



e-Modul

MATEMATIKA



**Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah
Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Atas
2019**

Daftar Isi

Daftar Isi

Penyusun

Peta Konsep

Glosarium

Pendahuluan

Identitas Modul

Kompetensi Dasar

Deskripsi

Petunjuk Penggunaan Modul

Materi Pembelajaran

Kegiatan Pembelajaran

1. Tujuan

2. Uraian Materi

3. Rangkuman

4. Latihan Essay

5. Penilaian Diri

Evaluasi

Daftar Pustaka



Sistem Pertidaksamaan Dua Variabel

Penyusun :

Liza Salfina, S.Pd.
SMAN 1 Batam

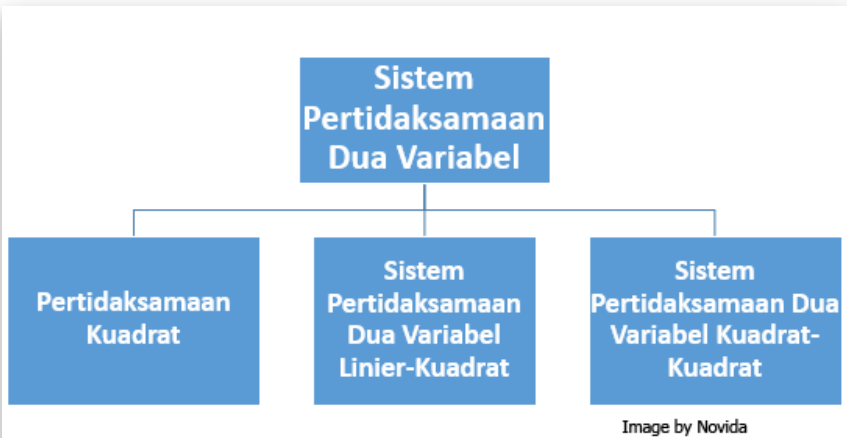
Reviewer :

Ariyan Pradana, S.Pd.

Validator :

Fitriyani, S.Pd.

Peta Konsep



Gambar :

Peta Konsep : (Sumber:
<http://mathedushare.blogspot.com/2016/11/sistem-pertidaksamaan-dua-variabel-linier-kuadrat-dan-kuadrat-kuadrat.html>)



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Glosarium

Koordinat kartesius : untuk menentukan tiap titik dalam bidang dengan menggunakan dua bilangan yang biasa disebut koordinat x dan koordinat y

Kurva : dalam matematika kurva adalah objek geometri yang merupakan satu dimensi dan kontinu, garis lengkung

Parabola : bagian kerucut yang merupakan irisan antara permukaan suatu kerucut melingkar dengan suatu bidang datar

Persamaan Linear : sebuah persamaan aljabar yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dengan variabel tunggal

Persamaan Kuadrat : suatu polinomial (suku banyak) yang memiliki derajat dua

Pertidaksamaan : kalimat/ Pernyataan matematika yang menunjukkan perbandingan ukuran dua objek atau lebih

Titik puncak parabola : titik tertinggi atau titik terendah dari persamaan kuadrat

Variabel : lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Pendahuluan

IDENTITAS MODUL

Nama Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas / Semester / Alokasi Waktu	: X / 1 (Satu) / 8 JP
Judul eModul	: Sistem Pertidaksamaan Dua Variabel

KOMPETENSI DASAR

- 3.4 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).
 - 3.4.1 Menentukan hubungan kesamaan dan ketidaksamaan antara kedudukan titik dengan kurva pada sistem pertidaksamaan dua variabel.
 - 3.4.2 Menentukan daerah penyelesain dari sistem pertidaksamaan dua variabel dengan bantuan titik potong, titik balik, dan titik selidik.
 - 3.4.3 Menentukan penyelesaian dari masalah yang melibatkan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).

- 4.4 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).
 - 4.4.1 Melukiskan kurva sistem persamaan dan pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).
 - 4.4.2 Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat).

DESKRIPSI

Dalam E-Modul ini anda akan mempelajari sistem pertidaksamaan dua variabel yang terdiri dari sistem pertidaksamaan linear-kuadrat dan pertidaksamaan kuadrat-kuadrat. Di samping itu anda akan mempelajari cara melukiskan kurva dari persamaan kuadrat dan menentukan daerah himpunan penyelesaian.

PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Petunjuk Umum

Agar anda berhasil mencapai kompetensi yang diharapkan pada E-Modul ini, maka ikuti petunjuk-petunjuk sebagai berikut:

1. Baca dengan cermat dan teliti materi yang ada pada E-Modul
2. Pelajari contoh-contoh penyelesaian dengan baik dan teliti sehingga mampu memahami materi yang ada
3. Kerjakan latihan atau tugas-tugas yang ada pada E-Modul agar tercapainya kompetensi yang diharapkan
4. Pada saat mengerjakan Latihan, sebaiknya anda jangan melihat kunci terlebih dahulu supaya dapat mengetahui sejauh mana pemahaman anda terhadap materi yang disajikan pada E-Modul
5. Konsultasikan ke guru jika ada materi yang terdapat pada E-Modul yang tidak anda pahami atau ada kesulitan dalam mengerjakan lembar kerja

Petunjuk khusus

1. Dalam pembelajaran ini anda akan mempelajari cara menentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel yaitu sistem pertidaksamaan linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat
2. Selanjutnya untuk menentukan daerah penyelesaian tersebut ada langkah-langkah yang harus dilakukan.
 - Menentukan arah dari kurva
 - Menentukan titik potong sumbu X dan sumbu Y
 - Menentukan titik puncak
 - Uji titik untuk menentukan daerah penyelesaian dalam grafik

MATERI PEMBELAJARAN

Materi Sistem Pertidaksamaan Dua Varibel yang akan dipelajari pada modul ini yaitu seperti berikut:

- Pertidaksamaan Kuadrat.
- Sistem Pertidaksamaan Linear-Kuadrat.
- Sistem Pertidaksamaan Kuadrat-Kuadrat.



Daftar Isi

Kegiatan Pembelajaran

1. TUJUAN

Melalui kegiatan pembelajaran discovery learning, peserta didik dapat berpikir kritis dan kreatif dalam menjelaskan dan menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat), kemudian terampil mengkomunikasikannya, sehingga mereka dapat menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan dua variabel (linear-kuadrat dan kuadrat-kuadrat) dengan penuh percaya diri.

2. URAIAN MATERI

SISTEM PERTIDAKSAMAAN DUA VARIABEL (LINEAR-KUADRAT DAN KUADRAT-KUADRAT)

2.1. Sub Uraian Materi 1:

Pertidaksamaan kuadrat

Pertidaksamaan kuadrat adalah pertidaksamaan yang memuat peubah (variabel) dengan pangkat tertinggi 2.

Bentuk umum pertidaksamaan kuadrat:

1. $ax^2 + bx + c < 0$

2. $ax^2 + bx + c > 0$

3. $ax^2 + bx + c \leq 0$

4. $ax^2 + bx + c \geq 0$

Langkah-langkah menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat dengan grafik atau kurva sebagai berikut:

1. Tentukan arah kurva terbuka ke atas atau ke bawah di lihat dari koefisien x kuadrat
2. Sketsa , tentukan titik potong dengan sumbu x jika ada

3. Tetapkan interval yang memenuhi $y > 0$, berarti grafik terletak di atas sumbu x , $y < 0$ berarti terletak di bawah sumbu x
4. Tentukan titik puncak dari kurva

2.2. Sub Uraian Materi 2:

Sistem Pertidaksamaan Linear-Kuadrat

Sistem pertidaksamaan linear-kuadrat adalah sistem pertidaksamaan yang terbentuk dari dua atau lebih pertidaksamaan. Bentuk umum sistem pertidaksamaan linear-kuadrat:

$$\begin{cases} y * ax^2 + bx + c \\ y * px + q \end{cases} \text{ dengan } * \text{ adalah tanda pertidaksamaan.}$$

Langkah-langkah membuat sketsa grafik sistem pertidaksamaan linear-kuadrat sebagai berikut:

1. Sketsa grafik masing-masing persamaan persamaan linear ($y = px + q$) dan persamaan kuadrat ($y = ax^2 + bx + c$).
2. Beri arsiran untuk daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan.
3. Tentukan daerah penyelesaian yang merupakan irisan atau perpotongan daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan terkait.
4. Lakukan pengujian kebenaran dengan memilih titik uji di dalam daerah penyelesaian tersebut

2.3. Sub Uraian Materi 3:

Sistem Pertidaksamaan Kuadrat-Kuadrat

Sistem pertidaksamaan kuadrat dua variabel adalah sistem pertidaksamaan yang terbentuk dari dua atau lebih pertidaksamaan kuadrat dua variabel dengan variabel-variabel yang sama.

$$\begin{cases} y * ax^2 + bx + c \\ y * px^2 + qx + r \end{cases} \text{ dengan } * \text{ adalah tanda pertidaksamaan}$$

Langkah-langkah membuat sketsa grafik sistem pertidaksamaan kuadrat-kuadrat sebagai berikut:

1. Buat sketsa grafik dari masing-masing persamaan kuadrat ($y = ax^2 + bx + c$ dan $y = px^2 + qx + c$).
2. Berilah arsiran untuk daerah penyelesaian masing-masing pertidaksamaan
3. Tentukan daerah penyelesaian yang merupakan irisan atau perpotongan dari daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan terkait.
4. Lakukan pengujian dengan menguji sembarang titik

2.4. Sub Uraian Materi 4:

Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Kuadrat-Kuadrat

Contoh Soal 1

Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $y \leq -x^2 - 2x + 8$ dan gambarlah grafiknya!

Penyelesaian :

1. menggambar grafik dari $y = -x^2 - 2x + 8$, kurva terbuka ke bawah karena $a = -1$.

2. menentukan titik potong terhadap sumbu x maka $y = 0$.

$$-x^2 - 2x + 8 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \text{ atau } x = 2$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah $(-4,0)$ dan $(2,0)$

3. menentukan titik potong grafik dengan sumbu y $\rightarrow x = 0$ sehingga $y = 8$.

4. menentukan titik puncak $y = -x^2 - 2x + 8$

$$a = -1, b = -2, c = 8$$

$$x_p = x \text{ puncak}$$

$$y_p = y \text{ puncak}$$

$$x_p = \frac{-b}{2a}$$

$$x_p = \frac{-(-2)}{2(-1)} = -1$$

$$y_p = \frac{-D}{4a}$$

$$y_p = \frac{-((-2)^2 - 4(-1)(8))}{4(-1)}$$

$$y_p = \frac{-36}{-4} = 9$$

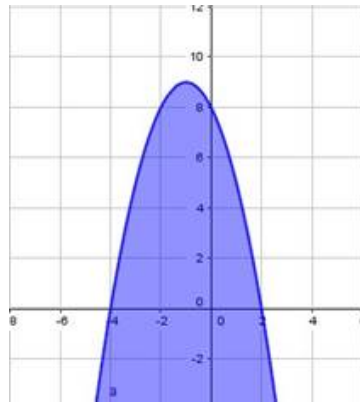
jadi koordinat titik puncak $(-1,9)$

5. Titik Uji

Ambil titik uji P $(0,0)$ diperoleh:

$$0 \leq -0^2 - 2(0) + 8 \Leftrightarrow 0 \leq 8$$

Jadi, daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan $y \leq -x^2 - 2x + 8$ adalah belahan bidang yang memuat titik P(0,0)



Contoh Soal 2

Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\begin{cases} y \geq x^2 + 3x - 10 \\ y \leq x + 4 \end{cases}$ dan gambarlah grafiknya!

Penyelesaian :

1. $y = x^2 + 3x - 10$, $a = 1$, $b = 3$, $c = -10$, karena $a > 0$ maka kurva terbuka ke atas
2. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu x , $y = 0$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - 2) = 0$$

$$x = -5 \text{ atau } x = 2 \text{ jadi titik potong dengan sumbu } x \text{ adalah } (-5, 0) \text{ dan } (2, 0)$$
3. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu y , $x = 0$ sehingga $y = -10$
 Jadi titik potong dengan sumbu y adalah $(0, -10)$
4. Menentukan koordinat titik puncak (x_p, y_p)

$$x_p = \frac{-b}{2a}$$

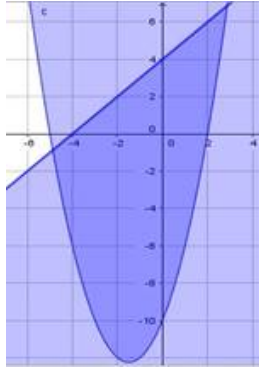
$$x_p = \frac{-3}{2(1)} = -\frac{3}{2}$$

$$y_p = \frac{-D}{4a}$$

$$y_p = \frac{-(3^2 - 4(1)(-10))}{4(1)}$$

$$y_p = \frac{-49}{4} = -12\frac{1}{4} \text{ Jadi koordinat titik puncak } (-\frac{3}{2}, -12\frac{1}{4})$$

5. *grafik*



3. RANGKUMAN

1. Arah kurva dilihat dari nilai a = koefisien dari variabel x^2 , jika $a > 0$ maka kurva terbuka ke atas dan jika $a < 0$ maka kurva terbuka ke bawah
2. menentukan titik potong terhadap sumbu x maka $y = 0$
3. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu y maka $x = 0$.
4. Menentukan titik puncak (x_p, y_p) $x_p = \frac{-b}{2a}$ dan $y_p = \frac{-D}{4a}$
5. Ambil sembarang titik (x, y) untuk menguji daerah himpunan
6. Lukis grafik berdasarkan titik yang sudah diketahui dan arsiran merupakan daerah himpunan penyelesaian.



Daftar Isi

Latihan Essay

Kerjakan semua soal di bawah ini di kertas, kemudian cocokan dengan alternatif penyelesaiannya!

01. Gambarlah grafik yang merupakan penyelesaian dari pertidaksamaan kuadrat $y \geq -x^2 + 3x - 2$!

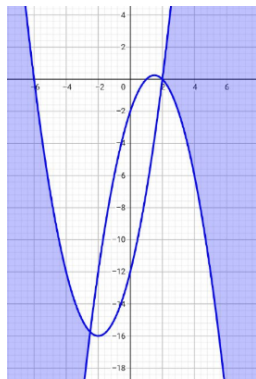
Alternatif penyelesaian

02. Gambarlah grafik yang merupakan penyelesaian dari sistem

pertidaksamaan kuadrat
$$\begin{cases} y \leq x^2 + 4x - 12 \\ y \geq -x^2 + 3x - 2 \end{cases} !$$

Alternatif penyelesaian

Dengan menggunakan langk-langkah menggambar grafik pertidaksamaan kuadrat diperolehh grafik

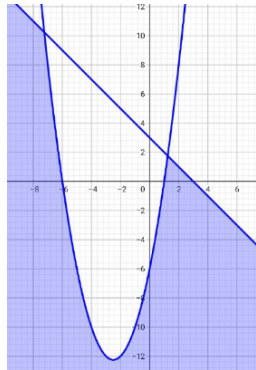


03. Gambarlah grafik yang merupakan penyelesaian dari sistem

pertidaksamaan kuadrat
$$\begin{cases} y \leq x^2 + 5x - 6 \\ y \leq 3 - x \end{cases}$$

Alternatif penyelesaian

Dengan menggunakan langkah-langkah menggambar grafik pertidaksamaan kuadrat diperoleh grafik



Daftar Isi

Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
01.	Saya mampu menentukan arah kurva	☐ Ya	☐ Tidak
02.	Saya mampu menentukan titik potong sumbu x dan sumbu y	☐ Ya	☐ Tidak
03.	Saya mampu menentukan titik puncak dari kurva	☐ Ya	☐ Tidak
04.	Saya mampu melukiskan kurva pada bidang kartesius	☐ Ya	☐ Tidak
05.	Saya mampu menentukan daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan yang disajikan	☐ Ya	☐ Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak".

Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.



Daftar Isi

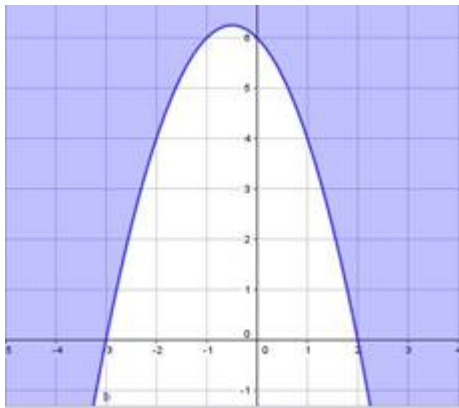
e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Evaluasi

Soal 1.

Pertidaksamaan yang memenuhi daerah yang diarsir pada gambar berikut adalah



- ☐ A. $y \geq -x^2 + x - 6$
- ☐ B. $y \geq -x^2 + x + 6$
- ☐ C. $y \leq -x^2 + x + 6$
- ☐ D. $y \leq -x^2 - x + 6$
- ☐ E. $y \leq x^2 + x + 6$

Soal 2.

Daerah x yang menjadi penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $y \leq 2x + 5$ dan $y \geq x^2 - x - 23$ adalah

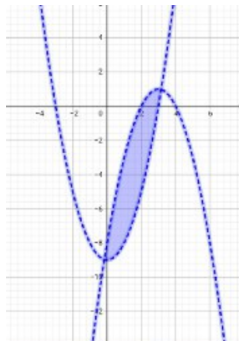
- ☐ A. $x \leq -4$ atau $x \geq 7$

- ☐ B. $x \leq -7$ atau $x \geq 4$
- ☐ C. $x \leq 4$ atau $x \geq 7$
- ☐ D. $-4 \leq x \leq 7$
- ☐ E. $-4 \leq x \leq 4$

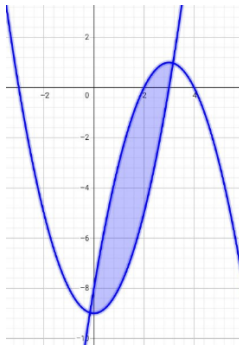
Soal 3.

Daerah penyelesaian dari pertidaksamaan $\begin{cases} y > x^2 - 9 \\ y \leq -x^2 + 6x - 8 \end{cases}$ adalah

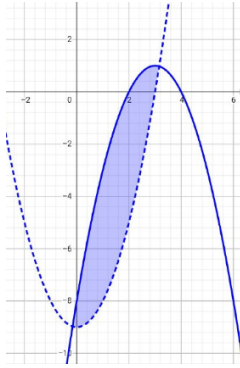
☐ A.



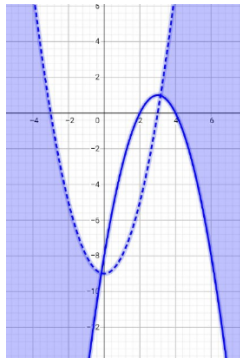
☐ B.



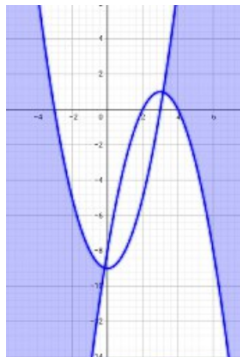
☐ C.



☐ D.



☐ E.



Soal 4.

Himpunan penyelesaian pertidaksamaan kuadrat $x^2 - 4x + 3 < 0$ adalah

... .

- ☐ A. $1 < x < 3$
- ☐ B. $-1 < x < 3$
- ☐ C. $1 < x < -3$

- ☐ D. $x < 1$ atau $x > 3$
- ☐ E. $x > 1$ atau $x < 3$

Soal 5.

Sistem pertidaksamaan $y \geq x^2 - 4x + 3$ dan $y \leq -x^2 + 2x + 3$ mempunyai penyelesaian dalam x , yaitu

- ☐ A. $x < 0$ atau $x > 3$
- ☐ B. $x \leq 0$ atau $x \geq 3$
- ☐ C. $0 < x < 3$
- ☐ D. $0 \leq x < 3$
- ☐ E. $0 \leq x \leq 3$



Hasil Evaluasi

Nilai	Deskripsi



Daftar Isi

e-Modul 2019

Direktorat Pembinaan SMA - Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

Daftar Pustaka

Adi, dkk. 2018. Belajar Praktis Matematika Untuk SMA/MA Kelas X Semester 1. Klaten : viva pakarindo

Ati. 2018. Matematika Wajib SMA/MA Untuk Kelas X Semester 1. Batam

Eko. 2012. Bank Soal Matematika SMA/MA. Surakarta : Aksarra Sinergi Media.

<http://mathedushare.blogspot.com/2016/11/sistem-pertidaksamaan-dua-variabel-linier-kuadrat-dan-kuadrat-kuadrat.html>.