega t - \alpha) \quad (4.9)$$

Turunan fungsi di atas terhadap waktu mempunyai arti penting jika dikalikan dengan  $\omega$ .

$$\frac{dx}{dt} = -\omega x \sin(\omega t - \alpha)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \sin(\omega t - \alpha)$$

Terlepas dari fungsi-fungsi sinus dan cosinus yang dapat dipilih berharga 1 maka pada ruas kiri persamaan [4.1] terdapat suku-suku  $m\omega^2$ ,  $k\omega$ ,  $D$  yang semuanya berusaha mengimbangi gaya  $F_0$ .

Untuk harga  $\omega$  kecil, tepatnya  $\omega \ll \sqrt{D/m}$  dan  $\omega \ll D/k$  hanya ditentukan oleh  $D$ . Dengan demikian, persamaan [4.8] dapat ditulis secara sederhana menjadi  $Dx = F_0 \cos \omega t$  atau

$$x = \frac{F_0}{D} \cos \omega t \quad (4.10)$$

Karena gaya luar, sistem mengalami bergerak secara kuasi statik tanpa memandang adanya massa dan gaya gesek. Efek gaya kelembaman dan gesek adalah kecil, karena percepatan dan kecepatan yang muncul karenanya adalah kecil. Antara  $x$  dan  $F$  terdapat perbedaan fase sebesar  $\alpha = 0$ . Selanjutnya pandang daya yang diambil sistem: Gaya luar  $F$  hanya memberikan daya ke benda jika benda bergerak searah dengan kecepatan  $dx/dt$  searah gaya. Besarnya daya adalah  $F \cdot dx/dt$  (lihat 1.5.7). Gambar 4.3 menunjukkan bahwa sistem berada pada keadaan penurunan daya pada seperempat periode kedua dan keempat. Akan tetapi, pada seperempat periode pertama dan ketiga, karena kecepatan mempunyai arah berlawanan gaya, daya harus kembali diberikan sistem. Daya total untuk kasus kuasi statik ini adalah sama dengan nol.

Untuk harga  $\omega$  besar, tepatnya  $\omega \gg \sqrt{D/m}$  dan  $\omega \gg D/k$  harga gaya kelembaman lebih menentukan, sebanding dengan  $m\omega^2$ . Gaya gesek dan balik tidak berperan penting. Untuk kasus itu sistem mengalami kuasi bebas. Percepatan dan gaya sefase, sedangkan simpangan lebih dulu atau tertinggal sebesar  $\alpha = \pi$ . Persamaan gerak dapat disederhanakan menjadi  $m d^2x/dt^2 = -m\omega^2 x_0 \cos(\omega t - \alpha) = F_0 \cos \omega t$ . Tanda minus berarti bahwa beda fase  $\alpha = \pi$  dan penyelesaian dapat ditulis menjadi

$$x = -\frac{F_0}{m\omega^2} \cos \omega t \quad (4.11)$$

Pengambilan daya: Pada seperempat periode kedua dan keempat gaya dan kecepatan saling berlawanan (antiparalel). Sistem melepaskan energinya. Energi yang sama banyaknya diperoleh sistem pada seperempat periode pertama dan ketiga. Efeknya, energi total kembali nol.

Jika dengan pertambahan  $\omega$  pergeseran fase harus bertambah dari 0 menjadi  $\pi$  maka pada sebarang  $\omega$  harus terdapat  $\pi/2$ . Kecepatan menjadi sefase dengan gaya dan sistem tetap dapat mengambil daya. Harga daya tersebut adalah  $F dx/dt = F_0 \omega x_0^2 \cos \omega t$  dan terdapat kesetimbangan jika daya yang hilang sama dengan daya yang diambil, yaitu jika

$$x_0 = \frac{F_0}{k\omega} \quad (4.12)$$

Bandingkan dengan hal yang dinyatakan pada persamaan gerak, bahwa gaya luar sama dengan atau dikompensasikan oleh gaya gesek sehingga suku pada ruas kiri akan saling menghilangkan. Hal itu mungkin terjadi jika  $\omega = \sqrt{D/m}$ , yaitu sama dengan frekuensi eigen sistem yang tidak mengalami getaran. Dalam hal ini, terjadi perbedaan fase sebesar  $\pi/2$ . Jika harga  $\omega$  ini digunakan, amplitudo menjadi

$$x_0 = \frac{F_0}{k \sqrt{D/m}} \quad (4.12)$$

yang harganya mendekati, tetapi tidak tepat sama dengan amplitudo maksimum. Untuk harga  $\omega$  kecil, penambahan daya menjadi tidak efisien dan suku gaya gesek  $k\omega$  mempunyai harga kecil. Perhitungan lebih teliti menunjukkan bahwa resonansi maksimum terletak pada

$$\omega_m = \sqrt{\frac{Dm - k^2}{2m^2}} \quad (4.13)$$

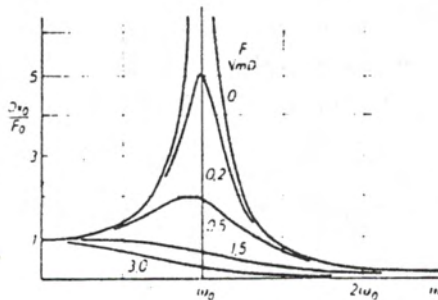
dan pada frekuensi itu amplitudo menjadi

$$x_0 = \frac{F_0}{k \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{k^2}{2m^2}}} = \frac{F_0}{k\omega_c} \quad (4.13)$$

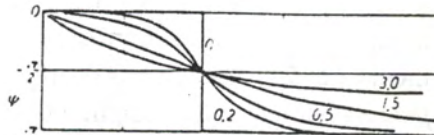


Amplitudo dan beda fase untuk getaran yang mengalami redaman tidak begitu besar dilukiskan pada Gambar 4.4 sebagai fungsi frekuensi  $\omega$  dari gaya luar. Jika gaya gesek yang dinyatakan oleh konstanta gesekan  $k$  meningkat, kedua kurva akan mendatar. Lebih jelas lagi jika diperhatikan kasus pada harga batas  $k \rightarrow 0$ , terjadi resonansi tak berhingga besar dan jika beda fase pada  $\omega = \omega_0$  melompat dari 0 menjadi  $\pi$ , tidak muncul resonansi maksimum, karena masih terdapat suku

$$k = 2 \sqrt{mD} \quad (4.14)$$



Gambar 4.4 Amplitudo getaran dipaksakan sebagai fungsi frekuensi gaya penggetar untuk berbagai harga redaman berbeda.



Gambar 4.5 Perbedaan fase getaran dipaksakan terhadap gaya penggetar sebagai fungsi frekuensi gaya penggetar untuk berbagai harga redaman berbeda.

Harga redaman yang dimaksud pada Gambar 4.4 dan 4.5 adalah  $F/\sqrt{mD}$ . Dalam hal ini, jika muncul redaman yang lebih besar lagi, tidak akan terjadi resonansi dan amplitudo akan menurun secara monoton terhadap harga  $\omega$  (Gambar 4.5).

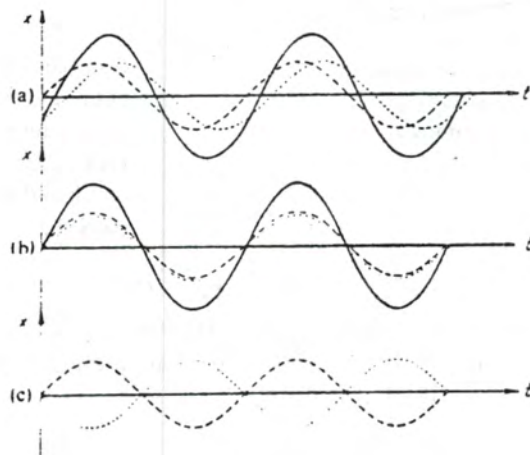
#### 4.1.3 Tumpang Tindih Getaran

Gaya kuasi elastik kerap terdapat di alam dan energi potensial terhadap posisi setimbangnya. Dalam pendekatan pertama berbentuk parabola. Demikian pula, getaran harmonik. Getaran itu mempunyai arti sangat besar. Setiap gerak pada umumnya, juga gerak aperiodik, dapat



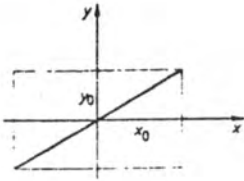
dinyatakan dalam tumpang tindih dua getaran harmonik. Jean Baptise Fourier menemukan kenyataan itu dan mengembangkannya untuk keperluan praktis dengan menggunakan metode matematik. Pada masa sekarang ini metode analisis dan sintesis Fourier masih berkembang lanjut.

Jika sebuah benda sekaligus bergetar secara harmonik, *getaran harmonik (superposisi)* yang berfrekuensi dan mempunyai arah getar sama akan menghasilkan satu getaran harmonik baru berfrekuensi sama dengan amplitudo dan fase bergantung pada amplitudo dan fase setiap bagian getaran harmonik tersebut (Gambar 4.6). Hal itu berdasarkan metode penambahan trigonometri atau lebih sederhana lagi dengan menggunakan perhitungan bilangan kompleks  $e^{i\alpha x}$  (lihat 4.1.6). Jika *beda fase nol* (Gambar 4.6b), fase getaran yang baru sama dengan fase komponen getaran harmoniknya. Penjumlahan kedua komponen getaran menjadi sederhana, sama dengan penjumlahan aljabar biasa. Apabila *beda fase  $\pi$*  (Gambar 4.6c), amplitudo getaran yang baru sama dengan nol.

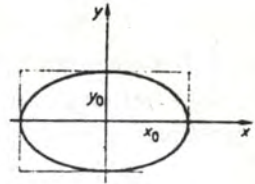


Gambar 4.6a-c Superposisi getaran pada arah sama dengan amplitudo dan fekuensi getaran sama, beda fase (a)  $\alpha = 0, 4\pi$ , (b)  $\alpha = 0$  dan  $\alpha = \pi$ .

Jika dua getaran harmonik berfrekuensi sama, arah getar berbeda. Keduanya membentuk kurva elips dan dapat mengalami regenerasi berbentuk getaran lingkaran dan getaran linier (lihat Gambar 4.7 dan 4.8).



Gambar 4.7 Tumpang tindih dua getaran harmonik dengan frekuensi sama dan beda fase  $\alpha = 0$



Gambar 4.8 Tumpang tindih dua getaran harmonik dengan frekuensi sama dan beda fase  $\alpha = \pi$

Pada dua getaran harmonik *superposisi* yang berbeda frekuensi terjadi getaran yang tidak lagi periodik, kecuali apabila perbandingan  $\omega_1$  dan  $\omega_2$  adalah bilangan bulat. Amplitudo getaran yang tumpang tindih itu cenderung sama.

$$x = x_1 + x_2 = x_0 \cos \omega_1 t + x_0 \cos \omega_2 t = x_0 (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$$

Karena

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

maka

$$x = 2x_0 \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right) \quad (4.15)$$

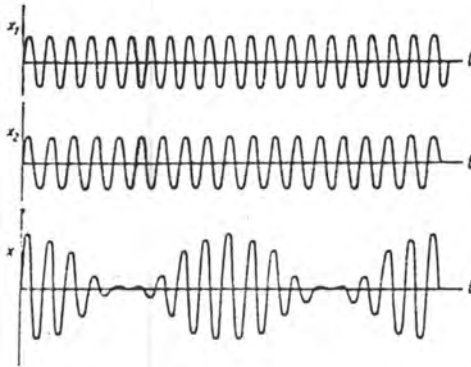
Jika terjadi peristiwa bahwa perbedaan frekuensi keduanya kecil, yaitu  $\omega_1 - \omega_2 \approx \Delta\omega \ll \omega_1$ , frekuensi dapat ditulis

$$\omega_1 + \omega_2 \approx 2\omega_1$$

atau dari persamaan [4.15] (catatan:  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ )

$$x = 2x_0 \cos \left( \frac{\Delta\omega t}{2} \right) \cos \omega_1 t \quad (4.16)$$

Gerak yang dihasilkan adalah getaran dengan frekuensi sama atau sesuai dengan frekuensi komponennya. Akan tetapi, amplitudo getaran yang baru akan berharga antara dua harga eksitrim, yaitu 0 dan  $2x_0$  dan frekuensi periodiknya adalah  $\Delta\nu = A\omega/2\pi$ . Perubahan seperti itu, dari 0 hingga  $2x_0$  hingga ke 0 kembali disebut *getaran termulasi*. Selama dalam satu periode dari getaran  $2x_0 \cos 2\pi \Delta\nu/2$  terdapat dua kali perubahan, sehingga jumlah modulasi per detik  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$  dan  $\Delta\nu$  disebut frekuensi modulasi.



Gambar 4.9 Superposisi dua getaran beramplitudo sama dengan beda frkuensi kecil

Dua garpu tala dengan amplitudo sama, tetapi frekuensi berbeda, memberikan suara yang menaik dan menurun. Pada peristiwa melenahnya getaran suara, misalnya modulasi dapat dihitung. Jika frekuensi modulasi melewati batas frekuensi pengaburan fisiologis dari 16 - 18 Hz, komponen-komponen getaran kebanyakan larut menjadi satu bunyi (disebut *disonansi*).

Tumpang tindih beberapa getaran harmonik yang mempunyai amplitudo dan frekuensi berbeda menghasilkan getaran periodik baru, tetapi kebanyakan tidak lagi harmonik. Sebaliknya, jika sebuah getaran periodik sebarang, getaran itu dapat diturunkan menjadi beberapa komponen getaran harmonik. Dalam hal ini, diperlukan getaran harmonik dengan periode  $T$  yang sama dengan getaran semula dan sebagian atau semua getaran atasnya, atau periodenya sama dengan  $T/n$ ,  $n = \text{bilangan}$



bulat (lihat 4.1.6). Frekuensi getaran harmonik yang mengandung berbagai getaran dengan amplitudo tertentu dan mengandung frekuensi komponen-komponen getaran yang bersangkutan di dalam optik disebut *spektrum* atau spektrum Fourier getaran tersebut. Spektrum beberapa peristiwa periodik dengan periode  $T = \nu_0^{-1}$  terdiri atas frekuensi-frekuensi diskrit dengan garis-garis frekuensi berjarak sama (*equidistance*),  $\nu_0, 2\nu_0, 3\nu_0, \dots$ . Bentuk peristiwa itu ditentukan oleh amplitudo getaran dasar dan atas.

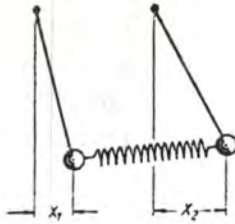
Peristiwa-peristiwa yang aperiodik dalam bentuk sebarang, terdiri atas atau dapat diturunkan menjadi komponen-komponen getaran harmonik. Akan tetapi secara umum mempunyai *spektrum kontinu*. Hal itu secara teori atau praktis penting untuk dijelaskan, bahwa peristiwa tersebut mengandung getaran harmonik. Setiap peralatan spektroskopi, apakah optik atau akustik mekanik, adalah analisator Fourier yang dapat mengubah peristiwa periodik dan aperiodik menjadi komponen-komponen getaran harmonik. Setiap peralatan yang dapat merekam peristiwa periodik yang mungkin mengalami redaman yang sangat besar dapat dibentuk redaman perlahan. Jika peristiwa yang diukur, periodik atau bukan periodik, harus dapat digambarkan kembali. Dengan demikian, semua peristiwa periodik harus dapat dinyatakan dalam spektrum Fourier kembali. Dengan kata lain, amplitudo yang muncul pada alat harus tidak bergantung pada frekuensi dan harus sebanding dengan amplitudo peristiwa yang direkam. Fase alat harus dibuat sama dengan peristiwa tersebut atau mempunyai harga deviasi tertentu yang tidak bergantung pada frekuensi terhadap peristiwa yang bersangkutan. Hal itu menunjukkan arti dari analisis Fourier untuk keperluan teknik pengukuran atau servo.

#### 4.1.4 Bandul Berhubungan

Bandul berhubungan adalah dua bandul yang sama dihubungkan dengan sebuah pegas lunak sehingga pada saat bandul pertama bergetar, bandul kedua akan ikut bergetar karena adanya gaya periodik yang diantarkan oleh pegas dari bandul pertama ke bandul kedua (Gambar 4.11).

Peristiwa getaran dipaksakan yang telah dibahas sebelumnya mempunyai perbedaan, bahwa terjadinya getaran dipaksakan karena tidak



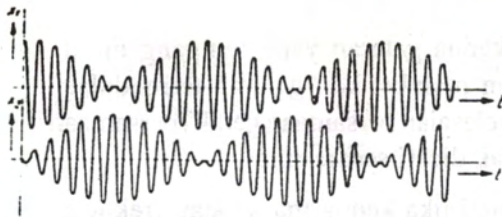


Gambar 4.10 Getaran bandul berhubungan (getaran termodulasi).

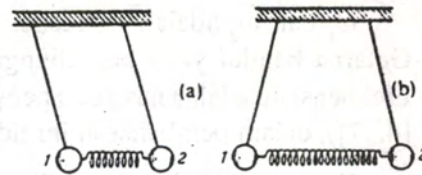
adanya persediaan energi yang cukup besar. Dengan demikian, amplitudo getaran 2 tidak akan lebih besar daripada getaran 1 (misalkan jika massa  $m_1$  dan  $m_2$  sama besar). Seandainya amplitudo getaran 2 lebih besar daripada getaran 1, energi yang dipakai oleh sistem 2 lebih besar daripada energi yang tersedia pada sistem 1. Apabila tidak terdapat gesekan, maka amplitudo getaran 2 akan mencapai harga getaran 1, sementara itu getaran 1 akan mencapai titik diamnya. Pada saat itu sistem 2 akan mengambil alih peran sebagai sumber energi, kemudian energi akan ditransfer kembali ke sistem 1 (Gambar 4.10). Peristiwa muncul dan hilangnya modulasi amplitudo dapat dipandang sebagai peristiwa modulasi amplitudo. Berdasarkan 4.1.3, peristiwa ini muncul karena adanya dua getaran harmonik dengan tiap-tiap frekuensi  $\omega_1$  dan  $\omega_2$  mempunyai perbedaan yang sangat kecil dibandingkan dengan salah satu frekuensi.

Peristiwa yang terjadi pada bandul bermassa, pada pemberian simpangan yang kecil, dibatasi oleh persamaan [4.17]. Pada 1 dan 2 bekerja gaya-gaya  $-D_0 x_1$  dan  $-D_0 x_2$ . Melalui regangan yang terjadi pada pegas penghubung, gaya yang bekerja pada 1 adalah  $D^*(x_1 - x_2)$ , dengan  $D^*$  adalah konstanta pegas penghubung, yang menggambarkan kekuatan ikat kedua massa bandul. Berdasarkan prinsip aksi, pada 2 bekerja gaya karena pegas penghubung sebesar  $-D^*(x_1 - x_2)$ . Dengan demikian, gaya-gaya yang bekerja pada kedua sistem massa tersebut adalah

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= m_1 \ddot{x}_1 = -D x_1 - D^*(x_1 - x_2) \\ F_2 &= m_2 \ddot{x}_2 = -D x_2 - D^*(x_2 - x_1) \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$



Gambar 4.11 Bandul berhubungan



Gambar 4.12 a dan b. Getaran dasar dari bandul berhubungan

Ada dua bentuk getaran dari kedua bandul berhubungan yang padanya tidak terjadi modulasi. Getaran tersebut dinamakan *getaran dasar*.

- (a) Kedua bandul mengalami getaran dalam fase dan amplitudo sama ( $x_1 = x_2$ , Gambar 4.12a).
- (b) Kedua bandul mengalami getaran dengan amplitudo sama, tetapi beda fase  $\pi$  (sama kuat dan berlawanan arah, ( $x_1 = -x_2$ , Gambar 4.12b).

Frekuensi getaran dasar 1 adalah  $\omega_1$  sama dengan frekuensi getaran  $\omega_0$ . Frekuensi getaran dasar 2 memberikan gaya yang mengarah gerak kebalikan

$$F = -D_0 x_1 - 2D^* x_1 = -D x_1$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{D_0 + 2D^*}{m}} = \sqrt{\frac{D_0}{m}} \cdot \sqrt{1 + 2\frac{D^*}{D_0}}$$

Jika  $D^* \ll D$  maka

$$\omega_2 \approx \omega_0 \left( 1 + \frac{\frac{D^*}{m}}{\omega_0^2} \right) = \omega_0 + \frac{\frac{D^*}{m}}{\omega_0^2}$$

atau karena  $\omega_1 = \omega_0$

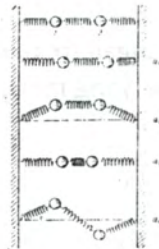
$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\frac{D^*}{m}}{\omega_0^2} \quad (4.18)$$

$\omega_1$  dan  $\omega_2$  adalah frekuensi kedua getaran yang tumpang tindih. Getaran bandul yang berhubungan memberikan getaran termodulasi. Frekuensi itu adalah hasil dari penyelesaian persamaan gerak (persamaan [4.17]), dalam pembahasan ini tidak dicari secara rinci.

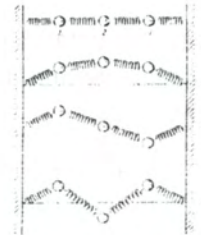
Getaran modulasi juga dijumpai jika kedua massa atau frekuensi keduanya saling bersesuaian. Dalam hal ini, tidak terjadi transfer energi antara 1 dan 2 secara penuh.

#### 4.1.5 Getaran Eigen dari Benda Dapat Berubah Bentuk

Suatu benda dapat mengalami deformasi, misalnya sebuah model batang. Bayangkan bahwa pada batang itu terdapat bola-bola pejal yang saling dihubungkan dengan pegas. Bola-bola pejal itu dapat bergetar pada arah pegas atau disebut *getaran longitudinal* atau tegak lurus pegas *getaran transversal*.



Gambar 4.13 Getaran dasar dan getaran atas dari dua bola elastik yang dihubungkan dengan pegas



Gambar 4.14 Getaran dasar dan getaran atas dari tiga bola elastik yang dihubungkan dengan pegas

Gambar 4.13 menunjukkan sebuah sistem sederhana yang terdiri atas dua bola dan mempunyai kemungkinan getar sebagai berikut.

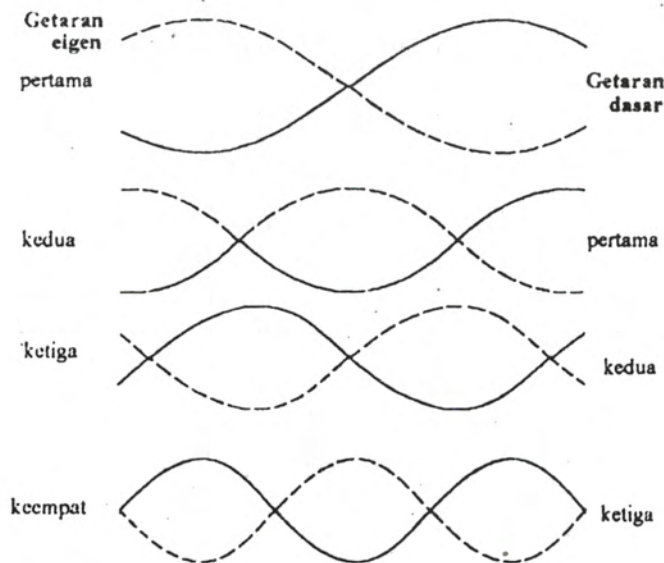
- 1 dan 2 bergetar dalam fase yang sama (longitudinal atau transversal), Gambar  $a_1$  dan  $a_2$ .
- 1 dan 2 bergetar dengan beda fase  $\pi$  (berlawanan arah getar), Gambar  $a_3$  dan  $a_4$ .



Bentuk getaran  $a_1$  dan  $a_2$  disebut *getaran dasar* atau *getaran pertama*;  $a_3$  dan  $a_4$  disebut *getaran atas pertama* atau *getaran eigen kedua*. Pada getaran eigen semua bola bergetar dengan frekuensi yang sama, tanpa perubahan amplitudo terhadap waktu (amplitudo konstan).

Untuk getaran sistem yang mengandung tiga bola, getaran transversal mempunyai kemungkinan getar sebagai berikut.

1.  $b_1$  : 1, 2, dan 3 bergetar dalam fase yang sama (getaran dasar atau getaran eigen pertama).
2.  $b_2$  : 1, 2, dan 3 bergetar dengan beda fase  $\pi$  (getaran atas pertama atau getaran eigen).
3.  $b_3$  : 1 dan 3 bergetar dengan fase sama; 2 terhadap 1 dan 3 dengan beda fase  $\pi$  (getaran atas kedua atau getaran eigen ketiga). Jumlah kemungkinan getaran sama dengan jumlah bola.



Gambar 4.15 Getaran dasar dan getaran atas dari getaran sebuah batang kecil yang ujung-ujungnya bebas



Sebuah batang dapat terbagi dalam elemen-elemen volume  $\Delta V$  dengan massa tiap-tiap elemen  $q \cdot \Delta V$ . Secara prinsip, bagian-bagian tersebut mempunyai batas, yaitu massa-massa bagian tersebut mendekati ukuran massa molekul. Jumlah getaran eigen, dalam hal ini, akan menjadi sangat besar.

### 1. Getaran Longitudinal

Kemungkinan mode getaran yang bergantung pada penumpu dan menyatakan *batas getar* sebagai berikut.

- (a) Ujung batang bebas (Gambar 4.15): Pergeseran pada arah sumbu batang digambarkan tegak lurus terhadap batang (pergeseran ke arah kanan - ke atas, pergeseran ke kiri - ke bawah). Secara analog berlaku pula bentuk getaran udara yang terdapat di dalam sebuah pipa dengan kedua ujung terbuka. Suatu titik tempat getaran diam disebut *titik simpul* dan titik tempat terdapat amplitudo maksimum disebut *perut getaran*; pada perut-perut getaran sebaliknya, perubahan tekanan menjadi nol, di titik ini terletak pula *tekanan simpul*.
- (b) Salah satu ujung batang terikat atau misalnya salah satu ujung pipa berisi udara ditutup (Gambar 4.16a).
- (c) Kedua ujung batang terikat misalkan kedua ujung pipa ditutup (lihat Gambar 4.16b).

Frekuensi  $\nu$  dari getaran dasar (a) dan (c) adalah bentuk getaran yang diberikan.

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{q}}$$

Frekuensi getaran eigen ke -  $n$  adalah

$$\nu_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{q}} \quad (4.19)$$

Untuk bentuk getaran Gambar 4.16a, frekuensi getaran dasar adalah

$$\nu = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{E}{q}}$$

(Dasar-dasar penurunan frekuensi ini dapat dilihat pada 87).

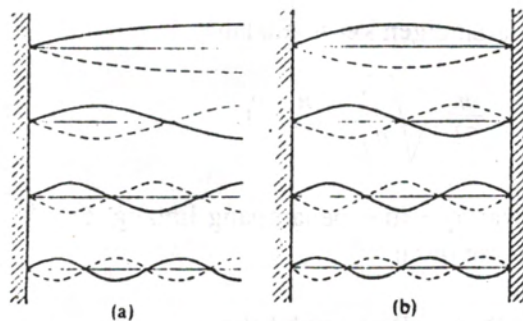
Frekuensi-frekuensi getaran eigen yang berbeda untuk (a) dan (c) mempunyai kelakuan seperti berikut ini.

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots,$$

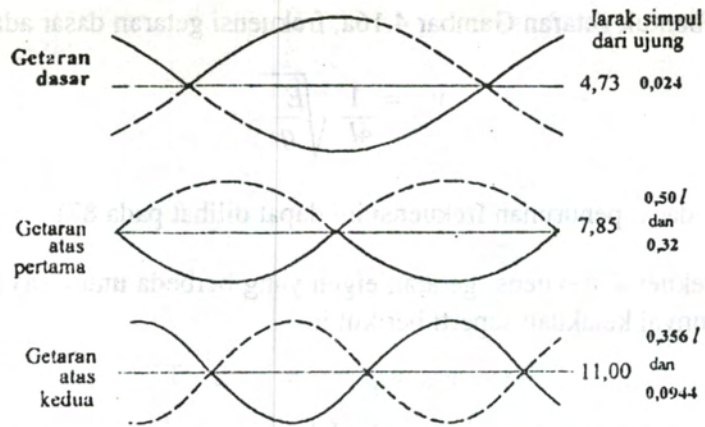
Frekuensi getaran eigen untuk (b) adalah

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots,$$

Getaran atas disebut *harmonik*, jika perbandingan frekuensi merupakan bilangan bulat. Spektrum dari getaran dasar dan atas disebut *spektrum harmonik*.



Gambar 4.16 a dan b Getaran longitudinal sebuah batang. a) Satu ujung batang terikat dan lainnya bebas b). Kedua ujung batang terikat.



Gambar 4.17 Getaran pada sebuah batang berbentuk silinder

## 2. Getaran Transversal

### a) Getaran pada Tali

Frekuensi getaran eigen ke-  $n$  adalah

$$v_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{P}{\rho}} = n \cdot v_1 \quad (4.20)$$

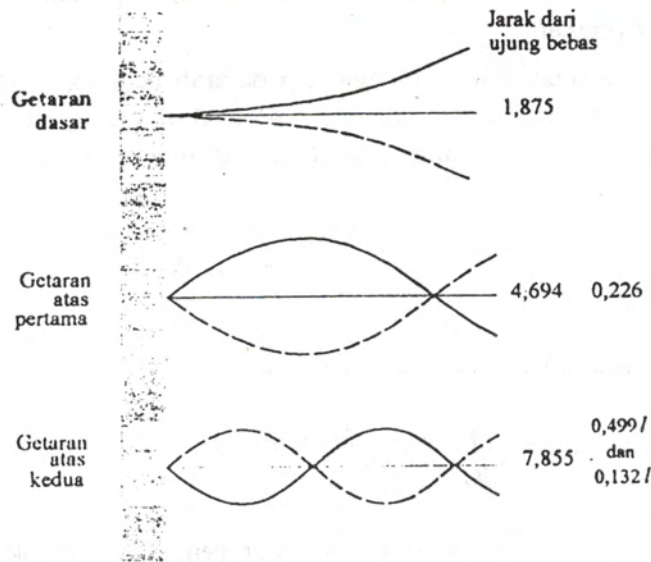
$P$  = tegangan kawat,  $q$  = luas penampang lintang,  $\rho$  = kerapatan dan  $v_1$  = frekuensi getaran dasar

### b) Getaran pada Batang Berbentuk Silinder

Sebuah batang berbentuk silinder (penampang lintang berbentuk lingkaran dengan diameter  $d$ , Gambar 4.17 dan 4.18) mempunyai frekuensi

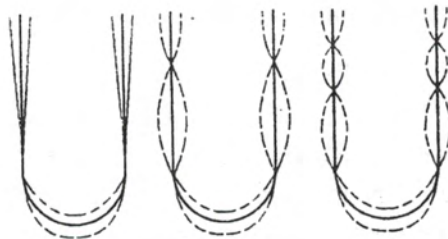
$$v = \frac{1}{4} \frac{d^2}{l^2} \frac{m^2}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.21)$$

Dalam hal ini, perbandingan frekuensi tidak merupakan bilangan bulat, Perbandingan itu, khususnya, akan berkembang sebagai bilangan

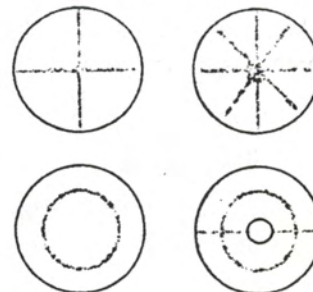


Gambar 4.18 Getaran pada sebuah batang berbentuk selinder, salah satu ujung batang dalam keadaan terikat

besar pada batang yang terikat. Sebagai contoh adalah frekuensi eigen getaran ke-5 adalah 57 kali lebih besar daripada frekuensi dasarnya (*getaran atas tidak harmonik*). Getaran yang terjadi pada *garpu tala* termasuk getaran serupa. Getaran pada garpu tala juga sebagai getaran tidak harmonik (Gambar 4.19).



4.19: Getaran dasar dan getaran atas sebuah garpu tala.



4.20: Getaran eigen sebuah plat berbentuk selinder



### 3. Getaran Torsi

*Getaran Torsi* pada batang kecil dengan penampang lintang berbentuk lingkaran.

Padanya tidak timbul regangan pada arah panjang batang, tetapi melalui *modulus torsi*  $G$  (lihat 3.4.4) timbul regangan pada arah penampang lintang batang. Getaran itu adalah getaran transversal. Frekuensinya berlaku

$$\nu_n = \frac{n}{2l} \frac{G}{\rho} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.22)$$

Dari persamaan [4.20] dan [4.22] didapat

$$\frac{\nu_{\text{long}}}{\nu_{\text{trans}}} = \sqrt{\frac{E}{G}} = \sqrt{2l(1+\mu)} \quad (4.23)$$

Dari persamaan di atas terdapat prosedur pengukuran untuk *bilangan* Poisson sebagai berikut.

$$\mu = \frac{1}{2} \left( \frac{\nu_{\text{long}}}{\nu_{\text{trans}}} \right)^2 - 1. \quad (4.24)$$

Plat dan membran juga dapat menimbulkan getaran eigen. Apabila sebuah plat diganggu dengan getaran eigen, misalnya sebuah plat berbentuk lingkaran yang terikat melalui titik pusatnya sedemikian, sisi-sisi plat dapat bergetar dengan bebas. Di atas plat ditaburkan pasir maka akan terlihat pada permukaan plat perut dan simpul getaran yang dibentuk oleh pasir yang ditaburkan di atasnya (Gambar 4.20).

Getaran eigen pada plat itu terdapat pula getaran dasar dan atas. Spektrum getaran itu tidak harmonik.

Udara di ruang hampa, misalnya ruang berbentuk kubus atau bola, apabila benda-benda tersebut adalah benda tegar atau benda-benda berbentuk lain dapat diganggu dengan getaran eigen (*Resonator* Helmholtz). Getaran-getaran yang terjadi pada benda-benda tersebut juga terdapat simpul di atas permukaan benda.

#### 4.16 Pembahasan Singkat Getaran-Getaran Lainnya

##### a) Penguraian Peristiwa Periodik dan Aperiodik dalam Getaran Harmonik

Setiap getaran periodik dapat ditulis secara matematik dalam persamaan Fourier menjadi penjumlahan komponen-komponen getaran dalam tidak terbatas jumlahnya. Frekuensi komponen getaran-getaran merupakan kelipatan bilangan bulat dari frekuensi dasarnya. Frekuensi dasar sama dengan frekuensi getaran tidak harmonik. Jika periode getaran  $T$ , maka  $1/T = \mu = \omega 2\pi$ .

Untuk mencari koefisien  $a_n$  dan  $b_n$  dari persamaan berikut

$$x = f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + \dots \\ b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \dots$$

yaitu dicari amplitudo  $a_n$  dan  $b_n$  yang menyatakan fungsi  $f(t)$  sebenarnya. Untuk itu, diperlukan sifat-sifat sinus dan cosinus (ortogonalitas pada integrasi terhadap seluruh periode), dengan menggunakan analisis Fourier. Sebagian amplitudo  $a_n$  dan  $b_n$  dapat berharga nol. Dalam prakteknya selalu diperlukan pendekatan fungsi  $f(t)$  untuk bilangan-bilangan yang kecil dari komponen getaran.

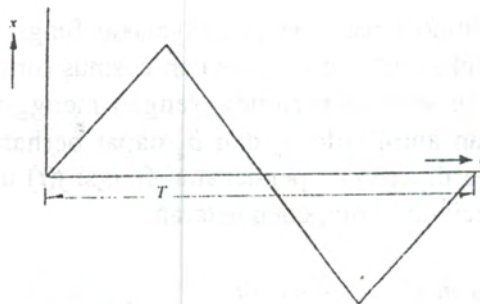
$$\begin{aligned} & \int_0^T \cos n\omega t \cdot \cos m\omega t \, dt \\ &= \int_0^T \sin n\omega t \cdot \sin m\omega t \, dt \\ &= \begin{cases} 0 & \text{untuk } n \neq m \\ \pi & \text{untuk } n = m \end{cases} \\ & \int_0^T \cos n\omega t \cdot \sin m\omega t \, dt = 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$f(t)$  seperti pada persamaan [4.25] dikalikan dengan  $\sin n\omega t$  atau  $\cos n\omega t$  dan hasil kali tersebut diintegrasi terhadap seluruh periode maka semua suku yang tidak mengandung  $\sin n\omega t$  atau  $\cos n\omega t$  dengan harga  $n$  yang sama, akan menghilang. Amplitudo dapat ditentukan sebagai berikut.

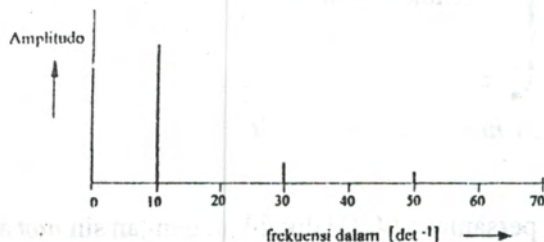
$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \cos n\omega t \, dt &= \frac{\pi}{\omega} a_n \\ \int_0^T f(t) \sin n\omega t \, dt &= \frac{\pi}{\omega} b_n \end{aligned} \quad (4.27)$$

Jika  $f(t)$  diketahui, melalui integrasi di atas  $a_n$  dan  $b_n$  dapat dicari. Amplitudo  $a_n$  dan  $b_n$  dapat berharga nol. Pada umumnya suku-suku yang terdapat pada  $f(t)$  adalah tak berhingga jumlahnya. Akan tetapi, sebagai pendekatan, dapat diambil hingga beberapa suku yang dapat mewakili fungsi  $f(t)$ . Contoh yang diilustrasikan Gambar 4.21 menghasilkan fungsi  $f(t)$  dalam bentuk

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[ \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \frac{1}{7^2} \sin 7\omega t + \dots \right] \quad (4.28)$$



Gambar 4.21 Kurva getaran segitiga



Gambar 4.22 Spektrum getaran periodik kurva segitiga (Gambar 4.21) dengan  $n = 10 \text{ det}^{-1}$ . Amplitudo menjadi  $2/10$  kali lebih kecil, sehingga amplitudo yang terdapat pada Gambar 4.21 dapat digambarkan



Jika amplitudo komponen getaran dinyatakan sebagai fungsi dari frekuensi getaran, akan diperoleh spektrum getaran. Spektrum berbentuk segitiga periodik (Gambar 4.21) digambarkan pada Gambar 4.22. Getaran periodik berbentuk sebarang melalui analisa (transformasi) Fourier dapat dinyatakan dalam spektrum garis (spektrum diskrit) yang mempunyai jarak sama antara satu dan lainnya.

Secara umum, jika bentuk fungsi  $f(t)$  tidak seperti contoh pada Gambar 4.21 dan 4.22, setiap elemen fungsi getaran mengandung harga  $a_n$  dan  $b_n$  sekaligus. Prosedur selanjutnya adalah mencari amplitudo yang mewakili semua spektrum tersebut, yaitu  $a_n^2 + b_n^2$  (Phytagoras). Akan tetapi, karena diuraikan sinus dan cosinus dengan prosedur Fourier, informasi tentang fase yang terkandung di dalam fungsi menjadi hilang. Namun apa yang diperoleh tersebut cukup untuk dapat mengungkap amplitudo dengan baik dan selanjutnya dapat digunakan sebagai kunci untuk menginterpretasikan peristiwa getaran. Kenyataannya peran fase tidak penting, misalnya pada peristiwa bunyi terdapat bunyi yang berbeda-beda (disebut sebagai warna bunyi (lihat 4.4.6)).

Peristiwa tidak periodik (aperiodik) dapat diuraikan dalam bentuk getaran harmonik. Dalam hal ini diperlukan *spektrum kontinu* dari elemen getaran. Pernyataan fungsi dalam bentuk deret menurut Fourier (persamaan [4.25]) dinyatakan dalam bentuk integral terhadap fungsi amplitudo tetap  $a(\omega)$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int a(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4.29)$$

Fungsi amplitudo diperoleh sama seperti persamaan [4.27].

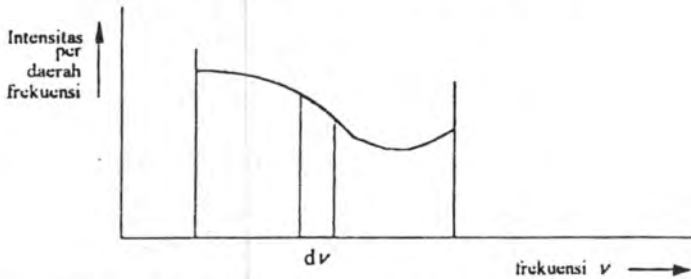
$$a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int f(t) e^{i\omega t} dt. \quad (4.30)$$

### b) Penggunaan pada Alat Pencacah (Registrasi)

Getaran sebuah benda atau gaya dapat diamati dengan menggunakan sistem yang dapat bergetar, yaitu sisten yang mempunyai getaran dapat



dicacah (diregistrasi). Dalam hubungan itu khususnya sering dipakai sistem pengungkit yang dapat melakukan penulisan atau kapsul yang ditutupi melalui membran. Kapsul biasanya diisi dengan udara atau zat cair sehingga deviasi tekanan udara atau zat cair dapat menggetarkan



Gambar 4.23 Gambaran sebuah spektrum kontinu

membran. Membran dibuat sedemikian rupa sehingga dapat menggerakkan sebuah cermin. Apabila cahaya dilewatkan pada cermin, kemudian direfleksikan olehnya, dan cahaya yang direfleksikan dijatuhkan pada sebuah layar (misalnya layar terbuat dari kertas yang sensitif terhadap cahaya), dapat diamati peristiwa getaran pada layar kertas tersebut. Sifat-sifat alat pencacah yang dapat dipakai untuk mencacah getaran haruslah seperti berikut ini.

1. Alat tidak mempunyai frekuensi eigen (frekuensi diri) yang terdapat di dalam daerah kisaran frekuensi getaran yang diamati. Apabila tidak demikian, amplitudo dari komponen getaran, yang juga mempunyai kisaran frekuensi yang sama dengan alat yang dipakai karena mengalami resonansi, akan digambar dalam skala yang amat besar. Selain itu, di dalam daerah kisaran frekuensi resonansi pergeseran fase akan sangat bergantung pada frekuensi. Terjadinya pergeseran fase antarkomponen getaran dapat menyebabkan bentuk kurva sangat berbeda dari bentuk semestinya.
2. Untuk mendapatkan amplitudo dari getaran penggetar tidak bergantung pada frekuensi. Dengan demikian, frekuensi alat pencacah harus dipilih setinggi mungkin, yaitu  $\omega_0 \ll \omega$  (lihat Gambar 4.3). Persamaan kurva secara sederhana dinyatakan dalam bentuk

$$x = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2}} \cos(\omega t - \alpha)$$

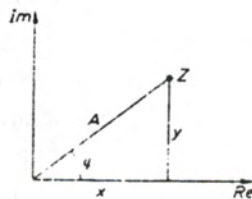
atau dapat disederhanakan menjadi

$$x = \frac{F_0}{m \cdot \omega_0^2} \cos \alpha t,$$

Dengan kata lain, amplitudo tidak bergantung pada frekuensi dan hanya proporsional terhadap gaya yang berkerja  $F_0$ . Secara bersamaan, pergeseran fase terhadap gaya penggetar akan menuju nol dan  $\omega_0 \ll \omega$  akan mengalami konvergensi

$$\tan \alpha = \left(\frac{k}{m}\right) \frac{\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

akan menuju nol.



Gambar 4.24 Bidang Gauss

### c) Penyelesaian Matematik Mencari Persamaan Getaran

Penyelesaian semua persamaan gelombang dan persamaan yang beranalog lainnya dapat dicari dengan mudah jika dinyatakan dalam bilangan kompleks.

Berdasarkan Gauss, bilangan kompleks  $z = x + iy$  dinyatakan sebagai titik pada bidang kompleks, yaitu dengan jarak pada sumbu real (Re)  $y$  dan jarak pada sumbu imajiner  $x$  (Im) (lihat Gambar 4.24).  $A$  disimbolkan sebagai amplitudo. Jarak terhadap titik nol dan  $\varphi$  adalah sudut dari titik nol ke titik  $z$  pada arah positif terhadap sumbu Re maka

$$x = A \cdot \cos \varphi \quad y = A \cdot \sin \varphi$$

sehingga

$$z = A \cdot \cos \varphi + A \cdot \sin \varphi = A (\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (4.31)$$

Relasi di atas dapat pula ditulis dalam bentuk berikut ini.

$$z = A (\cos \varphi + i \sin \varphi) = e^{i\varphi} \quad (\text{rumus Euler}), \quad (4.32)$$

Rumus Euler dapat ditulis dalam bentuk deret sebagai berikut.

$$\begin{aligned} e^{i\varphi} &= \left( 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \cdots \right) \\ &\quad + i \left( \frac{\varphi}{1!} - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \cdots \right) \\ &= \cos \varphi + i \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Jika  $\varphi$  diganti dengan  $\omega t$ , titik  $z = Ae^{i\omega t}$  adalah merupakan lingkaran yang terdapat pada bidang kompleks dan bergerak dengan kecepatan sudut konstan, yaitu  $\omega$ . Proyeksinya pada sumbu  $-Re$  (sumbu bilangan real) adalah  $x = A \cos \omega t$  dan pada sumbu  $-Im$  (sumbu imajiner)  $y = A \sin \omega t$  (masing-masing berbeda dalam fase sekitar  $\pi/2$ ) sebagai getaran harmonik.

Difersensiasi atau integrasi dari  $e^{i\omega t}$  terhadap  $t$  dapat dilakukan secara sederhana dengan mengalihkan atau membagi dengan  $i\omega$ . Diketahui pula bahwa  $e^{i\omega t}$  adalah penyelesaian persamaan diferensial linier homogen yang bentuk umumnya adalah

$$a_n z + a_{n-1} z + a_{n-2} z + \cdots = 0. \quad (4.34)$$

Dengan mensubstitusikan  $z = Ae^{i\omega t}$  didapat

$$(a_n + i\omega a_{n-1} - \omega^2 a_{n-2} - i\omega^3 a_{n-3} \cdots) e^{i\omega t} = 0, \quad (4.35)$$

yang juga terpenuhi jika tanda kurung dihilangkan. Persamaan itu akhirnya dapat ditulis secara sederhana, hanya sebagai fungsi  $\omega$



$$a_1 + i\omega a_1 - \omega^2 a_2 - i\omega^3 a_3 \cdots = 0. \quad (4.36)$$

Persamaan [4.36] adalah persamaan karakteristik yang penyelesaiannya memberikan harga-harga frekuensi sudut yang mungkin. Suku-suku yang mengandung imajiner memberikan solusi kompleks dan memberikan konstanta redaman.

### 1. Persamaan Gerak dalam Getaran Bebas

Persamaan gerak suatu getaran harmonik (getaran tidak teredam) dapat dicari penyelesaiannya melalui bilangan kompleks, misalkan bentuk persamaan diferensial berikut.

$$Dz + mz = 0$$

Persamaan itu memberikan karakteristik sebagai berikut.

$$D - m\omega^2 = 0 \quad \text{berarti} \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Penyelesaiannya adalah

$$\begin{aligned} z &= Ae^{i\sqrt{D/m}t} \\ &= A \left( \cos \sqrt{\frac{D}{m}} t + i \sin \sqrt{\frac{D}{m}} t \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Jika penyelesaian kompleks dapat dicari, penyelesaian total mengandung bagian real yang telah diperoleh dan imajiner. Dengan menggunakan  $e^{i\omega t}$ , perhitungan akan menjadi mudah dibandingkan dengan jika memakai fungsi trigonometri, karena harus menguraikannya menjadi penambahan yang tidak rumit.

Dengan menambah suku redaman, diperoleh persamaan diferensial sebagai berikut.

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + Dz = 0$$

Penyelesaian persamaan ini juga mempunyai bentuk  $z = Ae^{i\lambda t}$  dengan  $\lambda$  dapat ditentukan dari persamaan karakteristik



$$-m\lambda^2 + ik\lambda + D = 0$$

yang memberikan

$$\begin{aligned}\lambda &= i \frac{k}{2m} \pm \sqrt{\frac{D}{m} + \frac{i^2 k^2}{4m^2}} \\ &= \frac{ik}{2m} \pm \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{k^2}{4m^2}}\end{aligned}$$

Dengan demikian, didapat

$$z = Ae^{i\lambda t} = Ae^{-kt/2m} \cdot e^{\pm \sqrt{D/m - k^2/4m^2} t} \quad (4.38)$$

Titik  $z$  bergerak berbentuk logaritma spiral pada bidang kompleks dengan frekuensi sudut  $\omega = \sqrt{D/m - k^2/4m^2}$  terhadap titik nol. Proyeksi terhadap salah satu sumbu bidang kompleks menggambarkan getaran teredam, yaitu suku real dari persamaan [4.38] yang identik dengan persamaan [4.2], [4.4a] dan [4.4b].

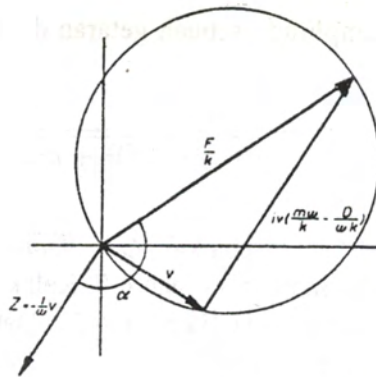
## 2. Penyelesaian Persamaan Gerak Getaran Tidak Terdeam

Untuk mencari penyelesaian persamaan [4.8], persamaan ditulis dalam bentuk bilangan kompleks dan gaya penggetar periodis yang bekerja pada sistem ditulis dalam bentuk  $F_0 e^{i\omega t}$ .

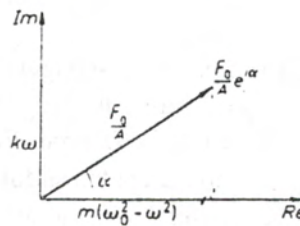
$$m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + k \cdot \frac{dz}{dt} + D \cdot z = F_0 e^{i\omega t} \quad (4.39)$$

Adalah jelas bahwa turunan  $z$  harus mengandung faktor  $e^{i\omega t}$ . Sistem bergetar dengan frekuensi yang sama dengan frekuensi gaya luar. Untuk memungkinkan adanya perbedaan fase  $\alpha$ , antara keduanya didefinisikan persamaan berikut.

$$z = A \cdot e^{i(\omega t - \alpha)} \quad (4.40)$$



Gambar 4.25 Diagram vektor getaran dipaksakan. Titik akhir vektor  $v$  selalu terletak di lingkaran berdiameter  $F/k$ .



Gambar 4.26 Menghitung Amplitudo dan fase getaran dipaksakan

Persamaan [4.40] disubstitusikan ke persamaan [3.39] dan persamaan diferensial menjadi

$$A(-m\omega^2 + i\omega k + D) = F_0 e^{i\alpha} \quad (4.41)$$

Ruas kanan persamaan [4.41] digambarkan di atas bidang kompleks pada Gambar 4.26. Selanjutnya,  $F_0$  diuraikan ke dalam suku-suku real dan imajiner dengan dalil Pythagoras.

$$\begin{aligned} F_0 &= A \sqrt{(-m\omega^2 + D)^2 + k^2\omega^2} \\ &= A \sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2} \end{aligned}$$

( $\omega_0 = \sqrt{D/m}$ ). Maka amplitudo sebuah getaran dipaksakan dan didapat persamaan berikut.

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2}} \quad (4.42)$$

Untuk berbagai harga faktor kebaikan,  $Q = \sqrt{Dm/k}$  digambarkan kurva resonansi seperti pada Gambar 4.4 dan 4.5. Kelakuan kecepatan  $v = z$  lebih jelas lagi tergambar pada Gambar 4.25. Dari persamaan [4.39] berlaku  $m\omega v - kv + iDv/m = F$  atau

$$v + iv \left( \frac{m\omega}{k} - \frac{D}{\omega k} \right) = \frac{F}{k}$$

Kedua suku pada ruas kiri dipandang sebagai vektor yang terdapat pada bidang -z yang saling tegak lurus satu dengan yang lain (multiplikasi dengan  $i$  berarti rotasi sebesar  $90^\circ$ ). Dengan  $F/k$ , vektor itu membentuk segitiga yang berrotasi dengan kecepatan sudut  $\omega$  di bidang -z. Demikian pula lingkaran yang berdiameter  $F/k$  (lingkaran Thales). Puncak vektor  $v$  selalu terletak di garis lengkung lingkaran. Perbedaan fase antara  $F$  dan  $v$  dapat dibaca pada bidang -z sebagai sudut yang dibentuk keduanya.  $z$  berotasi sekitar  $\pi/2$  terhadap  $v$ . Dari Gambar 4.27 dapat dilihat perbedaan fase  $\alpha$  antara gaya dan simpangan getaran

$$\tan \alpha = \frac{\omega k}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (4.43)$$

Pada  $\omega^2 \gg D/m$  atau  $\omega^2 \ll D/m$  suku  $iv$  berharga lebih besar daripada  $v$  sendiri. Oleh karena itu, pada Gambar 4.27,  $v$  digambarkan lebih pendek di atas atau di bawah  $iv$ .

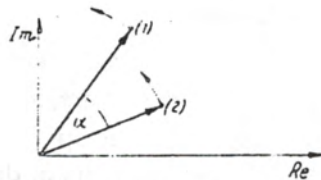
Persamaan [4.42] dapat ditulis dalam  $x = \omega/\omega_0$  sehingga

$$\frac{DA}{F_0} = \left[ (1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \right]^{-1/2}$$

Posisi dan tinggi maksimum dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan di atas terhadap  $x$ .

$$x_{\text{maks}}^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$$

$$A_{0\text{maks}} = \frac{F_0}{D\sqrt{1 - \frac{1}{4}Q^2}}$$



Gambar 4.27 Gambaran kurva yang bergantung pada waktu dari gaya penggetar dan amplitudo getaran pada bidang Gauss

Ada maksimum hanya jika  $Q > 1/2$  (Gambar 4.26) dan terletak sekitar  $Q/\sqrt{1 - 1/4 Q^2}$  lebih tinggi dari garis datar kuasi statik. Lebar maksimum dapat pula dinyatakan dalam  $Q$ . Jika  $Q \gg 1$ , maksimum terletak pada  $x \approx 1$ , setengah lebih tinggi daripada yang digambarkan kurva jika

$$1 - x^2 = (1 + x)(1 - x) \approx 2(1 - x) \approx \frac{x}{Q} \approx \frac{1}{Q},$$

Hal itu berarti pula bahwa terdapat deviasi sebesar

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1 - x \approx \frac{1}{2Q}$$

Persamaan [4.40] secara matematis merupakan penyelesaian khusus (partikular) dari persamaan [4.39]. Persamaan itu menggambarkan getaran selama ada pengaruh gaya penggetar (gaya luar)  $F_0 \cos \omega t$ . Untuk menggambarkan peristiwa getaran, sering digunakan penyelesaian pada persamaan [4.40]. Jika penyelesaian pada persamaan [4.39] ditambahkan dengan solusi persamaan diferensial homogen, persamaan [4.38], diperoleh penyelesaian umum getaran. Getaran mengandung sekaligus dua elemen getaran. Keduanya mempunyai frekuensi eigen seperti



dinyatakan pada persamaan [4.38]. Getaran itu akan menghilang dalam waktu yang cukup lama. Sehingga hanya tinggal getaran akibat gaya penggetar (persamaan 4.40) dengan frekuensi sama dengan frekuensi gaya penggetar.

## 4.2 Gelombang 1-Dimensi

### 4.2.1 Definisi dan Formulasi

Jika di dalam medium yang berubah bentuk terjadi pergeseran dari keadaan setimbangnya (deformasi) karena dirangsang, pergeseran itu tidak hanya di pusat rangsangan, tetapi juga akan diteruskan ke bagian yang berdekatan yang juga mengalami deformasi (dalam waktu selanjutnya setelah pusat rangsangan mengalami deformasi). Rangsangan itu menjalar ke seluruh arah dengan *kecepatan penjalaran* karakteristik. Perubahan keadaan terhadap ruang dan waktu demikian dinamakan *gelombang*.

Kebanyakan yang akan dibahas di dalam bab ini tidak hanya menyangkut gelombang elastik, tetapi juga akan dibahas secara umum tentang gelombang permukaan. Pembahasan akan diacukan pada sifat medium elastik.

Medium elastik deformasi yang terjadi di pusat rangsangan akan menyebabkan timbulnya tegangan yang selanjutnya menjalar ke bagian lain dari benda yang berdekatan sehingga bagian itu mengalami deformasi pula. Adanya kelembaman massa medium, menjadikan gangguan akan terbatas hanya mempunyai kecepatan tertentu. Kecepatan akan semakin kecil apabila massa medium makin rapat (kerapatan medium besar). Selain itu, kecepatan penjalaran akan semakin besar jika deformasi menyebabkan terjadinya tegangan per regangan semakin besar atau jika koefisien elastisitas medium semakin besar.

Permukaan medium yang mengalami getaran dengan fase yang sama disebut *gelombang permukaan*. Gelombang itu terpusat pada pusat rangsangan. Jika pusat rangsangan berbentuk titik, kecepatan

penjalaran gelombang tidak bergantung pada arah, karena pada semua tempat konstan dan gelombang permukaan akan berbentuk permukaan bola atau disebut juga *gelombang bola*. Apabila pusat rangsangan terletak pada titik takberhingga atau paling tidak pada titik yang sangat jauh atau gelombang menjalar dengan fase yang sama di semua tempat, gelombang disebut *gelombang permukaan*.



Gambar 4.28 Gelombang harmonik

Garis yang berawal dari pusat rangsangan dan tegak lurus terhadap permukaan gelombang disebut *berkas gelombang*.

Jika deformasi di pusat rangsangan merupakan getaran harmonik dari partikel-partikel di sekitar titik setimbangnya dengan periode  $T = 1/\nu$ , getaran itu akan menjalar ke seluruh benda. Partikel yang berada di dekatnya akan bergetar dengan fase yang saling berlawanan (Gambar 4.28). Partikel-partikel akan mengambil jarak teratur antara satu dan lainnya dengan fase getar yang sama. Jarak dalam gelombang itu dinamakan *panjang gelombang* ( $\lambda$ ).

Sementara pusat rangsangan bergetar hingga ke suatu tempat tertentu, getaran akan mempunyai fase sama dengan pusat rangsangan. Jaraknya berdasarkan definisi di atas adalah panjang gelombang. Panjang gelombang tersebut sama dengan kecepatan fase  $c$  dari rambatan gelombang dan dikalikan dengan  $T$ .

$$\lambda = c \cdot T \quad \text{atau} \quad c = \nu \lambda$$

Persamaan di atas menggambarkan hubungan antara variabel yang terdapat di dalamnya, yaitu  $\lambda$ ,  $c$ , dan  $T$ . Persamaan itu tidak menyatakan ketergantungan fase dengan frekuensi.

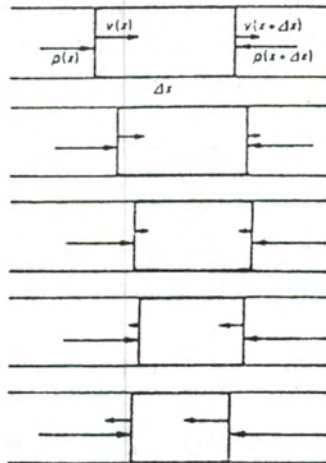
### 4.2.2 Persamaan Gelombang 1-Dimensi

Pandang suatu zat cair atau gas yang terdapat di dalam pipa dengan luas penampang lintang  $S$  konstan. Pada sistem terdapat perubahan tekanan pada arah sumbu  $x$  (sepanjang pipa) sebesar  $p = p(x)$ . Adanya gradien (perubahan) tekanan yang bekerja pada elemen volume  $V = S\Delta x$  maka terdapat gaya pada elemen volume itu sebesar  $-S\Delta x dp/dx$  (Gambar 4.37 dan lihat 3.3.2) yang mempercepat massa  $\rho S\Delta x$  yang terdapat di dalam elemen volume dengan percepatan sebesar

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)}{\rho S\Delta x} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (4.44)$$

$v$  adalah kecepatan medium. Kecepatan ini berubah-ubah untuk satu dan tempat lainnya,  $v = v(x)$ .

Hal itu menyebabkan volume elemen-elemen zat cair mengalami perubahan. Pada Gambar 4.29 terlihat bahwa permukaan lintang elemen volume di sebelah kiri bergerak sejauh  $\Delta x$  dengan kecepatan  $v$  dan di kanan elemen volume bergerak dengan kecepatan  $v + \Delta x dv/dx$ . Setelah



Gambar 4.29 Pada gelombang elastik posisi dan besar elemen volume mengalami perubahan karena adanya gradien tekanan yang bekerja pada penampang lintangnya



mencapai waktu  $t$  bagian kanan elemen volume bergerak lebih jauh lagi sebesar  $\Delta x dt dv/dx$  dibandingkan dengan yang berada di kiri. Dengan demikian volume  $V = S\Delta x$  mengalami perubahan sebesar  $dV = S\Delta x dt dv/dx$ . Perubahan volume relatif sebesar

$$\frac{dV}{V} = S \frac{\left(\frac{dv}{dx}\right) \Delta x dt}{S\Delta x} = \frac{dv}{dx} \cdot dt$$

Berdasarkan 3.1.3 menyebabkan perubahan tekanan sebesar

$$dp = - \frac{1}{\chi V} dV = - \frac{1}{\chi} \frac{dv}{dx} dt$$

atau

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{1}{\chi} \frac{dv}{dx} \quad (4.45)$$

( $\chi$  adalah kompresibilitas)

Jika persamaan [4.44] dan [4.45] diturunkan terhadap  $t$ , diperoleh

$$- \frac{1}{\chi} \frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{d^2 v}{dx dt} = \chi \frac{d^2 p}{dt^2}$$

maka

$$\frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{1}{q\chi} \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (4.46)$$

Persamaan [4.46] adalah persamaan gelombang untuk tekanan. Sebaliknya, seandainya persamaan [4.45] diturunkan terhadap  $t$  dan persamaan [4.45] diturunkan terhadap  $x$ , maka akan diperoleh persamaan diferensial untuk kecepatan  $v$ , selain untuk tekanan. Persamaan yang sama berlaku pula untuk posisi  $x$  partikel medium atau untuk simpangan partikel terhadap posisi setimbangnya  $\xi = x - x_0$ ;  $d\xi/dt$ . Dengan demikian

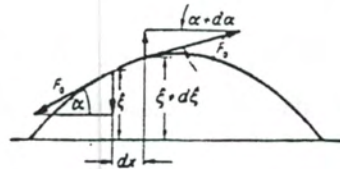


$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{1}{q\chi} \frac{d^2\xi}{dx^2} \quad (4.47)$$

Hal itu tidak hanya terjadi pada zat cair, tetapi dapat pula terjadi pada zat padat. Dalam hal ini analisis peristiwa yang telah dibahas di atas tidak mengalami perubahan, hanya tekanan  $p$  diganti dengan *tegangan geser*  $\sigma$  dan persamaan  $dp = -\chi^1 dV/V$  diubah melalui hukum Hooke  $d\sigma = -E dV/V$  ( $\xi$  diganti dengan  $E^{-1}$ )

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{E}{\rho} \frac{d^2\xi}{dx^2} \quad (4.47)$$

Perlakuan lain dilakukan pada seutas kawat yang mengalami pertambahan panjang karena gaya  $F_0$  dan sisi kawat menjadi melengkung [*transversal*](Gambar 4.30).



Gambar 4.30 Penurunan persamaan diferensial gelombang transversal pada kawat yang mengalami tegangan

$F_\xi$  adalah gaya yang menyebabkan pergeseran panjang kawat sebesar  $\xi$  dari keadaan setimbangnya,  $dx$ . Pertambahan panjang tersebut sama dengan perbedaan gaya pada arah  $\xi$ , yaitu pada arah tangensial kawat yang bekerja pada ujung  $dx$ . Jika dilihat dari deformasi elastik, kedua  $F_0$  adalah

$$F_\xi = F_0 \cdot \sin(\alpha + d\alpha) - F_0 \cdot \sin \alpha$$

$\alpha$  adalah sudut yang dibentuk pada arah tangensial dari kawat yang tidak mengalami pergeseran (pada arah sumbu  $-x$ ). Untuk pergeseran yang amat kecil, maka harga  $\alpha$  juga kecil, sehingga  $\sin \alpha \approx \alpha$ . Dengan demikian,

$$F_{\xi} = F_0 \cdot (\alpha + d\alpha) - F \cdot \alpha$$

Dalam keadaan ini  $\alpha = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ , sehingga  $d\alpha = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx$ . Massa sepotong kawat yang panjangnya  $dx$  adalah  $\rho \cdot S \cdot dx$  ( $S$  = penampang lintang;  $\rho$  = kerapatan kawat). Persamaan geraknya adalah

$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F_0 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \cdot dx \text{ atau } \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{F_0}{\rho \cdot S} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (4.49)$$

### 4.2.3 Penyelesaian Persamaan Gelombang

Ketiga persamaan gelombang persamaan [4.47], [4.48] dan [4.49] secara umum dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \xi}{dx^2} \quad (4.50)$$

Konstanta  $c$  mempunyai arti sebagai berikut.

- (a) Untuk batang yang bergetar secara longitudinal:  $c = \sqrt{E/\rho}$
- (b) Untuk zat padat atau kolom gas:  $c = \sqrt{1/\chi \rho}$
- (c) Untuk tali:  $c = \sqrt{F/\rho}$

Persamaan [4.50] dapat diselesaikan melalui persamaan berikut ini.

$$\xi = f(x \pm ct) \quad (4.51)$$

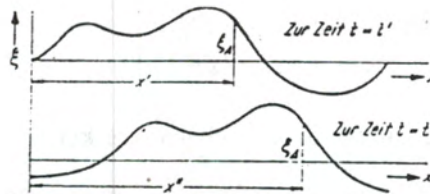
$f(x \pm ct)$  adalah fungsi sebarang yang dapat memenuhi turunan dua kali terhadap argumennya. Hal yang penting adalah bahwa argumennya (disebut juga fase) berbentuk  $x \pm ct$  atau  $x - ct$ . Misalkan  $\xi$  diturunkan terhadap  $t$  secara parsial, pertama yang harus dilakukan turunan terhadap argumennya, kemudian terhadap  $t$ .

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 f''(x \pm t)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = f''(x \pm t)$$

Dengan demikian dapat diketahui pula bahwa persamaan [4.51] adalah penyelesaian persamaan [4.50].

Untuk waktu konstan  $t = t''$ , penyelesaiannya adalah  $\xi = f(x - ct')$ , hanya sebagai fungsi  $x$  dan menggambarkan suatu deformasi pada semua tempat di  $x$  dalam waktu  $t'$ . Seandainya deformasi yang terjadi adalah seperti ditunjukkan pada Gambar 4.3. Dalam gambar tersebut pergeseran ke arah kanan yang terjadi pada sumbu  $x$  dari ordinat diberi tanda positif dan ke arah kiri diberi tanda negatif. Pergeseran yang terjadi pada kawat adalah ke atas dan bawah.



Gambar 4.31 Rambatan suatu gelombang

Pada keadaan awal yang dipilih sebarang, misalkan pada  $x'$ , pada saat  $t'$  terjadi deformasi  $f(x' - ct')$ . Untuk waktu selanjutnya,  $t''$ , gelombang terdapat pada posisi  $x''$ , yaitu sebagai argumen (fase) fungsi  $f$  dan mempunyai harga yang serupa. Posisi diberikan sebagai

$$x'' - ct'' = x' - ct'$$

Pada saat  $t'' - t'$  gelombang mengalami simpangan sebesar  $x'' - x'$ . Gelombang mempunyai kecepatan rambat sebesar

$$\frac{x'' - x'}{t'' - t'} = c$$



Seluruh keadaan deformasi akan merambat dengan kecepatan itu ke kanan. Penyelesaian  $\xi = f(x + ct)$  menggambarkan peristiwa yang analog untuk deformasi ke arah kiri.

$c$  bukan menggambarkan kecepatan suatu partikel yang terdapat di dalam material yang mengalami deformasi, melainkan menggambarkan kecepatan suatu keadaan. Kecepatan itu disebut pula *kecepatan fase*.

#### 4.2.4 Gelombang Harmonik

Hingga pembahasan di sini belum disebutkan bagaimana bentuk gelombang, yaitu bentuk fungsi  $f(x \pm ct)$ . Kenyataanya peristiwa rambatan tidak bergantung pada bentuk gelombang tersebut. Akan tetapi, terdapat bentuk gelombang yang sering muncul, yaitu *gelombang harmonik* atau *gelombang datar* yang dalam bentuk persamaan ditulis berikut.

$$\xi = \xi_0 \sin 2\pi\nu \left( t - \frac{x}{c} \right) = \xi_0 \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (4.52)$$

$\xi$  juga merupakan fungsi  $(x - ct)$ . Hal itu hanya terjadi pada koordinat  $x$  yang dijelaskan melalui persamaan [4.52], yaitu juga merupakan persamaan gelombang datar di dalam ruang yang mempunyai permukaan gelombang. Dengan kata lain, permukaan dengan  $\xi$  konstan adalah permukaan yang terbentuk tegak lurus terhadap sumbu  $x$ .

Gelombang menunjukkan bahwa pada tempat yang tetap ( $x = x_1$ ) pergeseran  $\sigma$  berubah secara periodik (bergetar secara periodik):  $\xi = \xi_0 \sin 2\pi(\nu t - \alpha_1)$ , dengan  $\alpha_1 = 2\pi\nu \cdot x_1/c$  adalah suatu konstanta yang pada posisi  $x_1$  hanya bergantung pada sudut fasa  $\alpha_1$ , yaitu yang bertambah ke arah kanan. Getaran yang terjadi di  $x_1$  akan mempunyai fasa yang sama pada  $x_2$  jika  $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi$  atau



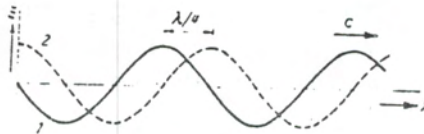
$$\frac{2\pi\nu \cdot x_1}{c} - \frac{2\pi\nu \cdot x_2}{c} = 2\pi,$$

Hal itu berarti bahwa

$$\nu(x_2 - x_1) = c.$$

Jarak dua tempat (posisi) yang mempunyai fasa sama, menurut definisi 4.1.1, adalah panjang gelombang dari gelombang. Dengan demikian kecepatan fasa adalah

$$c = \nu \cdot \lambda.$$



Gambar 4.32 Pergeseran suatu gelombang harmonik sejauh  $\lambda/4$  dalam waktu  $T/4$

Jika waktu dianggap konstan (misalnya pada  $t = 0$ ) maka

$$\xi = \xi_0 \sin \left( - \frac{2\pi\nu \cdot x}{c} \right) = -\xi_0 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

yaitu sebagai penyimpangan pada  $t = 0$ .

Persamaan di atas digambarkan sebagai kurva 2 pada Gambar 4.32. Gambaran itu adalah gambar sesaat dari gelombang pada  $t = 0$ . Pada waktu selanjutnya, yaitu  $T/4 = 1/4\nu$

$$\xi = \xi_0 \sin \left( \frac{\pi}{2} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) = \xi_0 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

yaitu digambarkan pada kurva 2 (gambar sesaat pada waktu  $T/4$ ). Pada gambar ditunjukkan bahwa gelombang pada saat itu akan mengalami pergeseran sejauh  $\lambda/4$  dari arah kiri ke kanan. Kecepatan fasa diperoleh kembali sebagai berikut.

$$c = \frac{\frac{\lambda}{4}}{\frac{T}{4}} = \frac{\lambda}{T} = v \cdot \lambda$$

Gelombang yang mempunyai amplitudo terletak pada arah rambatan disebut *gelombang longitudinal*. *Gelombang transversal* mempunyai amplitudo pada arah tegak lurus rambatan.

#### a) Rumusan Kompleks Gelombang: Vektor $k$

Fisika modern banyak berhubungan dengan gelombang. Gelombang adalah representasi paling elegan karena rumusan dengan gelombang lebih praktis. Dalam perhitungan selalu digunakan selain  $v$ , juga  $\lambda$  dan frekuensi sudut  $\omega = 2\pi\nu$  dan bilangan gelombang  $k = 2\pi/\lambda$ . Dengan demikian, gelombang harmonik yang merambat pada arah sumbu-  $x$  positif dapat ditulis sebagai berikut.

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

dengan fase sebarang  $\varphi$  pada suatu titik tertentu, misalnya pada  $x = 0$  dan  $\xi$  bergetar seperti  $\sin(\omega t + \varphi)$ . Profil gelombang pada saat tertentu ( $t = 0$ ) adalah  $\sin(kx + \varphi)$  dan dikatakan bahwa gelombang bergeser dengan kecepatan

$$c = \frac{\omega}{k}$$

Arah rambatan juga dapat disesuaikan dengan membuat  $k$  menjadi vektor  $k$  yang menunjukkan arah rambatan

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t - k \cdot r + \varphi)$$

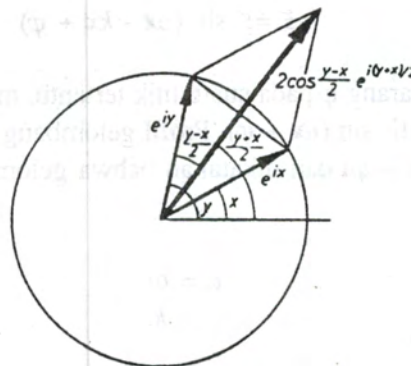
Selanjutnya, dapat pula dihindari perhitungan yang melelahkan dengan menyatakan gelombang dalam fungsi trigonometri, yaitu jika ditulis dalam bentuk kompleks.

$$\xi = \xi_0 e^{i(\omega t - k \cdot r + \varphi)}, \quad (4.53)$$

Dalam hal itu, hanya suku real dari persamaan gelombang di atas yang menyatakan keadaan peristiwa gelombang sebenarnya.

Perhatikan dua getaran harmonik yang saling tumpang tindih dan mempunyai frekuensi dan amplitudo sama, masing-masing  $\omega$  dan  $a$ , tetapi mempunyai vektor gelombang berbeda  $k_1$  dan  $k_2$ . Keduanya dapat berbeda arah, besar, dan  $\lambda$ . Persoalannya sekarang adalah lebih umum dari apa yang dibahas pada 4.2.6. Simpangan total keduanya adalah

$$\xi = a e^{i(\omega t - k_1 \cdot r + \varphi)} + a e^{i(\omega t - k_2 \cdot r + \varphi)}$$



Gambar 4.33 Tumpang tindih dua getaran dengan frekuensi sama

Selanjutnya, digunakan persamaan sederhana berikut yang berhubungan dengan bilangan kompleks jika  $x$  dan  $y$  dianggap bilangan real

$$e^{ix} + e^{iy} = 2 \cos \left( \frac{x-y}{2} \right) e^{i(x+y)}$$

seperti halnya dapat dibaca pada Gambar 4.33. Dengan demikian, simpangan kedua gelombang dapat ditulis sebagai berikut.

$$\xi = 2a \cos \left[ \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \cdot r \right] e^{i[\omega t - \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \cdot r]}$$

Persamaan terakhir menggambarkan gelombang datar dengan bilangan gelombang  $k_1 + k_2$  (diberikan pada fungsi  $e$ ) dan dengan amplitudo termodulasi di dalam ruang menurut faktor cosinus. Misalkan, amplitudo berharga nol pada setiap tempat di  $r$  maka untuk  $(k_1 + k_2) \cdot r = 2n\pi$  ( $n$  = bilangan bulat).  $n = 0$  berarti bidang terdapat tegak lurus terhadap vektor  $k_1 + k_2$ , sedangkan bilangan  $n$  lainnya, terletak paralel dengan jarak masing-masing sama dengan  $d = 2\pi/[k_1 + k_2]$ . Bidang itu disebut bidang simpul. Setengah darinya terdapat *bidang perut*. Pada keadaan  $k_1 = k_2$  terdapat gelombang diam murni.

### a) Energi Gelombang Harmonik Elastik

Kerapatan energi kinetik di dalam ruang adalah  $w_{\text{kin}}$ , yang didefinisikan sebagai energi kinetik yang terdapat pada posisi  $x$  di dalam elemen volume  $dV$

$$w_{E_{\text{kin}}} = \frac{1}{2} \rho \cdot \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot 4\pi^2 v^2 \cdot \xi^2 \cdot \cos^2 2\pi \left( \frac{t-x}{T\lambda} \right)$$

$\rho$  = kerapatan massa per satuan volume;  $\overline{\cos^2 2\pi (t/T - x/\lambda)} = 1/2$  adalah waktu rata-rata sehingga



$$\left. \begin{aligned} \overline{w_{\text{kin}}} &= \frac{1}{2} \cdot \overline{x^2} = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot x_0^2 \cdot \overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot \frac{x_0^2}{2} \\ &= \frac{1}{2} D \cdot \frac{x_0^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

Kerapatan energi  $\overline{w}$  adalah dua kali besarnya  $\overline{w_{\text{kin}}}$

$$\overline{w} = 2\epsilon\pi^2 v^2 \xi_0^2 \quad (\text{kerapatan energi}) \quad (4.56)$$

dan sebanding dengan kuadrat amplitudo dan frekuensi.

### b). Gelombang Bola dan Silinder

Titik rangsangan berbentuk silinder yang terdapat di dalam medium dapat berubah pada semua arah (sisi) dan muka gelombang akan berbentuk bola. Jika kecepatan rambat gelombang sama di semua arah, memenuhi medium isotropik, gelombang disebut *gelombang bola* dan akan terdapat *gelombang silinder*. Pada tempat di sekitar pusat rangsangan yang berada di permukaan bola terdapat aliran energi yang sama. Kerapatan energi haruslah berbanding terbalik dengan luas permukaan bola. Amplitudo gelombang pada tempat berjarak  $r$  dari pusat rangsangan adalah berbanding terbalik dengan jarak

$$\xi = \xi_1 \cdot \sin 2\pi \left( \frac{r}{\lambda} \right) \quad (4.56)$$

$\xi_1$  adalah amplitudo untuk  $r=1$ .

## 4.2.5 Interferensi Dua Gelombang Harmonik

### a) Frekuensi Sama

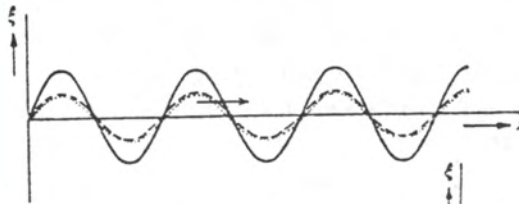
Pada dua gelombang yang mempunyai amplitudo tidak begitu besar, di dalam medium, dan keduanya mengalami *interferensi* berlaku prinsip superposisi tidak terganggu. Dua gelombang harmonik dengan frekuensi dan panjang gelombang sama, merambat pada arah yang sama pula  $\omega$  dan  $k$  dapat ditulis berbeda dalam amplitudo dan fase berikut ini.

$$\xi = \xi_1 \sin(\omega t - kx + \varphi_1)$$

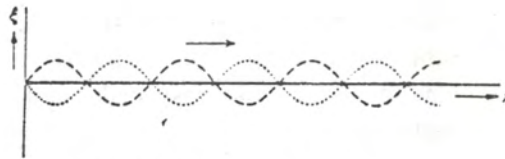
$$\xi = \xi_2 \sin(\omega t - kx + \varphi_2)$$

Setiap saat gelombang kedua akan berada di belakang gelombang pertama dengan perbedaan  $(\varphi_1 - \varphi_2)/k = 2\pi\lambda(\varphi_1 - \varphi_2)$ , yaitu disebut *perbedaan lintasan*. Perbedaan lintasan  $\Delta x$  sama artinya dengan perbedaan lintasan sebesar  $\Delta x + \lambda$ ,  $\Delta x + 2\lambda$  dan seterusnya.

Gelombang yang merambat dengan perbedaan lintasan  $0, \lambda, 2\lambda, \dots$  akan saling memperkuat satu dengan yang lain, melalui interferensi (lihat Gambar 165. Amplitudo gelombang interferensi, dalam hal ini, sama dengan penambahan amplitudo gelombang asalnya. Pada perbedaan lintasan  $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$  amplitudonya adalah sama dengan pengurangan amplitudo gelombang asal (lihat Gambar 4.35). Jika amplitudo gelombang asal sama, terjadi penghilangan gelombang sama sekali (karena penjumlahan sama dengan nol).



Gambar 4.34 Interferensi dua gelombang dengan beda posisi nol atau kelipatan bilangan bulat dari  $\lambda$



Gambar 4.35 Interferensi dua gelombang dengan beda posisi kelipatan bilangan ganjil dari  $\lambda$

Penggandaan amplitudo yang terjadi pada interferensi dua gelombang berbeda posisi kelipatan  $n\lambda$  (*beda fase 0*) dan saling meniadakan pada beda posisi  $(2n+1)\lambda/2$  (*beda fase  $\pi$* ) tidak berlawanan dengan hukum kekekalan energi. Apabila kedua gelombang tidak merambat pada arah yang sama, beda fase antar keduanya adalah  $\Delta\alpha$  dan selalu terletak pada bidang tertentu (bidang simpul  $\Delta\alpha = \pi$  dan bidang perut  $\Delta\alpha = 0$ ). Dengan melalui permukaan simpul, tidak terdapat energi. Interferensi hanya

terjadi karena pengubahan energi, sedangkan energi total tetap.

Pada perbedaan posisi 0 dan  $\lambda$  terjadi interferensi antara dua gelombang harmonik dengan panjang gelombang sama. Amplitudonya bergantung pada amplitudo tiap-tiap gelombang dan perbedaan posisi, sedangkan fase pada umumnya mengalami pergeseran terhadap gelombang asal. Ada hal yang analog dengan kasus getaran harmonik (lihat 4.1.3, cara paling sederhana dapat dilakukan melalui penjumlahan kompleks).

b) Frekuensi Beda

Kedua gelombang yang berinterferensi mempunyai bentuk

$$\xi_1 = \xi \cdot \sin 2\pi \left( \nu_1 t - \frac{x}{\lambda_1} \right)$$

$$\xi_2 = \xi \cdot \sin 2\pi \left( \nu_2 t - \frac{x + \Delta x}{\lambda_2} \right)$$

Gambaran sesaat tumpang tindih dua gelombang mirip dengan kasus modulasi pada getaran (Gambar 4.36). Absis tidak lagi dinyatakan sebagai  $t$ , tetapi  $x$ . Terbentuknya grup-grup gelombang yang amplitudonya semakin kecil terpisah oleh jarak (posisi). Grup gelombang itu bergerak dengan *kecepatan grup*  $c_{gr}$  yang bergerak tidak harus mempunyai fase sama dengan titik-titik yang terdapat padanya, misalnya sebuah puncak gelombang. Kecepatan itu akan terlihat jelas. Grup maksimum muncul jika fase kedua gelombang berfase sama (atau dengan harga kelipatan  $\lambda : 0, \lambda, 2\lambda, \dots$ )

$$\omega_1 t - k_1 x = \omega_2 t - k_2 x$$

atau

$$(\omega_2 - \omega_1) = (k_2 - k_1)x$$

Grup maksimum terletak pada  $t = 0$  dan pada  $x = 0$  maka untuk waktu  $t$  selanjutnya terletak pada posisi  $x$ ,



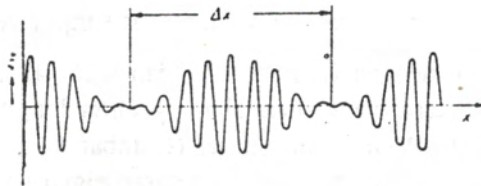
$$\frac{x}{t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{k_2 - k_1}$$

Persamaan di atas sama dengan kecepatan grup yang dicari. Jika perbedaan  $\nu$  atau  $\lambda$  sangat kecil, kecepatan grup dapat ditulis dalam bentuk diferensial sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c_{gr} &= \frac{d\omega}{dt} \\ &= \frac{d\nu}{d\lambda^{-1}} \\ &= \frac{d\nu}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\lambda^{-1}} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Jika kecepatan sudut  $\omega$  dinyatakan dalam kecepatan fase:  $\omega = ck$  maka

$$c_{gr} = \frac{1}{k} \frac{dc}{dk} = \lambda \frac{dc}{dk} + c \quad (4.58)$$



Gambar 4.36 Gambaran sesaat dua gelombang yang mengalami interferensi untuk  $\nu_1 = \nu_2$  terdapat dua gelombang, 1) gelombang dengan panjang gelombang besar dan 2) panjang gelombang dengan panjang gelombang dan frekuensi sama dengan gelombang asal (gelombang mengalami modulasi).

Kecepatan grup  $c_{gr}$  akan sama dengan kecepatan fase  $c$  jika tidak bergantung pada panjang gelombang atau dengan, jika tidak terjadi *dispersi*. Dalam keadaan itu kecepatan grup akan sama dengan kecepatan fase, jika kecepatan grup tidak bergantung pada panjang gelombang atau apabila



tidak terdapat dispersi. Persamaan [4.57] dan [4.58] secara umum berlaku untuk grup gelombang yang terdiri pada dua atau lebih gelombang-gelombang pembentuk dengan frekuensi yang berbeda. Kecepatan grup dapat bergantung dari frekuensi. Hal itu kebanyakan terjadi pada paket gelombang yang terpisah.

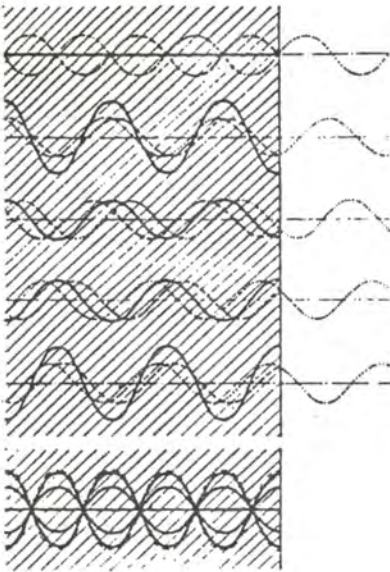
#### 4.2.6 Gelombang Diam

Gelombang diam muncul akibat interferensi dua gelombang yang mempunyai amplitudo dan panjang gelombang sama. Keduanya merambat berlawanan arah, misalnya interferensi gelombang cahaya yang direfleksikan oleh cermin. Bagaimana gelombang diam terjadi dapat dilihat pada Gambar 4.37 dan 4.38. Dengan melalui interferensi terjadi jarak-jarak simpul getaran yang teratur sebesar  $\lambda/2$ . Di tengah-tengah dua simpul adalah titik simpangan yang sama dengan amplitudo maksimum (*perut getaran*). Bergantung pada gelombang yang direfleksikan oleh medium yang mempunyai kerapatan tinggi atau rendah maka terjadi perbedaan pisisi sebesar  $\lambda/2$  atau tidak nol. Pada tempat terjadi refleksi pada medium berkerapatan besar, terjadi perut gelombang. Jika terjadi refleksi pada medium kurang rapat, hanya terdapat simpul gelombang.

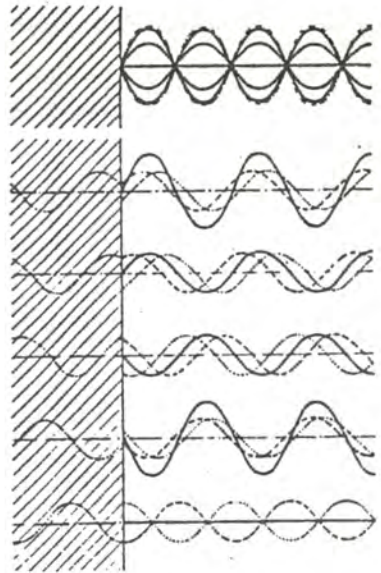
Bandingkan dengan Gambar 4.15 dan 4.16 (4.1.5) bahwa frekuensi eigen sebuah batang yang mengalami getaran longitudinal adalah juga gelombang diam. Pada getaran dasar (Gambar 4.15 dan 4.16b). dengan panjang batang  $l = \lambda/2$  atau  $\lambda = 2l$ ; getaran eigen ke- $n$  (lihat persamaan [4.19]) adalah

$$\nu_n = \frac{1}{\lambda_n} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{n}{2l} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.20a)$$

Perbedaan bentuk getaran dari batang bebas dan batang yang diikat pada kedua ujungnya akan memberikan pengertian gelombang diam dengan beda posisi nol pada refleksi gelombang di dalam medium dengan kerapatan kecil (ujung batang bebas) dan dengan beda posisi  $\lambda/2$  pada refleksi di dalam medium rapat (kedua ujung batang terikat), yaitu akan terjadi sebuah perut atau sebuah simpul getaran pada batang (lihat 4.4.4).



Gambar 4.37 Terjadinya gelombang diam akibat interferensi gelombang yang direfleksikan oleh medium renggang. Gelombang yang digambarkan barkan oleh garis titik-titik adalah gelombang yang melewati medium dan gelombang dengan garis putus-putus adalah gelombang yang yang direfleksikan oleh medium. Di dalam gambar masing-masing gelombang mengalami pergeseran posisi sebesar  $\lambda/5$  terhadap gelombang yang digambar di atasnya. Fasa gelombang yang direfleksi di dalam medium selalu tertutup terhadap gelombang yang datang. Pada gambar paling bawah adalah gelombang hasil interferensi dari 5 lima fasa yang berbeda



Gambar 4.38 Terjadinya gelombang diam akibat interferensi gelombang yang direfleksikan oleh medium rapat. Terdapat lompatan fasa sebesar  $\pi$  (gelombang datang mengalami pergeseran sebesar  $\lambda/2$  dan digambarkan pada sebelah kanan cermin, terdapat pemlikan arah gelombang direfleksikan). Pada bagian bawah digambarkan saling tumpah tindak gelombang hasil interferensi dengan 5 beda fasa

#### 4.2.7 Modulasi Amplitudo dan Fase

Pada teknik radio kuno dipakai *gelombang jejak* dengan frekuensi  $\omega$ , dari *gelombang akustik* untuk menyampaikan informasi (percakapan atau musik), yaitu dengan cara mengubah-ubah amplitudo sesuai dengan ritme *sinyal akustik: modulasi amplitudo* (AM). Sinyal akustik mempunyai amplitudo sebagai fungsi waktu  $a(t)$ . Gelombang yang dikirim dalam bentuk

$$V(t) = V_0 [A + a(t)] \cos \omega_0 t$$

dengan  $a(t) < A$ . Hal itu berarti bahwa amplitudo tidak dimodulasi secara sempurna. Misalkan, sinyal akustik adalah suatu suara sinus dengan frekuensi  $\omega_1$ :  $a(t) = a_1 \cos \omega_1 t$  sehingga

$$V(t) = V_0 A \cos \omega_0 t + V_0 a_1 \cos \omega_0 t \cos \omega_1 t$$

Berdasarkan teorema penambahan cosinus ( $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \pm \sin\alpha \sin\beta$ ), sinyal di atas dapat ditulis kembali menjadi

$$V(t) = V_0 A \cos \omega_0 t + V_0 a_1 \cos [(\omega_0 + \omega_1)t] + \cos [(\omega_0 - \omega_1)t]$$

Dalam transformasi Fourier, peristiwa di atas ternyata tidak hanya terdapat frekuensi  $\omega_0$ , tetapi terdapat pula pita-pita (*band*) frekuensi yang melemahkan, yaitu  $\omega_0 + \omega_1$  dan  $\omega_0 - \omega_1$ . Peristiwa akustik yang terdiri atas semua daerah frekuensi pendengaran, praktis dari  $\omega = 0$  hingga  $\omega_m$ , maka gelombang akustik tersebut akan mengandung frekuensi keseluruhannya, antara  $\omega_0 - \omega_m$  dan  $\omega_0 + \omega_m$ . Untuk penerima HiFi haruslah harga  $\omega_m = 15$  kHz. Jika frekuensi pancaran dua pemancar radio terletak dekat dari 30 kHz, tinggi amplitudo keduanya akan terpotong. Setiap motor listrik dan pelepasan muatan di atmosfer akan membekas pada antena penerima, yaitu terjadinya perubahan amplitudo, kemudian diikuti oleh gangguan penerima dari pengirim gelombang AM (gelombang panjang, tengah, dan pendek). Fase gelombang yang dipancarkan umumnya tidak terpengaruh oleh gangguan tersebut sehingga mudah diduga bahwa penerima pan-



caran gelombang fase yang termodulasi akan lebih jernih. Untuk menggunakan semua daerah frekuensi pendengaran, haruslah frekuensi gelombang yang dipancarkan dibuat setinggi mungkin (UKW) dan biasanya lebih disukai untuk memilih frekuensi dalam batas jangkauan yang dapat diterima.

Peristiwa gelombang fase termodulasi dapat ditulis dalam bentuk

$$V(t) = V_0 \cos [\omega_0 t + a(t)]$$

$a(t)$  adalah sama seperti di atas, sebagai sinyal akustik. Dalam hal ini,  $a(t)$  berubah secara perlahan-lahan terhadap waktu sehingga dalam interval waktu tertentu dapat disesuaikan dengan beberapa periode gelombang yang dipancarkan, misalkan ditulis  $a(t) = a_0 + t da/dt = a_0 + at$  maka

$$V(t) = V_0 \cos (a_0 + \omega_0 t + at) \quad (4.60)$$

Frekuensi sesaat bukan  $\omega_0$  melainkan  $\omega_0 + a$  sehingga modulasi fase diperlakukan sama dengan modulasi frekuensi (FM).

Relasi pada persamaan [4.60] dibuat untuk para pembaca yang telah mengetahui perhitungan fungsi kompleks. Dengan prosedur sederhana, dapat dibuat perhitungan untuk mengubah peristiwa dari gelombang amplitudo termodulasi menjadi gelombang fase termodulasi. Turunan terhadap waktu  $a$  untuk peristiwa periodik berhubungan dengan multiplikasi  $i\omega$ . Dengan kata lain, terdapat perubahan fase sebesar  $\pi/2$ . Seandainya dimisalkan bahwa gelombang yang dinyatakan oleh persamaan [4.60] dikirim melalui pita (band) frekuensi yang sempit, hanya dapat melewatkan  $\omega_0$ , gelombang lainnya dapat dilewatkan melalui *band-pass filter*, hanya dapat melewatkan gelombang dengan frekuensi sisi tertentu (frekuensi sisi dimaksud adalah  $\omega_0 - \omega_1$  dan  $\omega_0 + \omega_1$ ). Salah satu dari kedua sinyal tersebut akan mengalami pergeseran fase sebesar  $\pi$  sehingga akan diperoleh, misalnya  $AV_0 \cos \omega_0 t$  menjadi  $AV_0 \cos \omega_0 t$  (untuk merealisasi hal itu cukup menggunakan sebuah kapasitor dan tahanan) Kedua peristiwa gelombang ditulis bersama-sama kembali.



$$V' = AV_0 \sin \omega_0 t + V_0 a(t) \cos \omega_0 t$$

Jika  $a(t) \ll A$ , dapat ditulis

$$V' = AV_0 \sin [\omega_0 t + V A^{-1} a(t)]$$

(Pembuktian dapat dilakukan dengan menggunakan teorema penambahan sinus). Sinyal di atas adalah sinyal FM.

Dengan cara analog demikian pula bekerjanya *mikroskop fase kontras*. Sebuah objek transparan, misalnya sebuah sel, praktis tidak memodulasikan gelombang cahaya yang dilewatkan padanya. Dengan pewarnaan, terdapat gelombang AM yang diperkuat, hanya dapat dilewatkan oleh objek-objek biologis yang terbatas. Selain itu, hampir semua zat pewarna adalah racun, tetapi sel mempunyai indeks bias yang berbeda dengan lingkungannya. Hal ini berarti dapat mengubah fase gelombang. Dalam hal ini, akan diperoleh sinyal gelombang fase termodulasi, yang bukan termodulasi terhadap waktu, melainkan termodulasi terhadap ruang. Dengan kata lain dilakukan pengamatan gelombang pembawa cahaya monokromatik dan gelombang sisinya. Dengan pertolongan perkakas optik dapat dilakukan pemisahan antara gelombang pembawa dan gelombang sisi, yaitu salah satu dari kedua gelombang dapat berbeda fase sebesar  $\pi/2$  jika dilewatkan pada plat  $\lambda/4$  (lihat 10.4.1) dan diperoleh sinyal AM dalam bentuk terang kontras.

### 4.3 Prinsip Huygens-Fresnel

#### 4.3.1 Gambaran Rambatan Gelombang Melalui Gelombang Elementer

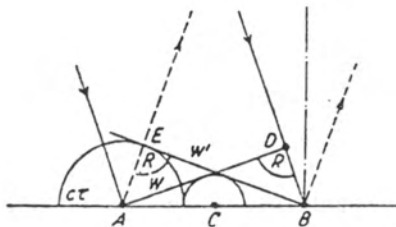
Rambatan gelombang dapat dijelaskan sebagai berikut. Bahwa setiap titik yang terdapat di permukaan gelombang merupakan pusat (sumber) suatu *gelombang elementer* berbentuk bola. Permukaan amplopnya merupakan gelombang untuk waktu selanjutnya (prinsip Huygens).

Prinsip Huygens dapat dibuktikan melalui peristiwa interferensi gelombang. Gelombang di suatu titik merupakan interferensi dari semua gelombang elementer yang berasal dari titik-titik yang berbeda di bawah pengamatan fasenya (prinsip Huygens-Fresnel; lihat Bab VI: *Optika Gelombang*).

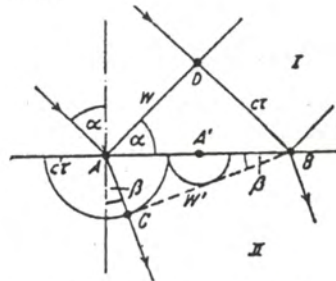
Prinsip Huygens tidak berlaku untuk gelombang yang timbul dari benda yang dapat berubah bentuk, tetapi berlaku untuk perambatan gelombang pada umumnya, misalnya gelombang permukaan, gelombang cahaya, dan gelombang materi. Telah disebutkan sebelumnya tentang adanya refleksi dan difraksi gelombang.

#### 4.3.2 Hukum Refleksi

Suatu muka gelombang  $W$  jatuh pada sebuah cermin  $A$ . Dari muka gelombang itu terdapat gelombang elementer yang pada saat  $\tau$  mempunyai jari-jari  $AE = c \cdot \tau$ . Pada saat yang sama muka gelombang mencapai  $B$  (lihat Gambar 4.39). Pada saat setengah gelombang mencapai  $C$ , yaitu titik tengah antara  $A$  dan  $B$ , gelombang elementer yang melewati  $C$  akan mempunyai waktu  $\pi/2$  dan jari-jari  $r = c \cdot \pi/2$ . Semua gelombang elementer yang berasal dari titik  $A$  dan  $B$  setelah mencapai waktu  $\tau$  terletak di permukaan  $W'$ , yaitu permukaan yang digambarkan memotong garis lurus  $EB$ . Dalam hal ini  $DB = AE$  (berarti sebagai gelombang permukaan yang datang dan gelombang elementer yang berasal dari  $A$  pada saat  $\tau$ , sebagai lintasan balik yang ditempuh gelombang),  $\Delta ABC \cong \Delta ADB$ , dan selanjutnya  $\angle BAE = \angle ABD$ . Hal itu berarti terbentuk gelombang normal (*berkas*), gelombang pada permukaan gelombang datang, dan akan terbentuk sudut yang sama dengan cermin, seperti halnya gelombang normal (*berkas*), gelombang yang direfleksikan. Dengan demikian terdapat kesamaan antara *sudut jatuh*, yaitu sudut antara berkas jatuh dan bidang datar, dan *sudut refleksi*, yaitu sudut antara berkas yang direfleksikan dan bidang datar.



Gambar 4.39 Pengertian hukum refleksi dengan prinsip Huygens



Gambar 4.40 Pengertian hukum pembiasan dengan prinsip Huygens

### 4.3.3 Hukum Pembiasan

Pada pembiasan ditemukan gelombang datar yang melewati suatu medium dengan kecepatan rambatan  $c'$ . Rambatan muka gelombang  $W$  dari  $D$  ke  $B$ , memerlukan waktu sebesar  $\tau = DB/c$ . Pada medium II gelombang elementer yang merambat dari  $A$ , setelah saat ini akan mencapai radius sebesar  $c' \cdot \tau$ . Dari titik  $A'$ , yang terletak antara  $A$  dan  $B$ , yang dari  $W$  setelah waktu  $\pi/2$  mencapai titik tersebut, setelah mencapai waktu selanjutnya  $\pi/2$ , gelombang elementer akan mencapai  $1/2 \cdot c' \cdot \tau$ .  $CB$  adalah muka gelombang  $W'$  di dalam medium II. Dengan demikian, berlaku bahwa

$$\sin \alpha = \frac{DB}{AB} = \frac{c \cdot \tau}{AB} \quad \sin \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{c' \cdot \tau}{AB}$$

maka

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \tau}{AB} : \frac{c' \cdot \tau}{AB} = \frac{c}{c'} \quad (4.61)$$

*Perbandingan sinus sudut jatuh dan sinus sudut pantul (sudut yang dibentuk berkas cahaya yang dipantulkan terhadap bidang datar) adalah konstan dan sama dengan perbandingan kecepatan rambatan di dalam kedua medium.*

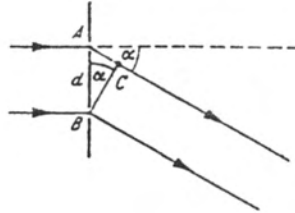
Pernyataan ini berlaku untuk semua bentuk gelombang dan pertama kali diungkap oleh Snellius (1621).

### 4.3.4 Kisi dan Difraksi

Jika sebuah permukaan gelombang jatuh pada sebuah layar yang terdapat sebuah celah berukuran sangat kecil dibandingkan dengan panjang gelombang, gelombang yang terdapat setelah celah akan melebar dengan celah sebagai pusat gelombang bola. Pelebaran gelombang terjadi karena gelombang-gelombang elementer yang berasal dari gelombang primer melewati celah. Deviasi pelebaran yang berbentuk garis lurus dari



gelombang yang melewati celah disebut *difraksi* (hamburan). Difraksi gelombang melalui celah akan dibahas lebih rinci pada 10.2.2.



Gambar 4.41 Kisi difraksi

Dua celah yang tersusun pada layar secara paralel dan terletak pada jarak  $d$  merupakan contoh *kisi difraksi* (Gambar 4.41).  $d$  disebut *konstanta kisi*. Perbedaan lintasan gelombang dari dua berkas gelombang paralel, yaitu dari gelombang elementer, yang melalui dua celah kisi berdekatan dan membentuk sudut  $\alpha$  terhadap arah tegak lurus berkas gelombang yang mengalami difraksi, maka  $AC = d \sin \alpha$ . Rangsangan (dalam hal ini intensitas) terbesar akan diperoleh jika kondisi memenuhi

$$d \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (4.62)$$

yaitu suatu tempat (posisi) gelombang-gelombang elementer yang datang dari kedua celah tersebut, dengan fase yang sama, dan mengalami superposisi satu dengan yang lain. Pada daerah di antaranya, gelombang-gelombang tersebut akan saling menghilangkan dan  $n = 1, 2, 3, \dots$ , disebut *bilangan interferensi* atau  $AC = n \cdot \lambda$  (lihat 10.2.5).

#### 4.3.5 Efek Doppler.

Sebuah gelombang yang berasal dari sumber diam, mempunyai frekuensi  $\nu_0$ . Seorang pengamat yang diam dapat mengamati gelombang dengan frekuensi getaran  $\nu_0$  setiap saat. Apabila pengamat bergerak mendekati sumber bunyi dengan kecepatan  $v$ ,  $\Delta t$  akan terdapat panjang



gelombang sebanyak  $\Delta n = \frac{v \cdot \Delta t}{\lambda}$  yang sampai pada pengamat.  $\Delta n / \Delta t = v' = v / \lambda = v_0 \cdot \frac{v}{v_0 \cdot \lambda} = v_0 \cdot v / c$  adalah jumlah getaran per satuan waktu, yaitu kelebihan frekuensi getaran suara yang sampai ke telinga pengamat selain  $v_0$ .

Untuk seorang pengamat yang bergerak ke arah sumber gelombang akan menerima frekuensi sebesar

$$v = v_0 + v_0 \cdot \frac{v}{c} = v_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \quad (4.63)$$

Apabila sumber bunyi bergerak menjauhi pengamat (dengan kecepatan  $-u$ ), pengamat akan mendengar gelombang bunyi dengan frekuensi semakin kecil, yaitu

$$v = v_0 \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \quad (4.64)$$

Juga jika sumber bunyi bergerak relatif terhadap medium diam, yaitu medium tempat gelombang bunyi merambat dan pengamat juga diam, akan terdapat pula perubahan frekuensi. Periode getaran adalah  $T = 1/v$ . Selama waktu gelombang merambat sepanjang panjang gelombangnya  $\lambda$ , tetapi pada arah yang sama, yaitu  $u \cdot T = v/v$ , merupakan panjang gelombangnya dan berdasarkan definisi jarak titik-titik yang berdekatan dengan fase sama

$$\lambda' = \lambda - \frac{v}{v} = \frac{c}{v} - \frac{v}{v} = \frac{c}{v} \left( 1 - \frac{v}{c} \right)$$

pengurangan jarak  $\lambda'$  dua pemampatan atau peregangan pada rambatan gelombang selanjutnya akan tetap dan akan mempunyai besar yang sama. Pada tempat pengamat frekuensi gelombang menjadi

$$v = \frac{c}{\lambda'} = \frac{v_0}{1 - \frac{v}{c}} \quad (4.65)$$

Sumber gelombang yang bergerak dengan kecepatan  $v$  menjauhi pengamat, berlaku

$$v = \frac{v_s}{1 + \frac{v}{c}} \quad (4.66)$$

Dalam hal ini, perubahan frekuensi tidak sama apabila sumber gelombang dengan kecepatan relatif  $v$  terhadap pengamat atau pengamat dengan kecepatan yang sama bergerak relatif terhadap sumber gelombang diam. Berdasarkan kenyataan itu diperoleh relasi

$$v = \frac{c}{\lambda'} = \frac{v_s}{1 - \frac{v}{c}} = v_s \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1} = v_s \left[1 + \frac{v}{c} + \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \dots\right]$$

dan harga  $\frac{v}{c}$  yang kecil akan dipenuhi bahwa  $v_s \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ . Berdasarkan hukum relativitas, persoalan itu juga merupakan pokok yang menentukan gelombang cahaya.

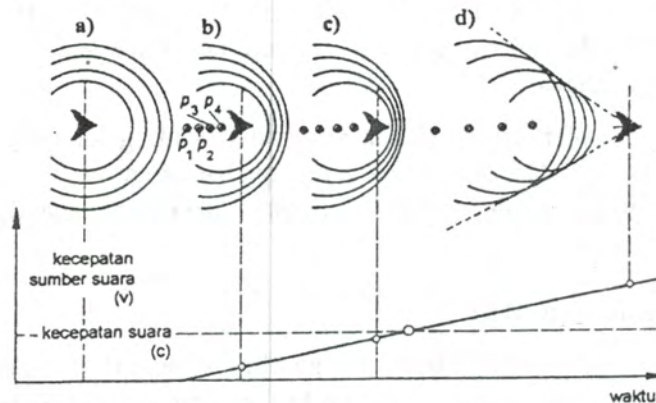
Efek Doppler, khususnya, selalu diamati pada gelombang bunyi di udara, karena dalam fenomena harga perbandingan  $v/c$  selalu dapat diamati dengan mudah perubahan frekuensi suara yang dapat didengar di telinga manusia.

#### 4.3.6 Bilangan Mach

Gambar 4.42 menunjukkan gambaran sesaat puncak-puncak gelombang yang berasal dari sumber gelombang bergerak dengan kecepatan  $v$ ; misalnya gelombang suara yang berasal dari sebuah pesawat terbang. Gambar 4.42a menunjukkan empat puncak gelombang yang terbentuk pada jarak waktu yang sama dan gelombang mempunyai momentum berasal dari sumber diam. Gambar 4.42b hingga 4.42d adalah gelombang yang sama untuk jarak waktu sama, tetapi berasal dari sumber yang bergerak, yaitu gelombang yang dipancarkan dari titik  $P_1, P_2, \dots, P_4$  yang berdekatan. Setiap puncak gelombang merambat secara radial dari pusatnya dengan kecepatan  $c$ . Sebuah penerima yang terdapat sebelum sumber bunyi akan menerima puncak gelombang dalam jarak waktu lebih

singkat. Sebaliknya, apabila penerima berada setelah sumber akan menerima puncak gelombang dalam jarak waktu lebih panjang. Keduanya relatif seandainya sumber gelombang berada dalam keadaan diam. Hal itu dapat dijelaskan dengan efek Doppler, seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, dan akan terjadi demikian seandainya gelombang tidak saling berpotongan. Dengan kata lain, kecepatan sumber  $v$  lebih kecil daripada kecepatan gelombang suara  $c$  ( $v < c$ ).

Jika sumber bergerak dengan kecepatan sama, seperti halnya gelombang ( $u = c$ ), lingkaran yang berasal dari  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  yang menggambarkan posisi sumber gelombang akan bertemu di suatu titik, yaitu pada titik yang sama dengan tempat terdapatnya sumber dalam waktu sesaat. Pada titik itu akan berkumpul semua puncak gelombang yang dikirimkan sebelumnya, tentunya dengan penurunan amplitudo, dan membentuk dinding suara yang bergerak sama dengan sumber.



Gambar 4.42 Efek Doppler dan Kerucut Mach

Apabila sumber bergerak dengan kecepatan lebih besar daripada kecepatan suara atau  $u > c$ , akan diperoleh puncak-puncak gelombang seperti ditunjukkan oleh Gambar 4.42d. Puncak gelombang setelah berpotongan dengan puncak gelombang sebelumnya terjadi ruang berbentuk kerucut. Karena permukaan gelombang saling bersilangan satu dengan yang lain, sebagian besar gelombang akan saling menghilangkan, sementara pada kulit kerucut terbentuk muka gelombang. Sumber yang terdapat di depan kerucut tidak akan menyadari apa yang terjadi di



belakangnya. Sumber membentuk daerah penebalan berbentuk kerucut di belakangnya yang berasal dan menghilang dari sumber itu sendiri, yaitu jika sumber bergerak dengan kecepatan lebih kecil daripada  $c$ . Fenomena ini disebut *gelombang kepala*. Sudut puncak kerucut  $\alpha$ , seperti terlihat pada Gambar 4.42 adalah

$$\sin \alpha = \frac{c}{v} = \frac{1}{M} \quad M = \text{bilangan Mach} \quad (4.67)$$

Kepala yang berbentuk kerucut atau gelombang yang saling bertumbukan tidak hanya diamati pada gelombang suara elastik, misalnya suara tembakan. Pesawat udara berkecepatan lebih besar daripada kecepatan suara juga pada gelombang cahaya, yaitu jika titik sumber bergerak lebih cepat daripada kecepatan gelombang sendiri. Hal itu dapat terjadi pada medium yang mempunyai indeks bias besar dari 1 ( $n > 1$ ) (lihat berkas Cerenkov, 13.3.2).

## 4.4 Gelombang Suara

Gelombang elastik di dalam medium yang dapat berubah bentuk disebut gelombang bunyi. Di dalam medium padat gelombang itu muncul sebagai gelombang longitudinal dan transversal. Di dalam zat cair dan gas hanya terdapat gelombang longitudinal karena di dalam zat-zat itu tidak dikenal gaya geser (modulus geser  $G = 0$ ). Dengan demikian, tidak terdapat gelombang transversal, karena gelombang transversal bergantung pada besaran ini.

Dalam pembahasan ini akan dibahas gelombang di udara, karena gelombang itu dipandang penting dalam kehidupan manusia, seperti telinga pada manusia, sebagai alat penangkap gelombang suara yang sensitif. Analisis gelombang ini dipandang, tanpa pengecualian, berlaku pada medium lain.

### 4.4.1 Gelombang Diam pada Suara di dalam Gas dan Zat Cair

Gelombang diam longitudinal dari partikel-partikel gas mempunyai simpul yang terdapat pada kedua ujung. Beda fasa adalah  $\pi$  dan partikel-partikel gas selalu bergetar berlawanan arah satu dengan yang lain. Tem-



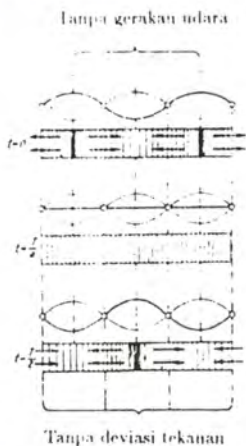
pat terdapatnya simpul dari gelombang yang bergerak mempunyai tekanan terbesar (Gambar 4.43). Jika terjadi pertambahan getaran satu dengan yang lain, tekanan pada bagian ini dapat mencapai tekanan bagian medium yang tidak mengalami gangguan dan jika terjadi penurunan, tekanan akan berkurang pula. Pada daerah perut tekanan adalah konstan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa *pada simpul getaran terdapat perut tekanan dan pada perut getaran terdapat simpul tekanan*.

Berikut terdapat contoh-contoh atau cara-cara untuk membuktikan dan mengukur adanya gelombang diam pada gelombang suara.

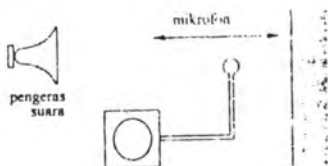
$$u^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos (180^\circ - \alpha). \quad (4.68)$$

#### a) Di Belakang Dinding Reflektor

Sebuah pengeras suara yang dapat mengeluarkan gelombang sinusoidal ditempatkan di belakang sebuah dinding datar berfungsi sebagai reflektor gelombang. Letak jarak yang demikian itu menjadikan gelombang datar dapat mengenai dinding tersebut. Sebuah *mikrofon* yang



Gambar 4.43 Susunan simpul tekanan dan perut tekanan pada simpul perut getaran.



Gambar 4.44 Pembuktian adanya gelombang diam di belakang dinding reflektor gelombang suara

dihubungkan dengan *osilograf* diletakkan di antara dinding dan pengeras suara dapat digerakkan ke kiri dan kanan pada arah tegak lurus pengeras suara dan dinding (Gambar 4.44). Dengan susunan demikian dapat diketahui bahwa apabila mikrofon berada pada jarak setengah panjang gelombang dari dinding, osilograf tidak mencatat adanya gelombang yang diterima (lihat Gambar 4.38). Adanya gelombang diam harus terdapat di dalam ruang tersebut, tetapi ruang tersebut haruslah bersifat tidak meredam gelombang suara, misalnya dengan membuat dinding ruang dari bahan absorber jelek untuk gelombang suara.

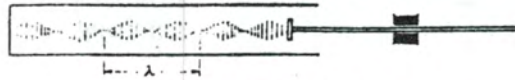
#### b) **Pipa Kund**

Sebuah pipa yang salah satu ujungnya tertutup diisi gas. Di tengah-tengah pipa diletakkan sebuah batang (batang terbuat dari logam atau kaca) dan melalui rabaan pada batang akan terdapat getaran panjang. Dari ujung batang akan merambat gelombang dan menyelusup ke dalam pipa berisi udara. Gelombang tersebut, setelah mengenai ujung pipa yang tertutup akan, direfleksikan kembali sehingga akan terjadi gelombang diam di dalam pipa. Adanya tepung yang sangat halus atau bubuk *likopodium* di dalam pipa dapat diketahui adanya simpul dan perut gelombang diam (lihat Gambar 4.45, yaitu bagian yang diarsir) dan dapat pula ditandai bahwa letak simpul dan perut adalah tetap, selama adanya gelombang diam. Jarak antara dua simpul adalah  $\lambda/2$ . Sementara itu, gelombang yang merambat di dalam batang logam atau kaca mempunyai panjang gelombang dua kali  $\lambda_b$ , yaitu sama dengan dua kali panjang batang. Hal itu dapat dibuktikan dengan cara membandingkan panjang gelombang di udara (gas) dan di dalam batang yang sebanding dengan perbandingan kecepatan suara di dalam kedua medium.

#### c) **Pipa Resonator Quinck**

Getaran eigen yang mungkin dari udara yang terdapat di dalam pipa dan mempunyai satu sisi tertutup (misalnya sebuah pipa dengan salah satu sisinya direndamkan di dalam air, tetapi tidak sampai terbenam seluruhnya) ditampilkan pada Gambar 4.16a. Dengan membuat syarat batas tertentu (sesuai dengan konfidurasi seperti pada Gambar 4.46), dapat dibuat agar pada salah satu ujung pipa terdapat simpul dan ujung

lainnya terdapat perut. Dengan demikian, getaran akan terdapat jika panjang pipa (dalam hal ini sesuai dengan panjang kolom udara dalam pipa) sebesar  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $\frac{3\lambda}{4}$ ,  $\frac{5\lambda}{4}$  dan seterusnya. Getaran dapat terdengar melalui sebuah garpu tala yang ditempatkan di atas pipa yang terbuka, karena garpu tala dapat mengalami resonansi, yaitu jika  $L = \frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{3\lambda}{4}$ , dan seterusnya. Perbedaan panjang, yaitu jika pipa diangkat dari air dan terjadi bunyi yang sangat keras adalah jika  $\frac{\lambda}{2}$ .



Gambar 4.45 Pipa Kund



Gambar 4.46 Resonator Quinck

#### d) Interferometer Gelombang Ultrasonik Pierce

Gelombang ultrasonik atau gelombang suara frekuensinya adalah lebih besar dari 20 kHz, yaitu frekuensi yang tidak lagi dapat didengar oleh telinga kita. Sumber gelombang itu adalah bahan piezoelektrik (lihat 6.2.5). Dari sebuah sumber gelombang ultrasonik ( $P$ ), gelombang direfleksikan oleh sebuah cermin ( $Sp$ ) yang terletak paralel sehingga lapisan yang terdapat antara  $P$  dan  $Sp$  akan mengalami resonansi (Gambar 4.47), yaitu jika terjadi getaran yang keras, apabila tebal lapisan sebesar  $n \cdot \lambda/2$  ( $n$  = bilangan bulat). Peristiwa itu sesuai dengan terjadinya resonansi pada pipa yang kedua sisinya tertutup (lihat Gambar 4.16b). Diketahui bahwa terjadinya resonansi berarti penggunaan energi yang berlebihan dari pemberi gelombang. Hal itu dapat dibuktikan secara elektris. Untuk pengukuran yang lebih teliti, reflektor digerakkan pada



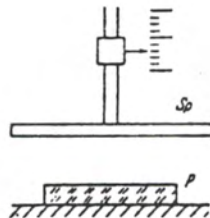
arah normal sumber gelombang hingga berada pada jarak yang dapat diukur. Pengukuran kecepatan gelombang dapat diperoleh melalui frekuensi sumber gelombang dengan menggunakan peralatan listrik yang mempunyai ketepatan tinggi.

e) **Pengukuran Panjang Gelombang Ultrasonik dengan Metode Optik (Debye-Sears)**

Suatu gelombang ultrasonik merambat pada arah tegak lurus dari cahaya monokromatik paralel (tegak lurus terhadap permukaan gelombang ultrasonik). Pada gelombang suara terjadi perubahan kerapatan (medium) secara periodik sehingga terjadi pula perubahan indeks bias medium (lihat VI, 24). Medium tempat gelombang ultrasonik terjadi mempunyai sifat mirip dengan kisi optik (lihat 4.3.4 dan 10.22). Dari sebuah layar yang menangkap spektrum hamburan (difraksi) dapat dicari konstanta kisi medium, yaitu sama dengan panjang gelombang ultrasonik  $\lambda$  di dalam medium

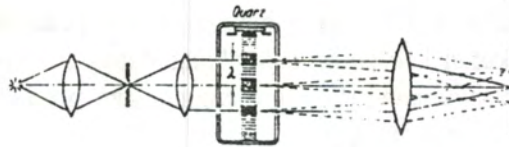
$$\sin \alpha_z = z \frac{\Lambda}{\lambda}$$

$\alpha_z$  adalah sudut antara berkas hamburan ke  $-z$  dan  $k-O$  (berkas pusat) pada layar.  $\Lambda$  adalah panjang gelombang cahaya monokromatik yang digunakan. Dalam hal ini, syarat di atas tetap berlaku apakah terjadi gelombang diam karena refleksi atau tidak. Konstant kisi dalam kedua kasus adalah sama dan timbulnya hamburan cahaya karena pergeseran medium. Jika digunakan kecepatan suara sekali pun, tidak ada pengaruhnya.



Gambar 4.47 Interferometer ultrasonik Pierce





Gambar 4.48 Pengukuran panjang gelombang ultrasonik dengan metode Debye-Sears

#### 4.4.2 Pengukuran Kecepatan Suara

Semua penjelasan tentang metode pengukuran panjang gelombang ( $\lambda$ ) pada 4.4.1 dapat memungkinkan untuk mengukur kecepatan suara, yaitu jika frekuensi suara ( $\nu$ ) diketahui, maka

$$c = \nu \cdot \lambda$$

Dengan menggunakan momentum suara yang singkat, yaitu melalui ledakan (detonasi) atau melalui fenomena piezoelektrik, kecepatan suara dapat diukur melalui lintasan pantulan gelombang suara dalam waktu tertentu. Untuk menentukan kecepatan suara di udara, metode yang dipakai mempunyai peran penting (biasanya metode itu disebut perhitungan kecepatan suara artileri). Di dalam laboratorium, pengukuran kecepatan suara di dalam medium seperti benda padat, gas dan cair dapat pula dilakukan.

#### Pengukuran Kecepatan Suara di dalam Gas (Laplace)

Telah diketahui bahwa kecepatan rambatan gelombang di dalam gas adalah

$$c = \sqrt{\frac{1}{q \cdot \chi}}$$

dengan  $\chi$  adalah kompresibilitas. Besarnya sama dengan kebalikan tekanan jika kompresi gas terjadi pada temperatur tetap (persamaan [3.27]). Sekarang pandang kasus. Apabila pada gas yang mengalami kompresi terjadi kenaikan temperatur (pemanasan) dan pada gas yang

mengalami regangan terdapat penurunan temperatur (pendinginan). Adanya pemanasan dan pendinginan gas, partikel-partikel gas akan mengalami pemisahan sebesar setengah panjang gelombang sehingga rambatan panas yang menyebabkan temperatur setimbang dalam saat yang singkat dan hanya berlangsung sepanjang setengah panjang gelombang dan tidak akan berpengaruh. Dengan demikian, hubungan antara  $p$  dan  $V$  melalui perubahan keadaan tanpa pertukaran panas dengan lingkungan sekelilingnya berlaku relasi Poisson (proses *adiabatis*).

$$p \cdot V^{\frac{c_p}{c_v}} = \text{konstan}, \quad (4.69)$$

$c_p$  dan  $c_v$  masing-masing sebagai panas jenis spesifik pada tekanan dan volume konstan. Diferensial total pada ruas kiri persamaan [4.69] akan berharga nol, yaitu

$$V^{\frac{c_p}{c_v}} \cdot dp + p \cdot \frac{c_p}{c_v} \cdot dV = 0$$

atau

$$\left( \frac{dV}{dp} \right) = - \frac{V}{\left( \frac{c_p}{c_v} \right) \cdot p}$$

Kompresibilitas adiabatik adalah

$$\chi = - \frac{1}{V} \cdot \left( \frac{dV}{dp} \right) = \frac{1}{\frac{c_p}{c_v} \cdot p}$$

sehingga kecepatan suara di dalam gas dapat dicari sebagai berikut.

$$c = \sqrt{\frac{c_p \cdot p}{c_v \cdot q}} \quad (\text{persamaan Laplace}) \quad (4.70)$$

Jika amplitudo gelombang suara kecil, deviasi temperatur juga kecil dan temperatur rata-rata akan tetap konstan. Selain itu, tekanan dan kerapatan gas saling proporsional dan perbandingannya juga konstan. Selanjutnya, kecepatan suara tidak bergantung pada tekanan.

TABEL 4.1 KECEPATAN SUARA DALAM BERBAGAI MEDIUM (20°C)

Medium	$c$ [m/det]	Medium	$c$ [m/det]
Hidrogen	266	Air	1485
Udara	326	Timah	1300
Nitrogen	349	Tembaga	3900
Helium	1007	Aluminium	5100
Oksigen	1309	Besi	5100
Aseton	1190	Gelas kron	5300
Bensol	1324	Gelas Flint	4000

Pada temperatur 0°C dan tekanan 760 torr kerapatan udara adalah  $\rho_v = 0,0001293 \text{ g/cm}^3$ ;  $c_p/c_v = 1,40$  maka kecepatan suara menjadi

$$c_s = \sqrt{1,40 \cdot \frac{76 \cdot 13,55 \cdot 981}{0,0001293}} \text{ cm/det} = 33130 \text{ cm/det} \quad (4.71)$$

Harga itu sesuai dengan hasil percobaan.

Pada kenaikan tekanan, harga kerapatan gas akan menurun, memenuhi hubungan sebagai berikut.

$$q_t = \frac{q_0}{1 + \alpha t}$$

$\alpha = 1/273,2^\circ$  (lihat Bab II, 5) maka kecepatan suara akan bertambah dengan bertambahnya temperatur menurut persamaan berikut

$$c_t = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p}{q_t}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p}{q_0}} \cdot \sqrt{1 + \alpha t} = c_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha t} \quad (4.72)$$

Kecepatan suara di dalam gas ideal juga tidak bergantung tekanan, yaitu jika perubahan keadaan dalam gelombang suara berlangsung pada keadaan kesetimbangan. Pada keadaan frekuensi tinggi atau tekanan rendah, kondisi kecepatan suara tidak bergantung tekanan tidak berlaku lagi, dalam hal ini  $c$  akan bertambah sesuai dengan perbandingan  $v/p$  kemudian kembali konstan (disebut *kondisi dispersi*). Pada gas poli-atomik hal itu dapat terjadi hingga pada frekuensi pendengaran manusia. Pertambahan harga kecepatan dengan kenaikan temperatur tidak lebih dari hanya beberapa persen.

#### 4.4.3 Cepat Suara dan Amplitudo Tekanan

Sebuah gelombang harmonik (persamaan [4.52]) ditulis sebagai berikut.

$$\xi = \xi_0 \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Jika mempunyai kecepatan gerak partikel, ditulis sebagai berikut.

$$u = \frac{\partial \xi}{\partial t} = 2\pi \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Besarnya kecepatan adalah

$$v = 2\pi\nu\xi_0 \quad (4.73)$$

disebut sebagai *amplitudo kecepatan* atau *cepat suara*.

Gerak suatu elemen volume  $F \cdot dx$  pada gelombang suara longitudinal dipengaruhi oleh penurunan tekanan sepanjang arah rambatannya (Gambar 4.49). Resultan gaya pada elemen volume adalah



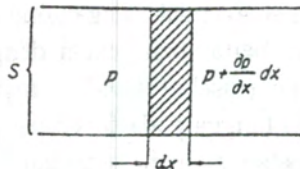
$$F \cdot p - F \cdot \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) = -F \cdot \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Diketahui bahwa gaya adalah massa kali percepatan maka

$$dm \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F \cdot dx \cdot \rho \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -F \cdot \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

atau

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$



Gambar 4.49 Mencari hubungan antara cepat suara dan amplitudo tekanan

Persamaan[4.52] didapat dengan menurunkan persamaan gelombang dua kali terhadap  $t$  dan dikali dengan  $\rho$  sehingga

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -4\pi^2 \nu^2 \rho \xi_0 \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) + \text{konst.}$$

Melalui integrasi diperoleh

$$p = \int 4\pi^2 \nu^2 \rho \xi_0 \sin 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) dx = 2\pi^2 \nu^2 \rho \xi_0 \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) + \text{konst}$$

Harga konstanta pada persamaan di atas adalah harga tekanan pada  $\xi_0 = 0$

$$\text{konst.} = p_0$$

karena  $\nu\lambda = c$

$$p = p_0 + 2\pi \nu \cdot c \cdot \rho \cdot \xi_0 \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Dengan demikian, akan diperoleh cepat suara  $v_0 = 2\pi\nu\xi$

$$p = p_0 + \Delta p \cdot \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (4.74)$$

dengan

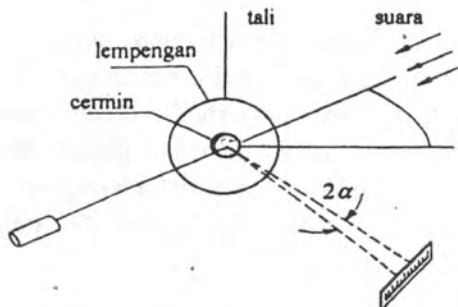
$$\Delta p_0 = c \cdot q \cdot v_0 \quad (4.75)$$

adalah sebagai *amplitudo tekanan*.

Perbandingan amplitudo tekanan terhadap cepat suara disebut *tahanan akustik* atau *tahanan gelombang suara* per satuan permukaan dan disimbolkan dengan  $Z$ . Untuk suatu gelombang permukaan yang terdapat di dalam medium homogen, harga  $Z$  adalah

$$Z = \frac{\Delta p_0}{v_0} = qc \quad (4.76)$$

Amplitudo gelombang suara amat kecil. Oleh karena itu, biasanya, amplitudo gelombang tidak dapat diukur dalam percobaan. Hanya pada intensitas gelombang yang sangat besar dan frekuensi yang sangat tinggi dapat dilakukan registrasi dengan jalan fotorafi mikro dari perubahan amplitudo partikel, yaitu partikel-partikel yang terbawa oleh partikel udara.



Gambar 4.50 Lempengan Rayleigh sebagai pengukur cepat suara

Cepat suara  $v_0$  dapat diukur dengan lempengan Rayleigh. Peralatan itu terdiri atas sebuah lempengan yang dapat dirotasikan pada sumbunya dan digantungkan pada seutas tali dengan jari-jari  $r$  (lempengan berbentuk lingkaran, lihat Gambar 4.50). Lempengan itu terletak melintang terhadap arah rambat gelombang (lihat 3.3.6). Untuk posisi sudut sebesar  $45^\circ$ , menurut teori momen gaya

$$D = \frac{2}{3} \rho \cdot v_0^2 \cdot r^3$$

atau cepat suara

$$v_0^2 = \frac{3}{2} \frac{D}{\rho \cdot r^3}$$

Formulasi itu berlaku hanya untuk  $2r < \frac{\lambda}{2\pi}$ .  $D$  dapat diukur dari torsi kawat yang dipakai untuk menggantungkan lempengan.

*Amplitudo tekanan*  $\Delta p_0$  diukur dengan *mikrofon kondensator*. Pengukuran dengan cara itu dapat dipakai untuk harga tekanan dalam daerah  $10^{-4}$  hingga  $10^4$  dyne/cm<sup>2</sup>.

#### 4.4.4 Intensitas atau Kuat Suara

Suatu kolom dengan luas penampang lintang 1 dan panjang  $c$  dari lintasan gelombang dalam satu satuan waktu mengandung energi sebesar

$$c \cdot \bar{P} = 2q\pi^2 v^2 \xi^2 \cdot c$$

Energi itu setiap saat muncul secara tegak lurus terhadap satuan luas permukaan rambatan gelombang. Perbandingan energi yang datang dalam satu satuan luas permukaan terhadap besarnya luas permukaan dan dalam satu satuan waktu disebut intensitas gelombang dan disimbolkan dengan  $I$ . Intensitas gelombang disebut juga *kuat perambatan gelombang* atau *kekerasan suara*. Satuan ukuran intensitas gelombang biasanya dipakai erg·cm<sup>-2</sup>·det<sup>-1</sup> atau wat·m<sup>-2</sup>.

$$I = 2q\pi^2 v^2 \xi^2 \cdot c = \frac{1}{2} q \cdot 2\pi v \xi \cdot c = \frac{1}{2} q \cdot c v_0^2 \quad (4.77)$$

atau berdasarkan persamaan[4.75]

$$I = \frac{1}{2} \Delta p \cdot v = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p)^2}{q \cdot c} \quad (4.78)$$

Intensitas dapat pula dinyatakan dalam frekuensi ( $\nu$ ), amplitudo ( $\xi_0$ ), kecepatan fasa gelombang ( $c$ ) atau dalam cepat suara ( $v_0$ ), dan amplitudo tekanan ( $\Delta p_0$ ).

Suatu dinding yang dikenakan gelombang suara akan mengalami tekanan. Hal itu disebut *tekanan gelombang suara*. Tekanan itu sama dengan dua kali kerapatan energi gelombang per satuan volume rata-rata atau *rapat suara*. Dinding terdiri atas plat logam berbentuk lingkaran yang lunak dan disangkutkan pada sebuah timbangan sehingga dapat berputar pada tali kuarsa. Gelombang yang akan diukur (umumnya digunakan gelombang ultrasonik) dilewatkan pada sebuah cermin cekung dengan titik fokus cermin ditempatkan plat logam. Sudut yang dibentuk oleh lempengan logam dapat dibaca melalui cermin dan cahaya penunjuk dipakai sebagai ukuran intensitas suara.

Daya total ( $L$ ) dari sumber gelombang dapat ditentukan dengan cara melakukan penjumlahan intensitas yang berasal dari sumber yang mempunyai permukaan tertutup

$$L = \oint I \cos \theta \, dF$$

Contoh daya dari sumber gelombang suara

Pembicaraan	$\approx 10^2$	erg/det	$10^{-5}$	wat
Biloa hingga	$10^4$	erg/det	$10^{-3}$	wat
Pengeras suara besar	$10^9$	erg/det	$10^2$	wat

Sumber itu selalu dibuat dengan perbandingan antara dua daya gelombang suara, antara  $L_1$  dan  $L_2$ . Perbandingan itu biasanya ditulis dalam *desibel* (dB), yaitu

$$x = 10 \log_{10} \frac{L_1}{L_2}$$



Berdasarkan persamaan [4.78] diketahui bahwa  $I \sim \Delta p_o^2$  maka

$$x = 10 \log_{10} \left( \frac{\Delta p_{o1}}{\Delta p_{o2}} \right)^2 = 20 \log_{10} \frac{\Delta p_{o1}}{\Delta p_{o2}}$$

Selain itu, dipergunakan juga perbandingan amplitudo dalam logaritma natural (satuan bilangan *neper*)

$$x = \ln \left( \frac{\Delta p_{o1}}{\Delta p_{o2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \ln \frac{L_1}{L_2}$$

Satuan desibel dan neper dibuat berdasarkan definisi masing-masing dan bukan merupakan besaran fisis, melainkan hanya bilangan murni. Pemberian bilangan  $x$  biasa dipakai di dalam teknik.

### Refleksi Gelombang

Pada medium 1 amplitudo gelombang adalah  $\xi_1$  dan pada medium 2 adalah  $\xi_2$ . Gelombang dapat diteruskan pada arah tegak lurus permukaan medium atau disebut kontinu, karena sebuah gelombang akan direfleksikan dengan amplitudo  $\xi_1'$ . Dengan demikian, hubungan kontinuitas

$$\xi_1 + \xi_1' = \xi_2 \quad (4.79)$$

harus dipenuhi. Karena  $v_o = 2\pi v \xi_o$ , persamaan [4.79] adalah

$$v_{o1} + v_{o1}' = v_{o2} \quad (4.80)$$

Berdasarkan hukum kekekalan energi, intensitas gelombang yang jatuh pada batas permukaan dua medium sama dengan intensitas gelombang yang ditransmisi dan direfleksikan

$$\frac{1}{2} q_1 c_1 v_1'^2 = \frac{1}{2} q_1 c_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} q_2 c_2 v_2'^2$$

atau

$$v_1'^2 - v_1'^2 = \frac{q_2 c_2}{q_1 c_1} v_2' \quad (4.81)$$

Pembagian dari persamaan [4.81] dan [4.80] adalah

$$v_1' - v_1' = \frac{q_2 c_2}{q_1 c_1} v_2' \quad (4.82)$$

Dengan melihat kembali persamaan [4.80]

$$v_2' = \frac{2q_1 c_1}{q_1 c_1 + q_2 c_2} + v_1'; \quad v_1' = \frac{q_1 c_1 - q_2 c_2}{q_1 c_1 - q_2 c_2} + v_1'; \quad (4.83)$$

Faktor yang sama diberikan dari persamaan [4.73] yang amplitudonya juga berasal dari gelombang yang ditransmisikan dan direfleksikan.

Dengan demikian, dapat disimpulkan sebagai berikut. Tahanan gelombang pada medium 2 lebih kecil dibandingkan dengan medium 1 maka amplitudo gelombang yang direfleksikan pada permukaan batas dengan gelombang yang datang mempunyai arah sama. Jika tahanan gelombang di medium 2 besar, amplitudonya akan berlawanan arah. Gelombang pada batas permukaan akan mengalami *lompatan fasa* (perubahan) sebesar  $\pi$ . Jika tahanan gelombang kedua medium sama, tidak akan terdapat refleksi. Ramalan itu tidak bergantung pada peristiwa gelombang.

#### 4.4.5 Absorpsi Gelombang Suara

Jika sebuah gelombang merambat di dalam medium homogen, sepanjang lintasan rambatan intensitas gelombang sedikit banyaknya akan mengalami penurunan. Misalkan,  $I$  adalah intensitas gelombang pada posisi  $x$  sehingga penurunan intensitas setelah gelombang menempuh jarak  $dx$  adalah sebanding dengan  $I$

$$dI = -\beta I dx$$

Dengan mengintegrasikan persamaan diferensial di atas diperoleh

$$I = I_0 e^{-\beta x} \quad (4.84)$$

$I_0$  adalah intensitas pada posisi  $x = 0$ , yaitu pada posisi gelombang mulai masuk ke dalam medium.  $\beta$  disebut *koefisien absorpsi* gelombang.

Dalam hal ini, intensitas sebanding dengan amplitudo kuadrat (lihat persamaan [4.77]) dan amplitudo menurun secara eksponensial. Akan tetapi, penurunan amplitudo tersebut hanya sebesar setengah faktor redaman

$$\xi = \xi_0 \cdot e^{-\alpha x} \sin \left[ 2\pi \left( \nu - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

$\alpha = \beta/2$  disebut *koefisien ekstingsi* atau faktor redaman.

Seandainya kompresi dan dilatasi terjadi secara adiabatik, seperti telah dibahas pada 4.4.2, gas atom tunggal tidak akan terjadi absorpsi gelombang. Di dalam kenyataan terdapat pertukaran panas antara daerah-daerah yang saling bertetangga di dalam gas, karena terjadi kompresi. Keadaan itu mengakibatkan pemanasan dan melalui dilatasi terjadi pendinginan. Adanya pertukaran energi tersebut akan menyebabkan suara menghilang. Dalam hal ini pertukaran panas terjadi demikian cepat. Semakin dekat jarak kedua daerah bertetangga tersebut, suara yang tinggi akan di absorpsi lebih besar dibandingkan dengan suara yang rendah. Pada peristiwa absorpsi terdapat sumbangan dari gesekan dalam (dalam hal ini difusi mempunyai peran yang sangat kecil). Gas-gas berat dan majemuk dan pada materi yang dapat mengalami kondensasi terjadi relaksasi termis atom-atom dari keadaan kesetimbangannya (lihat 4.4.2). Frekuensi tinggi energi gelombang akan terbagi menjadi energi translasi derajat kebebasan atom-atom gas. Pada energi yang rendah, atom-atom masih mempunyai waktu yang cukup untuk mentransfer energi menjadi energi rotasi, getaran (vibrasi), dan energi derajat kebebasan lainnya. Pada



transisi antara kedua daerah energi tersebut terdapat tingkat dispersi dan daerah absorpsi. Frekuensi relaksasi itu terletak sangat tinggi dan semakin tinggi jika kerapatan gas semakin besar. Dengan demikian, pada umumnya absorpsi akan bertambah dengan kenaikan frekuensi dan pada gas terjadi penurunan tekanan.

Dalam kondisi eksperimen yang sama diketahui bahwa  $\alpha_{\text{udara}} \approx 1000$  kali dari  $\alpha_{\text{air}}$ .

#### 4.46 Nada dan Bunyi

Suatu *nada* disebabkan oleh getaran harmonik (nada sinus). Suatu getaran yang tidak harmonik, tetapi periodik dapat ditransformasikan melalui transformasi Fourier menjadi spektrum diskrit getaran harmonik (mengandung nada dasar dan nada atas) sehingga menyebabkan terjadinya *bunyi*. Alat-alat musik umumnya menghasilkan berbagai bunyi, tetapi bukan nada-nada. Desis berhubungan dengan getaran tidak periodik dan akan menghasilkan spektrum Fourier kontinu. Getaran itu pada semua frekuensi mempunyai amplitudo sama dan disebut desis putih.

Telinga anak kecil dapat mendengar nada antara 16 Hz hingga mendekati 20 kHz, tetapi mempunyai berbagai sensitifitas berbeda (maksimum 1000 Hz). Dengan bertambahnya umur manusia, daerah frekuensi suara yang dapat didengar semakin sempit.

*Warna nada* suatu nada ditentukan oleh perbandingan amplitudo antara nada dasar dan nada atas. Walaupun pada nada dasar dengan frekuensi sama dan mempunyai intensitas total yang sama pula, warna nada dapat berbeda fisikologis. Perubahan fasa bagian getaran adalah sebaliknya, tidak mempengaruhi warna nada.

Untuk mengetahui warna nada secara objektif, dapat digunakan mikrofon kondensor, osilograf, dan penguat sinyal (amplifier). Dengan alat itu dapat dilihat pembicaraan dengan nyata.



#### 4.4.7 Kekerasan Suara

Kemampuan mendengar (sensitifitas) suara di telinga sangat bergantung pada frekuensi. Hubungan *keras suara* secara subjektif tidak hanya ditentukan oleh intensitas, tetapi juga oleh spektrum frekuensi dari suara tersebut. Pada spektrum frekuensi yang sama berlaku, dalam pendekatan kasar, hubungan antara *keras suara* ( $L_N$ ) dan besaran fisis terukur intensitas ( $I$ ). Hubungan itu disebut hukum Weber-Ferner, yaitu setiap penggandaan intensitas *keras suara* akan bertambah dalam konstanta tertentu. Dengan kata lain, besaran proporsional dengan logaritma besaran fisis

$$L_N = \text{konst.} \cdot \log I$$

Untuk menentukan suatu bunyi atau desis, paling tidak dengan pendekatan, dipilih nada normal pada 1000 Hz sebagai bentuk nada yang sangat keras. Intensitas  $I$  nada normal diukur di telinga atau *keras pendengaran telinga* dan dibandingkan dengan intensitas nada normal pada 1000 Hz yang masih dapat terdengar pada tempat yang sama (intensitas  $I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2$ ). Selanjutnya, *keras suara* didefinisikan sebagai berikut.

$$L_N = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

Kekerasan suara yang didefinisikan demikian hanya semata merupakan bilangan murni. Akan tetapi juga, diberi nama, yaitu: *fon*. Untuk keperluan pengukuran *keras suara* dalam bidang teknik akustik disebut *fonometri*.

Suatu nada misalnya mempunyai *keras suara* sebesar 20 fon jika intensitas  $I$  sama dengan 100 kali dari intensitas bunyi normal  $I_0$ . Suatu bunyi pada frekuensi 1000 Hz dimulai oleh rasa sakit di telinga, jika intensitasnya  $10^{13}$  kali  $I_0$ . Bunyi seperti itu mempunyai *keras suara* sebesar 130 fon. Nada pada intensitas  $I_0$  mempunyai *keras suara* 0 fon.

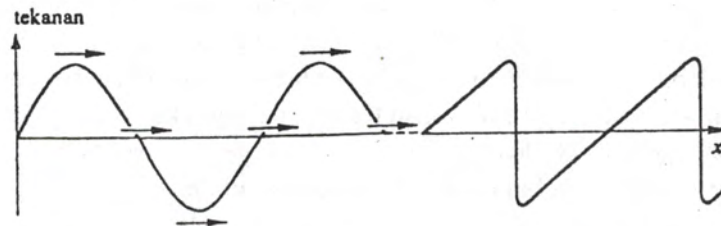
Contoh-contoh keras suara adalah suara fluster 10 fon, suara percakapan 50 fon, musik di radio di dalam rang tertutup 80 fon, dan *kesselschiede* 130 fon.

Telinga manusia demikian sensitif sehingga dapat mendengar gerak termal molekul. Peningkatan sensitifitas lebih jauh tidak memberikan peran penting karena hanya akan terdengar desis suara gerak termal.

#### 4.4.8 Gelombang Elastik Beramplitudo Besar: Gelombang Tubrukan

Semua pembahasan tentang gelombang suara berlaku untuk gelombang beramplitudo kecil, seperti gelombang yang mempunyai amplitudo tekanan kecil dibandingkan dengan tekanan rata-rata, perubahan kerapatan kecil dibandingkan dengan kerapatan rata-rata, amplitudo temperatur kecil dibanding temperatur (absolut) rata-rata, cepat suara kecil dibanding kecepatan (fasa) suara rata-rata, dan simpangan partikel kecil dibandingkan dengan panjang gelombang.

Jika hal-hal tersebut di atas tidak dipenuhi, timbul bentuk gelombang yang secara matematik amat kompleks dan hanya dapat diselesaikan dalam bentuk kasus khusus. Secara kualitatif gelombang demikian dapat diamati melalui analisis berikut. Amplitudo bertambah besar maka tekanan yang semakin besar (kecil) terdapat kenaikan (penurunan) temperatur dan gangguan kecepatan rambatan gelombang semakin besar (kecil).



Gambar 4.51 Pembagian gelombang elastik beramplitudo besar

Kejadian itu menimbulkan gunung gelombang (pada sumbu simpangan positif) yang bergerak lebih cepat dan lembah gelombang (pada sumbu simpangan negatif) yang bergerak lebih lambat dibandingkan dengan tempat di ruang dengan tekanan tidak mengalami perubahan (lihat Gambar 182). Gelombang tidak lagi berbentuk sinus, tetapi mendekati bentuk gerigi gergaji (segitiga) sehingga terdapat muka gelombang. Di bagian itu terjadi perubahan tekanan yang menyebabkan timbulnya perubahan temperatur pada arah rambatan ( $x$ ). Adanya gradien temperatur gradien abnormal seperti itu menjadikan penurunan, kemudian peningkatan pertukaran panas sehingga mengacu pada peristiwa absorpsi. Selain itu, pada gelombang berbentuk segitiga terdapat gelombang atas yang semakin kuat dan sebagai gelombang dasar mempunyai kecepatan rambatan berbeda.

Pembagian muka gelombang seperti itu amat menentukan dalam *aerodinamika* modern. Keduanya muncul pada gelombang kepala, dan pada sumber yang mempunyai kecepatan lebih besar daripada kecepatan gelombang (lihat 4.3.6).

Setiap muka gelombang atau gelombang tubrukan dapat ditunjukkan dengan mudah melalui sebuah pipa gelombang tumbukan (gambar 4.52). Sebuah pipa berbentuk silinder terbagi dua oleh sebuah membran  $M$  yang terletak tegak lurus dari sumbu silinder. Pada bagian pertama (kiri) terdapat gas dengan tekanan  $p_2$  dan pada bagian pipa sebelah kanan diisi gas bertekanan sangat rendah  $p_0$ . Dengan melalui tumbukan pada membran secara tiba-tiba, satu muka menembus bagian tekanan rendah ke kiri dan satu muka bertekanan tinggi ke kanan setengah panjang pipa. Pada perbandingan tekanan  $p_2/p_0$  yang besar, gelombang tubrukan merambat dengan kecepatan yang melebihi kecepatan suara. Aliran yang dihasilkan di dalam gas lebih lambat, tetapi secara umum terletak dalam daerah lebih besar kecepatan suara. Untuk membuktikan hal itu, lihat Gambar 4.53. Muka sebelah kanan terletak pada jarak  $x$ , sedangkan di kiri terdapat pada  $x'$ . Keduanya mengalami pergeseran sebesar  $x$  dan  $x'$ . Peristiwa pada muka bagian kanan berarti terjadi tekanan secara tiba-tiba dan kerapatan bertambah. Secara logis gas haruslah mengalir dari kiri, yaitu pada saat  $dt$  terdapat aliran massa sebesar  $(q_1 - q_0) S dx$ . Untuk terjadi



transport massa, antara  $x$  dan  $x'$  terdapat kecepatan partikel gas sebesar  $v$  sehingga  $vq_1 Sdx = (q_1 - q_0) Sdx$  berarti

$$v = x \frac{q_1 - q_0}{q_1} \quad (4.85)$$

Hal itu memenuhi hukum kekekalan massa. Akan tetapi, perlu pula dibahas hukum kekekalan momentum pada peristiwa itu di dalam ruang bervolume tetap yang dipenuhi oleh muka bagian kanan. Momentum di dalam volume mengalami perubahan karena massa  $q_1 Sdx$  bergerak dengan kecepatan  $v$  dan terjadi pertambahan momentum  $Sq_1 v dx$ . Pertambahan momentum disebabkan oleh 1) aliran bermassa  $q_1 S v dt$  dari bagian kiri pipa membawa momentum sebesar  $Sq_1 v dt v$ ; 2) gaya, karena tekanan  $S(p_1 - p_0)dt$ , menyebabkan terjadinya pertambahan momentum pada saat  $dt$  sebesar  $S(p_1 - p_0)dt$ . Dengan demikian, diperoleh bahwa  $q_1 vx = p_1 - p_0 + q_1 v^2$  dan melalui persamaan [4.85]

$$q_1 v x = p_1 - p_0 \quad (4.86)$$

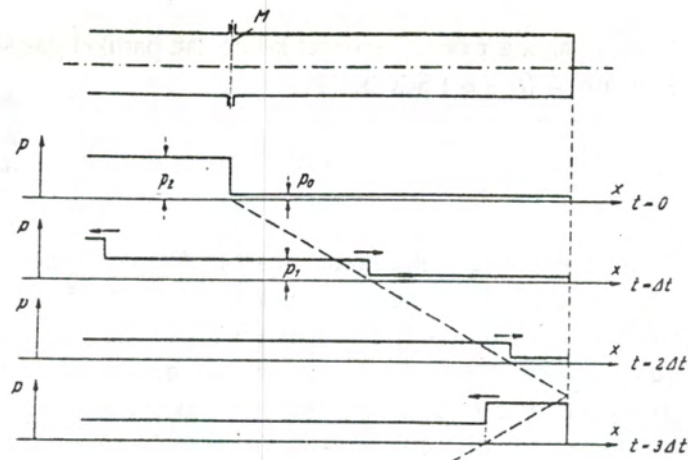
akhirnya didapat:

$$x = \sqrt{\left(\frac{p_1 - p_0}{q_0}\right) \left(\frac{q_1}{q_1 - q_0}\right)}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{p_1 - p_0}{q_0}\right) \left(\frac{q_1 - q_0}{q_1}\right)}$$

Selama  $q_0$  kecil terhadap  $q_1$ , harga  $v$  lebih kecil daripada  $x$ . Kedua kecepatan pada  $p_1 \gg p_0$  dan  $q_1 \gg q_0$  lebih besar daripada kecepatan rambatan gelombang  $c_s = \sqrt{\gamma p/q}$ , yaitu dengan faktor  $\sqrt{p_1/p_0}$ .





Gambar 4.52 Timbul dan jalannya gelombang tumbukan

Pada kiri muka gelombang tumbukan terdapat analogi

$$\dot{x}' = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_2} \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_1} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}}$$

Kecepatan aliran antara  $x$  dan  $x'$  haruslah sama maka tidak akan terdapat sumber atau redaman. Kemudian pada  $p_2 \gg p_1$  dan  $p_2' \gg p_1 \gg p_0$ .

$$p_1 \rho_1 \approx p_2 \rho_0 \approx p_0 \rho_2 \quad (4.88)$$

Dengan demikian, terdapat tekanan dan kerapatan yang belum diketahui. Akan tetapi, masih perlu diperhatikan hukum kekekalan energi. Seperti biasa, hukum kekekalan energi dan momentum tidak harus saling dipenuhi, misalkan tidak terdapat sebagian energi partikel yang diubah menjadi panas. Gas yang mengalir akan mengenai muka gelombang tumbukan dan mendorongnya ke depan, tanpa bergerak balik. Berdasarkan tumbukan elastik pada dua bandul, terdapat perbedaan posisi

jika terdapat gaya yang menggeser bandul sebesar  $(p_1 - p_0)S$ . Untuk pembahasan secara kuantitatif, digunakan persamaan Bernoulli untuk aliran kompresi. Dari keadaan tabung dengan  $p_0, q_0, T_0$ ;  $v_0 = 0$  terdapat percepatan pada keadaan tekanan  $p_1, p_1, q_1, T_1$ ;  $v$  melalui

$$v^2 = \frac{2}{\gamma - 1} c_s^2 \frac{T_1}{T_0} = \frac{2}{\gamma - 1} c_s^2 \frac{p_1 T_1}{q_1 T_0},$$

juga

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{\gamma - 1}{1} \frac{p_1}{p_0}.$$

Persamaan itu mungkin berlaku untuk aliran stasioner. Pandang aliran yang tidak stasioner, sehingga berlaku

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{p_1}{p_0}.$$

Dari persamaan [4.88] dan persamaan keadaan  $p \sim Tq$  dapat diketahui semua besaran keadaan zone gelombang tumbukan

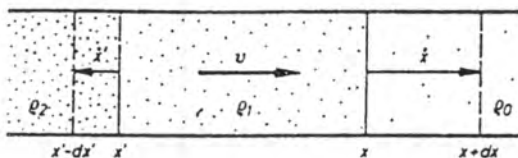
$$q_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} q_0; \quad p_1 = p_0 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} q_0.$$

$$T_1 = T_0 \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^2 \frac{p_0}{p_1}.$$

$$v \approx x \approx c_s \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma(\gamma - 1)} \frac{p_0}{p_1}}.$$

$$x' \approx c_s \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma(\gamma - 1)} \frac{p_0}{p_1}}.$$

Jika terdapat perbedaan tekanan pada sisi kiri pipa 1 dan kanan 0,001 atm, daerah terjadinya gelombang tubrukan akan terdapat pemanasan sebesar  $10000^{\circ}\text{C}$ . Kehilangan panas menyebabkan penurunan temperatur. Gelombang tubrukan dapat menyebabkan emisi termis spontan dari partikel gas. Setelah mengalami refleksi, muka gelombang kembali ke partikel gas yang mengalami pemanasan dan partikel akan kembali dipanaskan. Dengan membuat konstruksi ruang yang memadai, gelombang tubrukan dapat dipakai untuk memanaskan *plasma* sehingga memungkinkan untuk merealisasi reaksi termonuklir.



Gambar 4.53 Kerapatan kecepatan rambatan dan kecepatan aliran pada gelombang tubrukan

Dari sudut penggunaan secara teknik, terdapat kesempatan untuk mempelajari materi dalam keadaan ekstrim, seperti kejadian di bintang-bintang tetap, walaupun kejadian terjadi dalam skala waktu yang amat singkat untuk diamati. Untuk merealisasi proses semacam itu, harus dibuat metode khusus (lihat Gambar 4.48 dan pelajaran 4.4.1).

#### 4.4.9 Ultra dan Hipersonik

Gelombang elastik dengan frekuensi dari ambang pendengaran manusia (15 hingga 20 kHz) hingga 10 GHz ( $10^{10}$  Hz) disebut *ultrasonik*. Daerah frekuensi selanjutnya ialah daerah yang mempunyai panjang gelombang mendekati panjang gelombang cahaya tampak. Sehubungan dengan itu, peristiwa hamburan (difraksi) akan hilang karena rambatan gelombang suara yang amat kompleks. Gelombang ultrasonik, seperti halnya gelombang cahaya, adalah terpaket. Dengan kata lain, gelombang suara juga merupakan energi yang terpaket dan dari penempatannya dan pengetahuan tentang sifat-sifatnya dan dari sifat



refleksinya dapat digunakan (misalnya sistem sonar pada kapal laut, kelelawar, dan delfin). Ahli akustik ruang mempelajari aula konser. dalam model miniatur dengan gelombang suara yang mempunyai panjang gelombang diperkecil. Pada material yang mempunyai bangun molekul sederhana, misalnya logam, absorpsi gelombang ultra sangat kecil. Peristiwa dispersi dan absorpsi akan terlihat dengan jelas pada frekuensi mulai dari  $10^{10}$  Hz ke atas. Dengan demikian, karena sifat yang tidak membahayakan, gelombang ultra dapat dipakai untuk meneliti material, yaitu untuk mengungkap kesalahan yang terdapat di dalam material dan pengukuran kerapatan material yang biasanya menggunakan sinar-X, berkas neutron, dan gelombang ultraviolet. Dalam bidang kedokteran, gelombang ultra digunakan untuk memonitor perkembangan aktual jaringan dengan cara refleksi gelombang. Di samping itu, absorpsi gelombang dapat dipakai khususnya untuk mempelajari material-material polimer, misalnya cuplikan organik yang kaya dengan kemungkinan-kemungkinan getaran berfrekuensi rendah. Secara teknis, hal itu penting untuk membuat reaksi-reaksi polimer sesuai dengan kemauan kita dan bahkan dapat digunakan sebagai penyembuhan pada organ-organ bagian dalam tubuh manusia. Koefisien absorpsi secara mudah dan elegan dapat diukur melalui prosedur impuls gema (*echo*) gelombang. Sebuah pemberi gelombang berpermukaan datar mengirimkan impuls yang sangat pendek pada permukaan cuplikan datar. Gelombang itu akan direfleksikan berkali-kali oleh organ cuplikan dan dikirimkan kembali pada pemberi gelombang yang berfungsi juga sebagai penerima. Dengan demikian, akan timbul impuls gema (*echo*) dan dengan mengetahui ketebalan cuplikan dapat dihitung koefisien absorpsi.

Sumber gelombang ultrasonik mekanik berbentuk pipa atau sirine dapat mencapai frekuensi sekitar 500 kHz. Sumber yang mudah dan menyenangkan adalah sumber gelombang *elektroakustik*, yaitu getaran-getaran listrik atau magnetik yang timbul akibat *elektrostriksi* atau efek piezoelektrik. Sebaliknya, (lihat 6.2.4 dan 6.2.5) dengan *magnetostriksi* dapat menimbulkan perubahan listrik atau magnetik menjadi mekanik. Efisiensi perubahan dipilih karenamempunyai faktor sebesar mungkin, sehingga pada sumber gelombang terdapat getaran eigen teredam kecil.



Sebuah batang yang terbuat dari besi lunak atau nikel yang diletakkan pada sebuah kumparan berfrekuensi sudah cukup sebagai sumber gelombang ultrasonik. Redaman yang terjadi biasanya diatasi dengan jalan memberi arus balik, seperti halnya pada inti sebuah transformator dengan memberikan lapisan-lapisan timah tipis antarlapisan kumparan. Frekuensi resonansi batang berdasarkan persamaan [4.19]. Sebuah plat yang terbuat dari gelas kuarsa bersifat piezoelektrik dengan panjang  $l$  dan frekuensi eigen terndahnya adalah  $\nu = \sqrt{E/q/2l} = 2,8 \cdot 10^5/l$  ( $l$  dalam cm dan lihat tabel [4.1]). Selain gelas kuarsa, sering digunakan pula *barium titanat* karena sifat elektrostriksinya.

Sumber gelombang ultrasonik modern dapat mencapai intensitas hingga  $1000 \text{ W/cm}^2$  pada daerah frekuensi pendengaran, yaitu  $10^5$  kali lebih besar dibandingkan dengan intensitas gelombang sakit. Transduser tertentu dapat mengkonsentrasikan intensitas itu. Hampir semua material dapat dirusak oleh gelombang dengan intensitas tersebut. Telah diketahui, bahwa pada frekuensi yang sangat kecil telah terjadi proses fisika-kimia yang sukar untuk dilacak, misalnya emulsi yang sangat halus dari zat cair yang tidak dapat dicampurkan, timah dan air, butiran-butiran amat halus zat padat di dalam zat cair, dan peleburan polimer dengan reaksi-reaksi organik dari kinetika kimia.

Dari frekuensi  $10^{10}$  hingga  $10^{13}$ , gelombang disebut *hypersonik*. Dalam daerah frekuensi itu, gelombang elastik zat padat berakhir, karena panjang gelombangnya tidak dapat lebih kecil dari jarak antar 2 atom  $2d$ . Pada  $\lambda = 2d$  dua atom bertetangga akan bergetar dengan fasa berbeda dan setiap bentuk geometrik, dan gelombang pendek secara fisis mempunyai ukuran sama (lihat 14.2.1). Besi, misalnya, dengan kecepatan gelombang  $c_s = 5,1 \cdot 10^3 \text{ m/det}$  dan dengan jarak antar atom  $2d = 2,9 \text{ \AA}$  mempunyai frekuensi batas (frekuensi Debye)  $\nu_b = c_s / 2d \approx 10^{13} \text{ Hz}$ .

Dalam daerah frekuensi hypersonik tidak lagi terdapat perbedaan antara getaran panas dan gelombang. Karena panjang gelombang tidak lebih besar dari jarak antaratom, terdapat pergeseran fasa antara tekanan dan gerak atom-atom dan menyebabkan terjadinya absorpsi yang besar. Hal itu memberikan kesempatan yang menarik untuk mempelajari sifat-

sifat fisis zat padat dan kinetika molekular. Pada temperatur yang amat rendah, getaran-getaran yang menyebabkan terjadinya absorpsi mengalami pembekuan (lihat 14.2.1). Hypersonik pertama kali ditemukan oleh Barinski pada tahun 1957 melalui batang kuarsa yang didinginkan dan dihubungkan dengan dua resonator gelombang mikro.

#### 4.4.10 Gelombang Permukaan pada Zat Cair

Gelombang air secara fisis juga menarik untuk diamati selain fisis. Secara teoritis hal itu sangat sukar sehingga dalam pembahasan ini tidak akan dicoba untuk mencari penyelesaian secara umum, tetapi lebih ditujukan pada beberapa kunci persoalan yang mungkin dapat memuaskan dan hanya akan ditunjukkan suatu hubungan.

Pembahasan dimulai dengan kenyataan bahwa di dalam gelombang yang tidak terputus, partikel-partikel air berada pada posisinya, seperti halnya tubuh yang berenang, misalnya diri perenang dapat dengan mudah ditentukan. Kecepatan  $v$  partikel air tidak berhubungan langsung dengan kecepatan fasa gelombang  $c$ .

Sekarang perhatikan peristiwa gelombang air dari dua pengamat. Pengamat pertama,  $A$  ikut berlayar pada sebuah perahu motor persis seperti gelombang. Pengamat lainnya,  $B$ , diam relatif terhadap dasar laut. Kecepatan relatif kedua pengamat adalah  $c$ .

Bagi pengamat  $A$ , gelombang merupakan gelombang statik. Ia melihat urutan gunung dan lembah gelombang saling paralel. Partikel-partikel air melewatinya dengan kecepatan  $c$  dan semuanya paralel terhadap permukaan. Jika diamati dengan seksama, dari  $A$ , terlihat bahwa partikel air yang berada di atas gunung gelombang bergerak lebih lambat dibandingkan dengan kecepatan rata-rata partikel. Hal itu tidak mengagetkannya karena partikel-partikel bergerak ke arah yang berlawanan dengannya pada gunung dan lembah gelombang dan memiliki energi potensial sebesar  $2mgh$  ( $h$  = amplitudo gelombang,  $m$  = massa paket air). Demikian pula, energi kinetik sama besar dengan energi potensial ketika partikel-partikel berada di lembah gelombang. Misalkan  $c - v$  adalah

kecepatan di gunung dan  $c + v$  kecepatan di lembah, selisih energi kinetik pada kedua tempat tersebut adalah

$$\frac{1}{2} m(c + v)^2 - \frac{1}{2} m(c - v)^2 = 2mcv$$

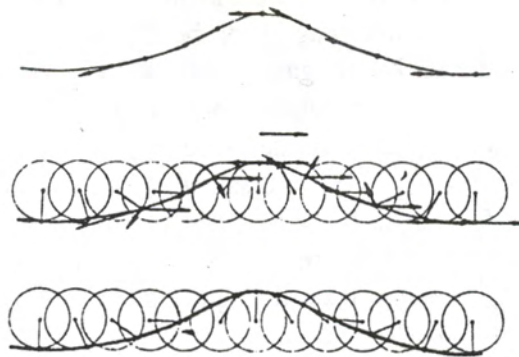
Selisih energi kinetik itu haruslah sama dengan  $2mgh$  sehingga

$$v = \frac{gh}{c} \quad (4.89)$$

Pengamat  $B$  tidak perlu mengamati, tetapi partikel-partikel air akan bergerak menuju titik acuannya berdasarkan data yang diberikan oleh  $A$ . Dari semua kecepatan yang dicatat oleh  $A$  dan  $B$  dengan mudah cukup dihubungkan dengan kecepatan relatif  $c$  (digambarkan sebagai vektor), kemudian dikurangi (lihat Gambar 4.54). Ia menemukan adanya gerak melingkar dari partikel-partikel air. Sudut fasa, sudut tempat ditemukannya partikel, bergerak mengikuti gerak gelombang. Dengan demikian  $B$  dapat mengamati bentuk gelombang (hanya pada amplitudo yang kecil bentuk gelombang mirip sinus karena pada umumnya berbentuk trokhoida atau sikloid). Lembah lebih lebar daripada gunung. Lintasan yang berbentuk lingkaran dari partikel-partikel air mempunyai jari-jari  $h$  (amplitudo gelombang) dan akan bergerak dengan kecepatan lintasan konstan dan oleh  $A$  disebut  $v$ . Kecepatan sudut partikel adalah

$$\omega = \frac{v}{h} = \frac{c}{c} \quad (4.90)$$





Gambar 4.54 Atas: Kecepatan partikel di dalam gelombang air yang digambarkan oleh seorang pengamat yang turut bergerak. Tengah: Pengamat yang diam mengamati kecepatan partikel. Bawah: Gerak orbital partikel di permukaan air

Panjang gelombang mengandung  $c$  dan  $\omega$ , sebagaimana  $\lambda = 2\pi c/\omega$  atau  $\lambda = 2\pi c^2/g$  atau

$$c = \frac{2g\lambda}{2\pi} \quad (4.91)$$

Panjang lintasan gelombang yang bergerak juga lebih cepat dan pendek. Ketergantungan terhadap kecepatan fasa dari panjang gelombang disebut *dispersi*. Dalam peristiwa optik disebut *dispersi normal*, dalam hal ini jika  $c$  dan  $\lambda$  mempunyai harga semakin besar. Gelombang merah umumnya dibiaskan secara lemah dan indeks biasnya  $n$  juga lebih kecil. Hal itu berarti kecepatan fasa  $c = c_0/n$  ( $c_0$  = kecepatan cahaya di vakum).

Pada panjang gelombang pendek, peran energi potensial partikel dalam medan gaya berat amat kecil dibandingkan dengan energi kapilar.



Pada permukaan air, di samping terdapat kerja angkat, terdapat pula kerja permukaan. Permukaan air yang datar berhubungan dengan energi terkecil. Adanya tekanan karena gaya berat  $p = qgh$  yang bekerja pada partikel air yang terdapat di bagian dalam gunung gelombang pada arah normal, terdapat pula tekanan kapiler sebesar  $p = \sigma/r$  (lihat 3.2.1).  $r$  adalah jari-jari lengkungan permukaan air. Jari-jari berlaku untuk amplitudo yang tidak begitu besar dari  $r = y''^{-1}$  jika  $y(X)$  adalah kurva permukaan gelombang. Dengan pendekatan  $y = h \sin 2\pi x/\lambda$ , maka  $y'' = -h4\pi^2\lambda^{-2} \sin 2\pi x/\lambda$ , sehingga tekanan kapiler maksimum (pada puncak gunung gelombang) adalah

$$p_{\text{kap}} = \sigma \cdot \frac{4\pi^2 \cdot h}{\lambda^2}$$

Pada  $qg$  terdapat  $4\pi^2 \sigma/\lambda^2$  sehingga dari persamaan [4.91] diperoleh

$$p_{\text{kap}} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{q\lambda}} \quad (4.92)$$

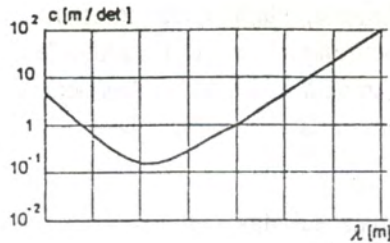
Gelombang kapiler mempunyai *dispersi anomali* (Gambar 4.55). Dengan naiknya panjang gelombang gelombang kapiler berubah menjadi gelombang gaya berat. Hal itu terjadi jika kedua kurva dispersi  $c(\lambda)$  saling berpotongan atau

$$c_{\text{kap}} = c_{\text{berat}}$$

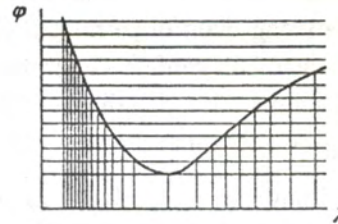
yaitu pada

$$\lambda_{\text{min}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{qg}} \quad (4.93)$$

Air dengan  $\sigma = 0,07 \text{ N/m}^1$  terdapat  $\lambda_{\text{min}} = 0,0172 \text{ m/det}$ . Kecepatan gelombang adalah  $c_{\text{min}} = \sqrt{2\sqrt{g\sigma/q}} = 0,23 \text{ m/det}$  (faktor 2 berasal dari kesamaan lengkungan kurva) dan kecepatan fasa terkecil berasal dari gelombang air.



Gambar 4.55 Dispersi dari gelombang kapiler dan gelombang gaya berat di bagian air



Gambar 4.56 Prinsip fasa stasioner: harga ekstrim  $\varphi(\lambda)$  menentukan sedikit banyaknya tentang

Lingkaran yang menggambarkan gerak partikel air akan berukuran makin kecil. Semakin dekat orang mengamati gelombang dari permukaan air, jari-jari lingkaran dan kecepatan lintasan pada kedalaman  $\lambda/2\pi$  berkurang dengan faktor  $e$ . Keadaan itu secara teoritik menurunkan rumusan dari teori aliran zat cair trivial, yaitu kecepatan aliran permukaan zat cair yang tidak mengalami kompresi harus selalu terdapat suatu fungsi  $x \pm iy$  ( $i = \sqrt{-1}$ ), karena selain syarat tersebut, persamaan kontinuitas tidak akan terpenuhi. Apabila selanjutnya pada arah horizontal harus terdapat ketergantungan harmonik,  $e^{ikx}$ , pada arah vertikal diperlukan ketergantungan terhadap sebuah fungsi  $e^{iky}$ . Hal itu berarti  $e^{-ky}$  dengan  $k = \lambda/2\pi$  menjelaskan redaman partikel yang bergerak pada orbitnya terhadap kedalaman.

Jalannya gerak akan mengalami gangguan jika kedalaman air  $H$  hanya mencapai harga lebih besar atau lebih kecil daripada  $\lambda/2\pi$ . Bagian dasar partikel hanya dapat bergerak paralel pada aliran maka lingkaran, dengan bertambahnya kedalaman, berubah bentuk menjadi elips, dan seluruh bagian dasar menjadi berbentuk garis. Hal itu berpengaruh pula terhadap kecepatan fasa gelombang. Untuk  $H \ll \lambda/2\pi$ , persamaan [4.91]  $H$  dapat diganti dengan  $\lambda/2\pi$  sehingga

$$c = \sqrt{gH} \quad (4.94)$$



Gelombang air di laut tidak mempunyai dispersi, tetapi hanya mempunyai gelombang diam di permukaan air atau permukaan pantai (misalnya laut utara atau laut genfer). Gelombang itu dinamakan *seiches*. *Seiches* berasal dari gempa bumi dan disebut Tsunami Lautan Pasifik. Ketinggian gelombang itu mencapai 30 m.

Rambatan gelombang akibat gangguan terbatas di permukaan air tidak sama dengan kecepatan fasa. Dalam keadaan itu terdapat dispersi. Kedua kecepatan rambatan mempunyai perbedaan. Pada gelombang gaya berat kecepatan grup lebih kecil, sedangkan pada gelombang kapiler kecepatannya lebih besar dibandingkan dengan kecepatan fasa.

Jika seseorang melempar batu di permukaan air, dapat diamati bahwa tidak hanya terjadi rangsangan yang kuat dengan jarak yang semakin bertambah dengan bertambahnya perubahan waktu. Dengan mudah dimengerti, bahwa gelombang di permukaan air merambat semakin lama semakin panjang, tetapi dengan pertambahan waktu semakin pendek. Peristiwa itu menjelaskan suatu hal yang menarik, yaitu adanya efek interferensi dan dispersi secara bersamaan. Dari pusat rangsangan dan saat terjadinya gelombang, gelombang merambat dengan semua panjang gelombang satu dengan lainnya mengalami interferensi. Apakah interferensi itu saling menguatkan atau melemahkan, bergantung pada hubungan fasa masing-masing. Interferensi maksimum saling menguatkan akan terjadi jika gelombang mempunyai fasa sama dan saling melemahkan jika mempunyai perbedaan fasa sebesar  $\pi$ . Pandang sebuah titik berjarak  $r$  dari posisi tempat batu jatuh di permukaan air dan setelah waktu  $t$  kemudian. Sebuah gelombang dengan panjang gelombang  $\lambda$  yang datang setelahnya mempunyai fasa  $\varphi = 2\pi r/\lambda - \omega t$  (gelombang diberikan melalui persamaan  $\sin(2\pi r/\lambda - \omega t)$  dikalikan dengan faktor redaman. (untuk fasa yang tidak mempunyai arti sama sekali). Fasa itu jarak  $r$  tetap dan  $t$  sebagai fungsi  $\lambda$  (bersama-sama dengan fungsi amplitudo sebagai kuat gelombang masing-masing). Harga  $r$  dan  $t$  pada rangsangan akan saling tercampur. Jelas bahwa semua harga  $\lambda$  memberikan sumbangan pada peristiwa itu dan hal itu selalu terjadi, khususnya seperti terlihat pada Gambar 4.56 sering terjadi, harga fasa dinyatakan dalam fungsi fasa

(kurva)  $\varphi(\lambda)$ . Hal itu merupakan ide dasar dari metode titik balik atau metode fasa stasioner. Tanpa metode itu seluruh penyelesaian persoalan gelombang secara praktis, seperti pada hidrodinamika, akustik, dan optik, menemukan jalan buntu.

Perhatikan bahwa  $\omega = g/c = \sqrt{2\pi g/\lambda}$ , dengan fasa  $\varphi = 2\pi r/\lambda - \sqrt{2\pi g/\lambda} t$ , akan diperoleh panjang gelombang karakteristik (pada  $r$  dan  $t$  tetap),  $d\varphi/d\lambda = -2\pi r/\lambda^2 + 1/2 \sqrt{2\pi g/\lambda^3} = 0$  yaitu

$$\lambda = \frac{8\pi}{g} \frac{r^2}{t^2} \quad (4.95)$$

Persamaan [4.95] menyatakan bahwa  $r$  dan  $t$  adalah fungsi dari  $\lambda$ . Untuk gelombang tanpa dispersi posisinya mengalami perubahan,  $c$  dalam hal ini, tidak bergantung pada  $\lambda$ ,  $\omega \sim \lambda^{-1}$  dan  $\varphi = 2\pi r/\lambda - 2\pi ct/\lambda$ . Dengan prinsip metode fasa stasioner diperoleh bahwa  $d\varphi/d\lambda = -2\pi(r - ct)^2/\lambda = 0$  dan berarti hal itu tidak terdapat pada harga panjang gelombang tertentu, tetapi  $r = c \cdot t$ .

Peristiwa rangsangan dalam persoalan itu meluas menjadi gelombang tumbukan dan pada semua panjang gelombang yang mungkin ikut dalam kejadian itu.

Sebuah kapal yang berlayar di atas air akan menimbulkan gelombang akibat rangsangan yang kompleks di sisi dan di belakangnya yang secara jelas terlihat dari batas gelombang. Hal itu khusus sebagai fenomena *mach* dan analog dengan ledakan gelombang suara atau sebagai berkas Tserenkov. Pengamatan sederhana akan hal itu adalah sudut yang dibentuk batas gelombang yang tidak bergantung pada panjang gelombang, tetapi hanya sekitar  $2,20^\circ$  dan bertolak belakang dengan peristiwa Mach yang  $\sin \vartheta_0 = c/v$  dan dengan bertambahnya  $r$  menjadi menyempit. Dasarnya adalah mengenai efek bersama dari interferensi dan dispersi. Kali ini terjadi interferensi gelombang lebih banyak lagi, yaitu untuk sebarang posisi kapal semua gelombang mengandung semua panjang gelombang yang bermula pada posisi itu. (Lihat contoh batu yang dilemparkan ke air). Selanjutnya, semua sistem gelombang akan bermula pada posisi kapal. Metode fasa stasioner dipakai dua kali. Dengan demikian, jelaslah pernyataan bahwa gelombang rangsangan pada titik  $P$



pada saat tertentu, sementara kapal telah berada pada posisi  $S$ . Apabila kapal telah berada pada posisi  $S'$  (diketahui bahwa kapal telah berada pada posisi saat  $t$ ), kapal mengirimkan gelombang pada posisi tersebut. Berdasarkan persamaan [4.95], jarak  $r'$  dari  $S'$  menjauhi tempat  $P$  dengan panjang gelombang  $\lambda_1 = 8\pi v^2/gt^2$  dan datang dengan fasa

$$\varphi = \frac{2\pi r'}{\lambda_1} - \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda_1}} t = -\frac{gt^2}{4r'}$$

Fasa menggambarkan harga posisi kapal yang telah berada pada posisi  $t$ . Posisi kapal masing-masing  $S'$  mempunyai jarak yang berbeda, yaitu  $r'$  dari  $P$  dapat dinyatakan dalam rumus cosinus,  $r'^2 = r^2 + v^2 t^2 - 2rv \cos \vartheta$  (Gambar 4.58) atau

$$\varphi(t) = -\frac{g}{4} \frac{t^2}{\sqrt{r^2 + v^2 t^2 - 2rv \cos \vartheta}} \quad (4.96)$$

Semua sistem gelombang yang dikirimkan oleh kapal pada saat  $t$ , kembali diperoleh harga yang menentukan untuk gelombang yang mempunyai fasa stasioner (ekstrimum). Hal ini berlaku untuk

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0 = \frac{g}{4} \left( \frac{2t}{r'} - \frac{t^2}{r'^2} \frac{dr'}{dt} \right)$$

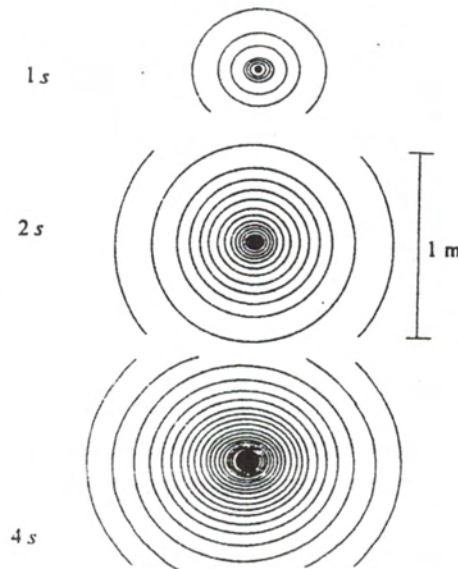
karena

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{1}{2r'} (2v^2 t + 3rv t \cos \vartheta)$$

(diamati bahwa  $S'$  berpindah ke arah kanan) Jika  $t$  bertambah ditulis tanda  $+$  di depan  $2rv t \cos \vartheta$  sehingga

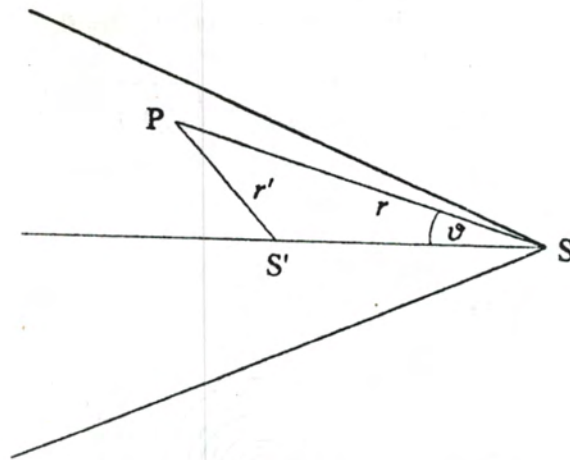
$$2r^2 + v^2 t^2 + 3rvt \cos \vartheta = 0.$$

$$t = -\frac{3}{2} \frac{r}{v} \left( \cos \vartheta \pm \sqrt{\cos^2 \vartheta - \frac{8}{9}} \right)$$



Gambar 4.57 Gelombang gaya berat yang berasal dari rangsangan berbentuk titik untuk lima waktu berbeda (1, 2, 4 detik). Rangsangan yang terdapat di pusat lingkaran (gambar atas) lebih banyak dibandingkan dengan lainnya

Seperti halnya dapat dilihat bahwa untuk  $\cos \vartheta < 8/9$  atau  $\sin \vartheta > 1/3$ , berarti  $\vartheta > 19,5^\circ$ , adalah penyelesaian kompleks. Dalam hal ini, tidak terdapat posisi kapal yang berpengaruh. Jika sistem gelombang dipengaruhi oleh pengaruh yang sama, hasilnya hanya interferensi jalan semata. Di luar  $\vartheta > 19,5^\circ$  air berada dalam keadaan diam.



Gambar 4.58 Gelombang kapal: rangsangan pada titik  $P$  dan pada saat  $t$ , terdapat dari sumbu semua posisi kapal  $S'$

Adanya dispersi dari gelombang gaya berat, secara prinsip gelombang dengan kecepatan yang mungkin, membuat gelombang bergerak lebih cepat dibandingkan dengan kapal. Dengan demikian, mudah bagi gelombang untuk melintas di luar sudut  $19,5^\circ$  di dalam ruang, bahkan dapat melewati kapal. Gelombang suara yang praktis tidak mengalami dispersi berbeda. Tumpang tindih dari semua gelombang yang berasal dari setiap posisi pesawat terbang yang semuanya bergerak dengan kecepatan  $c$  lebih sederhana dan hanya terbentuk piramida Mach.

#### Soal 4.1

1. Suatu perkakas ukur sistem penunjuknya mempunyai momen gaya  $\Theta$  dan konstansa pembalik  $D^*$ . Besaran peredam adalah  $k$  dan dapat bervariasi. Bagaimana seharusnya dapat dipilih, sehingga pembacaan pada penunjukan skala pengukuran oleh sistem penunjuk berjalan cepat? Diskusikan seandainya besaran-besaran  $D^*$  dan  $k$  tetap,  $\Theta$  variabel,  $\Theta$  dan  $k$  tetap, sementara  $\Theta$  variabel. Apakah ketiga hal itu secara praktis penting?
2. Seseorang ingin membuat pengulangan pemutaran sebuah alat pemutar piringan hitam pada daerah frekuensi tinggi. Berapa besar? Ia berusaha membuat amplitudo getaran jarum besar. Mengapa demikian?. Mengapa kondisi di atas sangat sukar diperoleh? Berapa jauh dilakukan hal tersebut dan dengan cara bagaimana hal tersebut dapat dipenuhi?
3. Sebuah bola baja yang berada di dalam sebuah pipa gelas ditekan dengan dua per berbentuk spiral yang berada di tengah pipa dipakai untuk alat ukur percepatan mobil. Diskusikan apa yang terjadi pada sistem seharusnya. Bagaimana ukuran bola dan per dalam hubungannya dengan penunjuk skala? Apakah gelas harus diisi air atau gliserin atau dibiarkan kosong?



4. Anda membuat sebuah seruling dari sebuah pipa bambu. Bagaimana pembagian panjang bambu agar dapat memainkannya  $1/12$  nada (1oktaf)? Bagaimana menentukan tinggi nada absolut?
5. Seseorang memainkan biola dan meletakkan jari pertamanya hingga seperempat panjang senar  $E$ . Pengan sehingga menyentuh halus senar tersebut menggunakan jari keempatnya, ia timbul gelombang diam dengan dua panjang gelombang jatuh pada senar yang tidak disentuh (bebas). Berapa frekuensi nada yang timbul? (biasanya pada senar yang bergetar terdapat  $1/2$  panjang gelombang; pada nada  $e$  frekuensinya 660 Hz).
6. Para laki-laki senang bernyanyi di kamar mandi, sedangkan kaum wanita senang bernyanyi di WC. Apakah terdapat dasar fisika untuk hal ini?
7. Terdapat sangat sedikit warna suara alto (bass). Apakah terletak pada keengganan kaum lelaki atau hanya karena keengganan kita semua? Berapa lama harusnya nada berlangsung sehingga dapat terdengar kemurniannya (katakan:  $1/16$  nada)?
8. Dapatkah dengan dasar Gambar 4.21 dan 4.22 dipelajari nada atas senar yang dipetik? Gambarkan kurva hasil tersebut terhadap  $x$  dan dapatkah ketergantungan tersebut dikatakan sebagai ketergantungnya terhadap tempat?

#### Soal 4.2

1. Sejumlah jam ditempatkan dalam satu deretan berjarak masing-masing  $i$  m. Setiap jam berturut-turut dari yang pertama lebih cepat 1 det. Pada suatu waktu tertentu seseorang mengubah jam-jam tersebut menjadi sama semuanya. Setiap jam akan berbunyi gong setiap seperempatjam sekali. Apa yang terjadi kemudian? Dengan kecepatan berapa bunyi gong melaluderetan jam-jam tersebut? Bagaimana ketergantungan kecepatan

gong tersebut terhadap jarak sahut-menyahut antarderetan jam tersebut? Bergantung pada apa lagi?

2. Lima menit setelah terjadi gempa bumi di Agadir, seismograf di Paris mulai mencatat adanya getaran. Berapa besar modulus elastisitas batu-batuan lapisan selimut bumi? Mengapa gelombang gempa bumi yang terjadi di suatu tempat baru dapat dicatat di tempat lain setelah beberapa menit kemudian? Di pusat bumi kecepatan gelombang tercepat (gelombang—P) adalah 8 km/det. Apakah pusat bumi terdiri atas batu-batuan? Gelombang gempa bumi bergerak dengan lintasan lengkung. bagaimana bentuknya dan mengapa demikian? Apa yang terjadi jika gelombang tersebut mencapai batas lapisan antara selimut dan permukaan bumi?

3. Apakah sebuah sistem seperti soal 2 nomor 4 diperlukan untuk seismografi atau prinsipnya dapat digunakan? Bagaimana harus dipilih massa, sudut dan lain sebagainya? Bagaimana cara membuat gambaran sistem tersebut? Gempa bumi berjarak jauh mempunyai periode 20 det. Haruskah orang meredamnya dan bagaimana caranya? Petunjuk: Suatu pergeseran lapisan Bumi tidak diartikan sebagai getaran eigen teredam.

4. Suatu gempa bumi berpusat pada suatu patahan dengan kedalaman 100 km. Dari episentrum gelombang langsung merambat ke permukaan bumi dan terjadi percepatan yang lebih besar dari pada  $g$ . Periode getaran yang terjadi berkisar antara 4 hingga 10 det. Berapa besar pergeseran (fase) dan penurunan amplitudo dari episentrum ke tempat yang berjarak sangat jauh, misalnya di titik antipode (rambatan gelombang bebas redaman)? Berapa besar energi total gempa jika dianggap jari-jari hiposentrum 10 km? Bandingkan hal itu dengan bom hidrogen! Sepuluh pangkat satu amplitudo gempa di episentrum sama dengan angka 3 dalam skala Mercalli.

**Soal 4.3**

1. Gelombang yang jatuh pada sebuah dinding tegar akan direfleksikan oleh pagar (atau dinding) kayu selalu digunakan istilah hamburan. Adakah kesatuan dalam istilah itu untuk kedua pemantul gelombang tersebut? Bayangkan, suatu dinding kayu yang mempunyai kerapatan besar praktis tidak dapat dibedakan.
2. Mobil jalan raya pada jalur 8 bergerak ke utara setiap 10 min dan sama seringnya ke arah selatan. Percayakah Anda jika seseorang mengatakan pada Anda bahwa ia melihat mobil tersebut ke arah utara pada jalur 8 setiap 5 min sekali?
3. Bagaimana tepatnya seorang pemusik dapat menentukan kecepatan sebuah mobil yang melewatinya sambil membunyikan klakson? Bagaimana bekerjanya radar lalu lintas yang dibuat polisi untuk pemakai jalan raya yang tidak patuh terhadap peraturan lalu lintas (misalnya kelebihan kecepatan dan lain sebagainya)?
4. Astrifisika berhasil membuat ramalan-ramalan penting karena efek Doppler. Bagaimana orang menentukan kecepatan suatu bintang atau galaksi relatif terhadap Matahari atau rotasi bintang-bintang? Apa yang dimengerti orang tentang pelebaran garis spektrum dan bergantung pada apa pelebaran tersebut? Apakah dengan menggunakan efek Doppler orang dapat menentukan bahwa sebuah bintang tetap mempunyai pengikut bintang gelap atau tidak?
5. Mengapa terjadi ledakan ganda jika sebuah pesawat ultrasonik terbang melewati kita? Bergantung apa saja waktu antara dua ledakan tersebut? Sebuah pesawat terletak  $42^\circ$  terhadap horizon ketika ia mengeluarkan ledakan. Jarak waktu antara dua ledakan adalah  $1/8$  det. Apa yang dapat disimpulkan tentang kejadian itu?



6. Berapa kecepatan fase  $u$  dari cahaya yang melewati gelas ( $n = 1,5$ ) atau air ( $n = 1,33$ )? Berapa besar energi  $E$  (dalam  $J$  dan  $eV$ ) sebuah elektron, proton dan partikel— $\alpha$  agar dapat bergerak lebih cepat dari  $v$ ? Bagaimana dan dimana dapat dicapai energi tersebut? Apa yang muncul kemudian? Apakah harga  $E$  dapat berubah menjadi besar dengan pengamatan relativistik (lihat 15.2.7)?

#### Soal 4.4

1. Berapa besar kecepatan suara di air ? (Data lihat 3.1.3b)
2. Mengapa suara percakapan di pantai dapat terdengar lebih baik dari pada di dalam laut? Apakah efek tersebut juga terdapat pada padang pasir yang datar? Mengapa suara teriakan seseorang dalam keadaan angin kencang sangat jelek kedengaran di tempat lain?
3. Ledakan denotasi yang besar sering setelah 50 km tidak dapat terdengar lagi, tetapi setelah 100 km dapat kembali terdengar dengan jelas. Bagaimana hal tersebut terjadi? Apakah stratosfir berperan dalam hal ini?
4. Penyebab tekanan berkas gelombang suara: Suatu berkas terbatas gelombang jatuh pada suatu layar. Di dalam berkas kecepatan maksimum yang dapat dicapai partikel-partikel adalah  $v$ . (cepat suara). Bagaimana pengaruh tekanan statistik di dalam berkas tersebut? Apa yang terjadi jika tekanan di dalam berkas dan tekanan udara luar sama? Di layar kecepatan partikel adalah nol. Apa yang terjadi?
5. Sebuah radiometer lengan putar dan piringan Rayleigh dapat mengukur cepat suara, tetapi keduanya dibuat dengan menggunakan prinsip fisika yang agak berbeda. Jelaskan perbedaan prinsip fisika masing-masing! Mengapa dengan menggunakan piringan Rayleigh harus dianggap  $\lambda \gg 2\pi r$ ? Apakah batasan tersebut berlaku pula untuk radiometer lengan putar?



6. Tentukan faktor refleksi gelombang suara dari udara air dan sebaliknya!
7. Mengapa seorang penyelam sangat sukar mengerti pembicaraan, padahal absorpsi suara di air sangat kecil dibandingkan dengan di udara? Mengapa orang lama berfikir bahwa ikan-ikan adalah tunarungu (bisu)? Mengapa kesengajaan itu kemudian dikoreksi?
8. Kelelawar dapat menangkap gelombang suara ultra (kira-kira 100 kHz) dan menggunakan echo untuk mengetahui orientasi dirinya dalam menentukan tempat mangsanya. Daya untuk suara tersebut berkisar dari  $10^{-6}$  hingga  $10^{-5}$  W. Jika pendengaran kelelawar sesensitif pendengaran manusia, pada jarak berapa kelelawar dapat mematikan semua pengaruh-pengaruh yang mengalir. Bagaimana ia dapat membedakan objek-objek, seperti pohon, dinding, dan burung? Mengapa kelelawar menggunakan gelombang suara ultra? Kebanyakan kelelawar juga menangkap suara. Apakah mungkin kelelawar dapat menggunakan sonar (perhatian: ikan tidak merefleksikan gelombang suara, tetapi hanya mengeluarkan gelembung udara di dalam air?) Petunjuk: Pekikan kelelawar membentuk suatu berkas, tetapi bukan merupakan berkas sempurna. Dengan pertolongan apa seorang buta dapat dibantu sehingga ia mengetahui orientasi dirinya?
9. Diskusikan absorpsi gelombang suara berdasarkan teori getaran dipaksakan. Apakah semuanya benar bahwa absorpsi mempunyai hubungan dengan pergeseran fase antara tekanan dan kompresi? Bagaimana dengan pengaruh-pengaruh lainnya, seperti aliran panas, gesekan dalam, difusi, dan peristiwa-peristiwa relaksasi lainnya?
10. Apakah perkiraan ini benar bahwa pendengaran manusia hampir dapat menangkap gerak molekul (dengan perkataan lain: deviasi tekanan termis pada kedua kulit genderang)? Berdasarkan pengamatan, sensitifitas pendengaran maksimum berada pada frekuensi 1 kHz. Bagaimana orang dapat menyempitkan pendengaran termis? (apakah melalui pelebaran kulit genderang, atau lainnya?)

11. *Membran Basilar* di dalam telinga siput berfungsi sebagai lidah atau tali pengukur frekuensi (sederetan resonator dengan berbagai frekuensi eigen yang berbeda-beda). Dalam keadaan rangsangan, bagian-bagian organ tersebut berfungsi sebagai penganalisis frekuensi. Diskusikanlah sebuah perkakas spektral demikian berdasarkan teori getaran dipaksakan. Mengapa untuk memperoleh kemampuan resolusi frekuensi yang baik bertolak belakang dengan waktu rambat gelombang seluruhnya?

12. Besaran terpenting untuk akustik ruang sebuah aula adalah waktu rambat gelombang seluruhnya,  $\tau$ . Mengapa waktu tersebut tidak harus berharga besar? Berikan harga batas tertingginya!  $\tau$  ditentukan dari absorpsi energi gelombang suara oleh dinding yang terdapat di ruang tersebut atau juga kehilangan energi karena terdapat celah atau lubang-lubang di dalam ruang. Bahan-bahan peredam tertentu dapat menelan sekitar 80% intensitas gelombang suara, sedangkan deretan kursi di ruangan dapat menyerap gelombang sekitar 40% dan permukaan kayu yang licin menyerap 3 hingga 5%. Diskusikan hal di atas untuk suatu ruang aula lengkap dengan peralatan yang ada dengan besar ruang aula bervariasi!

13. Perkirakan kecepatan suara di dalam sebuah bintang (lihat soal 5 nomor 19). Apakah dapat dipikirkan bahwa suatu gelombang tumbukan dapat mempercepat volume gas dan bahwa gelombang dapat keluar dari bintang sama sekali?

14. Periode bintang berubah ciri  $\delta$ —Cephei, yang disebut bintang batu-batuan yang sangat luas di ruang angkasa, ditentukan melalui hubungan yang jelas antara daya penyinaran dan periode deviasi terang gelap. Penyinarannya merupakan hal terpenting untuk menentukan jarak absolut bintang yang bersangkutan di ruang angkasa. Dari periode diperoleh daya penyinarannya, yaitu terlihat terangnya bintang pada suatu jarak. Dua bintang yang mempunyai periode masing-masing 2,5 dan 100 hari mempunyai pergeseran Doppler sebesar  $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-3}$  dan  $5 \cdot 10^{-4}$ . Gambarkan jika jari-jari bintang bergetar menurut  $R = R_{\min} + 1/2 R_{\max}$



( $1 + \sin \alpha x$ ) dengan  $R_{\text{maks}} \gg R_{\text{min}}$ , berapa besar harga  $R_{\text{maks}}$  kedua bintang? Jika mereka mempunyai massa (di dalam kenyataannya massa mereka sangat besar), berapa kerapatannya? Cobalah diartikan bahwa terjadinya pulsa dapat diinterpretasikan sebagai getaran-getaran eigennya. Berapa kecepatan gelombang tersebut (bandingkan dengan soal 4 nomor 13), berapa periode, dan bagaimana ketergantungannya terhadap kerapatan? Bandingkan hal itu dengan periode hasil pengukuran!

15. Bagaimana orang membuat lubang dengan ultrasonik? Berapa daya yang diperlukan untuk melakukan hal tersebut? Bolehkah terdapat udara antara ruang sumber gelombang dan benda yang akan di bor, atau perlukah dipakai sebuah transduser? Bagaimana bentuk dan bahan yang harus anda sarankan untuk membuat transduser tersebut?

#### Soal-soal 4.5

1. Mengapa pada pembahasan 4.5 menggunakan pengamat A yang bergerak dengan gunung gelombang? Apakah ia tidak boleh bergerak dengan cara lain, jika orang tidak mengetahui bahwa partikel-partikel air dapat muncul di tempat tersebut?
2. Energi berat dan energi kapiler macam apa yang tersembunyi pada puncak gelombang+dataran gelombang? Jika Anda membuat jawaban dari partikel air bermassa  $m$ , seperti pengamatan pada 4.5, dengan menggunakan perbedaan energi kinetik, rumus dispersi bagaimana yang akan diperoleh?
3. Energi apa saja yang tersembunyi di dalam puncak dan dataran gelombang yang panjangnya  $l$ , dan amplitudo  $h$ , yaitu sekitar  $1/2$  dari lebar muka gelombang? Dengan asumsi bahwa kisaran energi total terakumulasi di puncak gelombang, perkirakan gelombang apa yang tidak akan merugikan manusia, dalam arti manusia dapat bertahan dengan gelombang tersebut?

4. Energi yang tersembunyi di dalam puncak dan dataran gelombang (lihat soal 4 nomor 2) dan diketahui bergantung pada amplitudo  $h$ , dianggap sebagai gelombang harmonik. Energi itu disebut gaya yang harus bergerak dengan massa tertentu, yaitu melalui suatu blok air, sedalam  $\lambda/2\pi$ , sama dengan menurunnya gerak orbital sebesar  $e^{-1}$ . Dapatkah dari pengamatan itu ditentukan frekuensi dan kecepatan rambat gelombang? Perhatikan dengan seksama. Apakah pada penggunaan aturan pengertian tersebut pada gelombang air yang tidak terlalu dalam, rumus yang tersedia tidak dapat digunakan sama sekali? Di mana terletak kesalahannya, bahwa untuk laut selatan rumusan tersebut tidak berlaku?

5. Apakah terdapat kecepatan maksimum pada gelombang laut dan berapa besarnya? Berapa lama diperlukan waktu oleh gelombang akibat letusan Krakatau untuk mencapai seluruh bumi?

6. Gelombang besar di danau yang tinggi Mengapa amplitudo gelombang air tidak dapat melebihi suatu perbandingan tertentu dengan panjangnya tanpa terputus? Berapa besar perbandingan maksimum tersebut secara geometris? Di dalam kenyataannya, perbandingan tersebut lebih kecil, yaitu sekitar  $\frac{1}{8}$ .

7. Dengan pertolongan transfer energi (soal 4 nomor 2) dapat digunakan untuk perlakuan gelombang di permukaan batas antara zat cair ringan dan berat (kerapatan  $q_1$  dan  $q_2$ : air tawar berada di atas air asin; udara lebih panas berada di atas udara dingin). Dicari  $c(\lambda)$ . Apa hubungannya dengan awan berbentuk anak domba? Mengapa awan tersebut dipakai sebagai petunjuk keadaan cuaca baik? [Perhatikan bahan permukaan rambatan pada muka (*front*) dingin lebih tajam dibandingkan dengan muka (*front*) panas;]. Berhubungan dengan muka (*front*) apakah peristiwa di atas. Sebuah kapal kecil yang melewati pertemuan sungai selalu berperang melawan air mati. Kapal sehingga sukar meneruskan perjalanannya (kecepatan menurun dari 10-20 hingga 2-3 knot). Kapal harus menggunakan sebagian besar daya mesin untuk melewati batas air



tawar-asin. Pada keadaan beku terjadi pergeseran fase yang tidak efisien. Kapal hanya akan dapat berlayar dengan  $c$  dari gelombang.

8. Di sebuah teluk di Finlandia muncul secara periodik gelombang laut yang lebih tinggi (air tinggi) hingga beberapa meter (juga sedikit lemah di kepulauan Denmark), yaitu tepatnya dalam periode 27 jam. Bagaimana kejadian tersebut dapat dijelaskan? Berapa kedalaman tengah-tengah laut selatan? Berapa periode gelombang tersebut di dasar laut dan di laut-laut lainnya?

9. Jika  $c = \sqrt{gH}$  dapat digunakan untuk perhitungan tiap-tiap puncak dan dataran gelombang, bagaimana dapat dijelaskan hempasan gelombang padang pasir?

10. Berapa besar kecepatan grup untuk suatu gelombang yang mengalami gangguan sehingga interval gelombang mengalami perubahan di sekitar harga rata-ratanya  $\lambda_1$  (misalkan untuk gelombang gaya berat dan kapiler)? Bagaimana gangguan tersebut berlangsung terhadap waktu? Apa yang terjadi jika semua gelombang mempunyai panjang gelombang berbeda-beda dalam membentuk gangguan tersebut?

11. Jika sebuah perahu meluncur di permukaan air tanah, sering terlihat bahwa di depan gelombang haluan terdapat gelombang diam (sebenarnya gelombang ikut bergerak kemana kapal berlayar) yang bergerak menjauhi sampung perahu dengan amplitudo yang semakin kecil. Bagaimana dapat dijelaskan hal tersebut? Bagaimana ketergantungan panjang gelombang dari gelombang tersebut terhadap kecepatan perahu?

12. Berapa besar kecepatan grup dari gelombang gaya berat dan kapiler di dalam air yang dalam dan di air cetek (tidak dalam)? Apakah sering terjadi bahwa grup gelombang dapat merambat lebih cepat dibandingkan dengan tiap-tiap gelombang asalnya? Jika jawabannya ya, bagaimana hal tersebut mungkin terjadi?

13. Sebuah batu dijatuhkan ke dalam air terjadi gelombang cincin. Diskusikan gelombang tersebut (sebagai gelombang kapiler murni)!

14. Mengapa terjadi dispersi di laut? Petunjuk: Jika gelombang *A* dan *B* bertemu, sesaat terjadi perbesaran amplitudo sehingga dapat membiaskan suatu gelombang yang datang, dalam hal ini energi diberikan pada gelombang lain.

15. Bagaimana dapat dijelaskan bahwa gelombang haluan pada tempat yang telah dilalui perahu bermotor masih tetap pendek dan tinggi? Apakah panjangnya tidak bergantung pada jarak, seperti dirumuskan bahwa  $\lambda = 8\pi/g(r^2/t^2)$ ?

16. Sebuah karet (perahu tebuat dari karet dan diisi angin) bergerak di permukaan air yang amat datar. Bagaimana bentuk gelombang haluan perahu karet tersebut?

17. Mengapa berkas Tsrenkov selalu berwarna biru? Petunjuk: Bandingkan hal itudengan bentuk Kerucut Mach untuk setiap panjang gelombang. Panjang gelombang bagaimana yang dapat menghasilkan interferensi menghilangkan? Perhatikan juga kurva sensitivitas mata kita!

## BAGIAN II TERMODINAMIKA



## BAB 5

### PANAS

#### 5.1 Temperatur dan Jumlah Panas

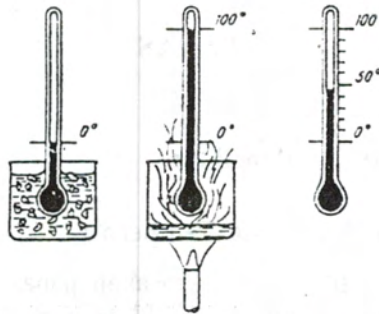
##### 5.1.1 Pengertian dan Skala Temperatur

Organ perasa (kulit) dapat merasakan panas atau dingin dengan baik. Rangsangan yang dirasakan dijelaskan sebagai *temperatur* benda. Rasa belum cukup kuantitatif walaupun semua benda dapat dirasakan, kemungkinan akan terdapat kekeliruan. Oleh karena itu, diperlukan suatu skala temperatur yang objektif. Untuk mengukur temperatur, secara prinsip dapat digunakan semua sifat benda, yaitu sifat yang berhubungan dengan temperatur, misalnya volume *air raksa*.

Skala temperatur dapat ditentukan secara sebarang (Gambar 5.1). Untuk membuat skala, diperlukan dua *titik tetap*, yaitu temperatur titik beku es pada tekanan 1 atm (760 torr) dan temperatur pada titik didih air pada tekanan yang sama. Menurut pengukuran, masing-masing berharga  $0^{\circ}$  dan  $100^{\circ}$  C. Skala temperatur bergantung pada sifat termis air raksa dan gelas yang digunakan sebagai wadah air raksa. Termometer cairan yang lain bergantung pada pemuaian terhadap temperatur dapat memberikan skala  $0^{\circ}$  dan  $100^{\circ}$  C yang berbeda. Pada pembahasan selanjutnya akan digunakan temperatur skala lain, yaitu



temperatur skala termodinamika yang tidak bergantung pada sifat-sifat perubahan terhadap temperatur dari bahan yang digunakan. Dalam skala ini ditetapkan sejumlah *titik tetap* (titik acuan), yaitu titik lebur (Tl), titik beku (Tb), titik sublimasi (Ts), atau titik didih (Td) dari berbagai bahan. Semuanya diukur pada tekanan udara normal (760 torr). Titik-titik tetap itu menentukan skala temperatur secara tepat yang ditulis pada termometer. Tabel 5.1 mengandung contoh untuk itu.



Gambar 5.1 Titik tetap 0° dan 100° dalam skala celcius

Skala termometer termodinamika (skala absolut atau skala Kelvin) mempunyai satuan yang sama dengan termometer celcius: 1 K (satu Kelvin dahulu ditulis 1° K) menggambarkan perbedaan temperatur seperti 1° C. Akan tetapi, titik nol skala Kelvin terletak pada -273,2°C t° C. sama dengan  $T$  K, dengan

$$T = t + 273,2 \text{ K} \quad (5.1)$$

**TABEL 5.1    TITIK -TITIK TETAP SKALA TEMPERATUR  
DALAM DERAJAT CELCIUS PADA TEKANAN  
760 TORR**

Zat	Titik Tetap	Temperatur (0) C	Zat	Titik Tetap	Temperatur (0) C
He	Td	-268,94	H <sub>2</sub> O	Td	100,00
H <sub>2</sub>	Td	-252,78	Cd	Tb	321,00
O <sub>2</sub>	Td	-182,97	S	Td	444,60
CO <sub>2</sub>	Ts	-78,52	Ag	Tb	960,50
Hg	Tb	-38,87	Au	Tb	11063,00
H <sub>2</sub> O	Tl	-00,00	Pt	Tb	1773,00
			W	Tl	3380,00

Volume suatu zat cair atau panjang sebuah batang bukan satu-satunya sifat fisis yang dapat digunakan sebagai *termometri* (parameter untuk membuat ukuran skala termometer). Misalnya, tekanan suatu gas dan uap, tahanan listrik sebuah kawat logam, cahaya yang dipancarkan oleh sebuah benda, dan pancaran panas, semuanya bergantung pada temperatur. Peralatan penunjuk yang dapat menyatakan temperatur secara langsung disebut *termometer*.

Di samping termometer zat cair, terdapat pula *termometer tahanan listrik* (lihat 6.3.3 dan 11.1.4). Elemen-elemen termis *thermoelemen* (lihat 6.6.1 dan 11.1.4), *termometer radiasi* atau *pirometer* (lihat 11.2.9) dan termometer tegangan uap (lihat 5.6.1) digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Beberapa hal yang akan dibahas adalah bagaimana hukum-hukum fisika berlaku, kemudian bagaimana prinsip konstruksi termometer tersebut dibuat orang.

### 5.1.3 Kuantitas Panas: Kapasitas Panas Jenis dan Molar

Untuk mengubah temperatur benda, sejumlah (kuantitas) panas harus diberikan atau diambil dari benda. Hal itu sering dilakukan dengan menghubungkan benda dengan benda lain yang mempunyai temperatur lebih tinggi atau lebih rendah. Keduanya berubah, kemudian diikuti oleh perubahan temperatur. Aliran panas akan terjadi dari benda yang lebih panas ke benda yang lebih dingin (*hukum kuantitas panas*). Peristiwa aliran akan berhenti apabila telah terdapat *kesetimbangan termis* antara kedua benda, dan itu berarti kedua benda mempunyai temperatur sama.

Kuantitas panas  $Q$  harus diberikan pada sebuah benda sehingga temperatur benda mengalami perubahan temperatur dari  $t_1$  menjadi  $t_2$  dan sebanding dengan perubahan temperatur  $\Delta t = t_2 - t_1$ , paling tidak selama  $\Delta t$  cukup kecil.

$$Q = C \Delta t$$

$C$  disebut *kapasitas panas* dari benda dan besarnya sama dengan kuantitas panas untuk menaikkan temperatur benda sebesar  $1^\circ\text{C}$ . Sebuah benda homogen bermassa  $m$  mempunyai kapasitas panas sebesar  $C = c \diamond m$ . Dalam hal ini,  $c$  disebut *kapasitas panas jenis* dari benda, sering secara singkat disebut *panas spesifik*.  $c$  sama dengan kuantitas panas yang diperlukan oleh satu satuan massa untuk menaikkan temperatur massa tersebut sebesar  $1^\circ\text{C}$ . Dalam pengertian modern, kata *spesifik* dapat dibaca sebagai per satuan massa.

Satuan lama dari kuantitas panas adalah *kalori* (cal). Kalori menghubungkan satuan massa dalam g dan air sebagai zat normal. 1 cal adalah panas yang diperlukan untuk memanaskan 1 g air sehingga temperaturnya naik  $1^\circ\text{C}$  (secara pasti dari  $14,5$  hingga  $15,5^\circ\text{C}$  panas jenis spesifik tidak bergantung pada temperatur). Untuk satuan massa dalam kg, dipakai satuan kcal. Berdasarkan kenyataan, panas adalah suatu bentuk energi. Pada saat sekarang ini dipakai satuan campuran



dalam 1 J (Joule): 1 cal = 4,186 J (lihat 5.2.3). Panas jenis spesifik air adalah

$$1 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \text{ K}^{-1} = 4186 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}. \quad (5.3)$$

Tabel 5.2 memberikan kapasitas panas jenis spesifik ( $c$ ) dan panas atomik ( $A$ ) dari berbagai unsur pada keadaan padat. Terlihat bahwa harga  $A \cdot c$  mendekati konstan, berharga sekitar 6, yaitu khusus untuk unsur ringan Be dan C. Angka 6 ini juga akan dicapai untuk temperatur yang lebih tinggi. Beberapa gram atom suatu unsur padat (sebanyak berat atomnya) kapasitas panas pada umumnya berharga 6 cal/K (*Kaedah Dulong-Petit*). Kapasitas panas dari 1 gram atom dulu dikenal sebagai panas atom. Dalam atom atau molekul zat padat, pada saat itu dipakai istilah *kapasitas panas molar*. Istilah ini, juga muncul sebagai *panas mol* untuk panas jenis satu unsur bahkan zat sebarang. Satuannya adalah cal mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> atau J mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>.

1 gram atom berbagai unsur selalu mengandung atom yang sama, yaitu  $6 \cdot 10^{23}$  (lihat 5.2.2). Aturan Dulong-Petit mengatakan bahwa

Tabel 5.1: TITIK-TITIK TETAP SKALA TEMPERATUR DALAM DERAJAT CELSIUS,  
PADA TEKANAN 760 TORR.

Zat	Titik tetap	Temperatur [°] C	Zat	Titik tetap	Temperatur [°] C
He	Td	-268,94	H <sub>2</sub> O	Td	100,00
H <sub>2</sub>	Td	-252,78	Cd	Tb	321,00
O <sub>2</sub>	Td	-182,97	S	Td	444,60
CO <sub>2</sub>	Ts	-78,52	Ag	Tb	960,50
Hg	Tb	-38,87	Au	Tb	1063,00
H <sub>2</sub> O*	Tl	-00,00	Pt	Tb	1773,00
			W	Tl	3380,00

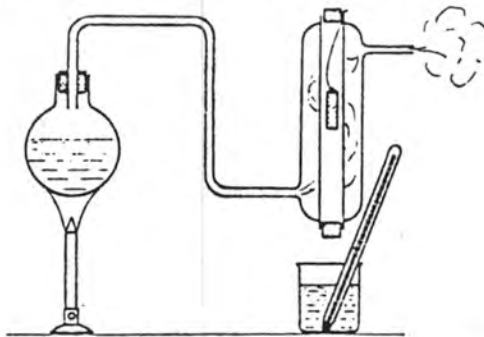


kapasitas panas suatu zat padat tidak bergantung pada sifat kimiawinya, tetapi hanya bergantung pada jumlah atom yang terdapat di dalamnya. Setiap atom mengandung harga yang sama. Jika di dalam *ikatan* kuat setiap atom dianggap tidak bergantung satu dengan lainnya, kapasitas panas molar (panas mol) berlaku *aturan* Neumann-Kopp, suatu panas mol sama dengan jumlah panas atom. Akan tetapi, ketidakbergantungan itu tidak selalu ada, khususnya pada temperatur rendah (lihat harga-harganya untuk Be dan intan pada Tabel 5.2).

$$Q_2 = c \cdot m_2 (t_2 - t_1) = Q_1 \text{ panas diberikan}$$

$$= (c_o m_1 + C_w) (t_m - t_1) \text{ panas diambil}$$

Kapasitas panas jenis spesifik  $c$  dapat ditentukan dengan menggunakan *kalorimeter campuran* (Gambar 5.2). Di dalam suatu bejana yang diketahui kapasitas panasnya  $C_w$  terdapat air bermassa  $m_1$  dan temperatur  $t_1$ . Benda yang akan diukur panas jenis spesifiknya ( $c$ ) mempunyai massa  $m_2$  dan dipanaskan hingga temperatur mencapai  $t_2$  (misalkan dipanaskan di dalam bejana uap,  $t_2 = 100^\circ \text{C}$ ). Selainnya benda dimasukkan ke dalam bejana kalorimeter dan dibiarkan sebentar hingga temperatur mencapai  $t_m$ . Berdasarkan hukum kesetimbangan panas, panas yang diberikan sama dengan panas yang diambil.



Gambar 5.2 Kalorimeter campuran (gelas becher mengandung air  $m_1$ g, temperatur  $t_1$ ; batanf metal terdapat di dalam bejana uap mempunyai temperatur  $t_2 = 100^\circ \text{C}$ )

$c_0$  adalah panas jenis spesifik dari air. Selanjutnya, diperoleh

$$c = \frac{C_0 m_l + C_w}{m_2} \cdot \frac{T_m - t_1}{t_2 - t_m}$$

Kapasitas panas bejana kalorimeter + pengaduk + termometer disebut *harga air kalorimeter*. Jika harga air dihitung dari kalorimeter, akan diperoleh pengertian bahwa  $g$  air sebanding dengan kalorimeter. Untuk pengukuran yang teliti, bejana kalorimeter haruslah diisolasi dengan isolator panas, sehingga dapat diharapkan bahwa panas tidak mengalir keluar dari kalorimeter (misalkan isolator bejana Dewar atau Styrofor)

#### 5.1.4 Pemuaian Zat Padat dan Cair

Panjang sebuah batang akan bertambah dengan pertambahan temperatur dan diketahui pada kisaran temperatur tertentu. Pertambahan panjang tersebut adalah linier. Panjang sebuah batang  $L(t)$  pada temperatur  $t$  dapat dihubungkan dengan panjang  $L_0$  batang tersebut pada temperatur  $0^\circ \text{C}$

$$L(t) = L_0 (1 + \alpha t) \quad (5.5)$$

Besaran  $\alpha$  dapat ditulis sebagai:

$$\alpha = \frac{L(t) - L_0}{L_0 t} = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta t} \quad (5.6)$$

Besaran itu disebut sebagai *koefisien muai panjang* Tabel. 5.3 menunjukkan harga  $\alpha$  rata-rata dalam faktor  $10^6$  pada temperatur antara  $0^\circ$  hingga temperatur yang diberikan. Seperti diketahui bahwa kurva  $L(t)$  tidak benar-benar linier, tetapi pada bagian atas kurva membentuk lengkungan.

Rel kereta api dengan panjang 30 m mengalami pendinginan dari  $+ 50^{\circ}\text{C}$  menjadi  $- 30^{\circ}\text{C}$  sehingga terjadi penyusutan panjang sebesar  $\Delta L = 30\text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1} \cdot 80\text{ K} = 3 \cdot 10^{-2}\text{ m}$ . Dalam hal ini, sambungan rel yang dibuat terlalu dekat antara satu dan lain, Yang Berdasarkan 3.4.3 dan Tabel 3.3 akan mengalami gaya tegangan sebesar  $E \Delta L/L = 22\text{ kpm} - 3$  ( $E$  = modulus elastisitas). Pada beberapa material, pemanasan hingga beberapa ratus derajat terjadi tegangan, yang dapat melampaui harga tegangan yang apabila dilakukan tarikan pada material, yaitu pada temperatur konstan.

Ketergantungan volume terhadap temperatur dapat dimengerti bahwa setiap ukuran panjang volume (panjang, lebar, dan tinggi) masing-masing akan mengalami pertambahan panjang (persamaan [5.5]). Volume sebuah kubus dengan panjang sisi  $L(t)$  akan mengalami pertambahan menurut

$$\begin{aligned} V &= L(t)^3 = L_0^3 (1 + \alpha t)^3 \\ &= V_0 (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3). \end{aligned}$$

$\alpha^2 t^2$  dan  $\alpha^3 t^3$  untuk perbedaan temperatur yang digunakan adalah kecil dibandingkan dengan  $8t$ .

TABEL 5.3 KOEFISIEN MUAI LINIER  $\alpha$  UNTUK BEBERAPA MATERIAL.

Meterial	$\alpha - 106\text{ K}$			
	$-191^{\circ}\text{C}$	$100^{\circ}\text{C}$	$300^{\circ}\text{C}$	$500^{\circ}\text{C}$
Gelas kuarsa	-	0,510	0,627	0,612
Gelas Jenaer 16	5,870	8,080	8,670	9,280
Gelas Pyrex	-	3,000	-	-
Besi	-	12,000	-	-
Aluminium	-	23,800	25,500	27,400
Mangan	15,950	22,800	32,230	-
Tembaga	-	16,700	-	-
Wolfram	-	4,300	-	-
Timah	-	24,400	-	-
Fosfor (putih)	-	124,000	-	-
ES	37,000	-	-	-
Na Cl	-	40,000	-	-
Gula kasar	-	83,000	-	-



Dengan demikian, akan diperoleh pendekatan sebagai berikut

$$V = V_0 ((1 + 3\alpha t) = V_0 (1 + \gamma t) \quad (5.7)$$

TABEL 5.4 KOEFISIEN MUAI RUANG (VOLUME) G DALAM K-1 DARI BEBERAPA ZAT CAIR PADA 180 C.

Material	g
Aseton	0,00143
Etil alkohol	0,00143
Etil etel	0,00162
Bensol	0,00106
Air raksa	0,000181

Koefisien muai volue g adalah tiga kali dari koefisien muai panjang. a Koefisien muai ruang dari zat cair secara umum lebih besar dibandingkan dengan zat padat (lihat Tabel 5.4).

Kecepatan = massa/volume dan pada umumnya harganya akan sesuai dengan persamaan

$$g(t) = \frac{m}{V(t)} = \frac{m}{V_0(1 + \gamma t)} \approx g_0 (1 - \gamma t) \quad (5.8)$$

Patut dicatat atau deviasi dari perbandingan harga kerapatan air pada Tabel 5.5, yaitu bahwa air pada temperatur 4° C justru mempunyai harga kerapatan maksimum  $g(4^\circ\text{C}) = 0,999973 \text{ gcm}^{-3}$ .



Pada saat musim dingin, karena sifat air pada  $4^{\circ}\text{C}$  ini, air yang lebih dingin akan berada di atas ketimbang air yang relatif lebih panas, sehingga tidak akan terjadi konveksi panas, Tetapi terbentuk lapisan air yang lebih dingin. Pendinginan selanjutnya akan berjalan lebih lama (lihat 5.3.2). Tanpa anomali kerapatan air pada musim dingin, air tanah akan mengalami pembekuan.

TABEL 5.5 KERAPATAN PADA TEMPERATUR YANG DIBERIKAN TERHADAP KERAPATANNYA PADA  $4^{\circ}\text{C}$

1o C	g/g4 K	1o C	g/g4 K
0	0.999868	20	0.998232
1	0,999927	25	0,997074
2	0.999968	30	0,995676
3	0,999992	40	0,992247
4	1,000000	50	0,988080
5	0,999992	60	0,983240
6	0.999968	70	0,977810
8	0,999876	80	0,971830
10	o,999126	90	0,965350
15	0,999126	100	0,958380

### 5.1.5 Pemuaiian Gas: Titik Nol Absolut

Pemanasan gas diikuti oleh pemuaiian volume dan pertambahan tekanan. Jika dilakukan pemanasan gas pada tekanan konstan, yaitu dengan jalan memberikan gaya konstan pada sebuah pengisap yang terdapat pada ujung bejana berisi gas (kira-kira sama dengan tekanan udara di luar bejana), akan didapat kembali pemuaiian linier dari  $V(t)$ .

$$V(t) = V_0 (1 + \gamma t) \quad (\text{Gay - Lussac, } p \pm \text{kontan}) \quad (5.9)$$

Dalam hal ini  $\gamma$  adalah lebih besar dari pada koefisien muai ruang dari zat padat dan zat cair, selain itu, dan yang terpenting untuk berbagai macam gas mempunyai harga yang hampir sama. Untuk gas  $H_2$  dan He di-peroleh sebesar

$$\gamma = ,000366 \text{ K}^{-1} = 1/273,2 \text{ K}$$

Dengan demikian, persamaan [ 5.9 ] menjadi

$$\begin{aligned} V(t) &= V_0 (1 + 1/273,2 \text{ K}) \\ &= V_0 \cdot T/273,2 \text{ K} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Koefisien volume (ruang)  $\gamma$  dalam  $\text{K}^{-1}$   
dari beberapa gas (antara 0 hingga 100° C)

Gas	$\gamma$
Udara	0,003675
$H_2$	0,003662
He	0,003660
Ar	0,003676
$CO_2$	0,003726

Volume gas sebanding dengan temperatur absolut  $T = 273,2+t$ . Berdasarkan hubungan itu adalah menjadi jelas bagaimana hubungan skala temperatur Kelvin. Pada  $T = 0 \text{ K}$  dari persamaan [5.10] harga  $V = 0$ . Pada temperatur yang lebih rendah lagi akan diperoleh, bahkan, harga volume menjadi negatif. Hukum Gay-Lussac tidak lagi berlaku

untuk temperatur yang sangat rendah, karena setiap molekul gas mempunyai volume sendiri dan karena gas akan berubah menjadi zat cair. Kesimpulan lain (lihat 5.2) yang dapat diambil bahwa selain temperatur  $T = 0$  K, tidak terdapat temperatur yang lebih rendah lagi; titik ini disebut titik nol absolut *titik nol absolut*.

#### 5.1.6 Tekanan Bergantung Temperatur pada Volume Konstan

Percobaan A: Sejumlah gas pada temperatur  $0^\circ$  C mempunyai tekanan  $p_0$  dan volume  $V_0$ . Dengan memanaskan gas pada volume tetap, terjadi kenaikan tekanan.

$$p(t) = p_0 (1 + \beta t) \quad (V = \text{konst}) \quad (5.11)$$

Persamaan [ 5.11 ] disebut s hukum Charles dan sering juga disebut hukum Gay-Lussac.

Percobaan B: Sejumlah gas yang sama seperti pada percobaan A mempunyai tekanan yang dijaga tekanannya konstan dan dipanaskan hingga temperatur  $t$ . Dari persamaan [ 5.7 ], volume gas menjadi:

$$V = V_0 (1 + \gamma t)$$

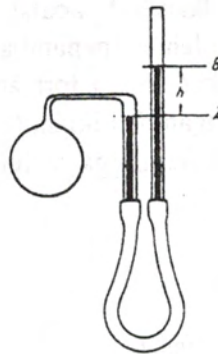
Selanjutnya di lakukan kompresi pada temperatur konstan hingga volume mencapai  $V_0$  kembali. Berdasarkan Boyle-Mariotte (lihat 3.7) haruslah terjadi pertambahan tekanan sebesar:

$$p(t) = \frac{V(t)}{V_0} p_0 = (1 + \gamma t) p_0$$

Jumlah (kuantitas) gas seperti yang terdapat pada percobaan A. Muai ruang dan koefisien tegangan juga identik. dan jika hukum Boyle-Mariotte dan Gay-Lussac berlaku.

$$\gamma = \beta$$





Gambar 5.3: Termometer gas Jolly.

Tekanan pada volume konstan adalah sama, sebanding dengan temperatur absolut.

$$p = p_0 \frac{T}{273,2K}.$$

### Termometer Gas.

Koeffisien tegangan untuk semua gas mendekati sama maka gas dapat dipakai sebagai bahan untuk membuat termometer. Termometer gas menurut Jolly Gambar 5.3 bekerja berdasarkan perubahan tekanan terhadap temperatur.

Sebuah bola yang diisi hidrogen atau helium dan dihu-bungkan dengan sebuah manometer air raksa ( manometer diisi air raksa dengan volume yang sama), maka temperatur akan terdapat pertambahan atau penurunan volume yang sama pada tiap-tiap kaki pipa manometer. Tekanan ruang yang terdapat pada gas sama dengan



tekanan udara luar  $b$ . Jika tekanan gas berubah, ujung air raksa yang terdapat di dalam pipa akan naik dari titik  $A$  ke titik  $B$  dengan beda ketinggian kedua titik  $h$ . Misalkan  $b+h_0$  adalah tekanan gas pada  $0^\circ \text{C}$ , yaitu apabila bola dikelilingi oleh es (penambahan tekanan dari tinggi dibenarkan, jika tekanan diukur dalam torr atau kolom mm-Hg dan tinggi diukur dalam mm). Dengan demikian, tekanan pada  $t^\circ \text{C}$  ( $t > 0$ ), jika kaki manometer ditarik sehingga volume mencapai volume semula, adalah yaitu

$$b + h_1 = (b + h) (1 + \beta t)$$

Harga temperatur diperoleh sebesar

$$t = \frac{h_1 + h_0}{\beta(b + h_0)^\circ} \quad \beta = \frac{1}{273,2 \text{ K}}$$

Temperatur yang diukur berdasarkan termometer gas yang diisi dengan gas helium sesuai dengan temperatur dari termometer termodinamika.

### 5.1.7 Persamaan Keadaan Gas Ideal

Persamaan keadaan sebuah sistem (dalam hal ini sistem mengandung sejumlah partikel gas) melukiskan hubungan antar variabel yang menyimbolkan keadaan sistem. Hubungan antara besaran-besaran dapat diturunkan berdasarkan besaran-besaran yang telah diketahui sebagai berikut

Diberikan suatu keadaan  $p_1, V_1, T_1$ . Keadaan itu akan berubah menjadi keadaan baru  $p_2, V_2, T_2$ .

1. Tekan dan diubah menjadi  $p_2$  tetapi temperatur dipertahankan tetap berada dalam keadaan  $T_1$ . Berdasarkan hukum Boyle-Mariotte, diperoleh volume

$$V' = \frac{p_1 V_1}{p_2}$$

2. Temperatur diubah menjadi  $T_2$ , sedangkan tekanan tetap pada  $p_2$ . Dari Gay-Lussac volume diperoleh

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_1 V_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

Kesimpulan yang dapat diambil adalah bahwa besaran di atas menghasilkan persamaan keadaan

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Hal itu dapat ditulis sebagai berikut.

$$p V = C T \quad (5.12)$$

Hubungan semua perubahan ketiga besaran,  $p$ ,  $V$ , dan  $T$ , untuk suatu gas dengan kuantitas tertentu haruslah tetap ada. Besaran  $C$  adalah sebanding dengan massa gas. Jika terdapat massa gas dua kali massa semula, volume gas akan menjadi dua kali volume mula-mula pula. Jika tekanan dan temperatur tidak berubah;  $C = C' \cdot m$

$$p V = C' m T \quad (5.13)$$

Dalam hal ini,  $C'$  untuk berbagai macam gas mempunyai harga yang berbeda. Persamaan keadaan secara umum masih berlaku, yaitu. jumlah (kuantitas) gas tidak dinyatakan dalam volume, tetapi dalam Mol. Pengalaman mengajarkan bahwa (dalam kasus ideal) kuantitas gas

yang massanya mempunyai sifat seperti berat molekulnya, tekanan dan temperatur tetap, serta volume juga berharga tetap (hukum Avogadro). 1 Mol setiap gas (dalam kasus ideal) dalam keadaan normal, yaitu keadaan  $p = 10^5 \text{ Nm}^{-2} \approx 1 \text{ atm}$  dan  $T = 273,2 \text{ K} = 0^\circ \text{ C}$  *volume normal mol* adalah  $22414 \text{ cm}^3$ . Dengan bilangan itu, dari persamaan [5.13] didapat *persamaan keadaan* untuk 1 Mol sebarang gas adalah sebagai berikut.

$$pV = RT \quad (5.14)$$

$$R = 8,317 \text{ J} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$= 1,98 \text{ cal} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Untuk jumlah molekul sebanyak  $v$ , berlaku

$$pV = vRT \quad (5.15)$$

Semakin kecil kerapatan gas, semakin besar temperatur sehingga persamaan keadaan itu berlaku semakin akurat, yaitu bahwa gas mempunyai sifat mendekati *gas ideal*. Pada kerapatan yang besar dan temperatur rendah, molekul-molekul gas menunjukkan adanya volume diri dan gaya-gaya yang bekerja antara molekul meningkat yang secara teknis berhubungan dengan deviasi. Gas serupa itu disebut *gas real*.

## 5.2 Dasar-dasar Teori Kinetik Gas

*Teori kinetik gas* menjelaskan sifat-sifat gas dari peristiwa gerak mekanis tiap molekul. Sifat-sifat itu dapat ditulis sebagai berikut Molekul gas mempunyai massa  $m$  molekul bersifat seperti bola elektrik, dan molekul dianggap tidak ada gaya yang bekerja di antaranya, selama molekul-molekul tidak terikat satu dengan lainnya, tanpa menuju pada suatu arah tertentu, yaitu dengan kecepatan  $v$ . Pada saat tumbukan, molekul-molekul mengikuti hukum tumbukan elastik dan akan terjadi pertukaran energi dan momentum antara satu molekul dan mo-



lekul lainnya. Dalam hal itu kecepatan molekul akan mengalami perubahan. Jika kecepatan molekul  $u$ , kecepatan tiap-tiap molekul dianggap sebagai kecepatan rata-rata. Kecepatan itu bergantung pada massa tiap-tiap molekul dan temperatur gas.

Gas yang bekerja pada dinding dan berasal dari molekul-molekul gas dianggap sebagai gaya tubrukan pada dinding wadah. Pada peristiwa tubrukan molekul dinding, momentum molekul akan diberikan ke dinding. Berdasarkan hukum mekanika (lihat 1.3.4), gaya yang bekerja pada dinding sama dengan momentum yang diberikan dalam satu satuan waktu ketika terjadi tubrukan. *Tekanan adalah sama dengan mementum yang diberikan per satuan luas per satuan waktu.*

$$\text{Tekanan} = \frac{\text{momentum yang diberikan ke dinding}}{\text{Luas dinding x waktu}}$$

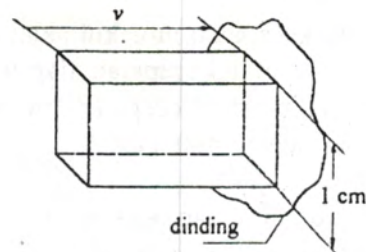
### 5.2.1 Persamaan Dasar Teori Kinetik Gas

Kerapatan molekul gas  $n$  didefinisikan sebagai perbandingan antara jumlah molekul gas  $N$  dan volume  $V$ . Hal itu berarti jumlah molekul setiap satuan volume adalah  $n = N/V$ .

Gerak yang tidak acak dari molekul dianggap dapat dibagi dalam tiga arah yang berbeda. Sepertiga dari jumlah molekul bergerak ke arah tegak lurus dinding wadah. Dari sepertitiga molekul, setengah dirinya, yaitu  $1/6$ , bergerak ke arah dinding. Semua molekul yang bergerak pada arah itu berada pada suatu kolom yang mempunyai luas penampang lintang 1 (daerah yang diarsir pada Gambar 5.4) dan panjang kolom  $u$ , sampai di dinding dalam satu satuan waktu. Dengan demikian, jumlah tubrukan tiap satuan luas dalam satu satuan waktu adalah

$$Z = \frac{n}{6} \cdot u$$





Gambar 5.4: Penurunan persamaan dasar teori kinetik gas.

Setiap molekul memberikan momentum ke dinding dan setelah molekul direfleksikan kembali oleh dinding masing-masing mempunyai momentum sebesar  $2mv$  (lihat 1.5.9 g). Dengan demikian, jumlah momentum yang ditransfer setelah molekul mengalami tumbukan setiap satu satuan luas dan waktu adalah

$$z \cdot 2mv = \frac{n}{6} \cdot v \cdot 2mv^2 = \frac{1}{3}nmv^2.$$

Dengan demikian, tekanan ( $p$ ) diperoleh sebagai berikut.

$$p = \frac{1}{3} nmv^2 \quad p = \frac{1}{3}nmv^2$$

Kenyataannya bahwa kecepatan setiap molekul gas adalah tidak sama sehingga  $v^2$  harus diganti dengan kuadrat kecepatan rata-rata molekul,  $\overline{v^2}$

$$p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} \quad (5.16)$$

(Persamaan dasar teori kinetik gas)

Suatu pembuktian yang mulus tentang berapa jauh berlaku persamaan dasar dapat dihubungkan dengan pengamatan hasil percobaan yang dilakukan Boyle Mariotte, persamaan [3.8]. Jika disubstitusikan  $n = N/V$ , didapat.

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \bar{v}^2$$

atau

$$pV = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \bar{v}^2 = \frac{2Nm}{3V} \frac{\bar{v}^2}{2} \quad (5.17)$$

Semua besaran dalam suku di ruas kanan persamaan (5.17) pada massa konstan tidak bergantung pada volume dan hasilnya pada temperatur konstan adalah tetap, seperti yang dijelaskan dalam hukum Boyle-Mariotte. Dengan kata lain, hasil kali tekanan dan volume adalah sama dengan  $2/3$  jumlah semua energi kinetik molekul rata-rata. Pada keadaan yang mengalami perubahan, yaitu pada temperatur konstan, besarnya adalah sama.

Dengan cara lain, jika  $nm$  pada persamaan [5.16] diganti dengan kerapatan  $g$ , diperoleh

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3p}{g}} \quad (5.18)$$

Diperoleh kecepatan suara ( $c$ ) di dalam gas melalui

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p}{g}}$$

(bandingkan dengan persamaan [4.70]), Dengan  $1 < \gamma < 5/3$  maka  $\bar{v} \leq c$ .

Untuk temperatur  $0^\circ \text{C}$ , diperoleh harga  $\sqrt{u^2}$ ,  $c$  dan  $\sqrt{u^2} / c$  sebagai berikut ( dalam  $\text{m} \cdot \text{det}^{-1}$  )

Gas	$\sqrt{v^2}$	$c$	$\frac{\sqrt{v^2}}{c}$
	$[\text{m} \cdot \text{det}^{-1}]$	$[\text{m} \cdot \text{det}^{-1}]$	$[\text{m} \cdot \text{det}^{-1}]$
Hidrogen	1694	1261	1,34
Nitrogen	453	331	1,37
Gas Chlor	302	206	1,46

Pengukuran kecepatan suara selanjutnya dapat dipakai untuk membuktikan secara kualitatif berlakunya teori kinetik gas yang diturunkan di atas.

### 5.2.2 Kandungan Energi Materi dan Temperatur Absolut

Persamaan [5.16] tekanan gas ideal adalah  $p = 1/3 n m v^2$  ( $n$  = kecepatan jumlah molekul,  $m$  = massa molekul, dan  $v$  = kecepatan molekul). Perkalian tekanan  $p$  dengan volume molekul  $V_{\text{mol}}$  memberikan

$$pV_{\text{mol}} = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} L \frac{m}{2} \overline{v^2}$$

$nV_{\text{mol}} = L = 6,02 \cdot 10^{23}$  adalah jumlah molekul dalam 1 mol konstanta universal. Konstanta ini disebut sebagai konstanta Avogadro (dahulu disebut sebagai bilangan Loschmidt).  $m/2 \overline{v^2} = E_{\text{kin}}$  adalah kinetik rata-rata translasi suatu gas.  $LE_{\text{kin}}$  adalah energi kinetik translasi yang terdapat di dalam 1 mol gas.

$$pV_{\text{mol}} = \frac{2}{3} L \overline{E}_{\text{kin}}$$

Bandingkan persamaan terakhir dengan



$$pV_{\text{mol}} = RT$$

akan didapat bahwa

$$L\bar{\epsilon}_{\text{kin}} = \frac{3}{2}RT \quad (5.19)$$

Energi kinetik (rata-rata) semua molekul yang terdapat di dalam 1 mol gas, adalah sama dengan  $3/2 RT$ . Besarnya energi kinetik tidak bergantung pada sifat alamiah gas.

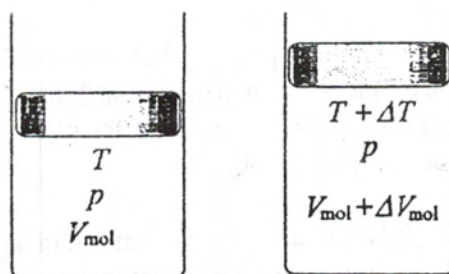
Dari persamaan [5.19] diperoleh energi kinetik tiap molekul sebagai berikut.

$$\bar{\epsilon}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} \frac{R}{L} T = \frac{3}{2} kT \quad (5.20)$$

$k = R/T = 1,3804 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  disebut konstanta Boltzmann. Konstanta itu, selain konstanta efek kuantum, Planck juga merupakan sebagai salah satu konstanta fundamental dalam fisika.

Dari persamaan [5.20], persamaan dasar teori kinetik gas dapat pula ditulis dalam bentuk

$$p = nkT \quad (5.21)$$



Gambar 5.5 Perhitungan kerja yang digunakan pada proses pengembangan isobarik dari 1 Mol gas ideal untuk kenaikan temperatur sebesar 1o C. Pada peng hisap bekerja gaya yang berasal dari luas sistem sebesar  $F = p \cdot S$  yang melawan kerja oleh sistem.



### 5.2.3 Perbedaan Panas Mol $C_p$ dan $C_v$ untuk Gas

Jenis spesifik gas (5.1.3) bergantung pada keadaan, yaitu keadaan gas selama terjadinya pemanasan. Dalam hal ini, dapat dibuat (dipilih) apakah tekanan atau volume dijaga konstan. Panas atom atau mol pada volume konstan adalah  $C_v = A_{cv}$  (lihat 5.1.3) Harganya lebih kecil daripada panas atom atau mol pada tekanan konstan  $C_p$ . Proses pemanasan yang terjadi pada tekanan konstan tidak hanya diperlukan panas untuk menaikkan temperatur, tetapi juga panas untuk memperbesar volume ( $\Delta V$ ). Kerja yang dipakai oleh setiap mol gas adalah  $pV_{\text{mol}}$  (lihat Gambar 5.5 dan 5.14):

$$p(V_{\text{mol}} + \Delta V_{\text{mol}}) = R(T + \Delta T)$$

$$pV_{\text{mol}} = RT$$

---


$$p\Delta V_{\text{mol}} = R\Delta T$$

Kerja yang dilakukan pada proses pemanasan, untuk setiap kenaikan 1o C diperlukan kerja sebesar  $p\Delta V_{\text{mol}}/\Delta T = R$ . Kerja itu dapat didekatkan dengan perbedaan panas mol gas, yaitu bahwa semua gas selama persamaan keadaan gas ideal terpenuhi, berlaku hubungan

$$C_p - C_v = R \quad (5.22)$$

Hubungan itu tidak bergantung pada apakah molekul beratom tunggal, ganda, atau majemuk. Harga panas jenis spesifik hasil eksperimen dari beberapa gas diberikan pada Tabel 5.7. Pada kolom terakhir ditunjukkan perbedaan harga  $C_p - C_v$ .

Robert Mayer pada tahun 1942 menurunkan apa yang disebut sebagai panas mekanis ekuivalen dari harga panas jenis spesifik. Dari persamaan [5.22] dan 5.14 didapat bahwa kerja mekanik yang dikerjakan sebesar 8,317 J dapat diubah menjadi sejumlah panas sebesar 2 cal (lihat 5.2.2).

### 5.2.4 Hukum Distribusi Serbasama (Ekuipartisi)

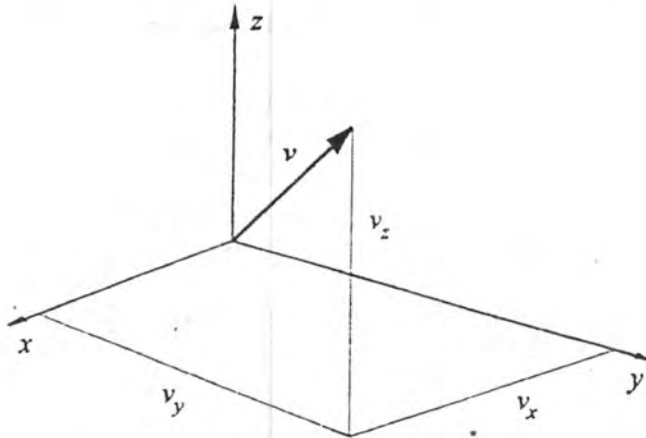
Dari persamaan [5.19] telah diketahui bahwa energi yang terdapat pada sistem untuk menaikkan temperatur 1 mol gas menjadi  $1^{\circ}\text{C}$ , Hal itu berarti panas mol untuk setiap gas, pada volume konstan, sama dengan  $3/2 R$ . Berdasarkan persamaan [5.14], haruslah  $C_v = 3 \text{ cal} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Kolom ke-6 pada Tabel 5.7 menunjukkan harga panas jenis spesifik. Harga  $C_v$  hanya memenuhi gas beratom tunggal (monoatomik). Untuk gas beratom ganda (diatomik) harga  $C_v$  sekitar  $2 \text{ cal} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  lebih besar dibandingkan dengan  $C_v$  pada gas beratom tunggal, sedangkan untuk gas beratom tiga (triatomik)

TABEL 5.7: PANAS JENIS SPESIFIK DAN PANAS ATOM (MOL) DARI BEBERAPA MACAM GAS

Gas	cp	cp	$\frac{cp}{cu} = \frac{Cp}{Cu}$	Cp	Cu	Cp - Cu
	[cal-K-1]	[cal-K-1]		[cal-K-1]	[cal-K-1]	[cal-K-1]
He	1,25	-	1,66	5,01	3,015	1,995
Ar	0,24	0,075	1,67	4,95	2,970	1,980
Hg	-	-	1,67	4,97	-	-
Udara	0,240	0,171	1,40	6,95	4,96	1,99
O <sub>2</sub>	0,219	0,157	1,40	7,0	5,02	1,99
N <sub>2</sub>	0,248	0,177	1,40	6,94	4,95	1,99
H <sub>2</sub>	3,40	2,411	1,41	6,81	4,83	1,98
CO <sub>2</sub>	0,196	0,150	1,30	7,86	6,01	1,85
N <sub>2</sub> O	0,203	0,158	1,29	8,15	6,34	1,81

harganya lebih tinggi lagi. Adanya perbedaan harga panas jenis berbagai gas, dalam pengertian jumlah atom dalam 1 molekulnya, dapat dijelaskan dengan hukum distribusi serbasama (ekuipartisi).



Gambar 5.6: Penurunan hukum ekuipartisi.

Keberhasilan rumusan yang diberikan pada persamaan [5: 20] adalah adanya hubungan  $\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{1}{2} kT$  sebagai energi kinetik translasi rata-rata setiap molekul gas. Kecepatan  $v$  dapat ditulis dalam komponennya yang masing-masing terdapat pada sumbu  $X, Y$  dan  $Z$ , yaitu  $v_x$ ,  $v_y$  dan  $v_z$ . Dengan demikian  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$  (lihat Gambar 5.6). Harga rata-rata  $v^2$  sama dengan penjumlahan harga rata-rata masing-masing komponen kecepatan  $v_x^2$ ,  $v_y^2$ , dan  $v_z^2$ , yaitu

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Dalam hal ini, setiap arah  $v$  terhadap pemilihan sistem koordinat yang mempunyai kemungkinan sama sehingga haruslah sama dengan

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

Dengan demikian, harga energi kinetik translasi rata-rata adalah

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} \overline{v_x^2} &= \frac{m}{2} \overline{v_y^2} = \frac{m}{2} \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \frac{m}{2} \overline{v^2} \\ &= m \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} kT \end{aligned} \quad (5.23)$$

Ketiga kemungkinan arah gerak, yang tegak lurus satu dengan lainnya di dalam ruang, berhubungan dengan *derajat kebebasan*. Persamaan [5.23] menyatakan bahwa energi translasi yang berhubungan dengan ketiga derajat kebebasan tersebut terdistribusi secara sama. Setiap derajat kebebasan mengandung energi sebesar  $1/2 kT$ . Energi sebuah partikel dalam setiap satu derajat kebebasan sama dengan  $1/2 kT$ . Pada kenaikan temperatur sebesar  $1^\circ \text{C}$  akan terjadi peningkatan kandungan energi setiap mol untuk setiap derajat kebebasan sebesar  $1/2 kL = 1/2 R$ . Hal itu berarti setiap panas atom atau mol  $C_v$  dan setiap derajat kebebasan menyumbangkan energi sebesar  $1/2 kT \approx 1 \text{ cal. Mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Jika  $f$  adalah jumlah derajat kebebasan sebuah atom atau molekul, diperoleh

$$C_v = \frac{R}{2}$$

karena persamaan [5.22]

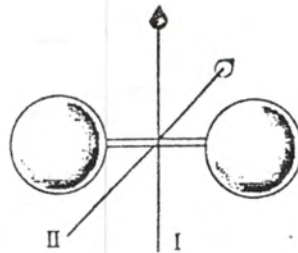
$$C_p = (f + 2) \frac{R}{2}$$

dan

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{(f + 2)}{f}$$

Berdasarkan hasil percobaan, diperoleh harga perbandingan (lihat 4.4.2 dan 5.4.3) dan dapat ditentukan harga  $f$ , misalnya untuk He, Ar,





Gambar 5.7 Model Hantel untuk molekul diatomik

dan Hg, yaitu  $f = 3$  (lihat Tabel 5.7 kolom ke-4), sedangkan untuk udara,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$  dan  $\text{H}_2$  harga  $f = 5$ . Penyebab perbedaan harga perbandingan  $\frac{C_p}{C_v}$  untuk berbagai molekul gas tersebut diatas adalah sebagai berikut:

Selain terdapat molekul-molekul gas dengan derajat kebebasan translasi tiga, sebuah benda tegar mempunyai lagi tiga derajat kebebasan rotasi, yaitu terhadap tiga sumbu rotasi yang saling tegak lurus. Adanya tubrukan antarpartikel gas karena terdapat pertukaran energi translasi, dan rotasi. Hal itu dapat diketahui berdasarkan statistik kesetimbangan energi rotasi rata-rata untuk setiap derajat kebebasan  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} \theta \omega^2$ , dan  $\frac{1}{2} kT$  (untuk setiap mol  $\frac{1}{2} RT$ ). Pernyataan itu diperoleh berdasarkan pengalaman.

Hukum ekuipartisi menyatakan *bahwa di dalam statistik kesetimbangan energi setiap mol untuk tiap derajat kebebasan adalah  $\frac{1}{2} RT$* . Untuk menghitung panas atom atau panas suatu gas hanya diperlukan untuk mengetahui derajat kebebasan dari partikel gas. Untuk molekul-molekul gas diatomik (dengan model Hantel: molekul sebagai benda tegar, lihat Gambar 5.7), hanya terjadi pertukaran energi rotasi terhadap sumbu I dan II dengan energi translasi. Dengan demikian, jumlah derajat kebebasan seluruhnya adalah 3 (translasi) + 2 (rotasi). Pada molekul triatomik, dengan atom-atom tidak terdapat pada satu sumbu, akan muncul energi akibat rotasi pada sumbu ke tiga. Tabel 5.8 menunjukkan kemungkinan-kemungkinan harga  $C_v$  dan  $\frac{C_p}{C_v}$ .

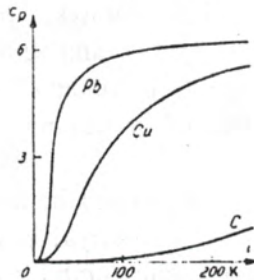
TABEL 5.8 PANAS MOL UNTUK GAS BERDASARKAN TEORI KINETIK GAS

Jumlah atom per molekul	Jumlah derajat kebebasan			Panas mol		$\frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_v}$
	Transl.	Rotasi	Jumlah $f$	$C_v$ (cal · K <sup>-1</sup> )	$C_p$ (cal · K <sup>-1</sup> )	
1	3	0	3	3	5	1,667
2	3	2	5	5	7	1,40
3	3	3	6	6	8	1,33
atau . 3			atau . 6	atau .6	atau .8	atau .1,33

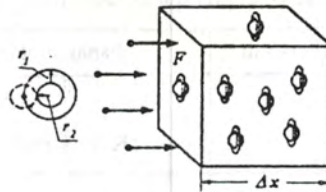
Adanya perbedaan hasil teoritik dengan hasil percobaan karena selain rotasi dan translasi, terdapat pula vibrasi pada antara atom-atom di dalam molekul poliatomik. Dengan melalui tumbukan, dapat terjadi pertukaran energi dengan translasi dan rotasi. Hal itu menyebabkan harga  $C_v$  semakin besar dan  $C_p/C_v$  semakin kecil.

Zat padat atom-atom yang berada pada kisi kristal mengalami getaran di sekitar titik setimbangnya. Pada setiap getaran elastik, di samping energi kinetik terdapat pula energi potensial yang rata-ratanya sama dengan energi kinetik rata-rata (lihat 1,4,3). Setiap atom mempunyai derajat kebebasan sama dengan  $f = 2.3 = 6$ .

Dengan demikian jumlah energi per mol adalah  $3RT$  dan pertambahan setiap derajat adalah  $C_v = 3R = 6 \text{ cal. mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , sesuai dengan yang diramalkan oleh hukum Dulong Petit (lihat 5.1.3).



Gambar 5.8: Panas atom pada tekanan konstan, bergantung terhadap temperatur absolut.



Gambar 5.9: Absorpsi suatu berkas molekul dalam gas: definisi penampang lintang tumbukan.

Panas atom semua zat padat (termasuk sumbangan energi rotasi pada harga panas jenis spesifik untuk gas-gas = diatomik dan poliatomik sejauh gas-gas mengalami pendinginan pada temperatur cukup rendah) akan bertambah menurun pada penurunan temperatur secara asimtotik dan pada suhu di dekat temperatur nol absolut, harganya akan nol. Kelakuan penurunan panas atom untuk timah, tembaga, dan intan diberikan pada Gambar 5.8 yang tidak sesuai dengan rumusan secara klasik. Penurunan yang sesuai dengan rumusan secara kalsik; ada sesuai dengan teori mekanika kuantum dapat dilihat pada 5.5.9 dan 14.2.1.

### 5.2.5 Jalan Bebas Rata-rata dan Penampang Lintang Tubrukan

Misalkan bentuk atom-atom gas yang terdapat di dalam wadah berbentuk bola dan berjari-jari tertentu, bentuk atom tidak sama dengan nol. Atom-atom itu mengalami tubrukan satu dengan yang lain dan jumlah tubrukan itu akan semakin meningkat jika tekanan atau kepadatan atom yang terdapat di dalam ruang semakin besar. Lintasan yang dibentuk oleh atom antara dua tubrukan disebut *jalan bebas* dan harga rata-ratanya disebut *jalan bebas rata-rata*..

**Penampang Lintang Tubrukan.** Suatu berkas molekuler dengan jari-jari tiap molekul  $r_1$  dan mempunyai penampang lintang  $S$  dianggap molekul bergerak pada arah sumbu  $z$  dan bertemu dengan molekul identik pada jarak  $\Delta x$  (Gambar 5.9). Jari-jari molekul yang



mengalami tumbukan adalah  $r_2$  dan kerapatannya  $n$ . Apabila kemungkinan dua molekul mengalami tumbukan, hal itu menjadi sebagai berikut.

$$P = \frac{\text{Luas semua penampang tumbukan}}{\text{Jumlah luas seluruhnya } S} = \frac{z\sigma}{S}.$$

Dari  $N$  molekul yang mengalami tumbukan, misalkan, terdapat  $\Delta N$  dari

$$\Delta N = P \cdot N = -\frac{z\sigma_s}{S} \cdot N$$

Dalam hal ini  $z = n \cdot S \cdot \Delta x$ , maka

$$\Delta N = -\frac{nS\Delta x}{S} \cdot \sigma_s \cdot N$$

atau

$$\frac{\Delta N}{N} = -n \cdot \sigma_s \cdot \Delta x$$

Integrasi persamaan di atas memberikan jumlah molekul  $N$ . Setelah bergerak sepanjang  $x$  dari molekul mula-mula sejumlah  $N_0$ , molekul yang masih terdapat adalah

$$\ln N = n\sigma_s x + \ln N_0 \quad (5.24)$$

atau

$$N = N_0 e^{-n\sigma_s x}$$

Berdasarkan percobaan dengan berkas molekul yang bergerak sangat cepat melalui suatu gas bertekanan rendah, terdapat sejumlah molekul yang berada pada ketebalan  $x$  cm yang sesuai dengan persamaan:

$$N = N_0 e^{-\alpha x} \quad (5.24a)$$



$N_0$  adalah jumlah yang akan datang dan  $\alpha$  disebut *koefisien absorpsi*. Pernyataan itu menjelaskan berbagai peristiwa absorpsi cahaya, sinar-X, sinar katoda (lihat 10.5.1), dan lain sebagainya. Membandingkan persamaan [5.24] dan [5.24a] memberikan hubungan koefisien absorpsi sebagai  $\alpha = n\sigma$ , yang besarnya sama dengan jumlah seluruh penampang lintang tumbukan yang terdapat di dalam satu satuan volume, yaitu penampang lintang tumbukan yang terpisah dari kumpulan berkas molekul datang. Berdasarkan percobaan berkas molekul perak yang ditembakkan ke dalam gas nitrogen, diperoleh jumlah jari-jari Ag dan  $N_2$  adalah  $2,58 \text{ \AA} = 2,58 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ .

Berkurangnya panjang jalan sejumlah  $N$  dari  $N_0 / e = N_0 / 2,718$  molekul adalah  $x = \alpha^{-1} = l$ ,  $l$  diartikan sebagai jalan rata-rata. Dengan demikian, lintasan seluruhnya adalah jumlah semua jalan yang dibentuk oleh semua molekul yang mengalami tumbukan dibagi dengan jumlah molekul mula-mula. Sepanjang lintasan  $x$  dan  $+ dx$  terdapat sejumlah  $\alpha \cdot N = \alpha \cdot N_0 e^{-\alpha x} dx$  molekul. Jalan yang dibentuk oleh molekul adalah  $ds = x \cdot \alpha \cdot N_0 e^{-\alpha x} dx$ . Seluruh jalan molekul menjadi

$$s = \int_0^{\infty} \alpha N_0 e^{-\alpha x} dx = \frac{N_0}{\alpha} = N_0 \cdot l$$

dengan catatan bahwa:

$$\int_0^{\infty} x e^{-\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha^2}$$

Harga jalan rata-rata ( jika  $r_1 = r_2 = r$  ):

$$l = \frac{s}{N_0} = \frac{N_0}{\alpha \cdot N_0} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{n 4 \pi r^2} \quad (5.25)$$

Jika lapisan lintang terdapat molekul gas yang kecepatan rata-ratanya sama dengan kecepatan molekul yang mengalami tumbukan, selain persamaan [ 5.25] berlaku persamaan

$$l = \frac{1}{n4\pi r^2\sqrt{2}} \quad (5.25a)$$

Untuk  $H_2$  dan  $2r \approx 1,75\text{\AA}$  pada keadaan normal jalan bebas, rata-ratanya  $l_{H_2} = 2,7 \cdot 10^5 \text{ cm}$ , pada tekanan  $10^{-4} \text{ torr} = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ atm}$ , dan harga  $l_{H_2} = 2,1 \text{ m}$ . Tekanan serupa ini terdapat pada ketinggian 130 km dari permukaan bumi.

### 5.2.6 Gerak Brown

Relasi pada persamaan [5.20] memberikan hubungan antara gerak partikel rata-rata terhadap temperatur. Hal itu telah terbukti melalui percobaan berkas atomik. Akan tetapi, lama sebelum percobaan dengan berkas atomik dapat dilakukan, terdapat diskusi tentang gerak Brown dari partikel-partikel. Secara kuantitatif itu juga membuktikan keberadaan teori kinetik gas. Pengamatan dalam skala mikroskopik, yang masih dalam ukuran partikel dan dapat terlihat oleh mata, yaitu sebagai partikel gas atau zat cair, menunjukkan bahwa partikel-partikel tersebut tidak pernah berada dalam keadaan diam, tetapi bergerak dengan kecepatan yang mempunyai arah tertentu dengan berubah-ubah dalam jangka waktu tertentu (gerak acak).

Gerak itu semakin acak dan ukuran partikel semakin kecil. Gerak terdiri atas translasi dan rotasi. Partikel dapat berupa molekul berukuran besar. Karena hukum ekuipartisi tidak dibatasi untuk ukuran molekul tertentu, energi kinetik rata-rata tiap partikel haruslah  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ . Jika massa diketahui, akan didapat harga kecepatan yang ternyata sesuai dengan kecepatan yang dapat diamati melalui mikroskop, yaitu apabila diamati lintasan partikel sebelum mengalami perubahan arah.

Lintasan yang dapat diamati melalui mikroskop selalu mempunyai arah yang berubah-ubah sehingga hanya dapat diamati lintasan rata-rata yang dibentuk oleh partikel tersebut, yaitu dengan cara mengamati lintasan kuadrat rata-ratanya. *Lintasan kuadrat rata-rata* dapat dihitung berdasarkan teori A. Einstein  $\overline{x^2}$  sepanjang waktu pengamatan  $t$ .

$$\overline{x^2} = \frac{kT}{3\pi\eta r} \cdot \tau$$

$\eta$  adalah koefisien gesekan. Hubungan itu dapat dibuktikan melalui pengalaman percobaan (lihat 5.2.1.1)

### 5.2.7 Distribusi Boltzmann

Untuk mempelajari gerak Brown, pertama-tama akan dibahas rumusan ketinggian barometer. Dari persamaan [3.7]  $p = p_0 e^{-gh/p_0}$

$$p = p_0 e^{-\rho_0 gh/p_0} = p_0 e^{Mgh/V_0 p_0}$$

Persamaan itu adalah untuk 1 mol gas. Dengan dasar persamaan keadaan, persamaan [5.14] dapat dilakukan perhitungan untuk ukuran molekul  $p_0 V_0 = RT = LkT$  sehingga

$$n = n_0 e^{-Mgh/LkT} = n_0 e^{-mgh/kT} \quad (5.26)$$

$n$  = kerapatan molekul yang pada temperatur konstan sebanding dengan tekanan  $p$ . Hubungan itu dapat pula dinyatakan dengan cara yang lebih umum, yaitu tempatkan partikel-partikel gas bermassa  $m$  di dalam medan gravitasi yang mempunyai potensial  $\varphi = \varphi(h)$ , yaitu potensial yang bergantung pada tempat  $h$ ; maka energi potensial tiap molekul adalah  $m(h)$ . Kerapatan partikel diketahui sebagai

$$n(h) = n(0) e^{-m\varphi(h)/LkT} = n_0 e^{-mgh/kT} \quad (5.27)$$

Pernyataan lain. Kerapatan partikel pada dua tempat, 1 dan 2, berbeda dan berkelakuan sebagai

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-(E_1 - E_2)/LkT} = n_0 e^{mgh/kT} \quad (5.28)$$

jika energi potensial (berlaku sama apakah lebih besar massanya atau energi listriknya) pada tempat 1,  $E_1$  dan pada tempat 2,  $E_2$ . Di dekat



permukaan bumi medan gravitasi praktis homogen ( $h$ ) =  $gh$  sehingga diperoleh persamaan barometer kembali.

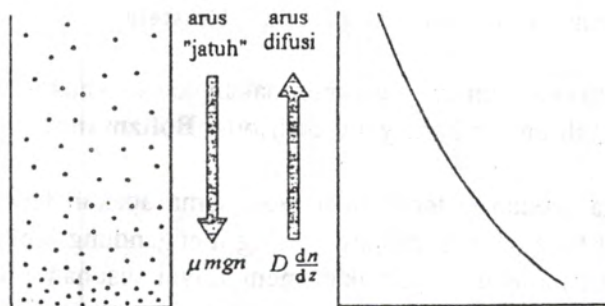
Selain pengamatan secara kontinu, terdapat pula suatu penurunan hukum distribusi yang lebih bersifat mendidik. Molekul-molekul mempunyai dua kecenderungan Molekul cenderung jatuh karena adanya gradien potensial (baca: medan gravitasi). Kecepatan jatuh molekul menurut hukum Stoke adalah  $v = mg/6 \pi \eta r$ .

Jika kerapatan partikel yang jatuh adalah  $n$ , laju jatuhnya partikel-partikel ini dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$j_{\text{jatuh}} = n \cdot v = \frac{nmg}{6\pi\eta r} \quad (5.29)$$

Seandainya hal itu adalah satu-satunya kecenderungan dari molekul, semua partikel akan mempunyai energi potensial minimum. Dengan kata lain, partikel-partikel terkumpul di permukaan bumi. Suatu distribusi homogen secara ekstrim demikian menyebabkan terjadinya difusi di sekelilingnya, dan menimbulkan suatu kecenderungan partikel dimungkinkan terdistribusi secara sama. Jika  $n(h)$  adalah kerapatan partikel yang bergantung ketinggian, setiap inhomogenitas dari  $n(h)$  akan menyebabkan terjadinya arus difusi (lihat 5.3.4)

$$j_{\text{diff}} = -D \frac{dn(h)}{dh} \quad (5.29a)$$



Gambar 5.10 Distribusi kerapatan di dalam atmosfer; kestimbangan antara arus difusi partikel dan arus partikel jatuh.



Selanjutnya,, dengan mudah terlihat pengaruh kedua kecenderungan tersebut, jika yaitu jika terdapat dominansi salah satu, akan ketimpangan. Misalkan, terdapat keadaan  $n(h)$  homogen sehingga  $j_{\text{diff}} > j_{\text{jatuh}}$ , dan partikel-partikel yang seharusnya jatuh akan terdistribusi sedemikian, sehingga arus difusi membut partikel-partikel tersebut mengalami kompensasi. Dalam saat tertentu (waktu relaksasi) terdapat kembali kesetimbangan sehingga terdapat resultan arus sama dengan nol

$$\begin{aligned} j &= j_{\text{diff}} + j_{\text{jatuh}} = 0 \\ &= -\frac{mg}{6\pi\eta r} n(h) - D \frac{dn(h)}{dh} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Setelah menyelesaikan peresamaan diferensial tersebut, diperoleh

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{mgh}{6\pi\eta Dr}} \quad (5.31)$$

Persamaan diatas telah dikenal sebagai persamaan barometer, tetapi terdapat sedikit perbedaan, yaitu bahwa dengan membandingkan persamaan [5.31] dan [5.26] terdapat hubungan antara koefisien difusi  $D$  dengan viskositas, yaitu:

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r} \quad (5.32)$$

Hubungan itu disebut sebagai relasi **Einstein**.

Distribusi umum juga merupakan kasus khusus dari hubungan yang lebih umum lagi, yaitu distribusi **Boltzmann**.

Jika sebuah sistem (diperlukan sama apakah terdiri atas sistem partikel tunggal atau masing-masing mengandung lebih satu partikel, misalnya molekul) diandaikan mempunyai susunan energi  $E_1, E_2, E_3, \dots$  dengan  $E_i$  adalah energi total, jumlah energi kinetik, dan potensial, probabilitas sistem berada pada keadaan  $i$  adalah

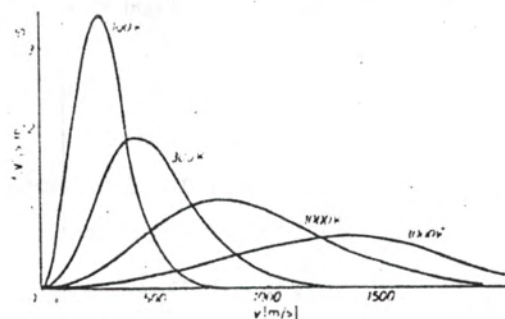
$$P_i = g_i e^{-E_i/kT} \quad (5.33)$$

$g_i$  adalah berat statistik ("statistical weight") dari keadaan  $i$ . Keadaan yang berbeda dari sistem mempunyai berat statistik yang berbeda, yaitu probabilitasnya yang dapat dilihat dari keadaan energi total yang berbeda.

Untuk sistem yang mengandung partikel sama, misalnya mengandung molekul-molekul gas, probabilitas  $P_i$  menyatakan jumlah relatif molekul-molekul yang berada dalam keadaan  $i$ , akan kembali diperoleh persamaan [5.27].

### 5.2.8 Distribusi Maxwell.

Molekul-molekul gas yang bergerak di dalam ruang mengalami tubrukan satu dengan yang lain dan, dalam hal ini, besar dan arah kecepatannya dapat berubah-ubah. Dengan demikian berdasarkan asumsi yang dibuat pada 5.2.1 molekul haruslah mempunyai kecepatan yang sama. Setiap partikel mengalami perubahan kecepatan dalam jangka waktu tertentu, tetapi semua partikel gas dinyatakan dalam fungsi  $f(v)$   $dv$  dan selalu mempunyai kecepatan yang tercakup di dalam interval antara  $v$  dan  $v + dv$ . Gambar 5.11 menunjukkan bagaimana fungsi  $f(v) dv$  bergantung pada  $v$  dalam kecepatan rendah, menengah, dan tinggi.



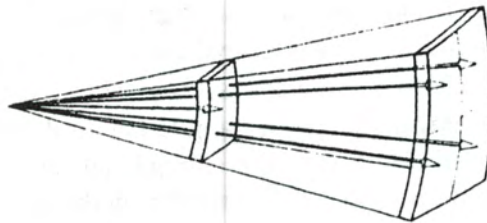
Gambar 5.11: Distribusi MAXWELL untuk kecepatan molekul di udara untuk tiga temperatur yang berbeda.

### a). Fungsi Distribusi.

Di dalam gas ideal, molekul-molekul hanya mempunyai energi kinetik  $\frac{1}{2} m v^2$ , tetapi tidak terdapat energi potensial. Berdasarkan distribusi Boltzmann maka

$$f(v) dv = C e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

Di dalam C masih terdapat berat statistik setiap interval  $v$ . Kecepatan  $v$  yang besar mempunyai berat statistik yang tinggi karena dinyatakan oleh sejumlah kecepatan  $v$  yang sangat besar (lihat Gambar 5.12). Dapat ditunjukkan bahwa ruang kecepatan yang mempunyai volume sama berarti ruang yang dibentuk oleh vektor-vektor  $v$  mempunyai berat statistik yang sama. Interval  $(v, v + dv)$  dari harga-harga kecepatan digambarkan sebagai kulit bola yang mempunyai volume  $4\pi v^2 dv$  di dalam ruang kecepatan



Gambar 5.12. Berat statistik digambarkan sebagai kulit bola di dalam ruang kecepatan sebanding dengan kecepatan kuadrat.

$$f(v) dv = C' 4\pi v^2 dv$$

Konstan  $C'$  dapat ditentukan dengan membuat normalisasi fungsi, yaitu:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

(harga  $v$  dapat berada antara 0 hingga  $\infty$ ). Dengan perhitungan itu



diperoleh harga  $C = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}$  Distribusi kecepatan (distribusi Maxwell) menjadi

$$f(v) dv = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (5.34)$$

atau ditulis dalam energi kinetik  $E = \frac{1}{2}mv^2$

$$f(E) dE = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{1}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} e^{-\frac{E}{kT}} dE \quad (5.34a)$$

Distribusi Maxwell menjawab pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut Berapa jumlah molekul dengan mempunyai energi yang cukup untuk melangsungkan reaksi kimia *endotermis*, untuk melepaskan sebuah elektron (ionisasi tumbukan), atau untuk membangkitkan pancaran sinar (eksitasi tumbukan) agar gaya berat bumi atau planet lainnya mengkerut (terjadinya reaksi fisi). Secara praktis, hal itu selalu menyangkut tengeri, yang mempunyai harga terbesar untuk kecepatan rata-rata  $kT$ . Syarat-syarat itu hanya berlaku untuk jumlah partikel yang relatif sedikit yang diilustrasikan pada Gambar 5.11 sebagai ekor **Maxwell**. Intensitas proses yang dimaksud dapat dihitung dari luas "ekor Maxwell". Dengan pendekatan yang memadai dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \frac{\text{Luas ekor MAXWELL}}{\text{Luas keseluruhan}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{E_0}{kT}} e^{-\frac{E_0}{kT}}, \end{aligned} \quad (5.35)$$

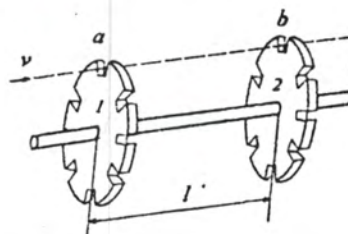
$E_0$  adalah energi minimum yang dibutuhkan oleh proses

#### b) Metode Berkas Molekuler: Menentukan Kecepatan Suara

Jika tekanan gas sangat rendah, molekul gas tidak akan mengalami tumbukan satu dengan lainnya. Dengan demikian, molekul-molekul dapat dianggap bergerak dalam lintasan garis lurus dari satu sisi dinding ke sisi dinding lainnya. Misalkan, adanya dua ruangan,



yaitu ruang (1) yang berisi gas dengan tekanan  $10^{-2}$  hingga  $10^{-3}$  Torr dan ruang (2) yang merupakan ruang evkuasi, yang pada mulanya kosong. Kedua ruang tersebut dihubungkan dengan lubang-lubang untuk dilalui molekul gas.



Gambar 5.13 Pengukuran kecepatan atom suatu gas atau mulekul gas (mekromotor berkas molekul).

Molekul-molekul gas akan berpindah dari ruang (1) ke ruang (2) dan tidak terdapat tumbukan antarmolekul. Dengan semacam pengantar dapat diusahakan bahwa partikel-partikel gas yang masuk ke ruang (2) hanya pada satu arah tertentu. Sejumlah Partikel yang mempunyai satu arah (lintasannya saling paralel) disebut berkas atom atau berkas molekul. Pada lintasan berkas tersebut diletakkan dua buah roda bergigi yang mempunyai satu sumbu dan satu dengan yang lain berjarak satu. sehingga, jika roda dalam keadaan diam, akan terdapat berkas molekul melalui lubang pada roda tersebut (lihat Gambar 5.13).

Jika roda diputar dengan kecepatan sudut  $\omega$ , partikel-partikel yang lewat lubang pada roda pertama akan tertumbuk pada gerogi roda kedua, karena roda-roda pada saat  $\Delta t = l/u$ , yaitu partikel dapat mencapai lintasan dari a ke b roda perlu diputar hingga membentuk sudut sebesar  $\omega \cdot \Delta t$  terus menerus. Jika  $\omega \cdot \Delta t$  sama dengan sudut  $\alpha$ , yaitu sudut antara dua lubang pada roda, partikel akan dapat melewati b. Di belakang b dapat diletakkan alat ukur (detektor) untuk mengamati peristiwa itu. Dalam hal ini, berlaku

$$\alpha = \omega \cdot \Delta t \quad \text{atau} \quad \Delta t = \frac{\alpha}{\omega}$$

sehingga

$$\frac{l}{u} = \frac{\alpha}{\omega}; \quad u = \frac{\omega \cdot l}{\alpha}.$$

$u$  dapat dicari dari besaran-besaran yang diketahui. Pengukuran kecepatan dengan menggunakan metode roda bergigi dapat diperoleh harga kecepatan yang sesuai dengan teori dan dapat pula dipakai untuk mengukur distribusi kecepatan rata-rata.

### 5.3 Aliran Panas dan Difusi

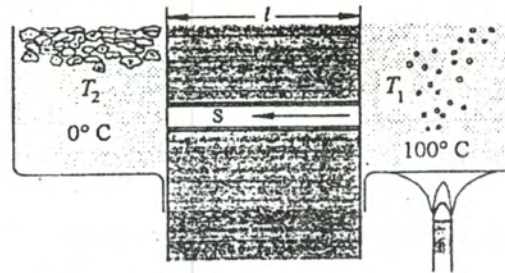
#### 5.3.1 Perbedaan Temperatur sebagai Penyebab Aliran Panas

Rambatan panas terjadi melalui pancaran panas, aliran panas, dan arus panas (konveksi).

*Pancaran panas* dapat terjadi karena pelepasan panas di vakuum, yaitu bergantung pada perbedaan temperatur benda yang memancarkan panas dan tidak bergantung pada temperatur sekeliling. Contohnya pancaran cahaya sebagai gelombang elektromagnetik (lihat 11.2).

*Aliran panas* terjadi hanya di dalam materi dan terjadi karena penurunan temperatur.

Jika sebuah benda tidak berada dalam keadaan diberikan panas atau terjadi pelepasan panas darinya, pada benda terdapat perbedaan temperatur, dan akan terjadi arus panas yang mengalir dari tempat yang bertemperatur tinggi ke tempat yang bertemperatur rendah di dalam materi.



Gambar 5.14 Definisi hantaran panas.

Arus panas dapat tetap berada dalam keadaan stasioner jika pada satu tempat bertemperatur tinggi  $T_1$  melalui suatu sumber diberikan panas dan pada tempat lain bertemperatur  $T_2$  terjadi pelepasan panas sehingga terdapat perbedaan temperatur konstan sebesar  $T_1 - T_2$

Hal itu dapat dibuktikan melalui dua bejana penyimpan panas, masing-masing bertemperatur  $T_1$  dan  $T_2$  yang dihubungkan dengan sebuah batang.

### 5. 3.2 Hukum Aliran Panas

Sebuah batang berbentuk prisma atau silinder (Gambar 5.14) yang penampang lintangnya tidak dapat dilalui panas sama sekali (terisolasi) mempunyai panjang  $l$  dan luas penampang lintang  $S$ . pada kedua ujung batang tersebut mempunyai temperatur  $T_1$  dan  $T_2$ . Temperatur itu dibiarkan konstan, yaitu dengan cara menghubungkan kedua ujung batang dengan suatu bejana sumber panas. Setelah mencapai waktu yang cukup lama, terdapat keadaan kesetimbangan, yaitu pada kedua ujung terdapat arus panas sebesar  $Q \cdot Q$  sebanding dengan waktu  $t$ . Selain itu, sebanding pula dengan luas penampang lintang batang  $S$  dan perbedaan temperatur  $T_1 - T_2$  dan berbanding terbalik dengan panjang batang  $l$



$$\frac{Q}{t} = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{l} \quad (5.36)$$

$\lambda$  disebut *konduktifitas panas* dari materi batang ( satuan:  $\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{det}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ).  $\lambda$  dapat diukur melalui jumlah panas yang mengalir dalam satu satuan waktu sepanjang 1 satuan panjang antara penampang lintang kedua ujung batang dan antara kedua ujung terdapat perbedaan temperatur sebesar 1 K, yaitu jika kedua penampang lintang dapat dilalui panas dengan baik.

Tabel 5.9 menunjukkan daya hantar panas yang relatif baik dari beberapa logam, tetapi gas adalah penghantar panas yang jelek (tidak bergantung pada tekanan).

Kristal-kristal bukan logam harga  $\lambda$  pada temperatur mendekati temperatur absolut berbanding terbalik. Untuk bahan-bahan amorf, harga  $\lambda$  akan meningkat dengan meningkatnya temperatur. Kristal dapat menghantar panas lebih baik dibandingkan dengan amorf dari bahan yang sama.

Kristal kuarsa dapat menghantar panas 10 kali lebih baik daripada gelas kuarsa. Logam pada temperatur rendah menunjukkan penurunan harga konduktivitas panas sangat drastis, yaitu dengan kenaikan temperatur (  $\sim T^{-2}$  ). Antara temperatur kamar (  $20^\circ \text{C}$  ) hingga beberapa ratus derajat menunjukkan perbedaan harga konduktivitas panas yang sangat sedikit dengan temperatur. Seperti halnya konduktivitas listrik, harga konduktivitas panas lebih besar dibanding dengan bahan-bahan bukan logam.

Keadaan transisi panas sebuah benda dari temperatur  $T_1$  terhadap sekelilingnya (misalnya udara, cairan dingin, atau panas) yang melalui permukaan  $S$  dapat dijelaskan melalui persamaan berikut



$$Q = \alpha \cdot S (T_1 - T_2) \cdot t \quad (5.37)$$

$\alpha$  disebut *harga panas transisi*

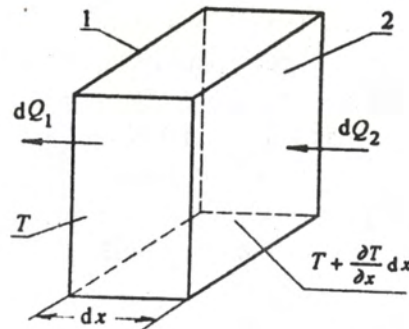
Panas transisi yang melalui plat dengan penampang  $S$  (penampang yang dilalui panas) berlaku persamaan berikut ini.

$$Q = k \cdot S (T_1 - T_2) \cdot t \quad (5.38)$$

$k$  disebut *harga panas transisi*.  $\alpha$  sangat bergantung pada sifat permukaan dan  $k$  juga bergantung pada ketebalan plat.

TABEL 5.9: KONDUKTIFITAS PANAS BEBERAPA BAHAN

Bahan	Temperatur ° C	Konduktifitas panas W • m <sup>-1</sup> • K <sup>-1</sup>
Perak	- 100 hingga + 100	420
Tembaga	0 hingga 100	390
Aluminium	0 hingga 200	230
Platina	- 100 hingga + 100	71
Timah	0	36
Kontanta	200	33
(40% Ni		
(60 % Cu		
Gelas Kuasa	0 hingga 100	1,4
Sutera	0	0,04
Sulfur	0	0,30
(kristal		
rhombus)		
Helium	0	0,14
	100	0,17
Udara	0	0,024
	100	0,031
Air	0	0,54
	100	0,67
Etil alkohol	0	0,18



Gambar 5.15 Aliran panas pada keadaan distribusi temperatur tidak stasioner

Besar dan arah penurunan temperatur dari satu tempat ke tempat lainnya dapat berubah-ubah. Pandang suatu medan temperatur  $T(r)$  selanjutnya didefinisikan *kerapatan arus panas*  $q_w$ , yaitu jumlah panas yang mengalir pada suatu luas yang kecil dalam waktu yang sangat pendek, dibagi dengan luas dan waktu. Arus panas pada umumnya akan mengalir sesuai dengan arah penurunan harga medan temperatur  $T$ , yaitu semakin besar jika penurunan temperatur semakin besar. Dari persamaan [5.36] secara umum dapat ditulis

$$q_w = -\lambda \cdot \nabla T \quad (5.36a)$$

Jika suatu volume terdapat sejumlah besar panas yang keluar sebagai arus yang masuk, akan terjadi perubahan harga  $Q$ . Suatu volume yang sangat kecil, dapat dinyatakan dalam  $\nabla$  sebagai berikut

$$\nabla \cdot q_w dV = -\dot{Q}$$

Kapasitas panas volume adalah  $\rho c dV$  maka terdapat perubahan temperatur menurut

$$\dot{T} = \frac{1}{\rho c} \nabla \cdot q_w$$

Dengan persamaan [5.36a], diperoleh persamaan umum aliran panas sebagai berikut

$$\dot{T} = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla \cdot (\nabla T) = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T \quad (5.39)$$

Perubahan temperatur terdistribusi di dalam ruang dan waktu jika syarat batas, yaitu perbandingan panas transisi di daerah obyek yang menjadi pusat perhatian, diketahui. Besaran  $\frac{\lambda}{\rho c}$  disebut *harga hantaran temperatur*. Satuannya adalah  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Harga hantaran temperatur menentukan waktu yang diperlukan hingga temperatur mencapai kesetimbangan. Suatu penurunan temperatur yang terjadi di dalam ruang sepanjang  $d$  memerlukan waktu dalam orde

$$\tau = \frac{d^2 \rho c}{\lambda}$$

$r$  disebut *waktu relaksasi termis*. Selama daya hantar panas logam lebih besar daripada gas, harga hantaran temperatur keduanya lebih kurang sama.

Terdapat pula sumber panas, misalnya kawat listrik pemanas, akibat terjadinya reaksi eksotermis. Pada persamaan [5.39] *kerapatan sumber panas* (panas yang timbul per satuan volume) yang diberikan adalah

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \frac{1}{\rho c} \cdot (\nabla \mathbf{q}_w + \eta) \\ &= \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T + \frac{1}{\rho c} \eta \end{aligned} \quad (5.39a)$$

Percobaan tentang distribusi temperatur stasioner yang secara umum memerlukan waktu tunggu atau keadaan di semua tempat di dalam ruang dengan  $T = 0$  maka haruslah persamaan  $T(r)$  sama dengan persamaan seperti potensial elektrostatik atau potensial kecepatan dari arus inkompresibel

$$\Delta T = -\frac{\eta}{\lambda}$$

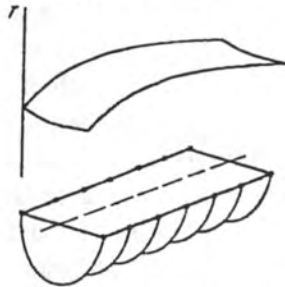
Alat yang paling berguna dari teori potensial terdapat pada 6.1.4, suatu gambaran yang lemah, tetapi berguna bagi para insinyur.



Sebagai contoh, perhatikan distribusi temperatur sebuah pipa pemanas yang panjang. Bandingkan dengan pernyataan pada 6.1.4, maka akan diperoleh:

$$T \sim \ln r \quad r : \text{jarak dari pipa}$$

Di dalam sebuah bola kosong yang panas, temperatur di semua tempat sama. Di luar ruang tersebut temperatur akan turun sebanding dengan  $r^{-1}$ . Semua itu berlaku jika hanya terdapat aliran panas dan tidak terdapat pancaran dan konveksi. Jika terdapat pancaran panas, penurunan temperatur akan sebanding dengan  $r^{-1/2}$  (lihat soal 2 nomor 13).



Gambar 5.16 Profil temperatur sebuah silinder pemanas tungku dengan sebuah lingkaran berada di sebelah luar

Sebuah tungku (oven) pemanas dipanaskan dengan sebuah kawat silinder berbentuk spiral (jari-jari  $R$ , panjang  $L$ , aliran panas sebesar  $H$ , lihat Gambar 5.16. Melalui dasar yang terbuka dan permukaan penutup, terjadi kehilangan panas melalui aliran. Di dalam terdapat  $\Delta T = 0$  atau dengan menggunakan operator Laplace dalam koordinat simetri silinder  $\partial^2 T / \partial r^2 + r^{-1} \partial T / \partial r + \partial^2 T / \partial z^2 = 0$  ( $z$  = arah sumbu silinder dan  $z = 0$  adalah titik tengah silinder yang terletak di sumbunya).

Penyelesaian yang diperoleh adalah  $T = T_0 + \alpha r^{-2} + bz^2$ . Dalam hal ini, haruslah  $b = -\alpha$  sehingga di dapat  $\Delta T = 0$ . Pada permukaan lintang  $z = \pm L/2$  maka  $\partial T / \partial z = \pm \alpha L$ , Jumlah panas yang hilang adalah  $2 \cdot 2\pi r^2 \cdot \lambda \cdot \alpha L$ , dalam kasus stasioner relasi terakhir harus sama dengan  $H$  sehingga diperoleh

$$T = T_0 + \frac{H}{4\pi R^2 \lambda} (r^2 - z^2)$$



Ambil  $T$  sebagai koordinat ketiga pada suatu potongan melalui sumbu silinder, yaitu melalui koordinat  $r$  dan  $z$ , maka akan didapat suatu permukaan  $T$  menurun terhadap permukaan lintang dan, terhadap peningkatan panas temperatur akan naik. Setiap penyelesaian dua dimensi dari persamaan Laplace permukaan demikian (batasan sebuah bidang).  $\Delta T$  secara sederhana merupakan rata-rata lengkungan sebuah bidang permukaan  $T$  (lihat 3.2.1). Dapat terlihat dengan jelas bahwa  $\Delta T = \partial T / \partial x + \partial T / \partial y$ . Kedua suku merupakan lengkungan yang saling tegak lurus satu dengan yang lain. Kelakuan itu seperti halnya pada kulit air sabun, tanpa mengalami tekanan. Dengan demikian, persoalan potensial seperti itu dapat diselesaikan secara beranalog dengan perhitungan potensial pada kulit air sabun. Jika permukaan lintang tungku pemanas tidak terdapat gradien temperatur seperti di atas,  $T$  diberikan sebelumnya (misalnya dengan mendinginkan), maka hanya diperlukan untuk melengkungkan kawat rangka yang berbentuk empat persegi dengan bentuknya seperti profil  $T$  dalam pemanasan dan kembali diberikan permukaan lintang. Dengan pengandaian seperti ini, suatu permukaan kulit air sabun dalam hubungan ini akan kembali mempunyai permukaan lintang berbentuk profil  $T$

### 5.3.3 Transpor Panas Melalui Konveksi

Gas dan zat cair selain fenomena aliran panas murni dapat juga terjadi *konveksi*. Konveksi itu merupakan cara terpenting untuk mengetahui bagaimana transpor panas terjadi pada gas atau zat cair.

Apabila sebuah tabung gelas yang diisi air dan alas gelas tersebut dipanaskan, bagian dasar tabung terjadi penurunan kerapatan dengan naiknya temperatur. Terjadinya hal tersebut, menyebabkan molekul-molekul yang berada di bawah akan keatas dan molekul-molekul akan tercampur dengan molekul-molekul zat cair lainnya yang telah berada di atas. Selain itu, zat cair yang lebih dingin akan mengalir ke bawah. Transpor panas melalui konveksi dapat pula terjadi pada uap dan air panas pada alat pemanas ruangan.

Transpor panas karena konveksi juga terjadi pada gas Pendi-

nginan (penurunan) temperatur tubuh manusia terhadap temperatur sekeliling yang terjadi melalui konveksi dapat dicegah oleh pakaian. Di dalam pori-pori pakaian terdapat udara yang mencegah proses penurunan temperatur. Akan tetapi, pakaian yang terbuat dari sutera mempunyai koefisien penghantar panas kecil (lihat Tabel 5.9) maka kain dapat berfungsi sebagai isolator panas tubuh manusia.

#### 5.3.4 Difusi Gas

Jika di permukaan zat padat terdapat lapisan gas atau cairan, akan terjadi pencampuran antara keduanya, yaitu partikel-partikel kedua zat akan saling melintasi daerah batas keduanya. Proses itu disebut *difusi*. Difusi dapat juga terjadi jika suatu gas dengan gas lainnya dicampurkan, yaitu jika konsentrasi *tekanan parsial* atau *kerapatan parsial* dari satu tempat ke tempat lainnya berbeda. Setelah berakhir proses pencampuran, akan terjadi percampuran homogen antar keduanya.

Tercapainya kesetimbangan dapat pula berarti bahwa tekanan parsial di semua tempat di dalam ruang sama besar. Tekanan total adalah sama dengan jumlah tekanan parsial dan sama dengan tekanan pada saat difusi mulai terjadi. Waktu yang dibutuhkan setelah proses difusi terjadi lebih besar daripada waktu yang dibutuhkan kedua gas. Seandainya keduanya dipanaskan, terjadi ekspansi. Massa  $\Delta m$  suatu gas yang mengalami proses difusi sebanding dengan permukaan yang dilalui partikel gas  $S$ , penurunan tekanan parsial  $q$  dan waktu  $\Delta t$

$$\Delta m = -D \cdot S \frac{dq}{dx} \Delta t \quad (\text{Hukum Fick Pertama}) \quad (5.40)$$

$D$  adalah *koefisien difusi* (satuan:  $\text{cm}^2 \cdot \text{det}^{-1}$ ).

Jika kerapatan partikel jumlah partikel per  $\text{cm}^3$ , dan kerapatan arus  $j = \Delta m \cdot L/M \cdot S \cdot \Delta t$ , yaitu jumlah partikel yang lewat tiap  $1 \text{ cm}^3$  dalam 1 detik, hukum Fick pertama menjadi

$$j = -D \frac{dn}{dx} \quad (5.40a)$$



Kerapatan arus partikel adalah sebuah besaran vektor. Besaran itu mempunyai besar, yaitu  $n(x)$  akan turun dengan cepat. Hal itu dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut

$$\mathbf{j} = -D \nabla n \quad (5.40b)$$

Jika di dalam suatu volume lebih banyak partikel keluar daripada partikel yang masuk, terjadi penurunan kerapatan partikel

$$\dot{n} = -\nabla \cdot \mathbf{j}$$

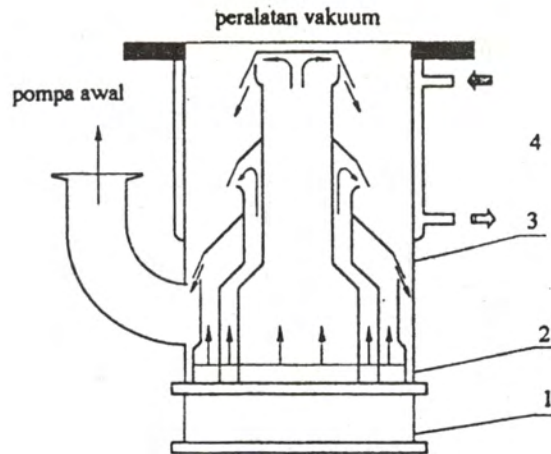
Dengan persamaan [5.40b] akan diperoleh dengan cara analog pada persamaan umum aliran panas, persamaa difusi umum atau hukum Fick kedua

$$\dot{n} = D \nabla \cdot (\nabla n) = D \Delta n \quad (5.41)$$

Suatu distribusi konsentrasi stasioner  $n(r)$  pada  $\dot{n} = 0$  dapat ditulis melalui persamaan potensial  $\Delta n = 0$

### Pompa Difusi

Penerapan proses difusi penting dalam teknik vakum. Gambar 5.17 menunjukkan prinsip kerja pompa difusi tiga tingkat. Dalam sebuah bejana pendidih minyak akan dididihkan. Arus uap akan mengalir ke atas dan akan dibelokkan melalui sebuah katup yang dibuat khusus. Dalam hal ini, terjadi campuran antara minyak dan partikel gas yang akan dikeluarkan di dalam ruang dan selanjutnya seluruh partikel-partikel yang telah mengalami pencampuran akan dibawa ke peralatan evakuasi dan dibawa ke bawah kembali. Uap akan mengalami kondensasi pada dinding yang didinginkan dengan air dan akan mengalir ke ruang pendidih kembali. Gas-gas yang terbawa akan disedot oleh pompa lainnya.



Gambar 5. 17 Skema pompa difusi 1. Benda yang dipanaskan, 2 Bejana pendidih. 3. Pipa pengangkat udara 4. Mantel pendingin

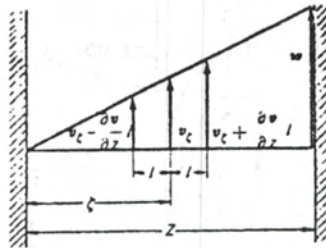
Melalui prinsip yang jenial ini, W. Gaede (1913) membangun pompa difusi dengan pertolongan berbagai peralatan lainnya (pendingin, pengion) akan terjadi tekanan yang ekstrim rendah di dalam ruang tersebut, yaitu dapat mencapai hingga  $10^{-10}$  torr. Kesulitan untuk menciptakan ruang vakum pada zaman dahulu tidak akan dapat dicapai tanpa sumbangan pompa difusi.

### 5.3.5 Fenomena Transpor

Aliran panas, difusi, dan viskositas termasuk mekanisme fenomena transpor. Pada ketiga proses tersebut terdapat inhomogenitas materi di dalam ruang (gradien) yang menimbulkan suatu besaran baru dan menghilangkan besaran yang ada. Pada aliran panas adanya gradien temperatur menyebabkan terjadinya aliran energi panas. Pada difusi adanya gradien konsentrasi menimbulkan arus massa. Pada kasus viskositas terjadi seperti digambarkan pada Gambar 5.18. Suatu gas membentuk ketebalan  $z$  di permukaan sebelah kiri dinding pejal, Di sebelah kanan, paralel terhadap lapisan tersebut, terdapat dinding yang bergerak dengan kecepatan  $w$ . Seharusnya terdapat gaya yang bekerja pada permukaan tersebut (tegangan geser, 3.4.4) berdasarkan rumusan pada 3.3.2 berlaku



$$\sigma = \frac{F}{S} = \eta \frac{w}{z} \quad (5.42)$$



Gambar 5.18 Aliran pada gas

Berdasarkan hukum kekekalan momentum, gaya sama dengan dan selalu mempunyai arah sama dengan perubahan momentum. Dalam hal ini momentum dinding tidak mengalami perubahan,  $w = \text{konstan}$ , sebaliknya hanya terjadi perubahan momentum partikel gas. Molekul-molekul gas yang mengalami tumbukan dengan dinding yang bergerak tersebut akan meninggalkan dinding dengan momentum yang sama dan berlawanan arah dibandingkan dengan momentum semula dan adanya tumbukan dengan partikel lain. Momentum akan diberikan dan akhirnya diberikan ke dinding pejal. Dengan demikian, akan terdapat arus momentum terus-menerus dari molekul gas ke dinding pejal. Secara fenomenologis, telah dijelaskan pada 5.3.2 dan 5.3.4 bahwa

$$\mathbf{j} = C \nabla \varphi \quad (5.43)$$

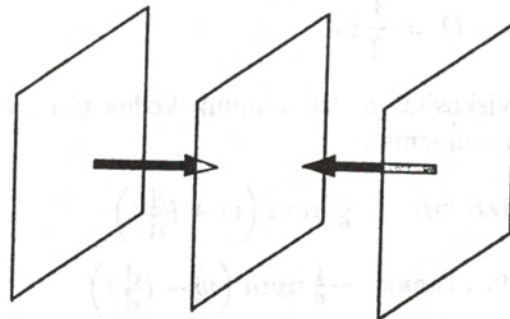
dan

$$j = C \nabla^2 \varphi \quad (5.44)$$

$\nabla^2$  adalah operator Laplace (lihat 3.3.1). Besaran-besaran di atas mempunyai arti sebagai berikut

Aliran panas	Difusi	Viskositas
$j$ aliran panas $j_w$ atau " arus temperatur" $j_r = J_w ? g_c$	aliran partikel  konsentrasi $n$ perubahan konsentrasi $n$	arus momentum = tegangan geser  Arus kecepatan percepatan
$\varphi$ Temperatur $T$ $\varphi$ Perubahan temperatur $T$	koefisien difusi $D$	mboxviskositas $\eta/g$
$C$ Daya hantar Temperatur  $l/cug$		(kinematika)

Sekarang akan diturunkan persamaan [5.43] dan [5.44] dari gambaran molekuler dan sekaligus akan dihitung pula konstanta-konstanta konduktivitas panas  $\lambda$ , koefisien difusi  $D$ , dan viskositas  $\eta$  dari sifat-sifat molekul. Dalam tiga kasus terdapat arus dari besaran-besaran



Gambar 5. 19; Arus besaran molekul melalui sebuah permukaan, berasal dari permukaan di kedua sisi yang berjarak sebesar lintasan bebas rata-rata.

yang bersangkutan (panas, atau energi kinetik  $mv^2$ , momentum  $mv$  atau kerapatan partikel  $n$ ) yang melalui luas tertentu. Dengan demikian, molekul-molekul yang datang dari satu arah kebanyakan

berhubungan dengan besaran-besaran tersebut dibandingkan dengan molekul-molekul yang berasal dari sisi lainnya. Pandang suatu satuan permukaan yang tegak lurus terhadap sumbu  $x$ , yaitu pada  $x_1$  (Gambar 5.19). Molekul-molekul itu tiba di sana, di tengah-tengah pada jarak  $l$  ( $l$  panjang lintasan rata-rata) dan membawa energi, momentum, serta kerapatan partikel yang ada. Dari sisi sebelah kanan

$$\left. \begin{aligned} \text{Dari sisi sebelah kanan: } & \frac{1}{6} (x_1 + l) v(x_1 + l) \\ & \approx \frac{1}{6} \left[ n(x_1) + l \frac{dn}{dx} \right] \cdot \left[ v(x_1) + l \frac{dv}{dx} \right] \\ \text{Dari sisi sebelah kiri: } & \frac{1}{6} (x_1 - l) v(x_1 - l) \\ & \approx \frac{1}{6} \left[ n(x_1) + l \frac{dn}{dx} \right] \cdot \left[ v(x_1) - l \frac{dv}{dx} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.45)$$

molekul/cm<sup>3</sup> det. Perbedaan kedua arus partikel ini pada  $v$  konstanta ( $T$  konst.) adalah  $1/3 \, l v \, dn/dx$  yang memberikan difusi arus partikel. Bandingkan dengan persamaan [5.40a] dapat diperoleh harga konstanta

$$D = \frac{1}{3} v l \quad (5.46)$$

Dalam kasus viskositas  $n$  dan  $v$  untuk kedua sisi adalah sama, terdapat perbedaan momentum

$$\begin{aligned} \text{dari kiri} & \quad \frac{1}{6} n v m \left( w + l \frac{dw}{dx} \right) \\ \text{dari kanan} & \quad -\frac{1}{6} n v m \left( w - l \frac{dw}{dx} \right) \end{aligned}$$

Perbedaan kedua momentum adalah  $1/3 \, n m v l dw/dx$ . Harga viskositas menjadi

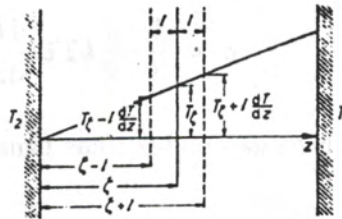
$$\eta = \frac{1}{3} n m v l \quad (5.47)$$



Dari persamaan [5.25] ( $l = 1/n\sigma$  bahwa lintasan bebas rata-rata dan kerapatan partikel saling berbanding terbalik)  $nl = \text{konst.}$  Berdasarkan hal itu dapat disimpulkan bahwa *viskositas gas tidak bergantung pada tekanan*. Hasil rumusan yang menakjubkan itu dapat dibuktikan melalui eksperimen. Rumusan itu berlaku sejauh jalan bebas rata-rata kecil dibandingkan dengan jarak benda-benda yang bergerak di dalam gas (molekul) atau gas yang mengalir mempunyai ukuran kecil dibandingkan dengan dimensi bejana.

Sebaliknya, viskositas gas kebalikan dari setiap zat cair dengan naiknya temperatur, harga kecepatan rata-rata  $v$  akan menurun dengan kenaikan temperatur.

Berdasarkan persamaan keadaan, yaitu dengan pertolongan teori kinetik gas, diperoleh energi kinetik rata-rata, kemudian akan didapat kecepatan rata-rata. Hal itu memberikan pengertian tentang viskositas gas sebagai hasil lintasan bebas rata-rata dan akhirnya akan diperoleh penampang lintang tumbukan, atau akan didapat ukuran molekul.



Gambar 5.20 Aliran panas pada gas

Aliran panas setiap molekul membawa energi panas sebesar  $\frac{1}{2} f m v^2 = \frac{1}{2} kT$  ( $f$  = jumlah derajat kebebasan). Aliran panas adalah

$$\left. \begin{array}{l} \text{dari kiri: } \frac{1}{6}n(x_1 + l) \left( \bar{v} + l \frac{d\bar{v}}{dx} \right) \cdot \frac{f}{2}kT(x_1 + l) \\ \text{dari kanan: } -\frac{1}{6}n(x_1 - l) \left( \bar{v} - l \frac{d\bar{v}}{dx} \right) \cdot \frac{f}{2}kT(x_1 - l) \end{array} \right\} \quad (5.48)$$

Jika  $T$  berubah di dalam ruang, tetapi  $p$  konstan, berdasarkan persamaan keadaan haruslah kerapatan partikel  $n$  berubah secara berlawanan, dan  $T/V \sim nT$  adalah konstan. Pada persamaan [5.48] hanya terdapat perubahan  $v$ . Dengan demikian, perbedaan arus diperoleh sebagai berikut.

$$\frac{1}{3}n \frac{f}{2}kTl \frac{d\bar{v}}{dx}$$

Karena  $T \sim v^2$

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} \frac{1}{T} \frac{dT}{dx}$$

maka arus panas didapat sebagai

$$q = \frac{1}{3}n \frac{f}{2}kT\bar{v}l \frac{dT}{dx}$$

Akhirnya diperoleh harga konduktifitas panas sebagai berikut

$$\lambda = \frac{f}{6}nk\bar{v}l \quad (5.49)$$

Harga konstanta ini dapat pula diberikan dalam panas jenis spesifik  $c_v = \frac{f}{2}k$  dan viskositas

$$\lambda = \eta c_v$$

Perlakuan secara khusus diperoleh hubungan sebagai berikut.

$$\lambda = \alpha \eta c_v \quad (5.49a)$$

Harga konstanta  $\alpha \approx 2,4$  berlaku untuk gas beratom tunggal dan untuk gas beratom ganda  $\alpha 1,9$  dan untuk gas triatomik  $\alpha 1,6$

Karena  $c_v$  tidak bergantung pada tekanan dan kerapatan gas, maka seharusnya  $\eta$  (3.3.2) juga aliran panas gas tidak bergantung pada tekanan. Hal itu telah dibuktikan melalui percobaan. Apabila  $l$  mencapai harga dimensi wadah gas, harga  $\lambda$  akan menurun sebanding dengan tekanan.

Di dalam daerah ini, aliran panas dapat digunakan untuk menentukan tekanan. Untuk keperluan itu, di dalam gas diletakkan sebuah kawat yang dapat meregang dan menimbulkan arus listrik. Panas yang diberikan dan temperatur tahanan listrik akan bergantung pada tekanan gas.

Untuk mencegah aliran panas pada lapisan gas, tekanan gas harus dibuat sebesar  $10^{-4}$  torr (dalam keadaan ini  $l < 1$  m). Fenomena itu menunjukkan kegunaan mantel bejana vakuum (bejana Dewar) sebagai isolator panas.

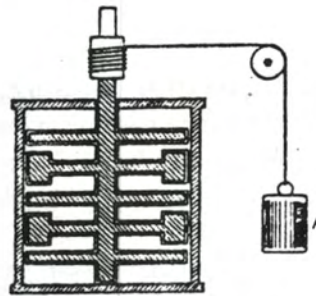
## 5.4 Hukum Pertama Termodinamika

### 5.41 Gagalnya Mobile Perpetum Orde Pertama dan Hukum Kekekalan Energi.

Hukum kekekalan energi mekanik (lihat 1.5.6) akan gagal jika di dalam sistem terdapat gaya gesek. Jika kerja melawan gaya gesek digunakan, maka terdapat panas. Hukum kekekalan energi mekanik



dapat menjadi hukum kekekalan energi secara umum melalui satu hubungan jumlah panas yang dapat disebut sebagai bentuk energi khusus. Kerja dapat diubah menjadi panas, demikian pula panas dapat dipakai sebagai kerja. Panas dan kerja dinyatakan dalam ukuran satuan yang berbeda (masing-masing cal dan J atau erg). Untuk mengubah energi mekanik (energi kinetik dan potensial), berlaku hukum kekal energi, demikian pula untuk pertukaran dari panas berlaku pula hukum kekekalan jumlah panas (lihat 5.1.3). Apabila ingin diketahui berapa jumlah energi mekanik (kerja) yang dapat diubah menjadi panas, maka harus terdapat hubungan kuantitatif yang berlaku sebagai berikut. Jika 1 cal dapat diubah seluruhnya menjadi kerja, maka selalu terdapat sejumlah tertentu energi dalam J atau erg dan seterusnya yang bersangkutan, demikian pula sebaliknya.



Gambar 5.21 Aparatur percobaan Joule untuk mengatur panas mekanik ekuivalen.

Percobaan pertama yang dilakukan untuk membuktikan hal ini berasal dari Joule (1842-1850) Sebuah peralatan seperti ditunjukkan pada Gambar 5.21, roda yang terdapat dipuncak dapat diputar dan dihubungkan dengan sebuah bejana *kalorimeter* yang diisi dengan zat cair. Perputaran roda pada sumbunya menyebabkan timbulnya gesekan yang besar, di ujung sumbu terdapat lilitan tali, ujung tali lainnya, melalui sebuah katrol, dihubungkan dengan sebuah beban  $F$ . Jika tinggi beban mula-mula  $h$ , kemudian secara perlahan-lahan beban turun, sehingga energi kinetik dapat diabaikan dibanding dengan energi potensial, maka semua kerja yang ada, sebesar  $Fh$  akan dipakai untuk menaikkan temperatur zat cair di dalam bejana. Dari kerja yang

dipakai dan kapasitas panas zat cair dan bejana diketahui, dapat dihitung jumlah panas yang terjadi. Dari percobaan ini diketahui bahwa 1 kcal mengandung 427 kpm atau

$$\begin{aligned} 1 \text{ cal} &= 0,427 \text{ kpm} = 4,185 \cdot 10^7 \text{ erg} \\ &= 4,185 \text{ J} \end{aligned}$$

Secara terpisah Robert Mayer 5.2.3 pada tahun 1842 menulis kepada Hermann von Helmholtz tentang hukum kekekalan energi yang lebih umum. Ia menggunakan hukum ini dalam berbagai proses di alam dan membuktikannya dengan berbagai eksperimen sehingga menjadikannya sebagai pengalaman nyata. Mayer merumuskan hukum tersebut sebagaiberikut adalah tidak mungkin untuk membangun mesin periodik, yaitu mesin yang dapat menghasilkan energi secara berlebihan dibanding dengan energi yang digunakannya. Di dalam mekanika hal ini telah dibuktikan melalui hukum kekekalan energi mekanik, seperti halnya telah dirumuskan oleh Mayer pada 1.5.6. Telah pula diketahui bahwa tidak mungkin untuk membangun sebuah *mobile perpetuum*. Melalui hubungan tunggal antara panas, energi kimia dan energi listrik memberikan kesimpulan bahwa tidak mungkin untuk membangun *mobile perpetum orde pertama*.

Selanjutnya hukum kekekalan energi dapat diformulaikan sebagaiberikut. Jumlah panas yang diberikan pada sistem  $\Delta Q$  akan dipergunakan sistem untuk menaikkan energi dalamnya  $\Delta U$  misalnya menaikkan temperatur sistem ( $\Delta U = c_v m \Delta t$ , jika materi sistem tersusun secara homogen) atau energi listrik atau energi kimia sistem dan dipergunakan sistem sebagai kemampuan untuk melakukan kerja  $\Delta W$ , yang dianggap mempunyai harga negatif, yaitu jika dikeluarkan dari sistem, maka secara keseluruhan dapat ditulis hubungan sebagaiberikut.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W. \quad (5.50)$$

Jumlah panas dapat diperhitungkan melalui panas mekanik ekuivalen melalui besarnya kerja yang dilakukan. Persamaan ini disebut *hukum pertama termodinamika*. Jumlah panas yang diperoleh sistem dari luar dan kerja yang berasal dari luar adalah sama dengan pertambahan energi dalam sistem.



### 5.4.2 Penggunaan Hukum Pertama pada Gas Ideal

Pada pengembangan volume sebesar  $dV$ , gas akan menggunakan kerja sebesar  $p dV$ . Kerja ini akan diberikan ke luar sistem, maka kerja dalam hukum pertama termodinamika berharga negatif

$$dU = dQ - p dV. \quad (5.51)$$

Energi dalam ditentukan oleh persamaan keadaan dalam variabel  $V$  dan  $T$  sebagai berikut.

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

Dari percobaan Gay-Lussac (lihat 5.1.5) menunjukkan bahwa pengembangan volume tanpa kerja pada gas ideal tidak akan mengubah temperatur. Energi dalam, dalam hal ini, tidak dipengaruhi volume. Suku yang tinggal  $\partial U / \partial T_V$  tidak lain adalah kapasitas panas pada volume konstan  $\nu C_v$  ( $\nu$  = jumlah Mol;  $C_v$  = panas mol). Dengan demikian persamaan [5.51] dapat ditulis kembali dalam bentuk

$$\nu C_v dT = dQ - p dV \quad (5.52)$$

Sekarang pandang perubahan persamaan keadaan gas ideal yang terjadi pada setiap pertukaran panas; perubahan ini disebut *perubahan persamaan keadaan adiabatik*. Dalam proses ini berlaku  $dQ = 0$ , maka

$$\nu C_v dT = -p dV$$

dan dengan pertolongan persamaan [5.14}], yaitu dengan menghilangkan  $p$ , didapat

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v} \frac{dV}{V}$$

Dari persamaan [5.22] diketahui bahwa  $\frac{R}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} - 1$ . Kemudian



jika  $\frac{C_p}{C_v} - 1 = \gamma$  maka integrasi persamaan terakhir akan memberikan harga sebagai berikut

$$\ln T = - (1 - \gamma) \ln V + \text{konst}$$

atau

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad (5.53)$$

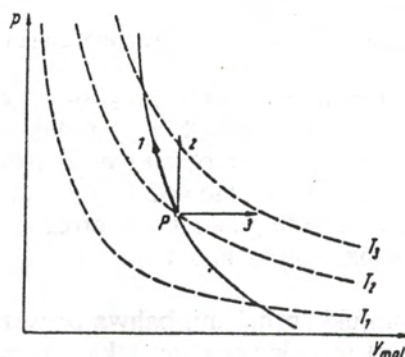
atau dengan menghilangkan  $T$  atau  $V$  diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$pV^{\gamma} = \text{konst} \quad (5.54)$$

$$T_p^{1-\gamma/\gamma} = \text{konst} \quad (5.55)$$

Persamaan [5.52], [5.53] dan [5.54] disebut persamaan Poisson persamaan adiabatik.

Udara mempunyai daya hantar panas yang kecil, kenyataan menunjukkan bahwaterjadinya kenaikan atau penurunan massa udara, selama pergerakannya, sangat sedikit terjadi pertukaran panas dengan sekelilingnya. Maka lapisan udara dapat dianggap selamanya adiabatik ketimbang isotherm. Pada ketinggian dimana kerapatan udara hanya setengah dari kerapatannya di permukaan bumi, yaitu volume sejumlah gas menjadi dua kali lipat dari permukaan bumi, tekanan tidak menjadi dua kali tekanan di permukaan bumi, seperti halnya pada proses isothermik, melainkan  $pV^{\gamma} = \text{konst.}$ , yaitu hanya  $(1/2)^{\gamma} = (1/2)^{1.4} \approx 1/3$  dari

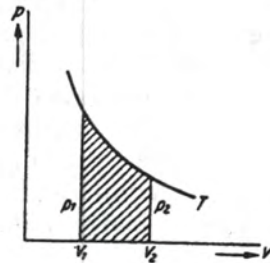


Gambar 5.22 Kurva p-V isothermik dan adiabatik pada gas ideal. kurva isothermik digambarkan dengan garis putus-putus

tekanan di permukaan bumi. Rumus ketinggian Barometer berubah sesuai dengan kelakuan ini. Biasanya  $T$  akan mengalami penurunan dengan kenaikan harga ketinggian, sesuai dengan hasil pengamatan.

Pada Gambar [5.22] digambarkan kerva siotermik dengan  $T_1 < T_2 < T_3$ . Bentuk kurva adalah hiperbolik; letak kurva semakin tinggi, jika temperatur sekain tinggi. Pada titik  $P$  yang terletak pada kurva kedua  $T_2$  diilustrasikan bentuk kurva adiabatik. Bentuk kurva adiabatik ini adalah lebih tajam dan memotong kurva isotermik teratas pada volume kecil. Pada kompresi adiabatik (tanda panas 1), terjadi kenaikan temperatur. Kenaikan temperatur terjadi karena kerja akibat kompresi diubah menjadi panas dan tidak dapat diambil dari sumber panas, seperti halnya pada proses isotermik. Kenaikan temperatur dapat dicari dari persamaan [5.53] sebagai berikut.

$$\frac{T'}{T} = \left( \frac{V'}{V} \right)^{1-\gamma}$$



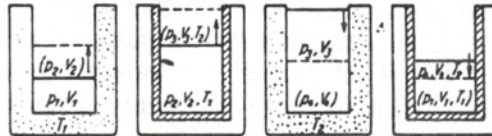
Gambar 5.23 diagram keadaan dari proses pengembangan isotermik gas ideal.

Apabila sejumlah mol udara dikompresi ( $\gamma = 1,4$ ) pada temperatur kamar ( $T = 293 \text{ K}$ ) secara adiabatik hingga volumenya menjadi  $1/10$ , dari volume mula-mula, maka temperatur naik menjadi 2,5 kali temperatur mula-mula, yaitu  $735 \text{ K}$  atau  $462 \text{ C}$  (disebut sebagai Pembakar pneumatik. Timbulnya pendinginan pada proses ekspansi adiabatik suatu gas, dipakai dalam kamar kabut.

Gambar [5.22] menunjukkan hal ini, bahwa proses isokhorik (proses pada volume konstan) terjadi kenaikan tekanan (panas 2) yang berhubungan dengan kenaikan temperatur. Untuk proses isobarik (proses tekanan konstan) terjadi peningkatan volume (panas 3).

### 5.4.3 Kerja pada proses Isotermik: Pengembangan Gas Ideal

Pada Gambar [5.23]} terlihat hubungan antara tekanan dan volume di dalam *proses isoetermik* dari  $\nu$  mol gas pada temperatur tertentu  $T$  menurut persamaan  $pV = \nu RT$  (lihat persamaan [5.15])



Gambar 5.24 Kerja untuk proses Carnot

Untuk mengembangkan gas dari volume  $V_1$  menjadi  $V_2$  pada temperatur konstan, harus terdapat kerja sebesar:

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV \\ &= \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} \end{aligned} \quad (5.56)$$

yang diberikan pada gas. Integral pada persamaan [5.56] adalah sama dengan luas bagian yang diarsir pada Gambar [5.23]. Luas tersebut adalah kerja yang harus diberikan.

### 5.4.4 Proses Siklik Carnot

Kerja dapat diubah menjadi panas seluruhnya melalui gesekan, akan tetapi panas tidak dapat seluruhnya menjadi kerja. Berapa besar panas yang dapat diubah menjadi kerja, dapat ditentukan melalui proses siklik Carnot.

Suatu proses Carnot adalah suatu urutan keadaan gas ideal; gas ideal terdapat di dalam sebuah wadah berbentuk selinder dengan sebuah penghisap di bagian atas selinder Gambar [5.24]. Selinder dapat dibungkus dengan bahan isolator panas untuk menghindari adanya panas yang keluar dari sistem atau sebaliknya selinder dapat



berada dalam keadaan kontak dengan reservoir panas atau dingin. Berikut adalah urutan perubahan keadaan pada proses Carnot Gambar [5.25], [5.26]; misalnya untuk 1 mol gas ( $M$  g gas). Dalam hal ini kerja yang dilakukan oleh gas, menyebabkan mengalami pengurangan energi diberi tanda negatif, demikian pula panas yang diambil dari gas

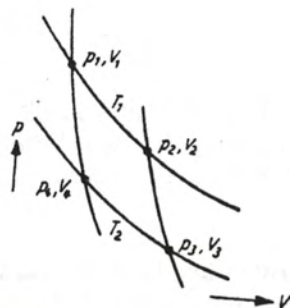
1). Pengembangan isotermik dilakukan dari  $V_1$  ke  $V_2$  dengan menghubungkan selinder dengan reservoir panas ( $T_1$ ). Dalam keadaan ini gas memberikan kerja sebesar  $-W_1$  dan terdapat pertambahan panas dari reservoir sebesar  $Q_1$ , sehingga temperatur tetap berada pada  $T = T_1$  ( $\Delta U = 0$ )

$$W_1 = -Q_1 = -RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (5.57)$$

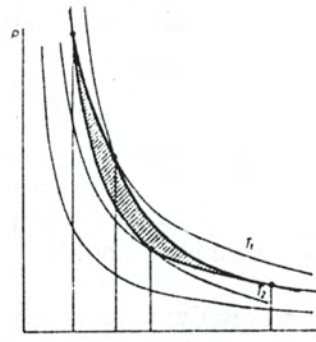
(lihat persamaan [5.56])

2). Pengembangan adiabatik dari  $V_2$  menjadi  $V_3$ . Dalam keadaan ini terjadi pertukaran panas yang berasal dari kerja yang dilakukan oleh gas untuk semua kandungan energi gas, sehingga gas mengalami penurunan temperatur  $T_2$

$$W_2 = -Mc_v (T_2 - T_1)$$



Gambar 5.25 Diagram kerja siklus Carnot



Gambar 5.26 Terjadi perubahan temperatur dari (misalnya  $T_1 = 900\text{K}$ ,  $T_2 = 600\text{K}$ ). Gambar 5.25 hanya berlaku untuk perubahan infinitesimal dari proses Carnot

3). Kompresi isotermik  $V_3$  ke  $V_4$  dalam keadaan kontak dengan reservoir  $T_2$ .

Kerja karena kompresi harus diberikan pada reservoir ini, maka temperatur tetap  $T=T_2$

$$W_3 = RT \ln \frac{V_3}{V_4} = -Q_3$$

dianggap bahwa  $V_3 > V_4$

4). Kompresi adiabatik dari volume  $V_4$  kembali menjadi volume  $V_1$  dengan melakukan pemanasan dari  $T_2$  ke  $T_1$ . Terdapat pertambahan energi gas karena kerja kompresi:

$$W_4 = Mc_v (T_2 - T_1)$$

Kerja total adalah  $W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4$ ; kerja  $W_2$  dan  $W_4$  saling menghilangkan. Demikian pula  $V_1$  dan  $V_2$  seperti halnya  $V_3$  dan  $V_4$  terletak pada proses adiabatik, dari persamaan 5.53 diketahui bahwa:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{V_3}{V_4} \quad (5.58)$$

sehingga

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{Q_1}{Q_3} = \frac{T_1}{T_2} \quad (5.59)$$

Dengan demikian efisiensi mesin Carnot yaitu perbandingan antara kerja yang digunakan dengan jumlah panas yang diambil dari reservoir adalah

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (5.60)$$

Panas sisa  $Q_1 - W = \frac{Q_1 T_2}{T_1}$  haruslah diberikan ke reservoir pendingin. Efisiensi bertambah sebanding dengan perbedaan temperatur maka untuk mengerjakan mesin pemanas dengan efisiensi tinggi sedapat mungkin harus dibuat uap panas setinggi mungkin.

Dalam 5.5.2 ditunjukkan, bahwa tidak ada mesin lain selain mesin Carnot yang mempunyai efisiensi lebih tinggi.

Panas yang diambil dari sistem, dibagi dengan temperatur, yaitu pada proses terjadi pertukaran panas, disebut sebagai *panas reduksi*. Dari persamaan 5.60 panas reduksi total pada proses Carnot adalah sama dengan nol:

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} = 0 \quad (5.61)$$

Dari jumlah panas yang berpindah dari keadaan temperatur lebih tinggi  $T_1$  ke keadaan temperatur lebih rendah  $T_2$ , hanya akan dapat dipakai sebagai kerja terbesar adalah sebesar  $T_1 - T_2 / T_1$ . Jika jalannya proses Carnot dibalik maka harus dilakukan kerja sebesar  $W$  untuk mendapatkan panas sebesar  $Q_1 = WT_1 / (T_1 - T_2)$  hingga terjadi perubahan dari keadaan lebih rendah ke keadaan lebih tinggi. Pompa panas demikian, misalnya seperti pada sistem pemanas pusat dengan efisiensi sebesar  $T_1 / (T_1 - T_2)$  digunakan panas yang langsung berasal dari tahanan listrik sebagai pusat sistem pemanas. Proses Carnot yang dibalik dapat dipakai sebagai mesin pendingin, yaitu jika proses pendinginan reservoir pendingin dipakai. Pokok penting dalam hal ini adalah jika panas yang ditimbulkan dari kerja berasal dari benda lebih dingin ke benda yang lebih panas.

## 5.4 Hukum Kedua Termodinamika

### 5.4.1 Gagalnya Mobile Perpetum Orde kedua Proses Irreversibel

Tidak semua proses yang terdapat di alam memenuhi pernyataan kekekalan energi menurut hukum pertama termodinamika. Sekandainya hal itu terjadi, sebuah batu yang terdapat di permukaan bumi dapat dengan sendirinya naik ke atap sebuah rumah, yaitu dengan energi yang diperlukan untuk naik secara sederhana dapat diambil dari proses kandungan panas melalui proses pendinginan dirinya. Kejadian seperti ini adalah tidak mungkin terjadi, mengapa?



Banyak kejadian di alam yang terjadi dengan sendirinya, tetapi hanya mengarah pada hal tertentu dan terbatas. Aliran panas hanya akan mengalir dari sebuah benda yang mempunyai temperatur lebih tinggi ke benda yang mempunyai temperatur lebih rendah, tetapi tidak sebaliknya. Apabila sebuah ruang berisi gas dihubungkan dengan ruang lain yang hampa, terjadi aliran gas dari ruang pertama ke ruang kedua hingga tekanan kedua ruangan mencapai harga yang sama. Akan tetapi, hal itu tidak akan pernah terjadi dengan sendirinya. Gas dari ruang kedua mengalir kembali ke ruang pertama sehingga ruang kedua akan kosong kembali.

\* Dua macam gas berbeda yang mengisi suatu wadah pada mulanya tidak tercampur, kemudian terjadi percampuran kedua gas karena difusi. Akan tetapi, pemisahan keduanya tidak akan pernah terjadi dengan sendirinya tanpa ada proses lain sebagai pengacu. Proses-proses di atas adalah contoh *proses irreversibel*. Proses itu tidak dapat dibalik tanpa terjadinya perubahan-perubahan tertentu di alam.

Berdasarkan hukum pertama, termodinamika adalah mungkin mengambil panas dari suatu tempat penyimpanan panas (misalnya laut) dan kemudian mengubahnya menjadi kerja (misalnya kerja tersebut dapat dipakai untuk menggerakkan kapal laut). Pengalaman mengajarkan bahwa hal itu dapat terjadi hanya dalam batas-batas tertentu.

Di samping hukum pertama termodinamika, terdapat pula hukum kedua yang menyatakan bahwa *tidak ada mesin periodik* yang dapat menghasilkan kerja yang tidak ditimbulkan oleh kerja selain kerja, mekanik dan kerja yang berasal dari proses pendinginan penyimpanan panas (reservoir panas). Seandainya terdapat mesin demikian, adalah mungkin untuk membuat suatu *mobile perpetum* (*mobil perpetum orde kedua*)

Hukum kedua termodinamika, seperti halnya hukum pertama, adalah pernyataan yang dirumuskan berdasarkan pengalaman. Walaupun terdapat formulasi negatif, hal itu merupakan pokok penting yang menentukan untuk kepentingan teknik, yaitu sebagai kunci penyelesaian persoalan-persoalan ilmiah.

**5.52 Dapatkah Efisiensi Mesin Lebih Besar daripada Mesin Carnot?** Akan ditunjukkan bahwa tidak terdapat suatu mesin, seperti mesin Carnot, yang mengambil panas dari reservoir cadangan panas bertemperatur  $T_1$ . Sebagian panas diubah menjadi kerja dan sisanya diberikan pada reservoir panas bertemperatur  $T_2$ , tetapi mempunyai efisiensi lebih besar daripada mesin Carnot.

Diasumsikan terdapat mesin  $M$  yang mempunyai efisiensi lebih besar dibandingkan dengan mesin Carnot  $C$ . Mesin itu dipakai sebagai mesin pembangkit panas dan secara rinci mesin itu justru memberikan panas yang ditimbulkan oleh pompa panas yang berasal dari mesin Carnot (lihat Gambar 5.27). Karena mesin mempunyai efisiensi tinggi, mesin  $M$  haruslah memerlukan jumlah panas lebih sedikit jika dibandingkan dengan panas yang diperlukan oleh mesin Carnot dalam proses maju. Hal itu berarti pula bahwa panas  $C$  lebih kecil seandainya  $C$  sebagai pompa panas untuk menunaikkan keadaan ke atas  $Q_{1M} > \lambda Q_{2M}$ .

Sebagai efisiensi total kombinasi dari  $M$  dan  $C$  akan terjadi aliran panas dari reservoir dingin ke panas, *tanpa harus memerlukan kerja dari luar*. Berdasarkan hukum kedua termodinamika hal itu adalah tidak mungkin.

Melalui ide serupa dapat ditunjukkan bahwa efisiensi dari sebuah mesin Carnot reversibel tidak bergantung pada macam kerja. Dalam proses Carnot, dengan menggunakan bahan kerja mesin gas real, panas yang diperlukan pada proses isotermik yang terletak pada kurva  $p$ - $V$  bagian atas. Panas yang diambil  $\lambda Q_1$  tidak akan sama dengan kerja yang berasal dari luar, karena sebagian kerja akan diambil untuk perubahan energi dalam sistem (lihat 5.6.6).

Suatu proses *irreversibel* proses dari mesin Carnot mempunyai efisiensi yang lebih kecil dibandingkan dengan mesin Carnot reversibel. Hal itu berarti bahwa

$$\frac{\Delta Q_1 + \Delta Q_2}{\Delta Q_1} > \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

atau

(5.62)

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} < 0$$

Sebagai misal, jika *irreversibelitas* menjadi syarat bahwa pada pengembangan karena tekanan gas lebih besar dibandingkan dengan tekanan luar yang bekerja pada penghisap, kerja yang dilakukan gas akan lebih kecil dan menyebabkan panas yang diperoleh  $\Delta Q_1$  akan kecil pula. Jika pada proses kompresi karena tekanan luar lebih besar dibandingkan dengan tekanan dalam, kerja yang diberikan pada sistem  $\Delta W_2$  akan semakin besar sehingga panas yang diberikan  $\Delta Q_1$  juga besar.

Untuk sebarang proses siklik reversibel berlaku

$$\sum \frac{\Delta Q_i}{T_i} = 0 \quad \text{dan} \quad \oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (5.63)$$

Selanjutnya, akan diperoleh penurunan angka efisiensi yang besar melalui mesin Carnot reversibel berdasarkan proses isotermik dan adiabatik pada diagram p-V. Untuk setiap bagian proses berlaku bahwa jumlah panas reduksi sama dengan nol. Hal itu juga berlaku untuk semua. Dalam hal ini, setiap bagian proses isotermik dan adiabatik yang berdekatan harga  $\sum dQ / T$  saling kompensasi, karena masing-masing berjalan saling kompensasi, dan kurva  $\sum dQ / T$  akan menghilang untuk setiap sisi kurva. Semakin kecil proses bagian diambil, semakin baik pendekatan dilakukan agar gerigi pada sisi kurva dapat diperhalus. Proses semacam itu adalah proses reversibel.



Untuk proses siklik irreversibel

$$\oint_{\text{irr}} \frac{dQ}{T} < 0. \quad (5.64)$$

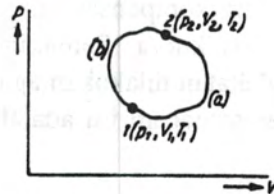
Dalam proses Carnot setidaknya-tidaknya haruslah terdapat proses ireversibel sehingga harga penjumlahan panas akan lebih kecil daripada nol.

### 5.5.3 Skala Temperatur Termodinamika

Berdasarkan hukum kedua termodinamika tentang sifat-sifat reversibel mesin Carnot diketahui bahwa efisiensi tidak bergantung pada bahan yang dipakai untuk menciptakan kerja sehingga dapat dihubungkan bahwa bahan yang dipakai untuk termometer juga tidak bergantung pada definisi temperatur. Dari persersamaan [5.60] diketahui bahwa temperatur dari perubahan keadaan dua proses isotermik pada mesin Carnot bersifat seperti perbandingan antara panas yang diberikan dan panas yang ditimbulkan maka

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} = -\frac{\Delta Q_2}{T_2} \quad \text{atau} \quad \frac{T_1}{T_2} = -\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} \quad (5.65)$$

Dari harga temperatur sebarang, misalnya ditentukan temperatur lebur es 273,16 K, skala keseluruhan dapat ditentukan (*skala temodinamika* menurut saran Kelvin). Dengan demikian, akan diperoleh skala temperatur untuk pengukuran jumlah panas dapat ditentukan. Skala itu identik dengan skala termometer gas ideal (5.1.6).



Gambar 5.28 Perubahan reversibel dari keadaan 1 ke 2, jumlah panas reduksi tidak bergantung pada pemilihan jalannya proses keadaan

Apabila untuk mesin Carnot digunakan gas ideal sebagai bahan untuk memperoleh kerja, berdasarkan persamaan [5.60] berlaku

$$\eta = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_1} = \frac{-\Delta W}{-\Delta W_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

atau

$$T_2 = T_1 \left( 1 - \frac{\Delta W}{\Delta W_1} \right)$$

Temperatur  $T_2$  dapat ditentukan berdasarkan temperatur  $T_1$ , yaitu dari kerja mekanik yang dilakukan.

#### 5.5.4 Entropi dan Hubungannya dengan Hukum Kedua

Pada proses siklik reversibel diketahui  $\oint dq/T = 0$  ( persamaan [5.63] ) dan berlaku pula (lihat persamaan [5.28])

$$(a) \int_1^2 \frac{dQ}{T} + (b) \int \frac{dQ}{T} = 0,$$

atau

$$(a) \int_1^2 \frac{dQ}{T} - (b) \int \frac{dQ}{T} = 0,$$

atau

$$(a) \int_1^2 \frac{dQ}{T} = (b) \int \frac{dQ}{T} = 0.$$

(a)  $\int_1^2 \frac{dQ}{T}$  berarti sintegral bagian kurva (a).

Jumlah panas reduksi timbul, apabila proses dari kurva 1 ke kurva 2 dilakukan secara reversibel. Proses tidak akan bergantung pada perubahan persamaan keadaan (tidak bergantung pada pemilihan jalan pada diagram p-V). Apa yang berlaku pada transisi antara 1 dan 2, berlaku juga untuk transisi dari 1 ke keadaan  $p$ ,  $V$ , dan  $T$  lainnya. Proses yang tidak bergantung pada jalan itu menunjukkan adanya perbedaan harga fungsi keadaan karena panas reduksi, yaitu harga fungsi yang hanya bergantung pada keadaan. Akan tetapi, tidak bergantung pada cara bagaimana perubahan itu terjadi.

Misalkan tiap keadaan sistem tersusun sebagai fungsi  $S$  yang disebut *entropi* dan perubahan yang terjadi secara reversibel, maka

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (5.66)$$

$dQ$ , dalam hal ini, adalah jumlah panas yang diambil dan  $T$  sebagai temperatur pada keadaan pengambilan panas.

Apabila perubahan keadaan dari 1 ke keadaan 2 terjadi secara irreversibel, perubahan entropi mempunyai harga lebih besar daripada jumlah semua panas reduksi yang diambil. Untuk menunjukkan hal itu, dilakukan proses siklik kebalikan, yaitu dari 2 ke 1, secara reversibel untuk hal itu, berdasarkan persamaan [5.64] berlaku

$$\oint_{\text{irr}} \frac{dQ}{T} < 0$$

Dengan kata lain, dari bagian reversibel dari siklus didapat

$$\int_{2,\text{irr}}^1 \frac{dQ}{T} = S(1) - S(2)$$



maka diperoleh

$$\int_{2, \text{irr}}^1 \frac{dQ}{T} + S(1) - S(2) < 0$$

atau

$$S(2) - S(1) > \int_{2, \text{irr}}^1 \frac{dQ}{T} \quad (5.67)$$

Pada suatu proses irreversibel penambahan entropi selalu lebih besar daripada jumlah panas reduksi yang diambil.

Jika sistem merupakan sistem tertutup (sistem selalu dapat dikembangkan), tidak ada pertukaran panas sistem dengan lingkungannya, ( $dQ = 0$ ). secara trivial  $\int_1^2 \frac{dQ}{T} = 0$ . Dengan demikian,  $S(2) - S(1) > 0$

atau

$$S(2) > S(1) \quad (5.68)$$

*Di dalam sistem tertutup dan proses terjadi secara irreversibel selalu terdapat penambahan entropi. Pada setiap proses, dengan sendirinya entropi selalu berkembang (bertambah). Prinsip itu menentukan arah semua peristiwa (proses) dalam sistem tertutup (Clausius). Keadaan entropi maksimum sama dengan keadaan kesetimbangan di dalam sistem tertutup. Apabila keadaan tersebut dicapai, tidak akan terjadi perubahan lebih lanjut.*

### 5.5.5 Entropi sebagai Besaran Keadaan

Jika diketahui persamaan keadaan suatu benda, dapat ditentukan entropi benda tersebut. Diferensial entropi pada proses perubahan reversibel ditulis dalam bentuk

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

atau berdasarkan hukum pertama termodinamika (persamaan [5.50]), jika terdapat kerja karena tekanan:

$$dS = \int \frac{dU + pdV}{T} + S_0 \quad (5.69)$$

Dari persamaan di atas, entropi hanya dapat ditentukan dengan melakukan integrasi hingga batas  $S_0$ .

Entropi selain berbanding lurus dengan perubahan energi dalam, juga sebanding dengan volume massa  $m$  dan proporsional dengan massa.

$$\frac{S}{m} = s \quad (5.70)$$

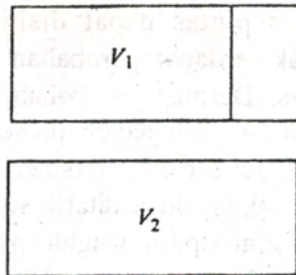
disebut sebagai *entropi spesifik*.

Seperti halnya energi, entropi dapat ditambahkan secara aljabar. Seperti halnya energi suatu sistem adalah penjumlahan seluruh energi bagian sistem. *Entropi total suatu sistem sama dengan penjumlahan seluruh entropi bagian sistem.* Entropi bergantung pada keadaan suatu sistem. Entropi adalah *besaran keadaan* yang dapat menggambarkan keadaan sistem seperti volume, tekanan, temperatur, dan energi. Demikian pula, melalui temperatur (dalam  $^{\circ}\text{C}$  atau  $\text{K}$ ), sistem dapat dikarakteristikan melalui entropinya (dalam  $\text{cal-K}^{-1}$ ). Hal itu berlaku untuk semua jika harga entropi ditambah dengan faktor konstanta  $S_0$ . Dengan demikian, dapat ditentukan titik nol skala entropi.

#### 5.5.6 Entropi Gas Ideal

Pada gas ideal (massa  $m$ , berat molekul  $M$ ) energi dalam  $U$  dapat dinyatakan dalam temperatur  $dU = mc_v dT$ . Dari persamaan [5.69] entropi adalah

$$S = \frac{mc_v dT}{T} + \frac{pdV}{T} + S_0 \quad (5.71)$$



Gambar 5.29 Entropi gas ideal yang bergantung pada volume

Dari persamaan keadaan gas ideal,  $p/T$  dapat dinyatakan dalam  $\frac{mRT}{MV}$ . Dengan demikian, integral pada suku kedua menjadi

$$\int \frac{mR}{M} \frac{dV}{V} = \frac{mR}{M} \ln V$$

Entropi menjadi

$$S = m \left( c_v \ln T + \frac{R}{M} \ln V \right) + S_0 \quad (5.72)$$

Kurva entropi konstan pada bidang  $p$ - $V$  adalah *isentropi*, identik dengan proses perubahan adiabatik reversibel yang memenuhi  $dQ = 0$ . Dalam hal ini, perubahan entropi  $dS = 0$  juga.

Pada proses irreversibel, misalnya pada proses pengembangan gas di dalam vakuum, entropi akan bertambah pada suatu harga yang dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan [5.72]. Proses pengembangan gas ideal demikian dapat terjadi tanpa perubahan temperatur (Gay-Lussac: 5.6.6). Dengan demikian, akan terdapat pertambahan entropi pada proses pengembangan dari volume  $V_1$  menjadi  $V_2$  berikut

$$S' - S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (5.73)$$



Pada pengamatan sepintas dapat disimpulkan bahwa pada ekspansi demikian tidak terdapat perubahan entropi, karena tidak terjadi pertukaran panas. Definisi perubahan entropi  $dS = dQ / T$  adalah untuk perubahan keadaan dalam proses reversibel. Ekspansi yang sama dapat pula terjadi secara reversibel, yaitu dengan cara dinding penyekat terhadap vakum tidak ditarik secara sebarangan, tetapi harus dapat mempunyai sifat seperti penghisap. Hal itu dimungkinkan untuk menggerakkan penghisap secara perlahan-lahan sehingga akan terjadi kerja maksimum yang diinginkan secara reversibel. Proses seperti itu harus terjadi secara isotermik sehingga gas akan melakukan kerja sebesar  $\Delta W = mR / M \cdot \ln V' / V$  (persamaan [5.57]); Karena isotermik, pada saat yang sama akan terjadi pertambahan panas pada gas. Entropi dapat ditentukan sebagai  $-\Delta w / T = dQ / T$ , sesuai dengan persamaan [5.73].

Dua macam gas, masing-masing mempunyai massa  $m_1$  dan  $m_2$ , berat molekul  $M_1$  dan  $M_2$  atau mol masing-masing adalah  $\nu_1$  dan  $\nu_2$ . Kedua gas terdapat dalam ruang terpisah, tiap-tiap volume ruang adalah  $V_1$  dan  $V_2$ . Di dalam kedua ruang terdapat tekanan dan temperatur yang sama. Setelah dinding penyekat ditiadakan, kedua gas akan saling tercampur sehingga tercapai keadaan homogen dengan volume  $V_1 + V_2$ . Setiap gas mempunyai arti pertambahan entropi sehingga keduanya akan sama. Seandainya tidak, terdapat gas lainnya. Dengan demikian

$$\Delta S_i = \nu_i R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_i} \quad i = 1, 2$$

terdapat entropi gas campuran (perhatikan bahwa pada  $p$  dan  $T$  tetap volume akan bersifat seperti bilangan mol:  $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{V_1}{V_2}$ )

$$\begin{aligned} S_m &= \Delta S_1 + \Delta S_2 \\ &= R \left( \nu_1 \ln \frac{\nu}{\nu_1} + \nu_2 \ln \frac{\nu}{\nu_2} \right) \quad (5.74) \\ &= \nu_1 + \nu_2. \end{aligned}$$

### 5.5.7 Entropi dan Probabilitas

Pencampuran dua macam gas terjadi dengan sendirinya dan merupakan proses irreversibel, walaupun tidak terdapat gaya makroskopik yang menyebabkan gas bergerak dari volume asalnya (tekanan adalah sama dalam hal ini). Proses pencampuran kedua gas haruslah disebabkan oleh penyebab lain. Penjelasan tentang hal itu mengantarkan kita pada pengertian mendalam tentang pengertian entropi dan termodinamik pada umumnya.

Setengah bagian sebuah kardus diisi dengan pasir hitam dan setengah bagian lainnya diisi dengan pasir putih. Keduanya membentuk lapisan di dalam kardus. Jika kardus dikocok, dinding kardus akan berwarna kelabu. Tidak akan pernah terjadi keadaan seperti sediakala, dengan sendirinya, sebelum kardus dikocok, yaitu lapisan pasir hitam dan putih tersusun secara teratur. Proses transisi dari susunan keteraturan ke keteraturan lainnya, selalu terjadi melalui pencampuran. Hal itu adalah ciri proses irreversibel. Hal itu dapat diterangkan sebagai berikut. Karena tidak beraturan, keadaan itu mempunyai banyak *probabilitas* dibandingkan dengan keadaan beraturan. Persoalan itu dapat dibuktikan melalui proses isotermik dua campuran gas dalam vakum, misalnya jika volume dibuat dua kali volume semula. Pertanyaannya adalah identik dengan pertanyaan, berapa probabilitas setengah bagian molekul udara yang terdapat di dalam ruang Anda akan mengalami campuran setengahnya. Hal itu berhubungan dengan ekspansi isotermik dan praktis hanya akan terjadi melalui dinding pemisah. Setiap molekul mempunyai probabilitas  $1/2$  dan dalam tiap-tiap ruang terdapat setengah bagian. Probabilitas sebuah molekul tertentu secara bersamaan terdapat dalam tiap ruang  $(1/2)^2 = 2^{-2}$  sehingga probabilitas  $N$  molekul seluruhnya terdapat dalam satu ruang, yaitu  $2^{-N}$ . Untuk sejumlah  $N$  (kurang lebih  $10^{30}$  terdapat di dalam ruang), harga probabilitasnya menjadi sangat kecil. Probabilitas untuk distribusi serbasama mendekati harga 1. Dalam hal ini, terdapat ramalan tidak langsung, yaitu suatu kejadian berlangsung dengan sendirinya, karena terdapat suatu keadaan dengan entropi rendah menuju ke keadaan entropi



tinggi. Oleh karena itu, ramalan tentang kejadian serupa di atas dapat dinyatakan lebih lebih jelas jika entropi dinyatakan dalam probabilitas.

Bagaimana hubungan kuantitatif antara entropi dan probabilitas? Pada proses ekspansi gas yang terdiri atas  $N$  molekul, volumenya menjadi dua kali volume semula. Berdasarkan persamaan [5.73] perubahan entropi adalah

$$S' - S = \frac{N}{L} R \ln 2 = N k \ln 2$$

Probabilitas berubah secara bersamaan dengan faktor

$$\frac{P'}{P} = 2^N$$

Dalam keadaan itu dapat dibuat ramalan tentang hubungan

$$S = k \ln P$$

Secara umum hal itu berlaku. Planck merumuskannya sebagai berikut

Entropi total suatu sistem yang mengandung dua macam zat berbeda sama dengan penjumlahan tiap-tiap entropi. Probabilitas suatu keadaan sistem tertentu secara keseluruhan berdasarkan pernyataan perhitungan probabilitas yang telah dikenal sama dengan produk keadaan-keadaan yang bersangkutan dari kandungan zat di dalam sistem.

Misalkan:

$$S = f(P)$$

adalah fungsi yang menyatakan hubungan antara probabilitas dan entropi yang dicari. Dengan demikian, berlaku



$$S = S_1 + S_2 \text{ dan } P = P_1 + P_2$$

$$\begin{aligned} S &= f(P) = f(P_1 P_2) = S_1 + S_2 \\ &= f(P_1) + f(P_2). \end{aligned}$$

Fungsi yang dicari  $f$  harus memenuhi

$$f(P_1 P_2) = f(P_1) + f(P_2)$$

Persamaan di atas sama dengan sifat logaritmus yang telah dikenal

$$S = a \ln P$$

Harga konstanta  $a$  dapat dicari dari contoh di atas untuk harga  $k$

$$S = k \ln P \quad \text{Relasi Boltzmann - Planck} \quad (5.75)$$

### 5.5.8 Energi Bebas

Partikel-partikel tidak lagi dapat mempunyai probabilitas sama di dalam setengah bagian ruang, karena adanya gaya yang menyebabkan partikel-partikel tergiring pada sebagian ruang (misalnya karena adanya gaya berat, terdapat jumlah partikel lebih banyak di dekat permukaan bumi). Telah diketahui dari rumus ketinggian barometer (3.1.6); akan terjadi suatu kompromi antara kecenderungan semua partikel yang berada di bawah (di dekat permukaan), adanya gaya berat yang bekerja pada partikel (partikel mempunyai energi minimal) dan kecenderungan partikel yang berada dalam keadaan yang paling mungkin (distribusi serbasama dan keadaan dengan entropi maksimum). Pengaruh probabilitas atau entropi akan mempunyai harga semakin besar jika temperatur semakin tinggi. Distribusi partikel semakin mendatar jika partikel semakin tinggi.

Fungsi keadaan dapat dinyatakan dalam energi dalam  $U$  dan entropi  $S$ , yaitu *energi bebas*  $F$ .

$$F = U - TS \quad (5.76)$$

Keadaan kesetimbangan termodinamik adalah, jika temperatur dan volume ditentukan dan dikarakteristikan oleh keadaan dengan  $F$  berharga minimal.

Sifat penting lainnya dari energi bebas akan diperoleh jika dipandang bentuk diferensial pada perubahan isotermik  $F$

$$dF = dU - TdS \quad (5.77)$$

Diketahui bahwa  $TdS \geq dQ$  (tanda  $=$  berlaku untuk proses reversibel dan tanda  $>$  berlaku untuk proses irreversibel) sehingga  $dF \leq dU - dQ$ . Berdasarkan hukum pertama termodinamika diketahui  $dU - dW = dQ$ , sehingga  $dF \leq dW$ . Pokok perhatian di sini adalah jika  $dW$  berharga negatif, mempunyai arti bahwa kerja diperlukan oleh sistem. Pengubahan tanda (positif menjadi negatif) memberikan pengertian terjadi proses sebaliknya

$$-dW = -dF \quad (5.78)$$

Kerja yang dapat digunakan oleh sistem sebarang untuk perubahannya paling besar sama dengan selisih antara energi bebas awal dan akhir yang ada. Pada proses reversibel, harga selisih adalah besar dan pada proses irreversibel harganya adalah kecil.

Pada keadaan setimbang, jika  $F$  mempunyai harga minimum, tidak terdapat perubahan harga  $F$  dan menyebabkan tidak ada kemungkinan kerja.

### 5.5.9 Persamaan Helmholtz

Ramalan lain tentang kerja yang dapat dibuat oleh sistem adalah sebagai berikut. Pada proses siklik Carnot yang berkerja pada temperatur antara  $T$  dan  $T + dT$ , berdasarkan persamaan [5.60], kerja yang digunakan untuk setiap siklus mesin adalah

$$-dW = -Q \frac{dT}{T} \quad (5.79)$$

Dalam hal ini, mesin Carnot mempunyai efisiensi maksimum. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa dalam proses reversibel jika terdapat aliran panas sebesar  $\Delta Q$  dari benda bertemperatur  $T + dT$  ke benda lain bertemperatur  $T$ , maka kerja maksimum yang diperoleh sama dengan  $d\Delta W = \Delta Q \frac{dT}{T}$

Dari hukum pertama termodinamika,

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$$

Jika persamaan diatas disubstitusikan ke persamaan [5.79], diperoleh

$$\Delta W - \Delta U = T \frac{dT}{dT} \quad (\text{persamaan Helmholtz}) \quad (5.80)$$

Kelebihan kerja maksimum dari  $\Delta W$  pada proses isotermik terhadap perubahan energi total sama dengan produk dari temperatur absolut dan koefisien temperatur dari kerja maksimum. Kelebihan energi merupakan panas yang ditambahkan ke dalam sistem, tetapi tidak menyebabkan perubahan temperatur. Panas ini disebut *panas laten*. Formulasi Helmholtz dari hukum kedua termodinamika selalu dipergunakan dalam reaksi-reaksi kimia atau elektrokimia. Karena  $\Delta W$  adalah sebagian energi, dan sebagai kerja total atau kerja listrik yang dapat diubah menjadi panas, yang selalu tersedia,  $\Delta W$  disebut *energi bebas* (lihat 5.5.8) dan  $\Delta W - \Delta U$  disebut *energi terikat*.



Ketergantungan  $\Delta U$  terhadap temperatur telah diketahui, yaitu jika selain panas jenis  $\Delta U$  untuk suatu temperatur tertentu diketahui. Dengan demikian,  $\Delta U$  sebagai fungsi dari  $T$  yang belum diketahui. Penyelesaian persamaan diferensial persamaan [5.80] akan mengandung konstanta yang telah diketahui. Nernst membuat postulasi bahwa berlaku titik nol absolut sebagai berikut

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dW}{dT} = 0$$

Dengan demikian, berlaku

$$\Delta(W)_{T \rightarrow 0} = (\Delta U)_{T \rightarrow 0}$$

Berlaku pula

$$\left( \frac{d\Delta U}{dT} \right)_{T \rightarrow 0} = 0$$

Persamaan di atas adalah formulasi Nernst untuk hukum ketiga termodinamika,

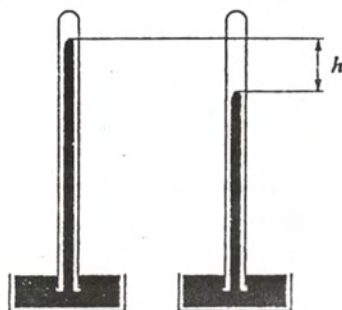
Berdasarkan pernyataan panas (formulasi), Nernst dapat dibuat rumusan dari pernyataan serbasama (ekuipartisi) bahwa panas jenis spesifik yang konstan tidak berlaku pada keadaan temperatur di dekat titik nol. Kenyataannya kurva panas jenis spesifik terhadap temperatur nol absolut mendekati nol, yaitu kurva mempunyai kemiringan yang sangat kecil, mendekati nol ( $dc/dT \rightarrow 0$ , lihat 5.2.4, Gambar 5.8). Dari ketergantungan panas jenis terhadap temperatur dapat disimpulkan bahwa titik nol absolut ( $T = 0$ ) hanya akan dapat didekati untuk suatu harga sebarang, tetapi tidak dapat dicapai. Hukum ketiga termodinamika merupakan pernyataan bahwa *titik nol absolut tidak akan dapat dicapai*.

## 5.6 Bahan-Bahan Agregat

### 5.6.1 Campuran Zat Cair dan Uap

Sebuah silinder tertutup sepenuhnya diisi dengan zat cair sebagian dan sebagian zat cair tersebut mengalami penguapan sehingga terdapat tekanan di atas zat cair yang disebut tekanan uap.

Dibuat suatu demonstrasi untuk mengetahui adanya tekanan uap zat cair sebagai berikut. Sebuah pipa gelas, disebut vakum Toricelli (Gambar 5.30 kiri), melalui kolom air raksa membiarkan zat cair naik ke atas. Zat cair tersebut berkumpul di atas air raksa dan pada saat yang sama cembungan zat cair menurun (Gambar 5.30 kanan). Kemudian sebagian zat cair akan mengalami penguapan.  $h$  adalah ketinggian zat cair di dalam pipa, diberikan dalam mm, dan merupakan tekanan uap zat cair (dalam torr).

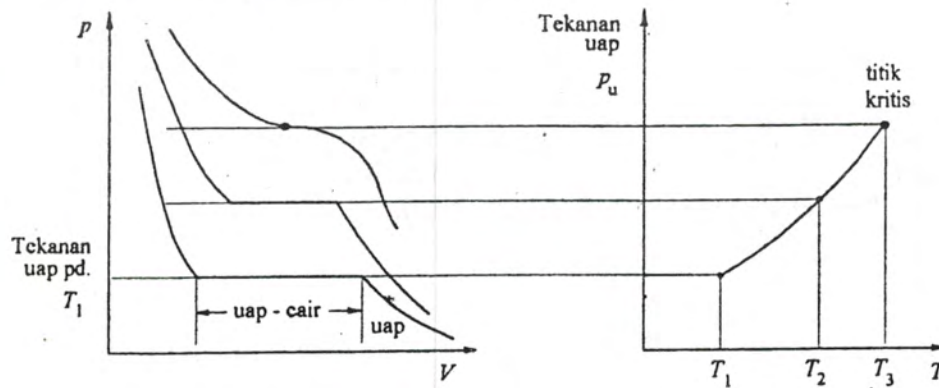


Gambar 5.30 Demonstrasi tekanan uap zat cair di dalam silinder tertutup

Volume zat cair di dalam silinder selanjutnya dikurangi dengan jalan menaikkan temperatur maka terdapat campuran zat cair dan uapnya, yaitu dengan cara pipa Toricelli dimiringkan sedikit dalam hal ini tekanan uap tidak mengalami perubahan. Sebagian uap berubah menjadi zat cair. Sebaliknya akan terjadi jika volume diperbesar. Tekanan di semua tempat di dalam volume tetap konstan (lihat Gambar 5.31). Apabila pada keadaan volume diperbesar, seluruh zat cair mengalami penguapan. Dengan demikian, tekanan akan bertambah

sesuai dengan pertambahan volume dan sifat uap akan mendekati sifat gas ideal (5.1.7).

Keadaan cair dan uap masing-masing disebut *fase* dari benda. Istilah itu tidak hanya digunakan untuk berbagai keadaan agregat lainnya, seperti keadaan padat, cair dan gas, tetapi juga yang fase menggambarkan suatu daerah homogen yang termasuk sistem yang dibatasi oleh dinding pembatas, misalnya adanya modifikasi zat padat dari bahan yang sama, terletak saling bersebelahan.



Gambar 5.31 Tekanan uap bergantung pada volume dalam ruang yang terdapat campuran zat cair dan uap untuk tiga temperatur berbeda ( $T_1 < T_2 < T_3$ ).

Pada tekanan uap terdapat zat cair dan uap dalam kesetimbangan. Untuk melepaskan sebuah molekul dari ruang dalam ke ruang luar dalam sistem haruslah terdapat kerja. Molekul-molekul yang mempunyai energi kinetik cukup untuk melepaskan diri dari keadaan cair dapat terlepas dari permukaan zat cair. Molekul-molekul dari ruang uap yang masuk ke permukaan zat cair kembali sebagai molekul zat cair. Jumlah molekul setiap satu satuan waktu sama dengan jumlah molekul yang terdapat di dalam satu satuan volume yang nantinya diketahui sebanding dengan tekanan uap. Terdapatnya



kesetimbangan antara uapzat cair adalah jika jumlah molekul yang masuk ke dalam zat cair sama dengan molekul yang keluar menjadi molekul uap. Kenaikan temperatur menyebabkan semakin besarnya jumlah molekul yang mempunyai energi yang dapat digunakan sebagai kerja untuk keluar dari zat cair (lihat distribusi kecepatan Maxwell 5.2.8). Dengan demikian, terjadi kenaikan tekanan uap dengan kenaikan temperatur. Jika tekanan uap dinyatakan sebagai fungsi temperatur (Gambar 5.32), akan terdapat kenaikan kurva yang cenderung terjal, yaitu sebagai *kurva tekanan uap*. Hanya pada harga  $p$  dan  $T$  tertentu akan terdapat kedua fase secara bersamaan. Permukaan fase (permukaan  $p-T$ ) akan terbagi menjadi dua bagian, bagian atas adalah keadaan cair dan bagian bawah keadaan gas atau uap. Terdapatnya keadaan cairuap secara bersamaan hanya mungkin sampai harga temperatur kritis  $= T_3$ ). Pada kurva  $p-V$ , setelah  $T_3$ , tidak terdapat lagi bagian kurva yang landai dan kurva tekanan uap terbatas pada temperatur (lihat 5.6.4).

Tekanan uap berbagai jenis bahan dipenuhi oleh persamaan berikut

$$\log p_D = -\frac{a}{T} - b \log T + c \quad (5.81)$$

$a$  adalah panas penguapan (lihat seterusnya) dibagi  $R_0$ .

TABEL 5.10 TEKATAN UAP DARI UAP AIR JENUH DALAM TORR.

Temperatur [0 C]	Tekanan uap [ torr ]	Temperatur [0 C]	Tekanan uap [torr]
0	4,6	100	760,0
10	9,2	110	1076,4
20	17,5	120	1489,2
30	31,8	130	2025,7
40	55,3	50	3571,0
50	2,5	170	5941,0
60	149,4	190	9415,0
70	233,7	300	64442,0
80	355,1	35	124040,0
90	525,8		

### a) Mendidih

Jika tekanan uap sama dengan tekanan gas lain yang bekerja pada zat cair, zat cair akan mendidih. Dalam keadaan itu uap tidak hanya muncul dipermukaan zat cair saja, tetapi juga di dalam zat cair, karena di dalam zat cair dapat terbentuk bola-bola berisi uap.

Temperatur didih bergantung pada tekanan luar. Pada tekanan 760 torr air akan mendidih pada  $100^{\circ}\text{C}$ . Pada tekanan yang lebih rendah air akan mendidih di bawah suhu  $100^{\circ}\text{C}$ . Sebaliknya, pada tekanan yang lebih tinggi, temperatur didih air di atas  $100^{\circ}\text{C}$ .

Tekanan uap etil alkohol dan etil eter adalah 760 torr dan temperatur didih pada tekanan itu masing-masing adalah  $78,3^{\circ}$  dan  $34,6^{\circ}\text{C}$  sehingga titik didih keduanya terdapat pada tekanan 760 torr.

TABEL 5. 11 TEKanan UAP BERBAGAI ZAT CAIR

Zat Cair	Tekanan Uap [torr]	Zat Cair	Tekanan Uap [ torr]
Uap air	17,5	Bensol	75
Etil alkohol	44,1	Etil eter	440
Metil alkohol	94,0	Air raksa	$1,2 \cdot 10^{-3}$

Adanya penurunan tekanan atmosfer, air yang terletak pada daerah yang tinggi terhadap permukaan laut akan mendidih pada temperatur yang lebih rendah (berlaku pula juga untuk zat cair lainnya). Dari kurva tekanan uap dapat diketahui tekanan uap dengan mengamati temperatur didih, yaitu sesuai dengan tekanan udara yang terdapat di daerah yang bersangkutan. Dengan pertolongan rumus ketinggian barometer (3.1.6) dapat dihitung tekanan pada ketinggian tersebut jika pada perhitungan temperatur  $T = \text{konst}$  (*Hypsotermometer*).

## b) Higrometri

Gas yang terdapat di atmosfer umumnya tidak mengandung uap jenuh. Gas-gas yang terbentuk di dalam ruang tertutup, terdapat air. Apabila ruang mengandung udara akibat tekanan atmosfer, tekanan jenuh uap air akan mengalami gangguan, yaitu tekanan jenuh karena temperatur di dalam ruang. Untuk mencapai kesetimbangan, diperlukan waktu yang cukup panjang, karena uap air harus mengalami difusi di udara. Di atmosfer bebas selalu terjadi perubahan temperatur. Oleh karena itu, dapat dicapai keadaan jenuh atau udara akan mengalami keadaan lewat jenuh.

*Kelembaban absolut* adalah perbandingan antara jumlah massa (dalam 'g) uap air yang terdapat di dalam 1 m<sup>3</sup> atmosfer. Kelembaban maksimum berhubungan dengan tekanan jenuh pada temperatur tertentu atmosfer, yaitu sama dengan kelembaban absolut pada temperatur tersebut.

$$\text{Kelembaban relatif} = \frac{\text{Kelembaban absolut}}{\text{Kelembaban maksimum}}$$

Alat ukur untuk menentukan kelembaban disebut *higrometer*. Jika udara dan uap air tidak berada dalam keadaan jenuh, kelembaban absolut akan tetap tidak berubah dengan menurunnya temperatur, Temperatur yang menunjukkan kelembaban absolut sama dengan kelembaban maksimum disebut *titik tau*. Pada penurunan temperatur di bawah titik tau terjadi *kondensasi* uap. Suatu permukaan cermin yang mengalami pendinginan di bawah titik tau terjadi *pengembunan*. Jika kurva diketahui tekanan uap, melalui pengukuran titik tau dapat diketahui kelembaban absolut (*higrometer titik tau*).

Agar di dalam ruang terbentuk tetesan embun, udara haruslah mengalami pendinginan di bawah titik tau, dengan perkataan lain uap air harus mengalami lewat jenuh, selain itu akan terjadi kondensasi menjadi tetesan-tetesan air, misalnya terdapat partikel debu atau molekul



bermuatan (ion-ion). Dasar dari peristiwa tersebut adalah bahwa tekanan uap lebih besar daripada tekanan yang terdapat di permukaan zat cair, seperti halnya yang terdapat pada tetesan.

### c) Termodinamika Proses Penguapan

Pada proses penguapan, untuk melawan adanya gaya tarik-menarik antarmolekul, diperlukan kerja, yaitu dalam bentuk panas. Jumlah panas yang harus ditambahkan pada 1 g zat cair sehingga terjadi penguapan pada temperatur tetap disebut *panas penguapan spesifik*  $\lambda$ .

$$\text{Panas penguapan spesifik} = \frac{\text{Panas yang diberikan}}{\text{Massa zat cair yang menguap}}$$

Penguapan 1 mol zat cair yang terjadi secara isotermik disebut *panas penguapan molar*  $\Delta = M \cdot \lambda$ .

TABEL 5.12; PANAS PENGUAPAN.

Zat	$\lambda$ [cal/g]	$\Delta$ [cal/Mol]	Diukur T–didih. [K]
Air	539,0	9710	373,2
Etil eter	86,0	6380	307,8
Etil alkohol	201,8	9300	351,6
Air raksa	67,8	14200	630,2
Nitrogen	48,0	1340	77,4
Hidrogen	111,6	225	20,4

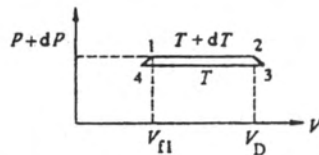
Dalam keadaan transisi dari fase uap ke cair (kondensasi) terjadi pelepasan panas. Panas kondensasi (diukur dari massa 1 g uap) sama dengan (berlawanan tanda) panas penguapan pada temperatur yang sama.

Panas penguapan bergantung pada temperatur, terjadinya penguapan  $T$ , dan perubahan tekanan uap terhadap temperatur dan volume spesifik dari uap dan zat cair ( $v_U - v_C$ )

$$\lambda = T \frac{dp}{dT} (v_U - v_C). \quad (5.82)$$

(Persamaan Claussius- Clapeyron)

Untuk membuktikan hal tersebut, perhatikan kembali Gambar 5.33 yang mengilustrasikan proses siklik Carnot reversibel dari campuran zat cair dan uapnya.



Gambar 5.33 Proses siklik Carnot dengan zat cair yang mengalami penguapan

Pada keadaan 1, praktis semua uap mengalami kondensasi, volume zat cair adalah  $v_C$ . Kemudian pada temperatur konstan  $T + dT$  zat cair mengalami penguapan, yaitu dengan merendam silinder yang terdapat zat cair ke dalam reservoir panas bertemperatur  $T + dT$  dan melalui proses reversibel dengan menarik penghisap ke atas. Semua zat cair akan mengalami penguapan dan keadaan 2 akan dapat dicapai. Dengan adanya penambahan panas penguapan  $\lambda$ , digunakan kerja sebesar  $(p + dp)(v_U - v_C)$ . Panas itu sebagian dipakai untuk melepaskan molekul dari gaya kohesi dan sebagian lagi dipakai untuk kerja  $\Delta W_1$  melawan tekanan  $p_1$  yaitu

$$-\Delta W_1 = (p + dp)(v_U - v_C)$$

Sekarang dilakukan pendinginan melalui proses adiabatik dengan perubahan temperatur yang amat kecil,  $dT$ , sehingga dicapai keadaan 3. Dari keadaan itu, kembali volume diperkecil dengan membuat  $T$  tetap (silinder ditempatkan di dalam sebuah wadah bertemperatur  $T$ ,

proses isotermik). Uap mengalami kondensasi dan pada keadaan 4 kembali uap mengalami kondensasi. Semakin kecil  $dT$ , semakin kecil perbedaan  $vU(3)$  dengan  $vU(2)$  dan  $vC(4)$  dengan  $vC(1)$ . Dengan demikian, kerja yang digunakan adalah

$$\Delta W_2 = p (vU - vC)$$

Melalui pemanasan zat cair dari  $T$  menjadi  $T + dT$ , proses siklik diakhiri. Kerja yang digunakan dari keadaan 2 ke keadaan 3 dan keadaan 4 ke keadaan 1, selain kerja dari keadaan 1 — 2 dan 3 — 4, dapat diabaikan, yaitu jika perubahan volume melalui proses pendinginan dan atau proses pemanasan kecil dibandingkan dengan  $vU - vC$  (jika  $\Delta T = 0,01^\circ$ , untuk air misalnya kerja hanya berbeda sebesar 0,3%). Kerja total yang dilakukan gas pada proses siklik ini adalah

$$\begin{aligned} -\Delta W &= (p + \Delta p) (vu - vc) - p (vu - vc) \\ &= dp (vu - vc) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan [5.60], efisiensi pada proses reversibel demikian adalah

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{-\Delta W}{Q_1} = \frac{dp(vu - vc)}{\lambda} \\ &= \frac{T + dT - T}{T + dT} = \frac{dT}{T} \end{aligned}$$

atau

$$\lambda = T \frac{dp}{dT} (vu - vc)$$

Persamaan [5.83] dapat diperoleh langsung dari persamaan Helmholtz. Dengan  $vc \ll vu$  dan gas adalah gas ideal untuk 1 mol uap  $p v_D = RT$  panas penguapan molar  $\Delta$  sebagai berikut

$$\Lambda = \frac{RT^2}{p} \frac{dp}{dT} \quad \text{atau} \quad \frac{dp}{p} = \frac{\Lambda}{R} \cdot \frac{dT}{T^3}$$



dengan melakukan integrasi persamaan di atas, didapat

$$p \sim e^{-\Delta/RT}$$

Persamaan itu merupakan bagian terpenting dalam kurva tekanan uap, yaitu gambaran distribusi Boltzmann untuk partikel-partikel di dalam uap dan zat cair.

Pada temperatur 0°, harga  $\Delta$  untuk air adalah 640 cal/g. Dari temperatur 100° hingga 170 °C, harga  $\Delta$  akan menurun dari 538 menjadi 482 cal/g. Pada suhu 264 °C, harga  $\Delta$  hanya 147 cal/g, sedangkan pada temperatur  $T = 374$  °C, air mencapai titik kritisnya (lihat 5.6.4) dan harga  $\Delta = 0$ .

Panas penguapan terdiri atas kandungan energi dalam dan luar. Panas luar digunakan untuk mengembangkan volume (pada air untuk  $T = 100$  °C : 1 cm<sup>3</sup>/g) agar menjadi volume 1 g uap (pada uap air 1700 cm<sup>3</sup>/g). Dalam hal ini, tekanan adalah 1 atm  $\sim 10^6$  dyn/cm<sup>2</sup> maka kerja untuk melawan tekanan luar setiap gram adalah

$$p\Delta v = 10^6 \cdot (1700 - 1)$$

$$1,7 \cdot 10^9 \text{ erg / g} = 40 \text{ cal/g}$$

Panas penguapan dalam dapat digunakan, untuk melawan gaya molekul sebesar 540-40 = 500 cal/, yaitu merupakan bagian porsi terbesar dari kerja total.

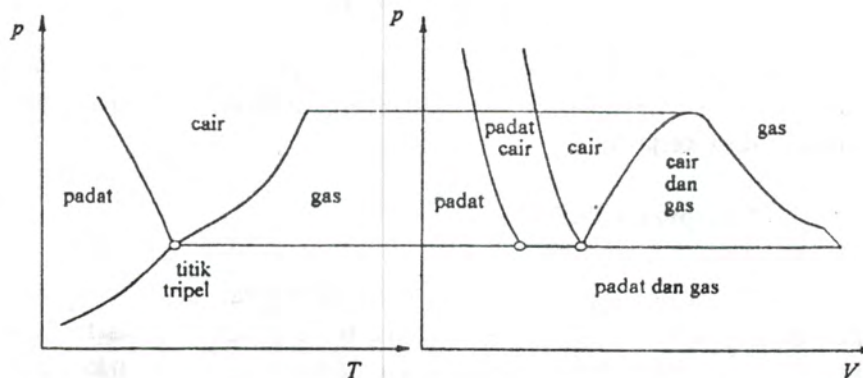
### 5.6.2 Campuran Padat-Cair

Semua zat padat akan berubah menjadi zat cair apabila dipanaskan melewati *temperatur lebur*. Hanya pada temperatur itu terdapat kedua fase sebagai campuran. Dengan adanya perubahan keadaan, terjadi pula perubahan kerapatan yang berhubungan dengan perubahan volume mol. Pada umumnya kerapatan benda dalam

keadaan padat lebih besar daripada keadaan cair, karena adanya susunan keteraturan atom atau molekul yang terdapat di dalam fase padat. Diketahui pula bahwa dalam keadaan padat atom-atom akan tersusun dengan rapat. Kecuali untuk es atau air dan beberapa zat lainnya seperti Ga, Bi, dan Ge, pada keadaan cair menunjukkan adanya pertambahan kerapatan. Hal itu dapat diamati bahwa es dapat berenang di dalam air.

Temperatur lebur (cair) bergantung pada tekanan, yaitu temperatur akan naik sebanding dengan kenaikan tekanan. Dengan kata lain, *tekanan lebur* akan meningkat dengan kenaikan temperatur. Pada diagram  $p - T$  (Gambar 5.34) terlihat adanya kenaikan kurva pada arah positif yang memberikan arti tentang adanya fase campuran antara padat-cair atau sebagai batas antara dua fase tersebut.

Dalam hubungan itu, temperatur lebur es akan menurun dengan pertambahan tekanan. Hal itu berarti bahwa garis campuran fase padat-cair pada diagram  $p - T$  menurun ke arah negatif dan menyebabkan es, pada temperatur konstan, dapat dileburkan dengan jalan memperbesar tekanan. Kenyataan itu dapat menjelaskan, mengapa gletser atau es dapat berpindah dari satu tempat ke tempat lainnya.



Gambar 5.34 Diagram keadaan tiga fase

Dalam setiap kejadian perubahan fase padat menjadi cair atau sebaliknya, diperlukan atau dikeluarkan panas. Panas yang diperlukan dalam satu satuan massa disebut *panas lebur spesifik* ( $\lambda$ )

Perubahan kerapatan erat hubungannya dengan diagram  $p - T$  terlihat dari persamaan Clausius-Claypeyron (persamaan[5.83]) yang juga berlaku untuk transisi fase padat-cair

$$\lambda = T \frac{dp}{dT} (v_C - v_P) \quad (5.83)$$

Ruas kiri persamaan di atas selalu berharga positif.

Secara kualitatif terdapat hubungan Le Chatelier-Braun yang juga terkandung di dalam hukum kedua termodinamika; yaitu suatu pengaruh luar yang menyebabkan adanya perubahan keadaan sistem akan terdapat perubahan lainnya karena adanya paksaan. Misalnya, karena paksaan, es akan melebur, volume spesifik air kecil dibandingkan dengan es.

### 5.6.3 Campuran Tiga Fase

Pada 5.6.1 telah ditunjukkan bahwa batas campuran zyta cair dan uap dapat dilukiskan dalam kurva tekanan uap pada diagram  $p - T$ . Demikian pula, pada 5.6.2, kurva titik lebur sebagai garis batas antara fase cair dan padat. Akan tetapi, terdapat pula fase transisi, bahwa fase padat dapat berubah langsung menjadi uap (melalui *sublimasi*), haruslah terdapat garis batas antara dua fase tersebut. Kurva sublimasi mempunyai kemiringan selalu positif dan melalui titik potong dua kurva lainnya (Gambar 5.34). Koordinat *titik tripel*, diberikan sebagai titik yang mempunyai tekanan dan temperatur yang dapat mewakili ketiga keadaan (padat, cair, dan uap atau gas), untuk  $\text{CO}_2$  misalnya  $p_{tr} = 5,1 \text{ atm}$ ,  $t_{tr} = -56^\circ\text{C}$ ; untuk  $\text{H}_2\text{O}$  :  $p_{tr} = 4,6 \text{ torr}$ ,  $t_{tr} = 0,0075^\circ\text{C}$ . Volume-volume mol dari ketiga fase pada titik tripel juga berbeda. Pada bidang  $p - V$  titik-titik tersebut terlihat pada sebelah



kanan Gambar 5.34. Selain itu, pada Gambar 5.34 terlihat bahwa setiap daerah fase murni dipisahkan dengan suatu garis yang menggambarkan campuran dua fase.

Tiga dahan pada diagram  $p - T$  memisahkan tiga fase, yaitu padanya hanya terdapat fase padat atau cair atau gas saja. Dalam daerah itu  $p$  dan  $T$  dapat dipilih sebarang. Dikatakan bahwa keadaan itu mempunyai dua derajat kebebasan. Haruslah terdapat dua fase yang saling berdampingan sehingga besaran keadaan dapat dipilih sebarang. Dalam hal ini, keadaan harus diwakili oleh satu titik yang harus terletak pada salah satu dahan tersebut. Dalam kondisi tersebut, dikatakan bahwa keadaan hanya mempunyai satu derajat kebebasan. Jika ketiga fase terdapat saling berdampingan, dimungkinkan sesuai dengan adanya titik tripel maka tidak akan terdapat derajat kebebasan sama sekali.

Dalam hal ini, untuk kasus khusus tentang *aturan fasa* berdasarkan Gibbs, formulasi itu berlaku untuk sistem yang mengandung atom atau molekul campuran (komponen). Untuk itu, jumlah besaran fase dapat dinyatakan dengan jumlah agregat keadaan. Misalkan, jumlah derajat kebebasan adalah ( $f$ ) adalah sama dengan dua ditambah bilangan pengali ( $k$ ) (jumlah kandungan) dikurangi dengan jumlah fase yang ada ( $p$ ).

$$f = k + 2 - p$$

Air murni  $k = 1$  maka  $f = 3 - p$ . Untuk  $p = 3$ , harga  $f = 0$  (titik tripel). Untuk  $p = 2$ ,  $f = 1$  (hal ini dapat dilakukan dengan jalan menambahkan tekanan atau temperatur secara sebarang). Jika  $p = 1$ ,  $f = 2$  (tekanan dan temperatur dapat dipilih sebarang).

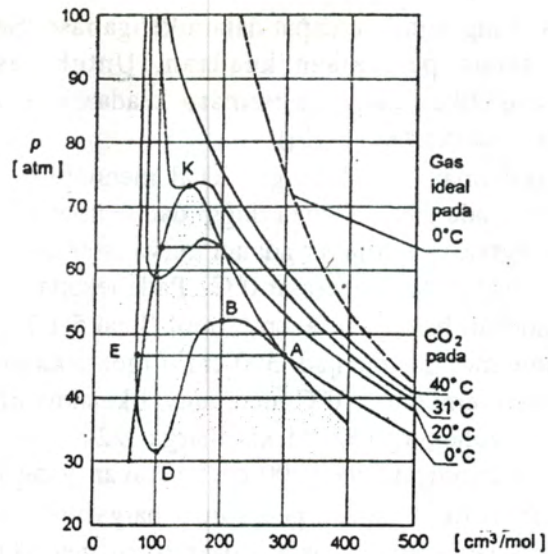
#### 5.6.4 Persamaan Keadaan Gas Real

Semua benda secara umum dapat diubah ke dalam fase padat, cair, atau gas, bergantung pada keadaan yang diberikan. Beberapa benda,

dalam kondisi yang sama, terdapat dalam ketiga fase. Satu fase dapat dinyatakan dalam persamaan keadaan. Untuk fase gas pada temperatur yang cukup tinggi, persamaan keadaannya sesuai dengan gas ideal (lihat persamaan [5.15]).

Deviasi persamaan keadaan gas ideal menunjukkan harga yang besar jika gas berada pada tekanan tinggi dan temperatur rendah. Pada Gambar 5.35 kurva yang diarsir adalah kurva isotermik untuk 1 mol sebarang gas ideal pada temperatur  $0^{\circ}\text{C}$ . Pada tekanan 1 atm volume/mol, gas mendekati harga  $22400 \text{ cm}^3 / \text{mol}$  (lihat 5.1.7). Pada tekanan 75 atm, volume mol gas menjadi  $300 \text{ cm}^3 / \text{mol}$ . Akan tetapi, volume 1 mol  $\text{CO}_2$  pada temperatur  $0^{\circ}\text{C}$  mempunyai kelakuan berbeda. Pada tekanan 1 atm, volumenya mendekati harga  $22400 \text{ cm}^3$  namun, jika volume gas dikurangi menjadi  $300 \text{ cm}^3$ , tekanan yang dicapai hanya sebesar 47 atm (titik A). Pada penurunan harga volume selanjutnya, tekanan akan tetap konstan, dalam daerah ini gas  $\text{CO}_2$  mempunyai sifat sama dengan uap jenuh. Kemudian mulai terjadi fase cair dan pada volume  $75 \text{ cm}^3$  gas akan mengalami kondensasi seluruhnya (titik E). Penurunan volume lebih jauh menimbulkan peningkatan harga tekanan. Hal itu berhubungan dengan sifat konpresibilitas yang kecil dari zat cair (lihat 3.1.3). Gambar 5.35 menunjukkan pula beberapa proses isotermik lainnya. Pada temperatur  $20^{\circ}\text{C}$ , kelakuan tekanan dan volume mirip seperti pada  $0^{\circ}\text{C}$ . Interval volume dalam campuran dua fase, uap dan cair, hanya setengah dari interval volume pada  $0^{\circ}\text{C}$ . Pada temperatur  $31,5^{\circ}\text{C}$  semua lenyap dengan sempurna (titik K). Pada temperatur itu tidak lagi terdapat pengembunan. Dari hal di atas dapat disimpulkan bahwa proses isotermik suatu gas akan bersifat seperti gas ideal hanya pada temperatur tinggi.





Gambar 5.35; Proses isotermik pada 1 mol (= 44 g) gas  $\text{CO}_2$

Temperatur (di atas) pada pengembunan dengan menambah tekanan lebih tinggi tidak mungkin dilakukan. Hal itu disebut *temperatur kritis* gas. Proses isotermik mempunyai titik balik (titik *K*) dengan garis tangensial pada *tekanan kritis*. Pada titik itu kurva tekanan uap berakhir (lihat Gambar 5.34).

Di luar daerah kurva yang diarsir pada Gambar 5.35, gas berkelakuan sebagai gas real yang dijelaskan oleh persamaan keadaan van der Waals. Persamaan keadaan gas real tersebut adalah

$$\left(p + \frac{a}{V_{\text{mol}}^2}\right)(V_{\text{mol}} - b) = RT \quad (5.84)$$

Pada suku tekanan (tekanan luar) muncul faktor koreksi tekanan  $\frac{a}{V_{\text{mol}}^2}$ . Melalui Gambar 5.35 dapat diketahui bahwa tekanan luar  $p$  dari gas  $\text{CO}_2$  pada  $0^\circ\text{C}$  dan volume sebesar  $300 \text{ cm}^3 / \text{mol}$  hanya terdapat tekanan sekitar 60% dari tekanan yang seharusnya bekerja pada gas ideal pada tekanan dan volume yang sama.

Faktor koreksi tekanan berhubungan dengan gaya tarik-menarik



antarmolekul gas (lihat 5.6.5). Volume dikurangkan dengan faktor  $b$  mempunyai arti bahwa molekul mempunyai volume sehingga molekul-molekul tidak lagi bergerak bebas seperti anggapan pada gas ideal.  $b$  disebut sebagai faktor koreksi volume atau *kovolume*.

Pada volume yang besar (kerapatan partikel kecil), faktor  $a / V_{\text{mol}}^2$  terhadap  $p$  dan  $b$  terhadap  $V_{\text{mol}}$  dapat diabaikan dan persamaan van der Waals menjadi persamaan gas ideal. Untuk  $\text{CO}_2$ , faktor koreksi tekanan dan volume mempunyai harga  $a = 3,6 \cdot 10^6 \text{ atm} \cdot \text{cm}^6 \cdot \text{mol}^{-1}$  dan  $b = 42,75 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Kurva  $ABCD$  pada Gambar 5.35 adalah gambaran kurva persamaan van der Waals pada temperatur  $T = 273 \text{ K}$ . Keadaan  $\text{CO}_2$  yang digambarkan antara titik  $A$  dan  $E$  melalui garis horizontal adalah daerah yang mengandung campuran  $\text{CO}_2$  cair dan gas pada temperatur tersebut (lihat 5.6.1). Hanya sebagian kecil dari garis lengkung antara  $A$  dan  $E$  dapat direalisasi. Hal itu berarti bahwa  $\text{CO}_2$

TABEL 5.13 TITIK KRITIS BEBERAPA GAS.

Gas	Tekanan kritis [atm]	Temperatur kritis [K]	Temperatur didih pada 760 torr	
			[K]	[K]
Air	217,50	647,4	373,2	100,0
Karbondioksida	72,90	304,2	194,7	- 78,5
Oksigen	50,80	154,4	90,2	-183,0
Udara	37,20	132,5	80,2	-193,0
Nitrogen	35,00	126,1	77,4	-195,8
Hidrogen	13,00	33,3	20,4	-252,8
Helium	2,26	5,3	4,2	-268,9

dapat mempunyai tekanan yang melebihi tekanan jenuh. Oleh karena itu, Karenanya akan muncul kondensasi (pembentukan tetesan) tidak melewati fase cair. Di samping itu dapat pula terjadi bahwa zat cair tidak akan mendidih jika terdapat tekanan zat cair di bawah harga tekanan jenuh.

Kurva akan dianggap sebagai kurva tekanan uap, dengan mengambil ordinat bagian garis horizontal. Garis horizontal harus berbentuk luas bagian horizontal dan bagian atas kurva melengkung sama dengan luas bagian bawah kurva.

#### 5.6.5 Pengertian Kinetik Persamaan van der Waals

Istilah kinetik gas untuk tekanan harus berhubungan dengan kejadian (5.2.1) yang ada di dalam sistem yang dipandang, yaitu

$$p = \frac{1}{6} n v'' \cdot 2 m v' \quad (5.85)$$

$v''$  dan  $v'$  mempunyai arti yang berbeda.

$v'$  adalah kecepatan partikel pada saat sampai di dinding wadah. Momentum yang ditransfer sebesar  $2 m v'$ .

$v''$  adalah kecepatan perpindahan partikel yang melewati gas dengan momentum tersebut.

Kedua kecepatan itu, untuk gas real, tidak lagi sama dengan kecepatan  $v$  karena

1. molekul tidak lagi diamati sebagai titik massa, tetapi molekul mempunyai volume yang mengisi ruang sehingga maka  $v'' > v$ ;
2. molekul mengalami gaya tarik-menarik di antaranya sehingga  $v'' < v$

Jika sebuah molekul mengalami tubrukan, molekul membawa momentum sebesar momentum mula-mula (tumbukan elastik). Dalam hal ini, momentum molekul akan melampaui jarak sebesar  $2r$  ( $r$  = jari-jari molekul). Untuk setiap lintasan bebas yang dilalui molekul  $l = 1/nS = 1/4\pi r^2 n$ , terdapat tubrukan rata-rata seperti di atas, selain  $l$  momentum akan melampaui jarak sepanjang  $l + 2r$ . Kecepatan perpindahan partikel  $v''$  efektif dari momentum akan meningkat dengan faktor

$$v'' = v \left( 1 + \frac{2r}{l} \right) = v (1 + 8\pi r^3 n)$$

Volume molekul adalah  $V_m = 4/3 \pi r^3$ . Dengan demikian, persamaan diatas dapat pula ditulis dalam bentuk berikut ini.

$$v'' = v (1 + 6nV_m)$$

Dalam hal ini terjadi pula tubrukan yang gagal, yaitu apabila momentum tidak dapat melampaui jarak sebesar  $2r$ , akan terdapat faktor pengurangan sebesar

$$v'' = v (1 + 4nV_m)$$

Jika sebuah partikel terdapat di tengah-tengah partikel lainnya, partikel itu akan mengalami gaya tarik-menarik dengan partikel-partikel yang berada di semua sisinya. Akibatnya, molekul tersebut cenderung untuk terlepas dari gas. Ada pula molekul yang mengalami gaya pada satu sisi, yaitu molekul berada di dekat dinding. Dalam hal ini, haruslah terdapat gaya resultan rata-rata,  $F$ , yang bekerja pada molekul, yaitu sebagai akibat dari kecenderungan molekul untuk saling menjaga sesamanya. Gaya itu haruslah sebanding dengan kerapatan molekul  $n$ :  $F = \alpha \cdot n$ . Gaya ini mendorong partikel ke dinding dengan perbedaan momentum sebesar  $\Delta p = F \cdot t = F d/v$ .  $t = d/v$  adalah waktu yang diperlukan partikel untuk menempuh jarak  $d$  sebelum mencapai dinding. Kecepatan partikel sampai ke dinding harus dikurangi dengan  $v''$  sehingga momentumnya menjadi  $m(v - v' = \Delta p = F \cdot d/v = \alpha \cdot nd/v)$  atau



$$v' = v - \frac{\alpha nd}{vm}$$

Substitusikan kecepatan  $v'$  dan  $v''$  ke persamaan [5.85], maka diperoleh

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} nmv(1 + 4nV_m) \left( v - \frac{\alpha nd}{vm} \right) \\ &= \frac{1}{3} nmv^2(1 + 4nV_m) - \frac{1}{3} \alpha dn^2 \end{aligned}$$

atau dengan  $n = L/V$  untuk 1 Mol gas, didapat

$$p + \frac{1}{3} \frac{L^2 \alpha d}{V^2} = \frac{1}{3} nmv^2(1 + 4nV_m)$$

Sekarang, seperti halnya pada pembahasan yang lalu, bahwa  $1/3v^2 = RT/V$  (juga untuk gas real berlaku bahwa temperatur dapat dihubungkan dengan energi kinetik rata-rata molekul).

Untuk  $4nV_m \ll 1$ , selain mengalikan dengan faktor  $(1 + 4nV_m)$ , dapat pula dibagi dengan  $(1 - 4nV_m)$  sehingga didapat persamaan akhir sebagai persamaan keadaan van der Waals (persamaan [5.85]). Dengan konstanta yang dikandung pada persamaan [5.85], dapat dihubungkan melalui persamaan berikut.

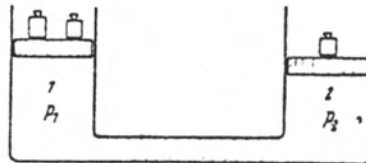
$$\frac{a}{V_{mol}} = \frac{1}{3} \alpha dn^2$$

Persamaan itu merupakan faktor koreksi tekanan (tekanan dalam) dan konstanta lainnya.  $b = 4L V_m$  adalah empat kali volume molekul dalam 1 mol (kovolume).

#### 5.6.6 Efek Joule-Thomson: Kondensasi Gas

Apabila partikel-partikel, seperti halnya pada gas ideal, tidak mengalami interaksi sesamanya, energi yang dikandung partikel seluruhnya tidak bergantung pada volume. Kenyataannya terdapat

interaksi yang dinyatakan oleh  $a$  dan  $b$  pada persamaan van der Waals. Energi total gas real pada perbesaran volume berubah, walaupun tanpa adanya pertukaran panas dengan lingkungannya (adiabatik) dan tanpa dilakukan kerja. Hal itu dapat dibuktikan karena terdapat perubahan temperatur: Gambar [5.36] menunjukkan secara skematik susunan percobaan efek Jole-Thomson. Di dalam ruang tertutup (ruang 1) terdapat gas dengan tekanan  $p_1$  dan dengan pertolongan sebuah penghisap dan melalui dinding berpori, berkas partikel dapat dihindarkan dan dilakukan kompresi. Dengan demikian, secara perlahan-lahan partikel akan menuju ke ruang 2 dengan tekanan  $p_2$  ( $< p_1$ ).



Gambar 5. 36 Efek Joule - Thomson

Pada gas real selalu terdapat perbedaan temperatur yang kecil antara ruang 1 dan 2, misalnya pada gas  $\text{CO}_2$  dan udara terjadi penurunan temperatur sebesar  $0,75^\circ$  dan  $0,25^\circ\text{C}$  setiap perbedaan tekanan sebesar 1 atm. Pada gas hidrogen sebaliknya, terjadi kenaikan temperatur.

Jika pada ruang 1 volume menjadi  $V_1$ , penghisap pada ruang 1 memberikan kerja pada gas sebesar  $p_1 V_1$ . Sejumlah gas akan berpindah di volume  $V_2$  dan haruslah terdapat kerja melawan penghisap di ruang 2 sebesar  $p_2 V_2$ . Perbedaan kerja tersebut sama dengan penambahan energi dalam gas

$$p_1 V_1 - p_2 V_2 = U_2 - U_1$$

atau

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2$$

Fungsi  $H = U + pV$  disebut *enthalpi*, dalam hal ini, adalah selalu konstan. Energi dalam yang dikandung gas van der Waals selain energi kinetiknya sebesar  $1/2 \int kT$ , terdapat pula energi potensial sebesar  $-\alpha/V$  (kerja melawan gaya kohesi yang dilakukan tekanan dalam  $-\alpha/V_2$ ). Pada enthalpi muncul suku  $pV$ , yaitu dengan  $p$  masih mengandung faktor  $-\alpha/V_2$

$$\begin{aligned} H = U + pV &= \frac{f}{2} RT - \frac{a}{V^2} + V \left( \frac{RT}{V-b} \right) - \left( \frac{2a}{V^2} \right) \\ &= RT \left( \frac{f}{2} + \frac{V}{V-b} \right) - \frac{2a}{V} \end{aligned}$$

Jika  $H$  harus konstan, adanya perubahan temperatur harus diikuti oleh perubahan volume  $V$  sebesar  $dV$  (diferensial total)

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial V} \right) dV + \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right) dT = 0$$

Dengan demikian

$$\left. \begin{aligned} dT &= -dV \left( \frac{\frac{\partial H}{\partial V}}{\frac{\partial H}{\partial T}} \right) = dV \left( \frac{\frac{RTb}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^2}}{\left( \frac{f}{2} + \frac{V}{V-b} \right)} \right) \\ &\approx \frac{RT-2a}{\left( \frac{f}{2} + 1 \right) RV^2} dV \end{aligned} \right\} \quad (5.86)$$

Pembilang persamaan di atas pada temperatur tinggi berharga positif. Tandanya akan berubah pada *temperatur inversi*  $T_i$ .

$$T_i \approx \frac{2a}{Rb} \quad (5.87)$$

Temperatur kritis untuk gas van der Waals adalah

$$T_k = (8a / 27 Rb') \quad \text{maka}$$

$$T_i = 6,75 T_k$$

Di atas  $T_i$  gas mengalami pemanasan karena perbesaran volume. Di bawah temperatur itu gas akan mengalami pendinginan. Untuk  $\text{CO}_2$



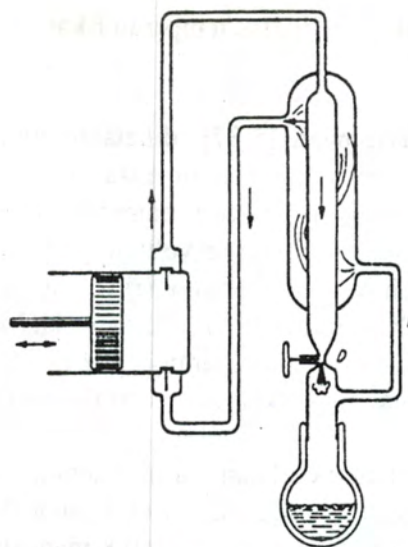
dan udara,  $T_i$  terletak jauh di atas temperatur kamar, sedangkan untuk oksigen  $T_i = -80^\circ\text{C}$ .

Berdasarkan persamaan [5.87], diketahui bahwa jika harga  $\alpha$  besar, pada proses perbesaran temperatur untuk gas real terjadi penurunan temperatur yang sangat dominan. Hal tersebut mudah dimengerti bahwa pada perbesaran volume jarak antarmolekul akan semakin besar. Oleh karena itu, karenanya diperlukan kerja untuk melawan gaya tarik-menarik yang dikarakteristikkan oleh  $\alpha$  (lihat 5.6.5). Kerja tersebut akan mengurangi energi kinetik molekul sehingga temperatur gas juga akan mengalami penurunan.

Linde membangun peralatan untuk mendinginkan gas hingga menjadi zat cair dengan menggunakan efek Joule-Thomson. Cara itu disebut prosedur Linde secara umum. untuk mencairkan sejumlah besar udara, dilakukan hal berikut ini.

Digunakan peralatan Linde (Gambar 5.37). Sejumlah udara dimasukkan ke dalam peralatan ini, melalui kompresor hingga tekanannya mencapai 200 atm. Dengan menggunakan ventil  $D$ , tekanan udara tersebut diturunkan menjadi kira-kira 20 atm. Dalam hal ini, udara mengalami ekspansi, karena berdasarkan efek Joule Thomson, udara mengalami pendinginan sekitar  $(200-20) \cdot 1/4^\circ = 45^\circ$ . Udara yang mengalami pendinginan dipakai kembali untuk mendinginkan udara yang mengalami kompresi agar mengalami ekspansi. Melalui aliran panas penukar, udara dapat didinginkan hingga mencapai temperatur pendinginan ekstrim rendah hingga pada tekanan 20 atm mengalami pencairan.

Di dalam sebuah silinder terdapat udara dengan temperatur  $-190^\circ\text{C}$  dan pada temperatur itu, dalam tekanan atmosfer, udara mendidih. Mendidihnya udara terjadi pada temperatur konstan. Dengan demikian, akan diperoleh panas penguapan. Jumlah udara yang mengalami pendidihan mempunyai peraturan bahwa (aliran panas atau pancarannya) panas yang ditambahkan pada gas sama dengan panas yang dibutuhkan.



Gambar 5.37 Skema peralatan pencairan udara dari Linde

Agar prosedur Linde dapat digunakan untuk mencairkan  $H_2$  atau He, gas-gas itu haruslah bersama-sama dengan udara didinginkan (pendinginan awal) pada temperatur inversi  $T_i$ . He cair akan mendidih pada temperatur 4,2 K. Dengan memompa gas He pada zat cair yang mendidih, akan dicapai penurunan temperatur, karena adanya pengambilan panas penguapan. Dalam hal ini, tekanan uap dengan temperatur akan turun drastis. Dengan prosedur demikian, temperatur terendah dapat dicapai hingga 0,084 K, tidak lebih. Pada temperatur itu tekanan uap mencapai 0,025 torr.

#### 5.6.7 Penciptaan Temperatur Rendah

Pada prosedur Linde digunakan gas yang mempunyai keadaan energi dalam rendah diubah menjadi gas berenergi dalam besar. Gas dalam keadaan ekspansi mempunyai energi dalam besar karena molekul-molekulnya berusaha untuk melawan gaya van der Waals. Hal itu berhubungan dengan adanya peningkatan berat. Secara umum, kesulitan teknis untuk menggunakan semua bahan sebagai media



pendingin adalah apabila bahan mengandung dua keadaan, 1 dan 2, dengan energi dalam berbeda misalkan energi spesifik masing-masing keadaan  $E_1 < E_2$ ; antara keduanya dapat dilakukan perubahan keadaan luar (seperti : tekanan dan medan magnet) hingga dapat dicapai pendinginan yang diinginkan. Dalam hal pertukaran panas, seperti halnya pada prosedur Linde yang dapat dilakukan adalah proses pendinginan bahan pendingin dalam batas-batas adiabatik. Dengan demikian, secara sederhana proses pendinginan dari keadaan 1—2 menjadi sederhana,  $\Delta Q = E_2 - E_1$ . Pada kerja proses siklik, semua proses transisi yang membebaskan panas harus diberikan kepada penukar aliran panas kembali.

Dua keadaan campuran berikut secara prinsip dapat gunakan gas berkerapatan tinggi, yaitu gas ; dalam bentuk campuran cair – gas, padat – cair; tidak bersenyawa – senyawa, dan termagnetisasi – tidak termagnetisasi. *Kulkas* atau alat pendingin ruangan *air conditioner* menggunakan efek Peltier. Peltier menggunakan penguapan. Bahan seperti *amoniak* atau *etil chlorida* pada temperatur rendah dan tekanan atmosfer berbentuk gas. Bahan itu secara siklik melalui kompresor, yaitu dengan mengambil panas untuk proses mencairnya gas, akan mengalami kondensasi dan di dalam kulkas, melalui sebuah ventil kemudian mengalami ekspansi kembali. Pada sistem penyerap (*absorber system*) proses penguapan terjadi secara kimiawi. Selain melalui penguapan ekspansi, dapat pula terjadi dengan cara menghisap uap dengan pompa yang mempunyai daya hisap tinggi, kemudian melewatkan uap melalui suatu cairan (keadaan itu biasanya tidak setimbang) dan cairan tersebut akan mengalami pendinginan di bawah suhu didihnya. Dalam hal ini, terlihat bahwa terjadinya uap selalu terdapat molekul berenergi tinggi yang sampai pada batas fase molekul-molekul itu mengambil panas dari panas pencairan. Dengan menggunakan  $O_2$ ,  $N_2$ , Ar dan He, dapat dicapai temperatur hingga 1 K. Perlakuan yang dilakukan terbatas dengan membuat penurunan tekanan secara eksponensial. Akhirnya, praktis tidak terdapat gas karena semuanya telah dipompa.



Secara statistik murni, analogi antara penguapan dan penguraian hampir sama (lihat 5.7.2), hanya dibedakan pada efek energi senyawa dari partikel-partikel yang terlarut melemah. Kisaran pendinginan yang dapat dicapai melalui cairan dapat dicapai melalui prosedur  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  yang dipakai pada alat pendingin es tradisional. Dalam proses itu, terjadi senyawa  $^3\text{He}$  menjadi  $^4\text{He}$  hanya sekitar 6%, dalam hal ini senyawa yang terjadi tidak bergantung pada temperatur. Senyawa serupa itu dapat terjadi karena karakteristik dari gas-gas mulia yang tidak atau sangat sedikit sekali mengganggu panas yang dikeluarkan pada proses persenyawaan. Dengan memompa  $^3\text{He}$  dari  $^4\text{He}$ , akan terjadi persenyawaan selanjutnya. Perbedaan energi antara kedua isotop berhubungan dengan hukum Nernst untuk  $T \rightarrow 0$ . Dengan demikian, hanya dapat dicapai suhu terendah hingga 0,003 K, walaupun hal ini dapat dicapai secara kontinu dan masih terdapat jurang panas yang besar.

Pertanyaan masih tetap terbuka, mengapa keadaan pertama cairan (bukan senyawa, kerapatan tinggi, termagnetisasi) berubah dengan sendirinya ke keadaan 2 (gas, bersenyawa, tidak termagnetisasi), walaupun keadaan energinya tinggi? Untuk menguapkan 1l (liter) air, diperlukan panas sebanyak energi untuk menaikkan air setinggi 230 km. Mengapa air, jika terdapat panas yang cukup, dapat naik setinggi 230 km? Karena entropi pada keadaan gas adalah sebesar perbedaan entropi  $\Delta S$  dikali dengan temperatur  $T$  di-banding dengan batas energi  $\Delta H$ . Entropi adalah ukuran ketidak beraturan. Hal itu berarti pula kebebasan, yaitu molekul-molekul menggunakan energi yang besar. Sebagai diskusi kuantitatif, hal itu berhubungan dengan enthalpi bebas  $G = H - TS$ , karena enthalpi tidak mengandung parameter luar (misalnya tekanan atau medan magnet). Keadaan stabil adalah keadaan yang mempunyai harga  $G$  kecil. Dalam hal ini, berlaku bahwa  $H = E + pV$  untuk kasus adanya kerja karena tekanan.  $H = E + \int \mathbf{M} \cdot d\mathbf{B}$  ( $\mathbf{M}$  = momen pemagnetian  $\mathbf{B}$  = medan magnet induksi) untuk kasus adanya kerja karena medan magnet. Khusus pada bahan paramagnetis dengan  $\mathbf{M} = k \cdot \mathbf{B}$ , berlaku  $H = E + \frac{1}{2}k \cdot B^2$ . Pada temperatur rendah,  $H$  mempunyai peran penting untuk pertambahan  $S$ . Temperatur peralihan  $T_s = (H_2 - H_1) / (S_2 - S_1)$  bergantung pada  $H$ ,  $p$ ,

dan juga  $B$ . Dalam hal terjadi tegangan antara harga-harga  $T_s$ , berhubungan dengan harga tekanan rendah (normal) dan tekanan tinggi (tekanan kompresor). Kulkas melakukan kerjanya. Apabila  $S$  dan  $E$  praktis tidak bergantung pada  $T$ . Interval  $T$  menjadi sederhana, yaitu  $\Delta T = \Delta pV (S_2 - S_1)$ , dengan  $\Delta p$  kelebihan tekanan pada kompresor dan  $V$  volume spesifik gas.

Pendingin Peltier dapat dimengerti lebih jauh melalui prinsip kerjanya. Untuk kasus pendingin ini, terdapat aliran elektron antara logam 1 ke logam 2 yang dapat mendinginkan tempat patrian (antara logam 1 dan 2) dan pada aliran kebalikan, dari 2 —1 memanaskan bagian patrian lainnya (lihat 6.6.2). Kelihatannya elektron-elektron yang berada pada logam 2 mempunyai energi tinggi dan peningkatan energi yang lebih tinggi menyebabkan terjadinya pendinginan. Jika hal itu benar, harus terdapat suatu sumber tegangan untuk elektron, seperti halnya aliran air dari 2 —1, hingga 1 mempunyai muatan yang cukup, dan akumulasi energi selanjutnya dapat dihindari. Jika kedua tempat partian mempunyai temperatur berbeda, kedua air terjun mempunyai kekuatan dan akan tetap terdapat aliran efektif, aliran panas (kebalikan efek Peltier, lihat 6.6.1).

Dalam fisika, temperatur rendah yang terpenting adalah pendinginan melalui medan magnet Debye (1927); Giauque (1928). Magnetisasi suatu material berarti sebagian arah momen dipol magnet atom atau molekul mempunyai arah sesuai dengan arah medan magnet. Momen dipol yang saling paralel dan saling berinteraksi sesamanya akan mempunyai keadaan energi lebih rendah dibandingkan dengan atom atau molekul material serupa yang tidak termagnetisasi. Pada material yang tidak mengalami pemagnetisan, arah momen dipol acak. Material yang berada dalam keadaan termagnetan yaitu jika hanya sebagian momen dipol, berada dalam keteraturan dan mempunyai harga entropi kecil. Dengan demikian, molekul dapat dibuat berada dalam keadaan 1, sesuai dengan skema yang telah digambarkan sebelumnya (berhubungan dengan cairan, tidak termagnetisasi, dan uap). Dengan meniadakan medan magnet, keteraturan magnetik



(momen dipol) akan menguap, sehingga panas yang diambil berhubungan dengan energi interaksi sesama momen dipol. Penguapan itu terjadi di sekitar titik didih dan pada pemagnetian spontan akan terjadi perubahan arah momen dipol yang saling berlawanan di dalam medan yang ditimbulkannya. Temperatur yang dapat dicapai dengan cara itu adalah, seperti halnya pada cara-cara sebelumnya, diberikan

$$\text{sebagai } T_s = \frac{(H_2 - H_1)}{(S_2 - S_1)} \cdot H =$$

dalam keadaan bebas (tidak termagneti) sebanding dengan energi interaksi antar dua momen dipol  $p^2 / r^2$  ( $p$  = momen dipol; jarak antar momen dipol). Momen dipol inti adalah 1000 kali lebih kecil dibandingkan dengan momen dipol elektron kulit terluar, yaitu jika diambil perbandingan momen dipol untuk bahan *paramagnetis* (lihat 12.7.1: magneton Bohr dan magneton inti). Melalui pendemagnetian secara adiabatik pada garam paramagnetis dapat dicapai temperatur terendah sekitar 0,003 K. Sebaliknya, dengan menggunakan magnetian inti, secara teoritis, diperoleh temperatur terendah sekitar  $6 \cdot 10^{-7}$  K faktor interaksi tidak persis sebanding dengan  $p^2$ , yaitu sekitar  $10^{-6}$ , karena harga  $r$  dan  $\Delta S$  untuk kasus ini, agak sedikit berbeda). Kenyataannya hingga tahun 1975 hanya dapat dicapai temperatur terendah sekitar mK (mili kelvin). Dalam setiap kasus selalu ditemukan adanya kesebandingan antara  $T_s$  dan  $\Delta Q$  dengan  $\Delta H$ . Semakin dicapai harga temperatur mendekati titik nol absolut, maka semakin kecil kemampuan pendinginan (hukum khusus Nernst).

Usaha untuk mencapai suhu rendah lain yang relatif baru ditemukan adalah dengan menggunakan prinsip *efek Pomeranschuk*.  $^3\text{He}$  pada suhu 0,003 K masih menunjukkan sifat anomali, yang terlihat pada kurva leburnya, dibandingkan dengan air. Dalam diagram  $p$ - $T$  terlihat bahwa pada garis campuran antara fase padat — cair, kurva tersebut tidak hanya menurun dengan bertambahnya  $T$  (seperti halnya terjadi pada air). Dengan demikian,  $^3\text{He}$  dapat mencair dengan



memberikan tekanan tertentu, akan tetapi anehnya, fase padat mempunyai harga entropi yang besar (hal ini tidak terdapat pada air).  $^3\text{He}$  dapat berperan sebagai keadaan 2. Dengan meningkatkan tekanan pada campuran padat-cair  $^3\text{He}$  dalam keadaan setimbang, sebagian fase padat  $^3\text{He}$  akan mengalami peleburan dan terjadi penurunan kurva dari atas ke bawah. Hal itu berarti bahan mengalami pendinginan.

## 5.7 Larutan

### 5.7.1 Pengertian Larutan

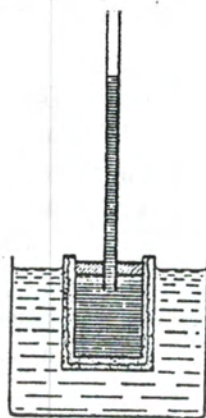
Pada umumnya, zat padat, cair, dan gas dapat melarut secara kimia di dalam zat cair yang berbeda. Hal itu berarti bahwa zat terlarut berada dalam keadaan kontak dengan zat pelarut. Misalnya, gula pasir, garam dapur, dan amoniak dicampur di dalam air. Larutan adalah keadaan molekul-molekul zat terlarut bercampur dengan zat pelarut (diketahui juga terdapat larutan padat, yaitu campuran antara zat padat terlarut dan pelarut).

*Konsentrasi c* secara umum didefinisikan sebagai perbandingan jumlah g zat terlarut di dalam 100g zat pelarut, yaitu dalam persen berat atau dalam mol/l. Pada umumnya, kedua perbandingan di atas atau konsentrasi dapat digunakan. Keduanya berlaku untuk semua larutan dalam bentuk cair, misalnya alkohol di dalam air. Akan tetapi, terdapat pula zat yang mempunyai kemampuan larut terbatas. Larutan yang dapat melarut dengan konsentrasi tertinggi yang dapat dicapai disebut *larutan jenuh*. Zat-zat yang tidak dapat larut di dalam pelarut akan membentuk *endapan*.

Pada larutan jenuh terdapat keadaan yang mirip dengan uap jenuh, yaitu keadaan keseimbangan. Setiap saat jumlah molekul-molekul yang mengendap ke dasar bejana sama dengan jumlah molekul-molekul yang terpisah dari endapan. Kondensasi atau kristalisasi hanya terdapat pada perubahan temperatur dan tidak bergantung pada perubahan volume.

### 5.7.2 Tekanan Osmotik: Hukum Van't Hoff

Sebuah dinding disebut bersifat *semipermenbel* jika dapat dilalui oleh molekul-molekul zat pelarut, dan dapat melewatkan molekul-molekul zat pelarut. Contohnya, membran-membran sel (dinding) hewan dan tumbuh-tumbuhan yang bersifat semipermeabel. Sebuah tabung transparan mempunyai dinding semipermeabel (tabung Pfeiffer) dihubungkan dengan sebuah pipa, di bagian atasnya (Gambar 5.38). Tabung itu diisi larutan tertentu dan dicelupkan di dalam sebuah bejana berisi air. Molekul-molekul air akan melewati membran semipermeabel ke dalam tabung Pfeiffer. Selanjutnya, dapat diamati bahwa cairan di dalam tabung akan naik ke dalam pipa, hingga tekanan hidrostatik di dalam pipa menekan masuknya air ke dalam pipa selanjutnya. Larutan semacam itu dikatakan mempunyai tekanan  $\pi$ , yaitu tekanan yang sama dengan tekanan statik cairan yang terdapat pada pipa.



Gambar 5.38 Tabung Pfeiffer pembuktian tekanan osmotik

Dua larutan dengan zat pelarut yang sama dan konsentrasi tiap-tiap zat terlarut yang berbeda dipisahkan oleh dinding semipermeabel.

- 
- 1) Dalam hal ini keseimbangan zat terlarut dan pelarut, sedangkan pada uap jenuh; kesetimbangan uap dan zat cair

Dengan berpindahnya molekul-molekul zat pelarut melalui dinding, konsentrasi kedua larutan menjadi sama. Larutan yang mempunyai tekanan osmotik sama disebut larutan osmotis atau isotonis. Contohnya, sel tanaman yang dikelilingi oleh larutan cair, mempunyai tekanan osmotik yang lebih besar (hipertonis) dibandingkan dengan ekor sel (hipotonis) maka ujung protoplasma akan mengembang. Hal itu terjadi hingga sel mengalami perubahan bentuk (pipih). Fenomena itu disebut plasmolisa, khususnya pada sel darah disebut hemolisa.

Berdasarkan pengalaman, diperoleh hubungan antara tekanan osmotik dengan konsentrasi dan temperatur

1.  $\pi$  adalah sebanding dengan konsentrasi, jika konsentrasi tidak terlalu tinggi atau jumlah zat terlarut yang sama  $\pi$  berbanding terbalik dengan volume larutan  $V$ : Dengan demikian,  $\pi = \text{konst } c$  atau dalam hal ini  $c = m/V$  ( $m$  = massa zat terlarut), berlaku dengan demikian,

$$\pi \cdot V = \text{konst.}$$

2.  $\pi$  adalah fungsi linier dari temperatur. Koefisien tegangan adalah sama seperti gas  $1/273,2 \text{ K} = 0,00366\text{K}^{-1}$  maka berlaku

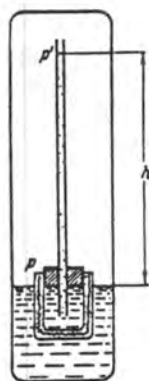
$$\pi_t = \pi_o (1 + 0,00366\text{K}^{-1} \cdot t)$$

3. Untuk memperoleh tekanan osmotik pada tekanan 1 atm dan  $0^\circ\text{C}$ , haruslah konsentrasi 1 mol zat terlarut dalam 22,4 l zat pelarut. Ekuimolar (molar ekuivalen) larutan yang dalam volume yang sama mempunyai jumlah mol yang sama dan mempunyai tekanan osmotik yang sama.

4.  $\pi$  tidak bergantung pada sifat alamiah zat pelarut.

Semua pengalaman di atas dirumuskan dalam hukum Van Hoff sebagai berikut





Gambar 5.39 Hubungan antara penurunan tekanan uap dan tekanan osmotik

$$\pi \cdot V = \nu RT \quad (5.89)$$

$\nu$  sama dengan jumlah mol di dalam larutan dan  $R$  adalah konstanta gas universal. Tekanan osmotik sama dengan tekanan yang dibutuhkan zat terlarut (dianggap sebagai gas) untuk menekan molekul-molekul zat pelarut ke dinding semipermeabel, pada  $V$  dan  $T$  yang sama. Jika zat terlarut terdisosiasi menjadi ion-ion, maka harus diperhatikan pemberian harga  $\nu$ . Misalnya,  $\text{NaCl}$  mempunyai tekan osmotik dua kali lipat harga yang seharusnya, yaitu jika  $\text{NaCl}$  dikelilingi zat pelarut yang tidak mengandung  $\text{NaCl}$ .

Tekanan osmotik akan timbul sebagai tekanan dinding jika larutan dibatasi oleh dinding semipermeabel yang membatasi larutan dari zat pelarut.

### 5.7.3 Penurunan Tekanan Uap

Sebuah tabung Pfeiffer transparan yang dilengkapi dengan pipa diletakkan di dalam zat pelarut murni (Gambar 5.39). Zat pelarut murni itu ditempatkan di dalam sebuah bejana tertutup bersama-sama dengan uapnya. Sebagaimana permukaan zat cair di dalam bejana utama, demikian pula di dalam pipa, haruslah terdapat kesetimbangan

antara pengenceran larutan dan kondensasi uap. Seandainya hal kesetimbangan demikian tidak ada, misalnya larutan di dalam pipa mengalami pengenceran drastis, tetap terdapat penguapan cairan dan akan dilewatkan melalui membran semipermeabel. Secara prinsip, seandainya aliran cairan melakukan kerja selamanya, kerja tersebut hanya dapat diambil dari panas yang terdapat pada sistem. Hal itu berlawanan dengan hukum kedua termodinamika. Dengan demikian, harus terdapat kesetimbangan antara bagian atas dan bawah cairan. Tekanan uap antara kedua permukaan cairan haruslah sama dengan tekanan yang bekerja antara keduanya. Sekarang juga berlaku rumus ketinggian barometer untuk uap, yaitupada ketinggian  $h$  tekanan uap akan berkurang sebesar  $\rho_D gh$ , jika  $\rho_D$  adalah kerapatan uap. Dengan demikian, tekanan uap  $p'$  haruslah lebih kecil daripada tekanan zat pelarut murni  $p$ . Penambahan zat haruslah lebih kecil daripada tekanan uap agar mengalami penurunan sebesar sebesar  $\delta p = p - p' = \rho_D gh$ . Kenaikan ketinggian uap  $h$  disebabkan oleh tekanan osmotik sebesar  $\pi$ , yaitu  $h = \pi / \rho_{F1} \cdot g$ , dengan  $\rho_{F1}$  adalah kerapatan larutan, berdasarkan persamaan 5.89 diperoleh

$$\Delta p = \frac{\rho_D}{\rho_{F1}} = \frac{\nu RT}{V} \cdot \frac{\rho_D}{\rho_{F1}} \quad (5.90)$$

Penurunan tekanan uap itu, seperti halnya tekanan uap, sebanding dengan konsentrasi molekul zat terlarut, tetapi tidak bergantung pada sifat alamiahnya.

Misalkan, berat molekul zat pelarut dan terlarut adalah  $M_0$  dan  $M$  massa larutan adalah  $qF1$ .  $V$  mengandung  $n$  molekul zat pelarut dan  $\nu$  zat terlarut maka  $qF1 \cdot V = nM_0 + \nu M$ . Dengan persamaan keadaan ideal  $\nu RT = p/qD$ , dapat pula ditulis

$$\Delta p = \frac{\nu M}{nM_0 + \nu M} p$$

Pada konsentrasi rendah  $\Delta p = \nu p/n$ . Konsentrasi  $c$  pada umumnya dinyatakan dalam mol/1000 g zat pelarut.  $c$  dibagi dengan 1000 g/ $M_0$  sehingga didapat  $\nu/n$

$$\Delta p = \frac{M_o}{1000 \text{ g}} c \cdot p$$

Akibat penurunan tekanan uap, terjadi kenaikan temperatur didih dan penurunan temperatur beku. Secara kualitatif, dapat dikatakan bahwa tekanan osmotik berusaha memperbesar daerah keberadaan zat cair dari kedua sisi (pada umumnya terdapat penguapan sebagian kecil zat terlarut, demikian pula halnya sebagian kecil mengalami pembekuan). Berdasarkan Gambar 5.40 dan Clausius-Clapeyron, zat cair akan mengalami penguapan dengan penurunan tekanan uap sebesar  $\Delta p$  hingga temperatur naik sebesar  $\Delta T_s$

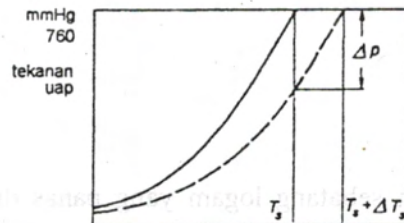
$$\begin{aligned} \Delta T_s &= \Delta p \frac{T_s(V_D - V_F)}{\lambda_v} \approx \frac{\Delta p T_s V_D}{\lambda_v} \\ &= \frac{\nu}{n} \cdot \frac{T_s V_D p}{\lambda_v} = \frac{\nu}{n} \cdot \frac{\nu R T_s^2}{\lambda_v} \quad (5.91) \\ &= \frac{M_o}{1000 \text{ g}} \cdot c \cdot \frac{\nu R T_s^2}{\lambda_v} = S \cdot c \end{aligned}$$

$\lambda_v$  adalah panas penguapan spesifik. Rumusan di atas sesuai dengan percobaan yang dilakukan oleh Raoult. Untuk air harga konstanta  $S = 0,515 \text{ K} \cdot \text{Mol}^{-1}$ . Berdasarkan teori, didapat  $S = RT_s/1000 \text{ g} \lambda_v = 0,512 \text{ K} \cdot \text{Mol}^{-1}$ .

Pada titik didih (tepatnya pada titik tripel) tekanan-tekanan uap dari zat padat dan air adalah sama. Akan tetapi, kurva—T zat padat cenderung lebih tajam daripada zat cair. Dalam membuat  $\ln 1/T$  kemiringan berhubungan dengan panas sublimasi dan panas penguapan. Perbedaannya adalah sama dengan panas peleburan  $l_{Sch}$ . Jika zat terlarut menurunkan tekanan uap zat cair, kurva tekanan uap akan memotong pada temperatur yang lebih rendah. Dalam peristiwa itu, panas peleburan  $l_{Sch}$  mengambil alih peran panas penguapan  $l_v$  untuk titik didih.



$$\Delta T_{\text{Sch}} = -\frac{M_o}{1000 \text{ g}} \cdot \frac{\nu R T_{\text{Sch}}}{\lambda_v} \cdot c \quad (5.92)$$



Gambar 5.40 Skema hubungan penurunan tekanan uap dan kenaikan titik didih. Untuk air, diperoleh berdasarkan pengamatan

$$\Delta T_{\text{Sch}} = -1,86 \text{ K} \cdot \text{l} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot c \cdot \text{Mol} \cdot \text{l}^{-1} \quad (5.92)$$

Melalui hal itu diperoleh metode untuk menentukan konsentrasi osmotik atau menentukan berat molekul. Dalam hal ini, harus pula diperhatikan bahwa pembekuan suatu larutan melalui kisaran temperatur tertentu pada mulanya zat pelarut membeku manakala larutan semakin kental. Hal yang menentukan adalah temperatur permulaan pengerasan.

### SOAL-SOAL 5.1

1. Mengapa dirasakan sebatang logam yang panas dirasakan lebih panas dan benda dingin (kayu, plastik) lebih dingin?
2. Apakah koefisien muai dari Hg atau gelas pada termometer air raksa yang berperan penting? Bagaimana perannya terhadap ketelitian pengukuran? Apa perbedaan termometer tubuh dan termometer biasa dalam hal konstruksinya ?
3. Pemakaian sebuah termometer, untuk pengukuran temperatur ,umumnya tidak dicelupkan seluruhnya di dalam medium melainkan hingga sebagian skala agar air raksa yang terdapat di dalam kolom termometer dapat naik ke kolom berisi udara di atasnya. Apa pengaruh yang akan terjadi pada pengukuran demikian? Berapa besar koreksi yang dapat dilakukan untuk itu?
4. Sementara pelayan sebuah restoran hidangkan kopi untuk anda ia memberi tahu bahwa ada telepon dari seseorang yang ingin bicara dengan anda. Anda ingin memberi susu kedalam kopi sebelum mulai berbicara di telpon. Dalam hal ini terdapat dua kemungkinan untuk menuangkan susu ke dalam kopi, sebelum dan sesudah berbicara di telpon. Kemungkinan yang mana yang harus anda pilih agar memperoleh kopi susu yang lebih panas?
5. Jika anda membubuhkan susu dan gula ke dalam kopi, dapat

dilakukan dengan cara berbeda, pertama membubuhkan gula kemudian susu atau susu kemudian gula dan seterusnya. Cara mana yang lebih tepat untuk memperoleh kopi susu yang lebih panas?

6. Perkiraan panas jenis beberapa logam, misalnya: tembaga, seng dan aluminium. Panas jenis yang mana dapat dihubungkan dengan panas jenis air, amoniak, etil alkohol dan seterusnya. Berdasarkan aturan NEUMANN - KOPP? Bagaimana dengan deviasi yang terdapat dalam hubungan tersebut? Dan apa sebab timbulnya deviasi tersebut? Jelaskan! Untuk zat padat atau cair bagaimana yang dapat memberikan panas jenis spesifik terbesar?

7. Ke dalam sebuah bejana berisi 1 liter air ( $0^{\circ}\text{C}$ ) dimasukkan sepotong logam ( massa 0,5 kg ) bertemperatur  $90^{\circ}\text{C}$ . Dalam waktu yang tidak begitu lama, temperatur di dalam bejana menjadi  $27^{\circ}\text{C}$ . Logam apa yang dimasukkan kedalam bejana tersebut? (Abaikan adanya panas yang hilang di dalam alat!).

8. Mengapa bejana vakuum yang terbuat dari gelas akan rusak jika dipakai untuk mencairkan kawat tembaga di dindingnya? Bagaimana hal tersebut dapat terjadi? Adakah bahan lain kawat yang 652 dapat anda sarankan agar tidak merusak gelas? Bagaimana dengan tegangan yang terjadi?

9. Pada sebuah plat logam datar, berbentuk empat persegi dengan tebal 5 mm dan panjang sisi 20 cm terdapat sebuah lubang berbentuk empat persegi, panjang sisi tepat 10cm. Diatas lubang ini diletakkan sebuah bola logam berdiameter 10,02cm. Plat logam ini selanjutnya dipanaskan secara beraturan dengan menggunakan pemanas listrik (100 Watt). Anggap tidak ada panas yang hilang selama pemanasan. Berapa lama waktu yang diperlukan hingga bola dapat jatuh ke dalam lubang tersebut? Diketahui kerapatan, koefisien muai linier dan panas jenis spesifik Cu masing-masing adalah:  $9\text{g/cm}^3$ ,  $1,7 \cdot 10^{-5}^{\circ}\text{C}^{-1}$  dan  $0,09 \text{ cal.g}^{-1}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

10. Bagaimana ketergantungan jari-jari ( $r$ ) kelengkungan sebuah pita



bimetal yang terbuat dari dua macam logam berbeda, masing-masing dengan ketebalan 1 mm dan koefisien muai linier  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  terhadap temperatur? Diketahui bahwa pada  $0^\circ\text{C}$   $r = \infty$ .

11. Untuk memanaskan sebuah bak mandi air hangat kuno berdiameter 40 cm dan tinggi 1,2 m yang diisi air, biasanya sebagai sumber panas digunakan oven pembakar kayu atau arang, diperlukan waktu sekitar 1 jam, agar seluruh air yang terdapat di dalamnya mendidih. a) Berapa jumlah kayu atau arang yang diperlukan untuk itu? b) Berikan pula berapa persentase panas yang hilang dalam proses pemanasan tersebut ! c). Jika anda menggantikan oven pembakar arang dengan pemanas listrik, berapa arus yang diperlukan untuk memanaskan bak mandi dengan cara dan jumlah panas yang sama (termasuk jumlah panas yang hilang tentunya)? d) Setelah oven diberikan air melalui sebuah katup, katup ditutup. Satu-satunya yang berhubungan dengan "dunia luar" adalah katup yang menghubungkan oven dan bak mandi. Katup ini dapat melewatkan sejumlah air panas kira-kira 4 kali dalam setiap detik. Jumlah air yang terdapat didalam katup adalah 0,15ml (berdasarkan pengamatan). Berapa besar koefisien muai panas air?

12. Sebuah bejana gelas berukuran 11 diisi sejumlah cairan kedalamnya (misalnya air) bertemperatur  $90^\circ\text{C}$  hingga 30 cm<sup>3</sup> terdapat sisa udara dibawah penutup tabung. Berapa besar kontraksi a) cairan, b) udara pada pendingin? Dengan gaya berapa tutup tabung harus menekan (diameter tutup 12cm)? Buat variasi angka-angka dalam perhitungan (ukuran, tinggi tabung dls.). Berapa besar gaya tekan maksimum yang terjadi?

13. Buat rancangan sebuah balon yang dapat mengangkut orang, tikus, surat dls., bermassa  $M$ , jika disediakan bahan-bahan: bahan balon dengan ketebalan  $d$  (1/2 hingga 2mm), gas pengisi balon dengan  $Q$  (0,6 hingga 1,5 g/ cm<sup>2</sup>) berupa: a) udara yang dipanaskan pada temperatur dari 300 hingga 900 K; b) gas Hidrogen; c) Helium; d) gas konsumsi rumah tangga (mengandung 40% udara dan

sisanya gas Metan). Apakah angka-angka yang diberikan cukup realistik? Jika tidak, berikan angka-angka yang realistik! Apa yang anda perlukan sebagai bahan perhitungan adalah: diameter atau ukuran balon dls.; berapa ketinggian yang dapat dicapai balon?; apa yang terjadi jika balon mencapai ketinggian yang tinggi?; apa yang diperlukan penyeimbang?; Bagaimana balon didaratkan?; apakah diperlukan penyeimbang?; Bagaimana balon didaratkan?; apa yang terjadi dengan gas pengisi balon?; Apa yang akan dibawa jika anda sendiri harus naik bersama balon?

14. Mengapa orang (pada soal 10) selalu memilih  $H_2$  dan He untuk mendefinisikan temperatur absolut?

15. Haruskah kapiler termometer Hg diisolasi?

16. Timbangan dengan ketepatan tinggi biasanya menggunakan beban timbangan, kebanyakan dari kuningan. Kembangkan suatu prosedur koreksi (dalam bentuk rumus, diagram atau tabel) yang dapat digunakan secara praktis di laboratorium.

17. Sebuah cerobong asap tinggi  $H$  berisi udara. Perbedaan temperatur antara udara bagian bawah dan atasnya adalah sekitar  $\Delta T$ . Berapa besar daya angkat persatuan luas penampang lintangnya? Mengapa daya angkat persatuan luas ini selalu diartikan sebagai tekanan yang terdapat di dalam cerobong asap? Mengapa asap semakin baik dilontarkan keluar jika cerobong semakin jelek di bawah teriknya matahari?

18. MONTGOLFIER bersaudara mengisi udara panas ( temperatur  $T$ ) ke dalam balonnya dengan menggunakan api terbuka di bawah balon. Setelah balon penuh terisi udara, diameternya menjadi  $d$ . Dengan massa total  $m$  (massa balon, manusia, tali dan lain sebagainya, berapa kecepatan naik balon yang dapat dicapai setelah tali penyangganya dilepaskan? Berikan angka-angka yang mungkin untuk  $T$  dan  $m$ ! Berapa tinggi maksimum yang dapat dicapai balon? Apa yang terjadi

jika semua bagian balon dalam keadaan tertutup? Apakah pada saat ini dapat dikembangkan hal di atas dengan menggunakan balon berukuran lebih kecil?

19. Perkiraan besarnya tekanan yang terdapat di dalam Bumi, di dalam Matahari dan benda-benda langit lainnya! Cara paling mudah adalah dengan jalan mengamati ukuran benda dan massanya, percepatan gravitasi dalam rumusan dapat pula muncul. Lebih rinci lagi: setiap lapisan Bumi dan planet-planet lainnya menekan lapisan yang berada di bawahnya dst, hingga lapisan yang terdalam yang masih terdapat matri.

20. Ramalkan temperatur dan kerapatan di dalam Matahari (mengandung gas  $H_2$ ; lihat soal 5.1.19)

### Soal-Soal 5.2

1. Berapa besar energi kinetik yang terdapat di dalam 1 kg udara? Bandingkan dengan panas pembakaran spesifiknya. Simpulnya adanya hubungan antara panas pembakaran spesifik dan kecepatan rata-rata molekul-molekul udara! Ramalkan pemikiran selanjutnya tentang besaran molekul yang memberikan sumbangan dalam hal ini.

2. Pembakaran pada roket: Mengapa hanya dengan temperatur sudah bisa diramalkan kekuatan dinding kamar- pembakaran yang terdapat pada sebuah roket Kimia? Besaran apa yang menentukan daya dorongnya? Bahan bakar apa yang paling efisien untuk itu? Ramalkan kecepatan bahan bakar yang keluar dan pembakarannya! Bahan bakar apa yang dapat digunakan untuk membuat roket nuklir?

3. Pikirkan setiap langkah yang dikembangkan dalam bab 5: Dapatkah kau dibuat ramalan tentang konstanta Loschmidt atau Avogadro dan Boltzmann dengan menggunakan pengamatan besaran massa molekul-molekul? Mengapa satu besaran saja sudah cukup untuk menjelaskan besaran lainnya?



4. Pikirkan kembali dengan seksama percobaan yang dibuat oleh R. Mayer dalam menentukan ekuivalen panas mekanik (ekuivalen antara panas dan kerja mekanik)! Darimana angka-angka tersebut diperoleh? Joule mengamati bahwa kuda dengan menggunakan goepels dapat menimbulkan panas dari gesekan dan dapat dipakai untuk pemanasan air. Dapatkah percobaan ini dihitung secara kuantitatif dan direalisasikan?
5. Berapa panas yang terdapat pada rem sebuah truk yang dihentikan? Anggap pada peristiwa ini tidak terdapat rem motor dan pancaran panas. Berikan angka yang logis pancaran panas yang mungkin terjadi pada peristiwa pengereman ini, demikian pula kecepatan, luas permukaan rem yang mengalami gesekan. Demikian temperatur stasioner berapa harus diperhitungkan?
6. Berapa jumlah derajat kebebasan yang terdapat pada molekul air dalam fase cair sehingga akan diperoleh panas jenis spesifik seperti yang diharapkan? Hal yang sama untuk logam hubungkan dengan hasil yang diperoleh pada tabel 5.2
7. Sebuah cermin kecil berbentuk empat persegi tebal 0,3 mm, panjang sisi 2 mm ditempelkan pada sebuah sebatang gelas diameter 2 mm dan panjang 2 m. Cermin ini menggambarkan lintasan gerak di sebuah layar yang berjarak 5 m darinya melalui seberkas cahaya yang dijatuhkan padanya. Ramalkan periode sistem jika dianggap sistem sebagai bandul dan bandul sederhana. Apakah konstanta Boltzmann dapat ditentukan dengan cara ini?
8. Cermin yang dapat berotasi seperti pada soal 5.2.7 pada keadaan tertutup kabut udara menunjukkan gerak rotasi bergetar. Dalam waktu yang cukup lama terlihat pola gambar berbentuk segiempat ditengah-tengah lintasan geraknya dan dengan panjang sisi kira-kira 2 mm. Apa yang dapat disimpulkan dalam hal ini ? Mengapa bentuk pola tersebut segiempat?
9. Suatu gas yaang tidak diketahui jenisnya terdapat di dalam sebuah bejana berpenghisap dengan tekanan  $p$  dan dihubungkan melalui

sebuah lubang ke sekelilingnya. Bagaimana dapat ditentukan berat molekul gas berdasarkan waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan gas dari dalam bejana tersebut seluruhnya? Apakah ukuran lubang harus diketahui? Jika ukurannya tidak diketahui, bagaimana dapat dibuat acuan untuk prosedur percobaan ini?

10. Bagaimana lintasan bebas rata-rata molekul bergantung tekanan? pada ukuran kevakuman berapa lintasan bebas rata-rata sama dengan ukuran dimensi wadah yang diletakkannya?

11. Lintasan molekul sebenarnya adalah berupa urutan lintasan bebas rata-rata berbentuk zik-zak. Jika pada setiap pembelokan lintasan rata-rata terbentuk sudut lancip, berapa besar pergeseran total yang terjadi selama dua, tiga waktu terbang? Buat rumusan umum untuk  $n$  kali pembelokan dan buat rumusan pergeseran rata-rata kuadrat dalam waktu terbang total. Melalui persamaan 5.46;  $D = 1/3 v l$  dapat dinyatakan dalam koefisien difusi dan dengan persamaan 5.32;  $D = kT/6\pi\eta r$  dapat dinyatakan dalam viskositas. Hingga berapa jauh ketepatan rumusan tersebut dapat digunakan untuk sejumlah sistem mikroskopik partikel dalam jumlah besar? Apakah dengan dasar pengamatan gerak Brown dapat ditentukan ukuran molekul?

12. Perhatikan penurunan persamaan distribusi Boltzmann. Pandang suatu sistem yang terdiri dari molekul-molekul gas, yang fungsi distribusinya dinyatakan dalam energi kinetik  $E$  sebagai  $f(E)$ . Jika di dalam sistem mengandung  $N$  molekul, maka molekul-molekul yang mempunyai energi antara  $E$  dan  $E+dE$  adalah sebanyak  $N \cdot f(E) dE$ . Berapa kerap kemungkinan terjadinya tumbukan molekul di sekitar interval energi  $E_1$  dan interval energi  $E_2$ ? Misalkan setelah terjadi tumbukan energinya menjadi  $E_1'$  dan  $E_2'$ . Kondisi apa yang harus terpenuhi agar tercapai keadaan setimbang? Bagaimana bentuk fungsi  $f(E)$  sehingga dengan kondisi tersebut sesuai dengan hukum kekekalan energi?

13. Bola-bola latex berdiameter 0,3  $\mu\text{m}$  dan kerapatan 1,2  $\text{g/cm}^3$  disuspensikan ke dalam air dan dengan mencampurkan gula hingga membentuk suspensi dengan kerapatan 1,19  $\text{g/cm}^3$ . Beberapa saat

kemudian di dasar wadah terbentuk endapan sedangkan di bagian atasnya tidak terdapat suspensi sama sekali. Dengan sebuah pipa pipet yang halus, bagian pada ketinggian 2;4;6 mm dari dasar wadah suspensi disedot keatas, bergantung dari semakin kecil ukuran bola-bola tersebut (juga pencairan) dan cuplikan setinggi 0,1 am masuk ke dalam ruang pengukur kekentalan sebuah Haemositometer dengan luas penampang 1 mm<sup>2</sup>. Dari kedalaman yang berbeda-beda tersebut, dan sample yang terdapat di dalam volume Haemositometer berturut-turut didapat 1,16. 10<sup>6</sup>; 13500; 95 dan 2 bola latex. Hitung konstanta Loschmidt dan Boltzmann dari percobaan di atas dan hitung berapa massa atom H! Perkirakan sumber kesalahan yang mungkin terdapat dalam percobaan tersebut.

14. Berapa jumlah molekul yang terdapat di dalam kamar anda dengan kecepatan 1 km/det dan berapa jumlahnya yang bergerak lebih dari 10 km/det?

15. Berapa lebar fungsi distribusi Maxwell (lebar setengah tinggi maksimum atau lebar 1/e) dan berapa tinggi maksimum yang berhubungan dengan lebar maksimum di atas, bahwa luas kurvanya sama dengan 1?

16. Pada suatu gas kecepatan molekul yang selalu terjadi adalah sedikit berbeda dengan kecepatan rata-ratanya dan harganya sama dengan akar dari kecepatan  $v_2$ , yang menurut teori kinetik gas merupakan kecepatan yang paling sering terjadi. Bagaimana dapat dibedakan kedua kecepatan tersebut? Dapatkah anda tunjukkan mana kecepatan yang terbesar diantara tiga kecepatan tersebut dan mana yang terkecil? Hitung ketiga kecepatan tersebut! Dalam hal ini akan muncul integral dalam bentuk  $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-ax^2} dx$ . Integral ini dapat diselesaikan melalui reduksi dalam bentuk  $I_{n+1} = -dI_n/da$  dan hanya diperlukan untuk menyelesaikan integral:

Integral terakhir dapat diselesaikan dengan membuat transformasi ke dalam koordinat polar sehingga didapat:

$$I_1 = \int_0^\infty x \cdot e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \int_0^\infty e^{-x} dx = \frac{1}{2a}$$



$$I_1 = \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$$

Integral terakhir dapat diselesaikan dengan membuat transformasi ke dalam koordinat polar:

$$\begin{aligned} \left( \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx \right)^2 &= \int_0^{\infty} x^2 dx \cdot \int_0^{\infty} x^2 dy \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} e^{-r^2} r dr d\varphi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} r e^{-r^2} dr \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

sehingga di dapat

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

17. Bintang-bintang berterbangan dengan kecepata 100 km/det (lihat soal 1.7.30). Apabila berjumpa sesamanya dalam jarak yang cukup dekat terjadi pertukaran energi kinetik sesamanya. Berapa jarak pertemuan ini sehingga terjadi pertukaran energi kinetik maksimum yang dipunyainya? Berapa besar lintasa bebas rata-rata pada saat pertemuan tersebut? Berapa besar waktu relaksaasi agar terjadi "kesetimbangan termis" antar bintang? Bagaimana bentuk distribusi kecepatan bintang-bintang tersebut? Galaksi kita terdiri dari 2.10<sup>11</sup> bintang; jari-jari galaksi sekitar 60000 tahun cahaya, ketebalan rata-rata galaksi sekitar 10000 tahun cahaya.

18. Suatu reaksi oksidasi dapat dijelaskan melalui proses tumbukan antara molekul oksigen dan molekul zat yang dibakar yang paling tidak mempunyai energi aktivasi sebesar  $E_a$ . Dengan demikian ikatan yang terdapat di dalam molekul yang "terbakar" dapat terlepas dan terjadi reaksi yang memerlukan energi  $E_r$ . Berapa bagian sumbangan molekul O<sub>2</sub> yang ikut serta dalam suatu reaksi? Bagaimana bagian tersebut bergantung dengan temperatur? Bagaimana kemungkinan tumbukan antara O<sub>2</sub> dan molekul zat dalam hal hayna tumbukan biasa dan tumbukan yang menyebabkan terjadinya reaksi? Jelaskan! Berapa besar energi reaksi yang dilepaskan setiap saat? Perkirakan temperatur (disebut sebagai titik bakar) yang terdapat dalam suatu reaksi dengan energi yang cukup untuk memanaskan dirinya sehingga berlangsung

reaksi sendiri (tanpa faktor tambahan dari luar, misalnya pemanasan dan lain sebagainya)?

Contoh angka-angka reaksi  $E_a = 0,5 \text{ eV}$ ,  $E_a = 3,1 \text{ eV} = 23 \text{ kcal/mol}$ .

19. Reaksi fisi, seandainya tidak terdapat efek-tunnel, akan dapat memberikan pengembangan potensi hingga lebih dari MeV. Berapa besar panas gas (sebenarnya plasma) seharusnya sehingga dengan beberapa tumbukan akan terdapat energi dari reaksi fusi demikian? Adanya efek-tunnel akan mengurangi energi tumbukan hingga menjadi energi efektifnya sebesar  $E_{\text{eff}}$ . Bagaimana cara mengubah peristiwa ini?

### Soal-soal 5.3

1. Anda menghitung pemanas ruangan anda. Total ruangan adalah  $V$  dan harus dihuni oleh  $N$  orang, keperluan kalori adalah lebih kurang 3000 kcal setiap harinya, kira-kir sama dengan  $m_n$  kg pembakaran makanan, juga  $m_o$  kg oksigen untuk bernafas,  $m_c$  kg  $\text{CO}_2$  yang dikeluarkan dan diperlukan pertukaran udara sebanyak  $V$  kali setiap harinya agar kandungan  $\text{CO}_2$  didalam ruangan tetap 1%. Terserah apakah pertukaran udara tersebut terjadi melalui jendela yang dibuka atau melalui celah rumah yang tidak rapat. Selain itu terdapat pula kehilangan panas karena diserap dinding dengan ketebalan  $d$  koefisien hantaran panas sebesar  $0,005 \text{ cal/cm det } ^\circ\text{C}$  untuk dinding tegar atau berlubang dst.  $0,002 \text{ cal/cm det } ^\circ\text{C}$  untuk kaca. Apakah jendela berkaca ganda lebih baik? Apakah hantaran panas udara sebesar  $6 \cdot 10^{-4} \text{ cal/cm det } ^\circ\text{C}$  cukup baik? Apakah konveksi panas menguntungkan atau merugikan? Dengan cara apa pemanasan harus dilakukan? Dengan listrik, gas minyak atau arang? Perhatikan pula nilai ekonomisnya! Isolator panas mempunyai hantaran  $= 10^{-4} \text{ cal/cm det } ^\circ\text{C}$ . Prinsip apa yang harus dipakai untuk keperluan ini? Gunakanlah sebaik mungkin

2. Seekor binatang yang terdapat di belahan Utara Bumi (Meeres-saeuger) adalah mirip manusia, mengeluarkan kalor sekitar 40 kcal per hari per kg massa tubuhnya yang berasal dari pembakaran makanan di dalam tubuhnya dan lebih suka berada di dalam air dan temperatur yang diukur langsung di dalam tubuhnya, langsung

dibawah lapisan lemak adlah tidaka kurang dari 37o C. Berapa tebal lapisan lemak tubuhnya (tidak bergantung dari ukuran tubuhnya) untuk itu? Berapa seharusnya deviasi temperatur yang terdapat di dalam jari ngan lemak tubuhnya (dari lapisan luar ke dalam)? Apakah anda akan heran jika menemukan seekor Meeressaeger dengan ukuran seekor tikus atau kelinci (disebut Polarmeerssaeuger)? Berapa besar ukuran minimal tubuhnya menurut anda? Berapa lama menurut ramalan anda binatang ini dapat hiduo dengan hanya mengandalkan lemak yang terdapat di dalam tubuhnya? Dapatkah anda bayangkan terjadinya terjadi pemanasan berlebihan di dalam tubuh binatang? Bagaimana dapat dijelaskan efek yang dikeenal oleh penangkap ikan Paus, bahwa lemak seekor Paus yang belum dipisahkan dari dagingnya akan menguap karena dapat mempunyai temperatur 60°C, jika akhirnya diambil? Bagaimana hal tersebut dapat terjadi pada ikan paus hidup? Pikirkan pula bahwa sirip ekornya tidak dilapisi oleh lemak.

3. Berapa harga hantaran temperatur dari air,udara,lemak dan batu? Cari konsekuensi praktis darinya! Pada sebuah arus udara,keatas akibat termis mempunyai diameter 100m, berapa besar waktu relaksasinya? Apakah terjadinya arus adibatik?

4. Ramalan umur Bumi Kelvin Gradien temperatur yang terdapat di lapisan bumi sekitar 0,03°C/m (tingkat kedalaman temperatur geotermis adalah 30°C). Jika dipermukaan Bumi pada awalnya terdiri dari cairan panas, mustilah cairan ini mempunyai temperatur 3000°C. Temperatur ini akan sampai dipermukaan Bumi menjadi 0°C, sesuai dengan berkas cahaya Matahari yang sampai dipermukaan Bumi (lihat soal 2.13). Berapa lam diperukan wktu hingga gradien temperatur seperti saat sekarang ini? Apa sebab ramalan umur bumi demikian tidak tepat dengan umur sebenarnya

5. Perubahan temperatur udar setiap hari atau bahkan setiap tahun, secara kasar dapat digambarkan menurut fungsi sinus. Pelajari masuknya gelombang temperatur ini ke dalam Bumi. Berapa



kedalaman pipa air harus ditanamkan agar tidak terjadi pembekuan pada musim dingin? Berapa dalam harus dibangun sebuah gudang minuman anggur agar temperatur di ruang tersebut mempunyai variasi tidak lebih dari  $1^{\circ}\text{C}$ ? Berapa dalam terdapatnya lapisan es abadi di antartika? Apakah mungkin ruangan dibawah tahan lebih panas pada malam hari dibanding siang? Sebaiknya lakukan perhitungan dengan bilangan kompleks. Jika  $T(t)$  di permukaan Bumi adalah sebagai fungsi , maka fungsi tersebut adalah analog dengan  $T(x)$  yang juga merupakan fungsi eksponensial e, tetapi mempunyai pangkat kompleks. Hantaran panas Bumi adalah sekitar  $5.10^{-3}$  cal/Km det. Lihatlah temperatur pada bulan Januari hingga Juli di dalam buku-buku Geografi!

6. Suatu larutan garam dilapisi oleh lapisan air, sedemikian sehingga pada saat awal terdapat permukaan batas antara keduanya. Dari kecenderungan ini dapat diukur koefisien difusi. Prosedur paling elegen dengan menggunakan cara Wiener sebagai berikut: Seberkas cahaya a paralel berbentuk "papan" dijatuhkan pada sudut  $45^{\circ}$  pada sebuah kuvet (tabung empat persegi panjang dengan luas penampang lintang  $1\text{cm}^2$  dan panjang 10cm dan terbuat dari gelas kuarsa). Apa yang terlihat dibelakang kuvet tersebut? Diskusikan bentuk cahaya yang jatuh di layar kuvet tersebut. Apa yang dapat disimpulkan dari perubahan tinggi dan lebar cahaya terhadap waktu?

7. Di dalam selinder (pipa) suara yang poros terdapat udara. Jika seseorang bersiul, maka terdapat kenaikan tekanan. Mengapa terjadi demikian? Apakah tekanan tersebut tetap tinggi? Apa yang terjadi jika siul dihentikan?

8. Jika hantaran panas gas tidak bergantung tekanan, apa artinya hal tersebut jika selimut pembungkus termos dilepaskan?

9. Di dalam selinder terisolasi terdapat tekanan sekitar  $10^{-3}$  torr, ditutup oleh lapisan tipis Kolldium (atau bahan lainnya) yang mengalami regangan. Jika salah satu ujung silinder diberikan cahaya,

maka lapisan kolloidum akan mengembang ke luar menjauhi cahaya, mengapa?

**10.** Di dalam gelas terisolasi bertekanan  $10^{-2}$  hingga  $10^{-3}$  torr terdapat sebuah baling-baling kecil yang terbuat dari potongan lapisan tipis tegar yang ditempatkan pada penyangganya. Satu sisi permukaan baling-baling dibuat mengkilap dan sisi lainnya tidak. Jika gelas disinari cahaya, baling-baling tersebut akan berputar yaitu dengan sisi yang tidak mengkilap ke muka. Demikian pula terjadi pada penyinaran semua arah, begitu pula jika gelas dibawa ke lingkungan yang lebih panas. Jika tekanan di gelas ditinggikan hingga tekanan udara normal, atau pada tekanan yang sangat rendah sekitar  $10^{-6}$  torr, baling-baling tidak lagi berputar. Penjelasan: Efek demikian disebut efek Radiometer. Molekul-molekul yang direfleksikan oleh permukaan yang panas padanya akan terdapat momentum yang besar dibanding hal sama terjadi pada permukaan lebih dingin. Diskusi kan hasil percobaan ini, terutama ketergantungannya terhadap tekanan. Gaya apa yang ditransfer pada peristiwa ini? Apakah tekanan cahaya memegang peranan penting?

#### Soal 5.4

1. Berapa daya (kekuatan) seorang olahragawan atau bukan olahragawan untuk: a). untuk mendaki gunung yang tingginya 3000m 1000m di atas permukaan laut. b). Menguras lubang air yang tingginya 3m, luas permukaan  $3 \times 4 \text{ m}^2$  dengan menggunakan pompa pada ketinggian 1 m. c). 1 jam berenang di dalam air bertemperatur  $20^\circ\text{C}$  (tanpa mengalami stress dalam berenang). d). Bersepeda sejauh 200 km dengan kecepatan 30 km/jam, jalan datar tanpa angin. Berapa kalori diperlukan makanan dan berapa seharusnya dipakai untuk masing-masing kegiatan diatas? perhatikan juga kadar air yang terdapat di dalam tubuh anda.

2. Sebagian aliran teluk, aliran di teluk Florida, datang dari jarak sejauh 80 km pada 700 m terdapat celah sempit di dalam air antara

pantai Miami dan Bahama, mengalir dengan kecepatan 5 km/ jam, di tengah-tengahnya mengalir dengan kecepatan 5 km/jam. Di sebelah Utara Bahama, aliran ini menyatu dengan kecepatan tiga kali lebih besar dari aliran di Antilan. Aliran ini menyebabkan temperatur antara skotland dan esland pada bulan Januari menjadi 15oC. Sementara di semua tempat, pada kondisi geografis yang sama, selain daerah tersebut mempunyai temperatur 0oC. perkiraan jumlah panas yang dibawa ke laut atlantik Utara yang berasal dari teluk tersebut (khususnya pada musim dingin di Utara) dan dibandingkan dengan jumlah pancaran panas Matahari dalam daerah 10-20 juta km<sup>2</sup>. Perhatikan arah datang cahaya matahari dan lamanya siang di musim dingin. Dan berapa besar sumbangan cuaca musim dingin yang berasal dari pantai-pantai di England dan Norwegia ke Selatan?

3. Tentukan dasaar-dasar faktor konversi berbagai satuan tekanan!
4. Percobaan apa yang harus dilakukan untuk memperoleh data-data dasar tentang atmosfir? Buatlah percobaan ini semudah mungkin hingga gampang dilakukan.
5. Blaise Pascal memberikan saudara iparnya sebuah Barometer berbentuk U di atas *Puy de Dome*. Seperti diketahui bahwa tinggi menara ini adalah 1463m. Apakah Pascal mengetahui tentang itu? Bagaimana tekanan yang terdapat di dalam Barometer tersebut pada saat diberikan? Apa yang dapat disimpulkan Pascal pada saat itu?
6. Hitunglah konsenkuensi karena kerapatan konstan (atmosfir homogen). Khususnya: mengapa kerapatan ini setelah 8 km tidak lagi konstan? Dimana terdapat kelebihan aliran temperatur? Apakah hasil pada pertanyaan pertama akan berubah jika tekanan diturunkan? [Petunjuk: titik didih N<sub>2</sub> dan O<sub>2</sub> masing-masing 77 dan 90K: pergeseran tekanan dapat diramalkan melalui enthalpi penguapan yang dapat diketahui dari harga-harga titik didihnya.
7. Naik dan turunnya molekul udara berlangsung secara adiabatik.



Apa yang terjadi jika kenaikan sejumlah molekul udara terjadi dalam lingkungan medium berkerapatan tinggi dan juga rendah? Apa yang dapat dimengerti tentang lapisan indifferen stabil dan labil adiabatik di udara? Bagaimana tergantungnya kerapatan, tekanan dan temperatur lapisan indifferen udara terhadap ketinggian? Apa yang pada akhirnya berpengaruh, setelah diketahui bahwa ketergantungan semua besaran di atas hanya untu ketinggian terbatas? Prinsip Fisika apa yang berperan di dalam lapisan tropopause dan berapa ketinggiannya?

8. Perkirakan besaran yang mempengaruhi kenaikan volume udara secara adiabatik, apakah kesamaan temperatur dalam lingkungan masing-masing lebih panas atau dingin dapat menyebabkan penurunan atau kenaikan molekul-molekul udara dapat berlangsung lebih lama?

9. Bulan-bulan planet Mars Phobos dan Deimos mempunyai periode masing-masing 0,319 dan 1,263 hari. Jika Mars terletak langsung berhadapan dengan Matahari, terlibat Phobos berada sekitar 21" dan Deimos 60" dari pusat Mars. Berapa Massa Mars? Mars sendiri mempunyai posisi langsung pada 17,5". Berapa jari-jarinya? Berikan gambaran kerapatan rata-rata Mars dan percepatan gaya berat di permukaannya dan bandingkan Bumi dan planet-planet lainnya lihat (tabel 1.2).

10. Seandainya batu-batuan Mars terdiri dari benda hitam, berapa temperatur Mars pada saat berada di posisi Zenit terhadap Matahari? Berapa temperatur di daerah tropisnya? Mars sebenarnya bukan planet gelap, mempunyai albado 0,15 (Bumi 0,34). Bagaimana perubahan ramalan di atas? Apa yang dapat anda katakan tentang pengaruh atmosfernya? (lihat Bab 11).

11. Mariner 7 dan 9 berhasil merekam tekanan atmosfer di dekat permukaan Mars, yaitu 10 mb dan 25 km di atasnya sekitar 1 mb. Dapatkah diramalkan terdiri dari aapa saja atmosfer Maars (Pakai hasil perhitungan soal 5.4.9)? Buat pula ramalan temperatur untuk kutubnya, musim dingin dan panas (paling tidak secara kualitatif)!

12. Pada saat Mariner 9 melanglang buana pada September 1971, tercatat dalam pengamatan ruang angkasa (terestial) bahwa di Mars terjadi badai debu yang hampir menyelimuti seluruh permukaannya. Pada saat Mariner 9 kembali lagi pada bulan Nofember, tidak tercatat sautupun data-data tentang konveksi. Tercatat bahwa Mars masih ditutupi debu dengan nyata pada Februari 1972. Perkiraan ukuran partikel debu yang terdaapat di Mars pada saat terjadinya badai tersebut. Bandingkan dengan kecepatan jatuh di Bumi. (Gunakan data-data pada soal 5.4.9 dan teori gesekan dalam untuk gas). Jika awan "cemerlang" akibat letusan Krakatau masih terlihat hingga 10 tahun kemudian, yaitu hingga 1/2 sampai 3/4 jam setelah tebenamnya matahari, Berapa tanggi dan ukuran partikel-partikel tersebut tidak berada di stratosfir dalam saat yang lama?

13. Berikan perkiraan diameter atmosfir Mars terpendek. Apakah di Mars terdapat pula troposfir dan berapa ketebalannya? Apakah terdapat pula ozonfir? Jika tidak aapakah terdapat kemungkinan makhluk hidup di Mars? Apakah terdapat ionosfir dan dimana ia bermula? Apakah prinsip rumah kaca berperan penting disini?

### Soal 5.5

1. Tunjukkan ciri proses irreversibel seperti rambatan panas dari benda lebih panas ke benda lebih dingin, perubahan kerja menjadi panas melalui gesekan, ekspansi gas tanpa kerja, campuran dua macam gas dengan pertambahan entropi.
2. Berapa perubahan entropi yang muncul pada campuran kartu disortir sebelumnya, sebuah kotak yang digoncangkan, pada saat awal bagian atas kotak berisi pasir berwarna putih dan di bawahnya hitam?
3. Suatu molekul protein adalah rantai asam amino tertentu, untuk setiap protein mengandung susunan karakteristik protein tersebut. Berapa besar entropi di dalam tubuh anda untuk asam amino yang

terapat di dalam protein, jika dianggap bahwa asam amino di dalam protein tercampur secara sembarang, seperti lemparan dadu? (Diketahui bahwa berat molekul rata-rata asam amino 100, tubuh manusia mengandung protein 20%).

4. Jika campuran menyebabkan pertambahan entropi, mengapa air tidak dapat dicampur dengan minyak? Apakah dapat dikatakan bahwa pemanasan atau pendinginan membuat campuran lebih baik?

5. Kita tidak mencampurkan pasir putih dan hitam ke dalam kotak, melainkan ke dalam panci besi. Maka apakah akan terjadi campuran akhir sempurna dan apa saja kondisinya? (Sedapat mungkin jelaskan secara kuantitatif).

6. Massa Oksigen lebih besar dari Nitrogen, maka tentunya perbandingan campuran Nitrogen akan lebih besar semakin tinggi jarak dari permukaan Bumi. Akan tetapi berdasarkan pengamatan hal tersebut tidak terjadi. Bagaiman hal ini dapat dijelaskan? Terdapat dua hal tentang efek entropi: 1. campuran akhir memberikan penurunan entropi dan. 2. Seandainya setiap gas mempunyai distribusi ketinggian mempunyai skala tinggi masing-masing maka harga entropi akan mencapai maksimum. Ramalan kedua efek tersebut, man yang terbesar?

7. Sebuah molekul super mengandung  $N$  anggota, masing-masing anggota mempunyai panjang (ara) berbeda sebesar  $L$  relatif terhadap anggota sebelumnya. Agar molekul mempunyai susunan tertentu, misalnya haruslah tiap anggota terdapat sepanjang jarak  $L$  masing-masing. Berapa besar kemungkinan dan entropi ikatan tersebut, jika panjang  $L$  mempunyai kemungkinan yang sama, yaitu secara geometris murni masing-masing mempunyai probabilitas  $\pi$ ? Selain itu masing-masing mempunyai probabilitas energi potensial sebesar  $\epsilon$ . Berapa besar kemungkinan energi potensial untuk suatu susunan tertentu? Berapa besar pengaruh temperatur? Mengapa energi bebas dalam hal ini memegang peran penting pula?



8. Suatu gas terdiri dari campuran molekul-molekul, yang secara prinsip saling melangsungkan kegiatan dan dari molekul-molekul sebagai hasil dari reaksi (misalkan:  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$  dan  $\text{H}_2\text{O}$ ). Berapa besar energi bebas  $G$  campuran tersebut? (Jangan lupa dengan entropi campuran). Sekarang, dengan melakukan percobaan: Sekarang biarkan salah satu dari bahan tersebut bereaksi, dengan dasar persamaan reaksi, lakukan juga perubahan kandungan bahan lainnya (pasangan reaksi "lenyap" dan muncul hasil reaksi). Dalam kondisi ini bagaimana perubahan  $G$ ? Bagaimana diketahui apakah dalam reaksi terdapat harga  $G$  minimum atau tidak dan bagaimana kondisi untuk itu?

9. Mesin mobil: Berapa perbandingan optimal campuran bahan bakar mesin? Harga pembakaran bensin (misalnya Oktan  $\text{C}_8\text{H}_{18}$ ) adalah sekitar 9000 cal/g. Berikan harga tekanan dan temperatur yang terdapat setelah mesin dihidupkan, jika panas yang hilang disilinder dan penghisap dapat diabaikan; bandingkan dengan kompresi secara teknis. Apakah perubahan Mol berpengaruh terhadap tekanan perubahan? Berapa temperatur gas buangan? Berapa besar efisiensi mesin pada keadaan ideal? Apa kelebihan mesin diesel?

10. Sebuah mesin yang mengikuti "proses Carnot diferensial" memerlukan bahan bakar yang bukan gas ideal. Proses yang terjadi di dalam mesin adalah sama dengan mesin Carnot yaitu: proses ekspansi isotermik dan adiabatik, proses kompresi isotermik dan adiabatik. Semua perubahan yang terjadi di dalam proses ini dianggap sangat kecil, khususnya dalam proses perubahan volume isotermik, sehingga tekanan pada cabang proses isotermik dapat dipandang konstan. Perubahan temperatur pada proses adiabatik dianggap kecil sehingga perubahan volume pada proses adiabatik adalah kecil dibanding dengan yang terjadi pada proses isotermik (apakah hal ini selalu dapat dicapai?, gambarkan di dalam diagram  $p$ - $V$ !). Apa yang terjadi dengan kerja yang dilakukan oleh masing-masing selinder? Sifat bahan bakar diketahui mengandung kekurangan: Dari bahan A hanya diketahui, bahwa energi dalamnya  $E$

tidak bergantung volume, hanya bergantung temperatur (seperti terjadi pada gas ideal pada percobaan Gay-Lussac). Sedangkan pada bahan bakar  $B$   $E$  proporsional terhadap volume:  $E) = uV$ , dengan kerapatan energi  $u$  bergantung terhadap temperatur  $T$ . Pada bahan bakar  $B$  andaikan diketahui bahwa  $u = 3p$  (radiasi benda hitam, lihat 12.1.2). Misalkan bahan bakar  $C$  mempunyai  $E \sim V^{2/3}$  dan  $E$  praktis tidak bergantung terhadap  $T$  (gas Fermi). Jelas bahwa  $E$  untuk semua kasus ini adalah bergantung  $T$ ; tetapi pertanyaannya sekarang adalah bagaimana ketergantungan tersebut? Nyatakan efisiensi mesin tersebut dalam perubahan  $T$ ,  $dT$ , kerja total  $d^2W$ , pengambilan panas  $dQ$  pada proses ekspansi isotermik. Nyatakan  $d^2W$ , dalam  $p(T)$  dan perubahan volume dan nyatakan pula  $dQ$  berdasarkan hukum utama termodinamika. Apa hubungan umum yang diperoleh antara  $dQ/dT$ ,  $T$ ,  $p$  dan  $dE/dV$ ? Gunakan hal tersebut untuk masing-masing bahan bakar  $A, B$  dan  $C$  dan cari hubungan: bagaimana bentuk  $p(T), u(T)$  untuk bahan bakar  $B$ ? Bagaimana ketergantungan  $E$  terhadap  $V$  dan  $T$ ? Apakah akan diperoleh persamaan keadaan?

11. Pada permukaan Matahari yang terlihat (fotosfir) terdapat kerapatan  $0,01 \text{ g/cm}^3$ , pada kedalaman kira-kira  $50000 \text{ km}$  terdapat kerapatan  $1 \text{ g/cm}^3$ . Berapa temperatur yang terdapat pada kedalaman tersebut? Apa yang dapat anda katakan dengan rumus Saha Gambar 8.8 tentang keadaan ionisasi hidrogen pada permukaan dan kedalaman tersebut, bandingkan dengan udara lembab. Darimana asalnya kecenderungan kenaikan gas menjadi besar? Apakah dapat anda harapkan bahwa dipermukaan atmosfir Matahari adalah lapisan adiabatik stabil? Jika tidak, bagaimana lapisan atmosfir tersebut dapat dibayangkan? Bandingkan dengan tutup panci datar di atas oven listrik yang diisi sedikit air (coba amati struktur konveksi yang terjadi). Coba membuat perhitungan dengan cara kuantitatif.

12. Turunkan hubungan antara kerapatan energi dan tekanan cahaya di dalam suatu medan radiasi cahaya isotropik dengan memandang radiasi sebagai foton, foton adalah partikel yang mempunyai energi  $h\nu$  dan momentum  $h/\lambda$  yang bergerak dengan kecepatan cahaya  $c$ . Apakah

hubungan di atas bergantung dari besaran-besaran tersebut, apakah radiasi cahaya dapat dianggap sebagai radiasi benda hitam?

13. Suatu volume terdapat medan radiasi cahaya isotropik yang mengembang secara adiabati. Bagaimana perubahan kerapatan energi dan tekanan? Jika medan radiasi cahaya adalah benda hitam dan tetap (dapatkah dibuktikan?), bagaimana dengan perubahan temperatur? Pada tahun 1965 Penzias dan Wilson berhasil mengungkap suatu radiasi benda hitam dengan temperatur  $T = 2,7$  K di luar angkasa. Berapa besar kerapatan energinya dan dimana letak spektrum maksimumnya? Bandingkan intensitasnya dengan radiasi gelombang radio Matahari. Radiasi ini diartikan sebagai akibat kelahiran elemen-elemen, yang berhubungan dengan ekspansi Hubble (pengenceran) materi alam semesta terhadap waktu, yaitu pada saat temperatur dan kerapatan alam semesta seluruhnya (tidak hanya bintang-bintang yang pada zaman dahulu belum terbentuk) cukup untuk terjadinya reaksi termonuklir sehingga terbentuk inti-inti berat. Pada saat ini kerapatan materi alam semesta adalah  $10\text{-}26$  g/cm<sup>3</sup> (lihat 15.4.5). Buatlah ekstrapolasi kembali. Apakah diperoleh harga-harga  $T$  dan  $e$  yang logis dari reaksi termonuklir tersebut? Berapa sebenarnya umur alam semesta, saat materi terbentuk?

### Soal 5.6

1. Mengapa seorang pilot roket pada saat terjun tidak hanya memerlukan alat pernafasan tetapi juga baju tahan tekanan rendah? Pada ketinggian berapa baju tersebut tidak lagi dapat dipakai? Petunjuk: darah menjadi mendidih!

2. Berapa banyak uap air yang dapat diperoleh setiap menitnya jika, a) 1 ton arang (panas pembakaran 600 kcal/kg) dipanaskan selama 1 jam; b) pada pusat energi tenaga air (tinggi air terjun 100 m, jumlah volume air yang jatuh per detik adalah 1 m<sup>3</sup>/det) untuk membangkitkan tenaga listrik sehingga dapat dipakai untuk pusat pemanas ruangan? Misalkan efisiensi transfer energi pada kasus a) adalah 50% dan pada kasus b) adalah 80%.



3. Gambarkan diagram  $p$ - $T$  untuk air. Data-data dapat diambil dari Tabel 5.10 dan 5.13, demikian pula persamaan, dapat dipakai persamaan 5.84. Apa yang berubah pada gambar 5.34? Dimana letaknya titik tripel berdasarkan data ini? Buat pula diagram  $p$ - $V$  dengan menggunakan persamaan Van Der Waals, sejauh memungkinkan! Gunakan kedua diagram ini untuk menjawab soal-soal selanjutnya! Apakah dengannya dapat dijelaskan pembentukan embun.

4. Peran apa yang diberikan oleh anomali kerapatan air terhadap struktur molekulnya (lihat 16.4.7)? Sifat-sifat apa lagi dari air yang bergantung pada anomali ini?

5. Suatu hari di bulan April seseorang mencatat temperatur sebagai berikut:

Waktu [jam]	Temp. [eC]	Waktu [jam]	Temp. [eC]
12	19	22	+4
14	20	24	+1
16	18	2	-1
18	13	4	-2
20	8	6	+1

Kelembaban relatif pada jam 14 adalah 30%. Gambarkan diagram temperatur-waktu. Pada jam berapa akan terdapat pembentukan embun? (Asumsi: kelembaban relatif adalah tetap konstan). Berapa banyak air yang jatuh hingga pagi hari sebagai embun? Asumsi: embun berasal dari lapisan udara yang tebalnya 10 m. Bandingkan dengan hujan rintik-rintik kecil, kira-kira 0,1 mm. Mengapa para petani menjadi senang jika terdapat embun walaupun sebelumnya telah terjadi hujan? Berapa letak ketinggian batas bawah dari awan, jika ketinggian relatifnya tidak mengalami perubahan dan temperatur adalah seperti biasa hanya turun sekitar 1eC?

6. Udara yang berada di permukaan Bumi dengan temperatur  $T$  dan kelembaban  $f$  naik ke atas. Bagaimana perubahan temperatur dan kelembaban terhadap ketinggian? Di mana mulai terbentuknya awan? Bagaimana pengaruh adanya kondensasi terhadap kenaikan udara tersebut? Mengapa angin panas tetap panas dan kering? Perhatikan peran inti kondensasi!

7. Mengapa anjing menggonggong, mengapa ia selalu mengeluarkan lidahnya dan mengapa lidahnya selalu meneteskan air pada dan setelah berlomba atau berlari? Ambil contoh-contoh yang mirip untuk itu, seperti daya yang diperlukan untuk mendaki gunung dan hitunglah secara kuantitatif, tetapi dengan ketepatan yang berarti. Apakah anjing akan mempunyai daya yang sama besarnya jika cairan di dalam tubuhnya adalah etanol atau eter?

8. Turunkan kurva tekanan uap dan persamaan Clausius-Clapeyron secara kinetik; setiap partikel uap yang muncul di permukaan cairan, harus tetap berada sesamanya: setiap partikel zat cair, yang berjarak lebih kecil dari  $d$  di permukaan zat cair dan mempunyai energi yang cukup dapat meninggalkan zat cair; dibayangkan bahwa partikel-partikel zat cair bergetar dengan frekuensi  $\nu_0 \sim 10^{13}$  Hz, yaitu dalam waktu  $10^{-13}$  bergerak. Bagaimana dengan perbandingan keduanya? Apa artinya jika tercapai kesetimbangan? Apakah terdapat harga  $d$  yang sesuai? Dapatkah anda berikan harga kecepatan pencairan? Apakah kecepatan pencairan praktis selalu terjadi? Jika tidak mengapa?

9. Dua bejana yang terisolasi baik diisi air dengan jumlah yang sama, akan tetapi bejana pertama dengan air bertemperatur  $100^\circ$  dan kedua  $50^\circ\text{C}$  dan keduanya secara bersamaan diletakkan di dalam lemari pendingin rendah. Apakah anda percaya keanehan, bahwa bejana yang berisi air  $100^\circ\text{C}$  akan terlebih dahulu timbul es?

10. Tabel teknis memberikan dua harga panas suatu bahan bakar  $H_u$ : jika air pembakaran tetap membentuk uap dan  $H_o$ : jika air mengalami

kondensasi. Apa perbedaan kedua harga di atas? Angka yang mana yang akan dipakai dalam teknik pemanas ruangan, mesin mobil dan mesin roket?

11. Berapa besar pergeseran titik lebur es jika terdapat kenaikan tekanan sebesar 1 atm? Benarkah bahwa pemain ski dan ice *scating* akan menjadi mudah jika terdapat tekanan lebur? Apakah bentuk sepetu ice *scating* mempengaruhi? Bagaimana jika es adalah es  $\text{CO}_2$ ?

12. Pelajari dengan menggunakan gambar 5.35 pembuatan dan penggunaan  $\text{CO}_2$  cair: tekanan rendah dalam botol berisi  $\text{CO}_2$ , kerapatan  $\text{CO}_2$  cair? Apa yang terjadi? Mengapa dalam hal ini terjadi pula salju?

13. Tentukan konstanta Van Der Waals untuk  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  dari tabel 5.13 dan periksalah untuk itu kejadian pencairan gas pada 6.6.

14. Di mana letak data titik kritis, temperatur, tekanan, volume untuk suatu gas Van Der Waals? Bandingkan dengan gambar 5.35!

15. Gambarkan kurva van der Waals, misalnya untuk air berdasarkan data dari tabel 5.13. Berlaku pulakah untuk daerah tekanan negatif dan apakah kondisi tersebut mempunyai arti fisis? Apakah cabang keadaan cair pada kurva menggambarkan hal sebenarnya secara kuantitatif? Apa artinya cabang *AB* dan *CD* (lihat gambar 5.35? Apakah keadaan tersebut ada? Pertanyaan yang sama untuk *BCD*! Di mana letaknya tekanan uap dalam keadaan setimbang?

### Soal 5.7

1. Sebuah pipa yang sangat panjang, di bagian bawahnya ditutup melalui sebuah membran semipermeabel, dapat melewati air akan tetapi tidak dapat dilewati oleh ion-ion garam dan diletakkan tegak lurus di dalam air laut. Permulaan diperoleh bahwa bagian pipa yang terendam air laut kosong (mengapa?). Pada suatu kedalaman tertentu (berapa?) tekanan hidrostatik melewati tekanan osmotik ion-ion dan



air dapat ditekan ke dalam pipa. Pipa dimiringkan lebih jauh. Berat jenis air laut lebih besar dari air  $\varsigma \approx 1,03$ , tetap permukaan air di dalam pipa tidak pada ketinggian semula, melainkan agak naik sedikit (mengapa?). Akhirnya diperoleh permukaan (kapan?) malahan lebih: air akan melewati batas pipa bagian atas. Untuk aspek keadaan bahaya dilaut diperoleh suatu bentuk energetik: Air yang meluncur dari pipa dapat dipakai untuk menggerakkan turbin. Sementara pipa yang panjang semacam itu akan menarik para turis, sementara itu jika dibuat suatu danau garam, diperoleh pula produksi garam, dapat pula ditunjukkan memperoleh sumber energi baru untuk memasak kueh dan dapat dibangun restoran-restoran. Apa mungkin hal tersebut dapat dilakukan sejauh itu?

2. Pada temperatur berapa air laut mendidih atau membeku dianggap bahwa konsentrasi air laut adalah  $35 \text{ g/cm}^3$  atau dapatkah anda meramalkan atau mengukurnya lebih pasti kandungan air laut? Cari titik penguapan dan beku masing-masing kandungannya?

3. Dengan alasan yang sama seperti pada penurunan tekanan uap osmotik dapat pula dibuat ramalan tentang tekanan uap di dalam pipa kapiler, di dalamnya akan terjadi kenaikan atau penurunan tegangan permukaan. Bagaimana ketergantungan tekanan uap terhadap bentuk permukaan? Pakai rumusan tersebut untuk mencari pembentukan tetesan embun: Pada tekanan jenuh berapa diperlukan sehingga akan terbentuk tetesan berjari-jari  $r$ ?

4. Pada masa yang lalu pembuat es mendinginkan esnya dengan menggunakan larutan garam. Untuk mencairkan hidran biasanya dengan menaburkan garam di atasnya. Penyebab apa yang dapat timbul dari garam yang dapat menimbulkan pengaruh yang berlawanan?

5. Ciumlah campuran pendingin mobil anda. Mengapa digunakan campuran Etilen glikol atau Gliserin? Apakah masih terdapat bahan campuran lain yang mempunyai titik beku lebih rendah dari kedua bahan di atas?

## Index

- Atwood
  - pesawat, 184
- Avogadro
  - hukum, 498
  - konstanta, 503
- Bernoulli, Daniel
  - persamaan, 301
- Bernoulli
  - persamaan dinamik gas, 308
- Boltzmann
  - distribusi, 521
  - konstanta, 504
- Bovle-Mariotte
  - hukum, 248
- Carnot
  - mesin, 550
  - efisiensi, 559
  - proses siklik, 556
- Cavendish
  - percobaan, 99
- Derve-Sears
  - metode, 443
- Dulong-Pett
  - kaedah, 484
- Einstein
  - relasi, 521
- Fourier
  - spektrum, 374
  - transformasi, 424
- Galilei
  - Galileo, 25
  - prinsip kelembaman, 25
- Hantel
  - model, 510
- Helmholtz
  - kaedah pusaran, 279
- Huygens-Fresnel
  - prinsip, 428
- Huygens
  - prinsip, 427
- Isaac Newton
  - (1643-1727, 26

- Joule-Thomson
  - efek, 605
- Karman
  - jalan pusaran, 314
- Kepler
  - Johannes, 111
  - hukum, 111
- Kund
  - pipa, 440
- Linde
  - prosedur, 608
- Loschmidt
  - bilangan, 503
- Mach
  - bilangan, 436
- Maxwell
  - Distribusi, 522
- Mohs
  - tingkat kekerasan, 338
- Nernst
  - formulasi, 581
- Newton
  - prinsip aksi, 202
  - tahanan aliran, 298
- Newton, Isaac, 97
- Peltier
  - efek, 611
  - pendingin 614
- Preiffer
  - tabung, 618
- Pierce
  - interferometer, 442
- Pitot
  - pipa, 302
- Planck
  - konstanta, 504
- Poisson
  - bilangan, 325
- Pomeranschuk
  - efek, 616
- Quink
  - pipa resonator, 440
- Rayleigh
  - lempengan, 451
- Reynolds
  - bilangan, 297
- Steiner
  - hukum, 191
- Stoke
  - hukum, 91, 93, 279
  - tahanan aliran, 298
- Toricelli
  - vakuum, 582
- Torricelli, evangelista (1643)
  - percobaan 303
- Young
  - modulus, 334
- Van Der Waals



- persamaan keadaan, 600
- absorpsi
  - koefisien, 515
  - gelombang suara, 457
- adhesi, 265
- adiabatik
  - pengembangan, 557
- air raksa, 479
- aksi
  - prinsip, 28
- akustik
  - sinyal, 423
- aliran
  - inkompresibel, 270
  - medan, 295
  - potensial, 312
  - sirkulasi, 318
  - stasioner, 269, 287
  - turbulen, 294
- aliran laminar, 283
- Aliran panas, 528
- amorf, 235
- arus panas, 528
- aturanfasa, 597
- autokorelasi
  - fungsi, 323
- bandul
  - fisis, 194
  - gerak osilasi, 194
- matematis, 72
- pegas, 195
  - rotasi, 194
- barometer, 251
  - air raksa, 251
  - aneroid, 251
- besaran, 2
  - dasar, 10
  - keadaan
    - entropi, 571
    - turunan, 10
- bidang perut, 415
- bidang simpul, 415
- bunyi, 458
- cepat suara, 448
- daya, 55
- derajat kebebasan, 509
- desibel, 454
- difreksi
  - contoh kisi, 431
  - gelombang melalui celah, 430
- difusi, 538
  - pompa, 539
- dimensi, 10
- disonansi, 374
- dispersi, 420, 475
  - anomali, 476
  - kondisi, 448
  - normal, 475

- distribusi serbasama
  - hukum, 508
- efek, 201
- efek kuantum
  - konstanta, 504
- efek quantum, 201
- effusiometer, 305
- ekstingsi
  - koefisien, 457
- ekuipartisi
  - hukum, 508
- elastis
  - bentuk zat padat, 234
  - volume zat cair, 234
  - volume zat padat, 234
- elektroakustik
  - sumber ultrasonik, 470
- endapan, 618
- energi
  - air, 83
  - angin, 83
  - bebas, 578, 581
  - geotermal, 83
  - hukum kekekalan, 54
  - kinetik, 46
  - mekanik, 47, 52
  - potensial, 47, 52
  - gravitasi, 103
- terikat, 581
- enthalpi, 607
  - bebas, 613
- entropi, 568
  - besaran keadaan, 571
  - sebagai probabilitas, 574
  - spesifik, 571
- fase, 583
  - pergesaran, 366
- fluiditas, 282
- fon, 460
- fonometri, 460
- frekuensi
  - gelombang hypersonik, 471
  - gelombang ultrasonik, 468
- gerak presisi gasing, 210
- getaran, 40
  - melingkar, 41
- modulasi, 425
- sudut
  - getaran teredam, 359
  - getaran tidak teredam, 358
- fusi, 86
- gambaran konformal, 280
- gas, 234
  - ideal, 498
  - real, 499
  - teori kinetik, 499
- gasing, 205
  - bebas gaya, 205

gerak presisi, 207  
 sumbu figur, 206  
 titik berat, 206  
 gaya, 25  
   angkat, 244, 245  
   angkat efektif roket, 60  
   berpasangan, 187  
   elastik, 39  
   gesek, 90  
   jarak dekat, 117  
   jarak jauh, 117  
   kelembaman, 119  
   kerapatan, 285  
   koriolis, 122  
   normal, 91  
   pasang-surut, 105  
   sentral, 36, 56, 202  
   sentrifugal, 36, 120  
   sentripetal, 36  
   tunggal, 187  
 gelombang, 401  
   akustik, 423  
   berkas, 402, 428  
   bola, 402, 416  
   datar, 410  
   diam, 421  
   elementer, 427  
   harmonik, 410  
   hypersonik

frekuensi, 471  
 intensitas, 452  
 interferensi, 416  
   saling menghilangkan, 417  
   saling menguatkan, 417  
 jejak, 423  
 kecepatan  
   penjalaran, 401  
 kecepatan grup, 419  
 kuat rambatan, 452  
 longitudinal, 412  
 modulasi amplitudo (AM), 424  
 permukaan, 402  
 selinder, 416  
 suara  
   longitudinal, 448  
 superposisi  
   prinsip tidak terganggu, 417  
 transversal, 412  
 tumbukan, 461  
 ultrasonik, 442  
   frekuensi, 468  
 gerak  
   melingkar beraturan, 37  
   serba sama, 22  
 gerak presisi, 209  
 gesekan  
   kekentalan, 91  
   koefisien, 91



- luncur, 90
- statik, 90
- sudut, 212
- getar
  - batas, 381
- getaran
  - amplitudo, 37
  - aperiodik, 361
  - aas pertama, 380
  - dasar, 377, 380
  - eigen
    - kedua, 380
  - faktor kualitas, 360
  - fase, 38
  - frekuensi modulasi, 373
  - harmonik, 37, 370
    - beda fase nol, 371
    - beda fase n, 371
    - beda frekuensi, 371
    - superposisi, 371
    - tidak periodik, 371
  - kuasi bebas, 367
  - kuasi statik, 366
  - longitudinal, 379
  - pada garpu tala, 385
  - perlahan, 361
  - pertama, 380
  - tekanan simpul, 382
  - teredam, 357, 361
  - termodulasi, 373
  - tidak teredam, 357
  - titik perut, 382
  - titik simpul, 382
  - torsi, 385
  - transversal, 379
  - gravitasi
    - hukum, 97
    - konstanta, 101
    - medan, 101
    - medan konservatif, 102
    - potensial, 103
  - harga hantaran temperatur, 533
  - harga panas transisi, 530, 532
  - harga tahanan aliran, 311
  - hemolisa, 620
  - hidrodinamika
    - teori kemiripan, 297
  - hidrostatik
    - paradoks, 243
    - timbangan, 246
  - higrometer, 588
  - titik tau, 589
  - hipertonik
    - larutan, 619
  - hipotonis
    - larutan, 619
  - hukum
    - Avogadro, 498

- Bovle-Mariotte, 248  
 Kepler, 111  
 Steiner, 191  
 Stoke, 91, 93, 279  
 distribusi serbasama, 508  
 ekuipartisi, 508  
 grafitasi, 97  
 kekkalan energi, 54  
 kekekalan momentum, 48  
 kekekalan momentum engular, 57  
 ketiga termodinamika, 561  
 kuantitas panas, 483  
 pembiasan, 429  
 refeksi, 428  
 titik berat, 50  
 hypersonik  
     gelombang, 471  
 Hypsotermometer, 587  
 inersial  
     sistem, lihat kelembaman, 120  
 interferensi  
     bilangan, 431  
 irreversibel  
     proses, 562, 564  
 isentropi, 572  
 isobarik  
     proses, 555  
 isoeternik  
     proses, 555  
 isokhorik  
     proses, 555  
 isoternik  
     kopresi, 557  
     titik balik, 599  
 isotonik  
     larutan, 619  
 jalan bebas rata-rata, 513  
 kalori, 483  
 kalorimeter, 549  
     campuran, 486  
     harga air, 487  
 kapasitas panas, 483  
 kapasitas panas jenis, 483  
 kapasitas panas molar, 484  
 kapilaritas, 266  
 kapiler  
     depresi, 267  
 kavitasi, 307  
     aliran sempurna, 307  
     ultrasonik, 307  
 kecepatan  
     aliran potensial, 279  
     amplitudo, 448  
     fase, 419  
     gelombang  
         penjalaran, 401  
     grup gelombang, 419  
     kosmik orde kedua, 67

- kosmik orde pertama, 67
- lintasan, 33
- luncur parabolik, 67
- rata-rata, 21
- sudut, 33
  - rotasi benda tegar, 189
  - sudut serbasama, 189
- kekerasan suara, 452
- kelembaban
  - absolut, 588
  - maksimum, 588
  - relatif, 588
- kelembaman
  - gaya, 117
  - prinsip, 28
  - sistem, 118, 119
- kerapatan
  - arus, 271
  - arus, panas, 532
  - parsial, 538
  - sumber panas, 534
- keras suara, 459
- kerja
  - pada benda berrotasi, 183
  - virtual
    - prinsip, 184
- kesalahan
  - batas, 17
  - sistematik, 17
- kilogram arsip, 27
- kisi
  - konstanta, 431
- koefisien
  - gesek dalam, 281
- koefisien
  - absorpsi
    - gelombang suara, 457
  - difusi, 538
  - elastisitas, 402
  - viskositas, 281
- koefisien gesek
  - diam, 211
  - dinamis, 213
  - statik, 211
- kohesi, 265
- kompresi
  - zat cair, 234
- kompresibilitas, 240, 326
- kondensasi, 589
- konduktifitas panas, 529
- konsentrasi, 617
- konveksi, 537
- korelasi
  - fungsi, 322
- kovolume, 600
- kuantitas panas
  - hukum, 483
- larutan



- jenuh, 618
- pengertian, 617
- logaritma penyusutan, 359
- manometer, 238
  - cairan, 249
- massa, 25
  - pembawa, 27
  - test, 102
  - titik, 5
- medan
  - disipatif, 51
  - elektrostatik, 51
  - gravitasi, 51
  - konservatif, 51
  - vektor, 269
- meniskus, 266
- mikrofon, 438
- mikrofon kondensator, 452
- mikroskop fase kontras, 426
- mobile perpetum, 550
- mobile perpetuum
  - orde kedua, 562
- modulasi
  - amplitudo, 423
  - fase, 424
  - frekuensi, 425
- modulus
  - elastisitas, 324
  - geser, 328
  - kompresi, 327
  - regangan, 324
  - torsi, 328, 385
- momekromator
  - berkas molekul, 526
- momen gaya, 188, 206
- momen inersia
  - prinsipal, 207
- momen kelembaman, 189
- momentum
  - hukum kekekalan, 48
  - total, 48
  - transfer, 74
- momentum angular, 58, 200, 206
  - hukum kekekalan, 57
- momentum putar, 110
- muai
  - panjang
    - koefisien, 488
  - volume
    - koefisien, 490
- muai panjang, 487
- nada, 458
  - warna, 459
- neper, 454
- osilograf, 438
- osmotis
  - larutan, 619
- panas

- laten, 581
- lebur
  - spesifik, 595
- mekanis ekuivalen, 506
- penguapan molar, 589
- penguapan spesifik, 589
- reduksi, 559
- spesifik, 483
- pancaran panas, 527
- panjang
  - gelombang, 403
- paramagnetik, 616
  - bahan, 613
- pegas
  - konstanta, 40
- pembiasan
  - hukum, 429
- Penampang lintang tumbukan, 513
- pengembunan, 589
- percepatan
  - gaya berat, 102
  - koriolis, 123
  - normal, 24
  - rata-rata, 23
  - sentripetal, 36
  - sudut
    - rotasi benda tegar, 193
  - tangensial, 23
- pergeseran
  - posisi, 20
- periode
  - getaran
    - bandul fisis, 195
    - bandul rotasi, 194
- persamaan
  - Bernoulli, Daniel, 301
  - Poisson, 553
  - adiabatik, 553
  - dinamik gas BERNOULLI, 308
  - keadaan, 498
  - Van der waals, 600
- persen berat, 617
- piezoelektrik
  - bahan sumber ultrasonik, 442
- pipa berhubungan, 243
- pirometer, 482
- pirometri, 7
- pisometer, 240
- plasma, 467
- plasmolisa, 620
- plastis, 234
- pneumatik
  - pembakar, 555
- potensial
  - aliran, 279, 318
  - kecepatan aliran, 279
  - medan, 51
  - medan gaya, 279

probabilitas, 575  
 pusaran, 317  
     bebas, 318  
     cincin, 318  
     intensitas, 319  
     kuat, 317  
     pusat, 318  
     sumbu, 318  
 pusat semu, 248  
 radial  
     ukuran sudut, 13  
 rapat suara, 453  
 reaksi  
     prinsip, 28  
 refleksi  
     hukum, 428  
     sudut, 429  
 regangan, 324  
 relativitas  
     teori, 116  
 resonansi  
     getaran, 364  
     maksimum getaran, 368  
 resonator  
     Helmholtz, 386  
 ruang kecepatan, 523  
 satuan  
     atm, 249  
     mmHg, 249

sistem CGS, 9  
 sistem SI, 9  
 torr, 249  
 semipermiabel  
     dinding, 318  
 sirkulasi, 317  
     integral, 278  
 sistem koordinat  
     acuan, 115  
     rotasi, 120  
 sistem tertutup, 48  
 spektrum  
     diskrit  
         peristiwa periodik, 390  
     getaran, 374  
     harmonik, 383  
     kontinu  
         peristiwa aperiodik, 390  
     kontinu getaran, 374  
 suara  
     dinding, 435  
 sublimasi, 596  
 sudut  
     jatuh, 429  
 sumber kerapatan  
     aliran, 274  
 sumbu rotasi, 187  
     sesaat, 206  
 tahanan



- akustik, 450
- aliran, 296
- gelombang suara, 450
- gesekan maksimum, 211
- tegangan, 324
- Tekanan
  - hidraulik, 239
- tekanan
  - acak pada aliran turbulen, 296
  - amplitudo, 450
  - faktor koreksi,  $a/V_{mol}^2$ , 600
  - gelombang suara, 453
  - kapiler, 267
  - kohesi, 261, 267
  - kritis, 599
  - lebur, 594
  - parsial, 538
  - tarik, 238, 242
  - uap, 582
    - kurva, 585
- temperatur, 479
  - kritis, 599
  - lebur, 594
- temperatur inversi, 607
- termodinamika
  - hukum ketiga, 581
  - kala, 566
- termometer, 482
  - Kelvin, 481
- alat ukur temperatur, 482
  - alat ukur temperatur, 482
  - radiasi, 482
  - skala
    - Celcius, 480, 481
    - Kelvin, 481
    - termodinamika, 481
  - tahanan listrik, 482
  - zat cair, 482
- termometri, 482
- titik berat, 49, 188
  - hukum, 50
- titik massa, 189
- titik nol absolut, 493
- titik tau, 588
- titik tripel, 596
- tumbukan
  - elastik, 74
  - inelastik, 74
  - sentral, 75
- turbulen
  - tahanan aliran, 322
- turbulens
  - aliran, 283
- turbulensi
  - bilangan derajat, 311
- ukuran, 6
- virial
  - kaedah, 87

07-6253

526

viskositas

metode kapiler, 291

viskositas

metode bola, 291

volume

faktor koreksi, b, 600

volume normal mol, 498

waktu relaksasi termis, 533

zat

cair, 234

padat, 233

PERPUSTAKAAN  
PUSAT PEMBINAAN DAN  
PENGEMBANGAN BAHASA  
DEPARTEMEN PENDIDIKAN  
DAN KEBUDAYAAN

URUTAN

9 6 - 0157