



GURU PEMBELAJAR MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI B

TEORI BELAJAR, HIMPUNAN, DAN LOGIKA MATEMATIKA

Kata Sambutan

Peran guru profesional dalam proses pembelajaran sangat penting sebagai kunci keberhasilan belajar siswa. Guru profesional adalah guru yang kompeten membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan pendidikan yang berkualitas. Hal tersebut menjadikan guru sebagai komponen yang menjadi fokus perhatian pemerintah pusat maupun pemerintah daerah dalam peningkatan mutu pendidikan terutama menyangkut kompetensi guru.

Pengembangan profesionalitas guru melalui program Guru Pembelajar merupakan upaya peningkatan kompetensi untuk semua guru. Sejalan dengan hal tersebut, pemetaan kompetensi guru telah dilakukan melalui uji kompetensi guru (UKG) untuk kompetensi pedagogik profesional pada akhir tahun 2015. Hasil UKG menunjukkan peta kekuatan dan kelemahan kompetensi guru dalam penguasaan pengetahuan. Peta kompetensi guru tersebut dikelompokkan menjadi 10 (sepuluh) kelompok kompetensi. Tindak lanjut pelaksanaan UKG diwujudkan dalam bentuk pelatihan guru paska UKG melalui program Guru Pembelajar. Tujuannya untuk meningkatkan kompetensi guru sebagai agen perubahan dan sumber belajar utama bagi peserta didik. Program Guru Pembelajar dilaksanakan melalui pola tatap muka, daring penuh (*online*), dan daring kombinasi (*blended*) tatap muka dengan *online*.

Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK), Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Kelautan Perikanan Teknologi Informasi dan Komunikasi (LP3TK KPTK) dan Lembaga Pengembangan dan Pemberdayaan Kepala Sekolah (LP2KS) merupakan Unit Pelaksana Teknis di lingkungan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan yang bertanggung jawab dalam mengembangkan perangkat dan melaksanakan peningkatan

kompetensi guru sesuai bidangnya. Adapun perangkat pembelajaran yang dikembangkan tersebut adalah modul untuk program Guru Pembelajar tatap muka dan Guru Pembelajar online untuk semua mata pelajaran dan kelompok kompetensi. Dengan modul ini diharapkan program Guru Pembelajar memberikan sumbangan yang sangat besar dalam peningkatan kualitas kompetensi guru.

Mari kita sukseskan program Guru Pembelajar ini untuk mewujudkan Guru Mulia Karena Karya.

Jakarta, Maret 2016

Direktur Jenderal,



Sumarna Surapranata

NIP. 195908011985031002



GURU PEMBELAJAR

MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI B

PEDAGOGIK

TEORI BELAJAR MATEMATIKA

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

1. Dr. Imam Sujadi, M.S., 08121565696, emai: imamsujadi@ymail.com
2. Dra. Atmini Dhoruri, M.S., 08122744139, emai: atmini_uny@yahoo.co.id

Penelaah:

Dra. Sri Wardhani 08122766683, email: wardhani.p4tkm@yahoo.com

Ilustrator:

Cahyo Sasongko

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan *output* dan *outcome* pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan dibawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggungjawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,



Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002231985032001

Daftar Isi

Kata Pengantar -----	iii
Daftar Isi -----	v
Daftar Gambar -----	iii
Pendahuluan -----	1
A. Latar Belakang -----	1
B. Tujuan -----	2
C. Peta Kompetensi -----	2
D. Ruang Lingkup -----	3
E. Saran Cara penggunaan modul -----	3
Kegiatan Pembelajaran (KB) 1 Teori Belajar Behavioristik -----	5
A. Tujuan -----	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi -----	5
C. Uraian Materi -----	5
D. Aktifitas Pembelajaran -----	15
E. Latihan/Kasus/Tugas -----	17
F. Rangkuman -----	17
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut -----	18
Kegiatan Pembelajaran (KB) 2 Teori Vygotsky -----	19
A. Tujuan -----	19
B. Indikator Pencapaian Kompetensi -----	19
C. Uraian Materi -----	19
D. Aktifitas Pembelajaran -----	22
E. Latihan/Kasus/Tugas -----	23
F. Rangkuman -----	24
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut -----	25
Kegiatan Pembelajaran (KB) 3 Teori Belajar Van Hiele -----	27
A. Tujuan -----	27
B. Indikator Pencapaian Kompetensi -----	27
C. Uraian Materi -----	27

Daftar Isi

D. Aktivitas Pembelajaran	32
E. Latihan/Kasus/Tugas	34
F. Rangkuman	34
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	35
Kegiatan Belajar 4 Teori Belajar Ausubel	37
A. Tujuan	37
B. Indikator Pencapaian Kompetensi	37
C. Uraian Materi	37
D. Aktivitas Pembelajaran	43
E. Latihan/Kasus/Tugas	44
F. Rangkuman	44
G. Umpan balik dan tindak lanjut	45
Kegiatan Pembelajaran (KB) 5 Teori Belajar Bruner	47
A. Tujuan	47
B. Indikator Pencapaian Tujuan Kompetensi	47
C. Uraian materi	47
D. Aktivitas Pembelajaran	54
E. Latihan/Kasus/Tugas	55
F. Rangkuman	55
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	56
Kunci Jawaban Soal Latihan	57
Evaluasi	63
Penutup	69
Daftar Pustaka	71
Glosarium	73

Daftar Gambar

Gambar 1. Aktivitas Siswa.....	1
Gambar 2. Tiga Tahap Pengkonstruksian Pengetahuan.....	20
Gambar 3. Bentuk-bentuk belajar (menurut Ausubel & Robinson, 1969)	38
Gambar 4. Segitiga- segitiga siku-siku dalam berbagai posisi.....	53



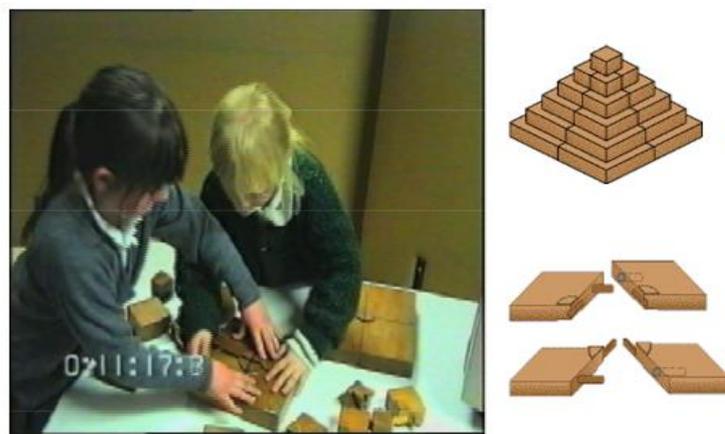
Daftar Gambar

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Dalam proses mengajar belajar matematika, penguasaan matematika seorang guru dan cara menyampaikannya merupakan syarat yang sangat essential. Penguasaan guru terhadap materi pelajaran dan pengelolaan kelas sangatlah penting, namun demikian belum cukup untuk menghasilkan pembelajaran yang optimal. Selain menguasai materi matematika guru sebaiknya menguasai tentang teori-teori belajar, agar dapat mengarahkan peserta didik berpartisipasi secara intelektual dalam belajar, sehingga belajar matematika menjadi bermakna bagi siswa. Hal ini sesuai dengan isi lampiran Peraturan Menteri Pendidikan Nasional (Permendiknas) Nomor 16 Tahun 2007 tentang Standar Kualifikasi Akademik dan Kompetensi Guru yang menyebutkan bahwa penguasaan teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik menjadi salah satu unsur kompetensi pedagogik yang harus dimiliki guru.

Dengan memahami teori belajar, guru akan memahami proses terjadinya belajar pada siswa. Guru mengerti bagaimana seharusnya memberikan stimulasi sehingga siswa menyukai belajar. Perhatikan gambar berikut! mengapa siswa harus belajar seperti ini?



Gambar 1. Aktivitas Siswa

Jika seorang guru akan menerapkan suatu teori belajar dalam proses belajar mengajar, maka guru tersebut harus memahami seluk beluk teori belajar tersebut sehingga selanjutnya dapat merancang dengan baik bentuk proses belajar mengajar yang akan dilaksanakan. Psikologi belajar atau disebut dengan Teori Belajar adalah teori yang mempelajari perkembangan intelektual (mental) siswa. Di dalamnya terdiri atas dua hal, yaitu: (1) uraian tentang apa yang terjadi dan diharapkan terjadi padaintelektual anak, (2) uraian tentang kegiatan intelektual anak mengenai hal-hal yang bisa dipikirkan pada usia tertentu. Terdapat dua aliran dalam psikologi belajar, yakni aliran psikologi tingkah laku (*behavioristic*) dan aliran psikologi kognitif.

B. Tujuan

Tujuan dari penyusunan modul ini adalah: (1) meningkatkan kompetensi guru matematika SMP dalam pembelajaran, (2) menambah wawasan guru tentang teori-teori belajar, yakni teori belajar tingkah laku dan teori belajar kognitif, serta (3) memfasilitasi para guru dalam mengelola kegiatan pembelajaran agar lebih profesional di bidangnya.

C. Peta Kompetensi

Peta kompetensi yang harus dikuasai guru adalah sebagai berikut.

KIG Mapel	2. Menguasai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik
KG Matapelajaran	2.1 Memahami berbagai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik terkait dengan mata pelajaran yang diampu
IPK Esensial Guru Matematika SMP/MTs	2.1.1 Menganalisis teori belajar yang sesuai dengan karakteristik siswa SMP/MTs
	2.1.2 Menganalisis prinsip-prinsip pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa SMP/MTs
	2.1.3 Menentukan prinsip-prinsip pembelajaran

yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika SMP/MTs

- 2.1.4 Menjelaskan pengertian, macam dan aplikasi teori belajar yang sesuai dengan karakteristik mapel matematika
- 2.1.5 Mengidentifikasi kegiatan pembelajaran matematika SMP/MTs yang sesuai dengan teori belajar tertentu
- 2.1.6 Menganalisis contoh penerapan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik dalam pembelajaran matematika

D. Ruang Lingkup

Penyusunan modul ini dimaksudkan untuk memberikan gambaran bagi guru matematika SMP tentang teori belajar dan penerapannya dalam pembelajaran Matematika. Materi yang dibahas dalam modul ini tertuang dalam lima kegiatan belajar sebagai berikut.

Kegiatan Belajar 1: Teori Belajar Behavioristik

Kegiatan Belajar 2: Teori Belajar Vygotsky

Kegiatan Belajar 3: Teori Belajar van Hiele

Kegiatan Belajar 4 : Teori Belajar Ausubel

Kegiatan Belajar 5 : Teori Belajar Bruner

E. Saran Cara penggunaan modul

Modul ini secara khusus diperuntukkan bagi guru yang mengikuti pelatihan setelah menempuh Ujian Kompetensi Guru (UKG) atau yang sedang belajar mandiri secara individu atau dengan teman sejawat. Berikut ini beberapa saran dalam cara penggunaan dan pemanfaatan modul.

1. Bacalah modul ini secara runtut, dimulai dari Pendahuluan, agar dapat lebih mudah dan lancar dalam mempelajari kompetensi dan materi dalam modul ini.
2. Lakukan aktivitas belajar yang terdapat pada modul. Dalam melakukan aktivitas belajar tersebut, sesekali dapat melihat kembali materi di dalam modul.
3. Materi di dalam modul lebih bersifat ringkas dan padat, sehingga dimungkinkan untuk menelusuri literatur lain yang dapat menunjang penguasaan kompetensi.
4. Setelah melakukan aktivitas belajar, barulah berusaha sekuat pikiran, untuk menyelesaikan latihan dan/atau tugas yang ada. Jangan tergoda untuk melihat kunci dan petunjuk jawaban. Kemandirian dalam mempelajari modul akan menentukan seberapa jauh penguasaan kompetensi.
5. Setelah memperoleh jawaban atau menyelesaikan tugas, bandingkan dengan kunci atau petunjuk jawaban.
6. Lakukan refleksi berdasarkan proses belajar yang telah dilakukan dan penyelesaian latihan/tugas. Bagian rangkuman dapat dijadikan modal dalam melakukan refleksi. Hasil refleksi yang dapat terjadi antara lain ditemukan beberapa bagian yang harus direviu dan dipelajari kembali, ada bagian yang perlu dipertajam atau dikoreksi, dan lain lain.
7. Setelah mendapatkan hasil refleksi, rencanakan dan lakukan tindak lanjut yang relevan. Baik dalam sesi pelatihan maupun di luar sesi pelatihan.

Kegiatan Pembelajaran (KB) 1

Teori Belajar Behavioristik

A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan teori belajar behavioristik dan mampu memberikan contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mampu mendeskripsikan teori belajar dari Thorndike
2. Mampu mendeskripsikan teori dari Pavlov
3. Mampu mendeskripsikan teori belajar dari Skinner
4. Mampu mendeskripsikan teori belajar dari Bandura
5. Mampu menerapkan teori belajar behavioristik dalam pembelajaran matematika

C. Uraian Materi

Psikologi belajar atau disebut juga dengan teori belajar adalah teori yang mempelajari perkembangan intelektual (mental) individu (Suherman, dkk: 2001: 30). Didalamnya terdapat dua hal, yaitu 1) uraian tentang apa yang terjadi dan diharapkan terjadi pada intelektual; dan 2) uraian tentang kegiatan intelektual anak mengenai hal-hal yang bisa dipikirkan pada usia tertentu. Dikenal dua teori belajar, yaitu teori belajar tingkah laku (*behaviorism*) dan teori belajar kognitif. Teori belajar tingkah laku dinyatakan oleh Orton (1987: 38) sebagai suatu keyakinan bahwa pembelajaran terjadi melalui hubungan stimulus (rangsangan) dan respon (*response*). Berikut dipaparkan empat teori belajar tingkah laku yaitu teori belajar dari Thorndike, Skinner, Pavlov, dan Bandura.

1. Teori Belajar dari Thorndike

Edward Lee Thorndike (1874 – 1949) mengemukakan beberapa hukum belajar yang dikenal dengan sebutan *Law of effect*. Belajar akan lebih berhasil bila respon

siswa terhadap suatu stimulus segera diikuti dengan rasa senang atau kepuasan. Rasa senang atau kepuasan ini bisa timbul sebagai akibat anak mendapatkan pujian atau ganjaran lainnya. Stimulus ini termasuk *reinforcement*. Setelah anak berhasil melaksanakan tugasnya dengan tepat dan cepat, pada diri anak muncul kepuasan diri sebagai akibat sukses yang diraihinya. Anak memperoleh suatu kesuksesan yang pada gilirannya akan mengantarkan dirinya ke jenjang kesuksesan berikutnya.

Teori belajar *stimulus-respon* yang dikemukakan oleh Thorndike ini disebut juga teori belajar *koneksionisme*. Pada hakikatnya belajar merupakan proses pembentukan hubungan antara stimulus dan respon. Terdapat beberapa dalil atau hukum yang terkait dengan teori koneksionisme yaitu hukum kesiapan (*law of readiness*), hukum latihan (*law of exercise*) dan hukum akibat (*law of effect*).

- a. Hukum kesiapan (*law of readiness*) menjelaskan kesiapan seorang anak dalam melakukan suatu kegiatan. Seorang anak yang mempunyai kecenderungan untuk bertindak atau melakukan kegiatan tertentu kemudian melakukan kegiatan tersebut, maka tindakannya akan melahirkan kepuasan bagi dirinya. Tindakan-tindakan lain yang dia lakukan tidak menimbulkan kepuasan bagi dirinya.
- b. Hukum latihan (*law of exercise*) menyatakan bahwa jika hubungan stimulus-respon sering terjadi, akibatnya hubungan akan semakin kuat, sedangkan makin jarang hubungan stimulus-respon dipergunakan, maka makin lemah hubungan yang terjadi. Hukum latihan pada dasarnya menggunakan dasar bahwa stimulus dan respon akan memiliki hubungan satu sama lain secara kuat, jika proses pengulangan sering terjadi, makin banyak kegiatan ini dilakukan maka hubungan yang terjadi akan bersifat otomatis. Seorang anak yang dihadapkan pada suatu persoalan yang sering ditemuinya akan segera melakukan tanggapan secara cepat sesuai dengan pengalamannya pada waktu sebelumnya.
- c. Hukum akibat (*law of effect*) menjelaskan bahwa apabila asosiasi yang terbentuk antara stimulus dan respon diikuti oleh suatu kepuasan maka asosiasi akan semakin meningkat. Hal ini berarti bahwa kepuasan yang terlahir dari adanya ganjaran dari guru akan memberikan kepuasan bagi anak, dan anak cenderung untuk berusaha melakukan atau meningkatkan apa yang telah dicapainya itu.

Selanjutnya Thorndike mengemukakan hukum tambahan sebagai berikut:

- a. Hukum reaksi bervariasi (*law of multiple response*)
Individu diawali dengan proses *trial and error* yang menunjukkan bermacam-macam respon sebelum memperoleh respon yang tepat dalam memecahkan masalah yang dihadapi.
- b. Hukum sikap (*law of attitude*)
Perilaku belajar seseorang tidak hanya ditentukan oleh hubungan stimulus dan respon saja, tetapi juga ditentukan oleh keadaan yang ada dalam diri individu baik kognitif, emosi, sosial, maupun psikomotornya.
- c. Hukum aktivitas berat sebelah (*law of prepotency element*)
Individu dalam proses belajar memberikan respons pada stimulus tertentu saja sesuai dengan persepsinya terhadap keseluruhan situasi (respon selektif).
- d. Hukum respon melalui analogi (*law of response by analogy*)
Individu dapat melakukan respons pada situasi yang belum pernah dialami karena individu sesungguhnya dapat menghubungkan situasi yang belum pernah dialami dengan situasi lama yang pernah dialami sehingga terjadi transfer atau perpindahan unsur-unsur yang telah dikenal ke situasi baru. Semakin banyak unsur yang sama, maka transfer akan semakin mudah.
- e. Hukum perpindahan asosiasi (*law of associative shifting*)
Proses peralihan dari situasi yang dikenal ke situasi yang belum dikenal dilakukan secara bertahap dengan cara menambahkan sedikit demi sedikit unsur lama.

Selain menambahkan hukum-hukum baru, dalam perjalanan penyampaian teorinya, Thorndike mengemukakan revisi hukum belajar antara lain:

- a. Hukum latihan ditinggalkan karena ditemukan pengulangan saja tidak cukup untuk memperkuat hubungan stimulus-respons, sebaliknya tanpa pengulangan belum tentu akan memperlemah hubungan stimulus-respons.
- b. Hukum akibat (*law of effect*) direvisi, karena dalam penelitiannya lebih lanjut ditemukan bahwa hanya sebagian saja dari hukum ini yang benar. Jika diberikan hadiah (*reward*) maka akan meningkatkan hubungan stimulus-respons, sedangkan jika diberikan hukuman (*punishment*) tidak berakibat apa-apa.
- c. Syarat utama terjadinya hubungan stimulus-respons bukan kedekatan, tetapi

adanya saling sesuai antara stimulus dan respons.

- d. Akibat suatu perbuatan dapat menular baik pada bidang lain maupun pada individu lain.

Implikasi dari aliran pengaitan ini dalam kegiatan belajar mengajar sehari-hari adalah bahwa:

- a. Untuk menjelaskan suatu konsep, guru sebaiknya mengambil contoh yang sekiranya sudah sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Alat peraga dari alam sekitar akan lebih dihayati.
- b. Metode pemberian tugas, metode latihan (*drill* dan *practice*) akan lebih cocok untuk penguatan dan hafalan. Dengan penerapan metode tersebut siswa akan lebih banyak mendapatkan stimulus sehingga respon yang diberikan pun akan lebih banyak.
- c. Hierarkis penyusunan komposisi materi dalam kurikulum merupakan hal yang penting. Materi disusun dari materi yang mudah, sedang, dan sukar sesuai dengan tingkat kelas, dan tingkat sekolah. Penguasaan materi yang lebih mudah sebagai akibat untuk dapat menguasai materi yang lebih sukar. Dengan kata lain topik (konsep) prasyarat harus dikuasai dulu agar dapat memahami topik berikutnya.

2. Teori Belajar Pavlov

Pavlov terkenal dengan teori belajar klasik. Pavlov mengemukakan konsep pembiasaan (*conditioning*). Terkait dengan kegiatan belajar mengajar, agar siswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan. Misalnya, agar siswa mengerjakan soal pekerjaan rumah dengan baik, biasakanlah dengan memeriksanya, menjelaskannya, atau memberi nilai terhadap hasil pekerjaannya.

3. Teori Belajar Skinner

Burhus Frederic Skinner menyatakan bahwa ganjaran atau penguatan mempunyai peranan yang amat penting dalam proses belajar. Terdapat perbedaan antara ganjaran dan penguatan. *Ganjaran* merupakan respon yang sifatnya menggembirakan dan merupakan tingkah laku yang sifatnya subjektif, sedangkan *penguatan* merupakan sesuatu yang mengakibatkan meningkatnya kemungkinan suatu respon dan lebih mengarah pada hal-hal yang dapat diamati dan diukur.

Skinner menyatakan bahwa penguatan terdiri atas penguatan positif dan penguatan negatif. Penguatan dapat dianggap sebagai stimulus positif, jika penguatan tersebut seiring dengan meningkatnya perilaku anak dalam melakukan pengulangan perilakunya itu. Dalam hal ini penguatan yang diberikan pada anak memperkuat tindakan anak, sehingga anak semakin sering melakukannya. Contoh penguatan positif diantaranya adalah pujian yang diberikan pada anak. Sikap guru yang bergembira pada saat anak menjawab pertanyaan, merupakan penguatan positif pula. Untuk mengubah tingkah laku anak dari negatif menjadi positif, guru perlu mengetahui psikologi yang dapat digunakan untuk memperkirakan (memprediksi) dan mengendalikan tingkah laku anak. Guru di dalam kelas mempunyai tugas untuk mengarahkan anak dalam aktivitas belajar, karena pada saat tersebut, kontrol berada pada guru, yang berwenang memberikan instruksi ataupun larangan pada anak didiknya.

Penguatan akan berbekas pada diri anak. Mereka yang mendapat pujian setelah berhasil menyelesaikan tugas atau menjawab pertanyaan biasanya akan berusaha memenuhi tugas berikutnya dengan penuh semangat. Penguatan yang berbentuk hadiah atau pujian akan memotivasi anak untuk rajin belajar dan mempertahankan prestasi yang diraihinya. Penguatan seperti ini sebaiknya segera diberikan dan tak perlu ditunda-tunda. Karena penguatan akan berbekas pada anak, sedangkan hasil penguatan diharapkan positif, maka penguatan yang diberikan tentu harus diarahkan pada respon anak yang benar. Janganlah memberikan penguatan atas respon anak jika respon tersebut sebenarnya tidak diperlukan.

Skinner menambahkan bahwa jika respon siswa baik (menunjang efektivitas pencapaian tujuan) harus segera diberi penguatan positif agar respon tersebut lebih baik lagi, atau minimal perbuatan baik itu dipertahankan. Sebaliknya jika respon siswa kurang atau tidak diharapkan sehingga tidak menunjang tujuan pengajaran, harus segera diberi penguatan negatif agar respon tersebut tidak diulangi lagi dan berubah menjadi respon yang sifatnya positif. Penguatan negatif ini bisa berupa teguran, peringatan, atau sangsi (hukuman edukatif).

4. Teori belajar Bandura

Bandura mengemukakan bahwa siswa belajar melalui meniru. Pengertian meniru di

sini bukan berarti menyontek, tetapi meniru hal-hal yang dilakukan oleh orang lain, terutama guru. Jika tulisan guru baik, guru berbicara sopan santun dengan menggunakan bahasa yang baik dan benar, tingkah laku yang terpuji, menerangkan dengan jelas dan sistematis, maka siswa akan menirunya. Jika contoh-contoh yang dilihatnya kurang baik ia pun menirunya. Dengan demikian guru harus menjadi manusia model yang profesional.

Bandura memandang tingkah laku manusia bukan semata-mata refleksi otomatis atas stimulus, melainkan juga akibat reaksi yang timbul sebagai hasil interaksi antara lingkungan dengan skema kognitif manusia itu sendiri. Teori belajar sosial dari Bandura ini merupakan gabungan antara teori belajar behavioristik dengan penguatan dan psikologi kognitif, dengan prinsip modifikasi perilaku. Teori Belajar Sosial (*Social Learning Theory*) dari Bandura didasarkan pada tiga konsep, yaitu:

a. *Reciprocal determinism*

Pendekatan yang menjelaskan tingkah laku manusia dalam bentuk interaksi timbal-balik yang terus menerus antara kognitif, tingkah laku, dan lingkungan. Orang menentukan/mempengaruhi tingkah lakunya dengan mengontrol lingkungan, tetapi orang itu juga dikontrol oleh kekuatan lingkungan itu.

b. *Beyond reinforcement*

Bandura memandang teori Skinner dan Hull terlalu bergantung pada *reinforcement*. Jika setiap unit respon sosial yang kompleks harus dipilah-pilah untuk direforse satu persatu, bisa jadi orang malah tidak belajar apapun. Menurutnya, *reinforcement* penting dalam menentukan apakah suatu tingkah laku akan terus terjadi atau tidak, tetapi itu bukan satu-satunya pembentuk tingkah laku. Orang dapat belajar melakukan sesuatu hanya dengan mengamati dan kemudian mengulang apa yang dilihatnya. Belajar melalui observasi tanpa ada *reinforcement* yang terlibat, berarti tingkah laku ditentukan oleh antisipasi konsekuensi.

c. *Self-regulation/cognition*

Teori belajar tradisional sering terhalang oleh ketidaksenangan atau ketidakmampuan mereka untuk menjelaskan proses kognitif. Konsep bandura menempatkan manusia sebagai pribadi yang dapat mengatur diri sendiri (*self regulation*), mempengaruhi tingkah laku dengan cara mengatur lingkungan,

menciptakan dukungan kognitif, dan mengadakan konsekuensi bagi bagi tingkah lakunya sendiri.

Prinsip dasar belajar sosial (*social learning*) adalah:

- a. Sebagian besar dari yang dipelajari manusia terjadi melalui peniruan (*imitation*) dan penyajian contoh perilaku (*modeling*).
- b. Dalam hal ini, seorang siswa mengubah perilaku sendiri melalui penyaksian cara orang/sekelompok orang yang mereaksi/merespon sebuah stimulus tertentu.
- c. Siswa dapat mempelajari respons-respons baru dengan cara pengamatan terhadap perilaku contoh dari orang lain, misalnya: guru/orang tuanya. Pendekatan teori belajar sosial terhadap proses perkembangan sosial dan moral siswa ditekankan pada perlunya pembiasaan merespons (*conditioning*) dan peniruan (*imitation*).

Langkah-langkah belajar sosial (*social learning*) adalah:

- a. *Conditioning*
Belajar mengembangkan perilaku sosial dan moral pada dasarnya sama dengan belajar untuk mengembangkan perilaku-perilaku lainnya, yakni perlunya hadiah/ganjaran (*reward*) dan hukuman (*punishment*).
- b. *Imitation*
Orang tua dan guru seyogyanya memainkan peranan penting sebagai seorang model/tokoh yang dijadikan contoh berperilaku sosial dan moral bagi siswa. Sebagai contoh mula-mula seorang siswa mengamati model gurunya sendiri yang sedang melakukan sebuah aktivitas sosial, umpamanya menerima tamu, lalu perbuatan menjawab salam, berjabat tangan, beramah-tamah, dan seterusnya yang dilakukan model itu diserap oleh memori siswa tersebut. Diharapkan, cepat atau lambat siswa tersebut mampu meniru sebaik-baiknya perbuatan sosial yang dicontohkan oleh model itu. Kualitas kemampuan siswa dalam melakukan perilaku sosial hasil pengamatan terhadap model tersebut, antara lain bergantung pada ketajaman persepsinya mengenai ganjaran dan hukuman yang berkaitan dengan benar dan salahnya perilaku yang ia tiru dari model tadi.

Teori belajar sosial memiliki banyak implikasi untuk penggunaan di dalam kelas, yaitu:

- a. Siswa sering belajar hanya dengan mengamati orang lain, yaitu guru.
- b. Menggambarkan konsekuensi perilaku yang dapat secara efektif meningkatkan perilaku yang sesuai dan menurunkan yang tidak pantas. Hal ini dapat melibatkan berdiskusi dengan pelajar tentang imbalan dan konsekuensi dari berbagai perilaku.
- c. Modeling menyediakan alternatif untuk membentuk perilaku baru untuk mengajar. Untuk mempromosikan model yang efektif, seorang guru harus memastikan bahwa empat kondisi esensial ada, yaitu perhatian, retensi, motor reproduksi, dan motivasi
- d. Guru dan orangtua harus menjadi model perilaku yang sesuai dan berhati-hati agar mereka tidak meniru perilaku yang tidak pantas,
- e. Siswa harus percaya bahwa mereka mampu menyelesaikan tugas-tugas sekolah. Sehingga sangat penting untuk mengembangkan rasa efektivitas diri untuk siswa. Guru dapat meningkatkan rasa efektivitas diri siswa dengan cara menumbuhkan rasa percaya diri siswa, memperlihatkan pengalaman orang lain menjadi sukses, dan menceritakan pengalaman sukses guru atau siswa itu sendiri.
- f. Guru harus membantu siswa menetapkan harapan yang realistis untuk prestasi akademiknya. Guru harus memastikan bahwa target prestasi siswa tidak lebih rendah dari potensi siswa yang bersangkutan.
- g. Teknik pengaturan diri menyediakan metode yang efektif untuk meningkatkan perilaku siswa.

Bandura mengusulkan untuk mengembangkan strategi proses pembelajaran sebagai berikut.

- a. Analisis tingkah laku yang akan dijadikan model, terdiri dari:
 - 1) Apakah karakter dari tingkah laku yang akan dijadikan model itu berupa konsep, motor-skill, atau afektif?
 - 2) Bagaimanakah urutan dari tingkah laku tersebut?
 - 3) Dimanakah letak hal-hal yang penting (*key point*) dalam urutan tersebut?

-
- b. Tetapkan fungsi nilai dari tingkah laku dan pilihlah tingkah laku tersebut sebagai model.
- 1) Apakah tingkah laku (kemampuan yang dipelajari) merupakan hal yang penting dalam kehidupan dimasa datang?
 - 2) Bila tingkah laku yang dipelajari kurang memberi manfaat (tidak begitu penting), maka model manakah yang lebih penting?
 - 3) Apakah model harus disimbolkan?
 - 4) Apakah *reinforcement* yang akan didapat melalui model yang dipilih?
- c. Pengembangan urutan pengajaran
- 1) Untuk membelajarkan *motor-skill*, bagaimana cara mengerjakan pekerjaan.
 - 2) Langkah-langkah manakah yang menurut urutan harus dipresentasikan perlahan-lahan.
- d. Implementasi pengajaran untuk *motor-skill* dan proses kognitif.
- 1) *Motor-skill*: a) hadirkan model; b) beri kesempatan kepada tiap-tiap pembelajar untuk latihan secara simbolik; dan c) beri kesempatan kepada pembelajar untuk latihan dengan umpan-balik visual.
 - 2) Proses kognitif: a) tampilkan model, baik yang didukung oleh kode-kode verbal atau petunjuk untuk mencari konsistensi pada berbagai contoh; b) beri kesempatan kepada pembelajar untuk membuat ikhtisar; c) jika yang dipelajari adalah pemecahan masalah atau strategi penerapan beri kesempatan pembelajar untuk berpartisipasi secara aktif; dan d) beri kesempatan pembelajar untuk membuat generalisasi ke berbagai situasi.

5. Aplikasi Teori Belajar Behavioristik dalam Pembelajaran Matematika

Para penganut psikologi tingkah laku (*behaviorism*) memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan hubungan antara rangsangan dari luar (*stimulus*) seperti '2 + 2' dan balasan (*response*) dari siswa seperti '4' yang dapat diamati dan siswa langsung mampu untuk menjawabnya. Mereka berpendapat bahwa semakin sering hubungan antara rangsangan dan balasan terjadi, maka akan semakin kuatlah hubungan keduanya (*law of exercise*). Para penganut teori belajar tingkah laku sering menggunakan cara mengulang-ulang atau tubian (*drill*). Selain itu, teori belajar behavioristik menghendaki dalam menjelaskan suatu konsep guru sebaiknya

mengambil contoh yang sekiranya sudah sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalkan dengan menggunakan alat peraga dari alam sekitar akan lebih bisa untuk dihayati siswa. Berikut disajikan contoh pembelajaran yang menggunakan kejadian dalam kehidupan sehari-hari untuk menjelaskan konsep peluang.

Anda mungkin sudah sering mendengar istilah percobaan. Dalam peluang, percobaan didefinisikan sebagai suatu proses yang hasil suatu kejadian bergantung pada kesempatan. Ketika anda melakukan percobaan, hasil-hasil yang diperoleh tidak selalu sama walaupun telah melakukannya dengan kondisi yang sama. Misalkan Andamelambungkan sekeping uang logam dua kali, berapa peluang untuk mendapatkan kedua-duanya Gambar?

Kalau anda melambungkan koin dua kali mungkin Anda akan mendapatkan AA, AG, GA, atau GG. Hasil percobaan yang mungkin berupa angka semua, salah satu



angka, atau gambar semua tersebut disebut Ruang sampel. Jadi ruang sampel adalah himpunan-himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan, dimana pada percobaan tersebut yaitu $S = \{AA, AG, GA, GG\}$. Titik sampel adalah anggota dari ruang sampel yaitu AA, AG, GA, dan GG. Perbandingan banyak kemunculannya dibanding banyaknya anggota ruang sampel disebut peluang. Apabila A adalah kejadian muncul dua-duanya Gambar, maka peluang kejadian A dapat dituliskan sebagai berikut.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

Keterangan

$P(A)$ = Peluang suatu kejadian A

$n(A)$ = Banyaknya anggota kejadian A

$n(S)$ = Banyaknya anggota ruang sampel S

Nilai peluang suatu kejadian berkisar antara 0 dan 1. Semakin besar nilai peluang, maka suatu kejadian semakin mungkin terjadi.

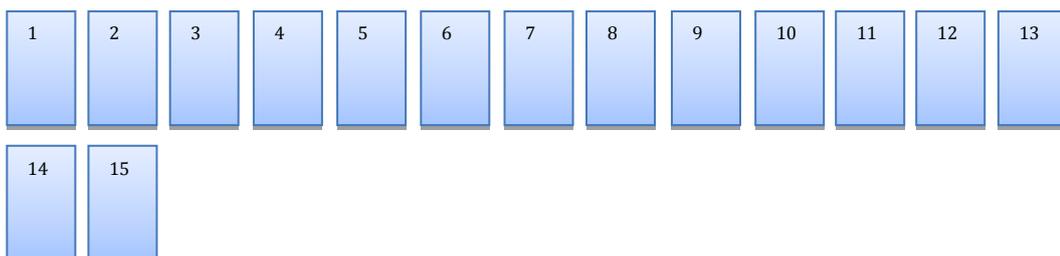
Aplikasi teori behavioristik dalam kegiatan pembelajaran tergantung dari beberapa hal seperti: tujuan pembelajaran, sifat materi pelajaran, karakteristik siswa, media, dan fasilitas pembelajaran yang tersedia. Pembelajaran yang dirancang dan berpijak pada teori behavioristik memandang bahwa pengetahuan adalah obyektif, pasti, tetap, serta tidak berubah. Pengetahuan telah terstruktur dengan rapi, sehingga belajar adalah perolehan pengetahuan, sedangkan mengajar adalah memindahkan pengetahuan (*transfer of knowledge*) untuk orang atau siswa yang belajar. Fungsi *mind* atau pikiran adalah untuk menjiplak struktur pengetahuan yang sudah ada melalui proses berpikir yang dapat dianalisis dan dipilah, sehingga makna yang dihasilkan dari proses berpikir seperti ini ditentukan oleh karakteristik struktur pengetahuan tersebut. Siswa diharapkan akan memiliki pemahaman yang sama terhadap pengetahuan yang diajarkan.

D. Aktifitas Pembelajaran

Untuk memantapkan pengetahuan dan keterampilan yang terkait dengan materiteori belajar bihavioristik, peserta pelatihan dapat mengerjakan aktivitas-aktivitas pembelajaran berikut. Dalam mengerjakan aktivitas ini pembaca diharapkan untuk mengisi isian atau menjawab pertanyaan yang diajukan. Kebenaran hasil perkerjaan peserta pelatihan dapat didiskusikan dengan peserta lain atau ditanyakan kepada fasilitator.

Aktivitas 1. Teori Belajar dari Thorndike

Phatikan ilustrasi berikut. Lima belas kartu diberi nomor 1 sampai 15. Kartu-kartu tersebut dikocok kemudian diambil satu kartu secara acak (kartu yang telah terambil kemudian dikembalikan lagi). Tentukan peluang terambil kartu berangka genap!



Aktivitas 2. Teori Belajar dari Skinner

Perhatikan instruksi berikut!

- I. Setelah Anda mengisi kolom jawaban, tukarkan jawaban Anda dengan teman Anda. Dalam hal ini Anda berperan sebagai guru dan teman Anda sebagai siswa.
 - II. Perhatikan dan cermati jawaban siswa!
 - III. Jawablah pertanyaan di bawah ini sebaik mungkin dengan memberikan uraian yang jelas dan lugas!
-

1. Apa yang akan Anda lakukan jika ternyata jawaban siswa tersebut benar?
2. Apa yang akan Anda lakukan jika ternyata jawaban siswa tersebut salah (andaikan salah)?
3. Penguatan yang seperti apa yang akan Anda berikan kepada siswa untuk memberikan pemahaman terkait konsep peluang?
4. Ganjaran yang seperti apa yang akan Anda berikan kepada siswa apabila sudah berhasil memahami konsep peluang?

Aktivitas 3. Teori Belajar dari Pavlov

Kerjakan soal-soal di bawah ini dengan singkat dan jelas!

Kasus tiket.

Sebuah bola dipilih secara acak dari keranjang yang berisi 3 bola hijau, 4 kuning dan 5 biru. Tentukan peluang untuk mendapatkan sebuah bola hijau!

Kasus telur

Satu kotak telur berisi 8 telur yang berwarna cokelat dan 4 telur berwarna putih. Jika diambil satu butir telur secara acak, tentukan peluang terambilnya telur berwarna cokelat!



Kasus Pemilihan Siswa

Di SMA Nusa terdapat 163 siswa perempuan dan 92 siswa laki-laki. Majalah sekolah tersebut memilih seorang siswa secara acak untuk diwawancarai. Tentukan peluang terpilihnya siswa yang diwawancarai adalah perempuan !

Kasus Dadu

Seorang anak melemparkan dua buah dadu yang memiliki 6 sisi secara bersamaan. Setiap sisi pada kedua dadu tersebut memiliki label dengan angka 1,2,3,4,5, dan 6. Tentukan peluang munculnya mata dadu yang berjumlah 10.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Renungkan proses pembelajaran yang selama ini Anda lakukan kemudian analisislah dalam proses pembelajaran matematika yang telah anda lakukan apakah yang anda lakukan tersebut merupakan penerapan teori belajar yang telah anda pelajari? Berikan contoh aktivitas yang telah anda lakukan dalam proses pembelajaran dalam satu KD yang merupakan penerapan dari masing-masing teori belajar Behavioristik tersebut!
2. Buatlah rangkuman terkait teori belajar Thorndike, Pavlov, Bandura, dan Skinner!
3. Buatlah analisis terkait kelebihan dan kelemahan dari teori belajar dari Skinner!

F. Rangkuman

1. Teori Belajar Thorndike dikenal dengan teori *Law of effect*. Belajar merupakan peristiwa terbentunya asosiasi-asosiasi antara peristiwa-peristiwa yang disebut dengan stimulus (S) dan respon (R) yang diberikan atas stimulus tersebut. Selanjutnya, Thorndike mengemukakan bahwa terjadinya asosiasi antara stimulus dan respon ini mengikuti tiga hukum, yaitu a) hukum latihan (*law of exercise*); b) hukum akibat (*law of effect*); dan c) hukum kesiapan (*law of readiness*). Teori belajar stimulus-respon disebut juga koneksionisme karena pada hakikatnya belajar merupakan proses pembentukan hubungan antara stimulus dan respon.
2. Teori belajar Pavlov mengemukakan konsep pembiasaan (*conditioning*). Dalam hubungannya dengan kegiatan belajar mengajar, agar siswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan.
3. Teori Belajar Skinner menyatakan bahwa ganjaran atau penguatan mempunyai peranan yang amat penting dalam proses belajar. Terdapat perbedaan antara ganjaran dan penguatan. *Ganjaran* merupakan respon yang bersifat menggembirakan dan merupakan tingkah laku yang bersifat subjektif, sedangkan *penguatan* merupakan sesuatu yang mengakibatkan meningkatnya kemungkinan suatu respon dan lebih mengarah kepada hal-hal yang sifatnya dapat diamati dan diukur.

4. Teori belajar Bandura mengemukakan bahwa siswa belajar melalui meniru.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Sebutkan apa saja yang telah Anda pelajari dari kegiatan belajar ini!
2. Apa yang bisa Anda ambil atau Anda kembangkan dari kegiatan belajar ini untuk keperluan mengajar Anda di SMP/MTs?

Untuk mengukur ketercapaian kompetensi dalam mempelajari Kegiatan Pembelajaran 1 ini, lakukan evaluasi diri sebagai berikut. Apabila Anda mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih dalam menjawab soal latihan, Anda dapat meneruskan kegiatan belajar selanjutnya. Bagus! Jika belum, Anda harus mengulangi materi, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kegiatan Pembelajaran (KB) 2

Teori Vygotsky

A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan teori Vygotsky dan mampu memberikan contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mampu mendeskripsikan teori belajar konstruktivisme sosial
2. Mampu mendeskripsikan teori ZPD dan prinsip *scaffolding*
3. Mampu menerapkan teori belajar Vygotsky dalam pembelajaran matematika

C. Uraian Materi

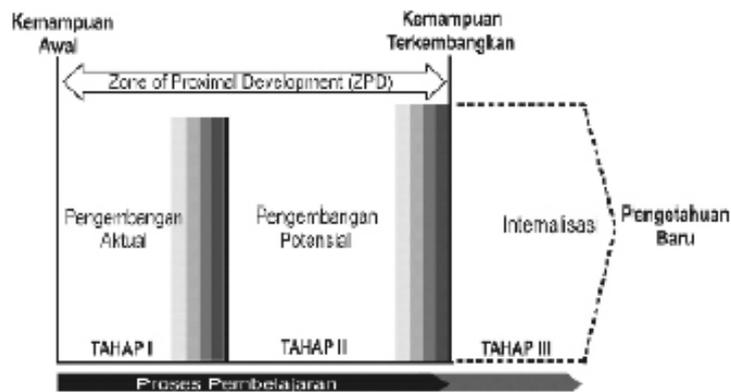
Menurut pandangan konstruktivisme tentang belajar, individu akan menggunakan pengetahuan siap dan pengalaman pribadi yang telah dimilikinya untuk membantu memahami masalah atau materi baru. King (1994) menyatakan bahwa individu dapat membuat inferensi tentang informasi baru itu, menarik perspektif dari beberapa aspek pada pengetahuan yang dimilikinya, mengelaborasi materi baru dengan menguraikannya secara rinci, dan menggeneralisasi hubungan antara materi baru dengan informasi yang telah ada dalam memori siswa. Aktivitas mental seperti inilah yang membantu siswa mereformulasi informasi baru atau merestrukturisasi pengetahuan yang telah dimilikinya menjadi suatu struktur kognitif yang lebih luas/lengkap sehingga mencapai pemahaman mendalam.

Lev Semenovich Vygotsky merupakan tokoh penting dalam konstruktivisme sosial. Vygotsky menyatakan bahwa siswa dalam mengkonstruksi suatu konsep perlu memperhatikan lingkungan sosial. Ada dua konsep penting dalam teori Vygotsky, yaitu *Zone of Proximal Development* (ZPD) dan *scaffolding*.

Zone of Proximal Development (ZPD) merupakan jarak antara tingkat perkembangan aktual (yang didefinisikan sebagai kemampuan pemecahan masalah secara mandiri)

dan tingkat perkembangan potensial (yang didefinisikan sebagai kemampuan pemecahan masalah di bawah bimbingan orang dewasa atau melalui kerjasama dengan teman sejawat yang lebih mampu). Yang dimaksud dengan orang dewasa adalah guru atau orang tua.

Scaffolding merupakan pemberian sejumlah bantuan kepada siswa selama tahap-tahap awal pembelajaran, kemudian mengurangi bantuan dan memberikan kesempatan untuk mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar setelah ia dapat melakukannya. Bantuan tersebut dapat berupa petunjuk, dorongan, peringatan, menguraikan masalah ke dalam langkah-langkah pemecahan, memberikan contoh, dan tindakan-tindakan lain yang memungkinkan siswa itu belajar mandiri.



Gambar 2. Tiga Tahap Pengkonstruksian Pengetahuan

Berdasarkan uraian di atas, Vygotsky menekankan bahwa pengkonstruksian pengetahuan seorang individu dicapai melalui interaksi sosial. Proses pengkonstruksian pengetahuan seperti yang dikemukakan Vygotsky paling tidak dapat diilustrasikan dalam beberapa tahap seperti pada Gambar 2. Tahap perkembangan aktual (Tahap I) terjadi pada saat siswa berusaha sendiri menyudahi konflik kognitif yang dialaminya. Perkembangan aktual ini dapat mencapai tahap maksimum apabila kepada mereka dihadapkan masalah menantang sehingga terjadinya konflik kognitif di dalam dirinya yang memicu dan memacu mereka untuk menggunakan segenap pengetahuan dan pengalamannya dalam menyelesaikan masalah tersebut.

Perkembangan potensial (Tahap II) terjadi pada saat siswa berinteraksi dengan pihak lain dalam komunitas kelas yang memiliki kemampuan lebih, seperti teman dan guru, atau dengan komunitas lain seperti orang tua. Perkembangan potensial ini akan mencapai tahap maksimal jika pembelajaran dilakukan secara kooperatif (*cooperative learning*) dalam kelompok kecil dua sampai empat orang dan guru melakukan intervensi secara proporsional dan terarah. Dalam hal ini guru dituntut terampil menerapkan teknik *scaffolding* yaitu membantu kelompok secara tidak langsung menggunakan teknik bertanya dan teknik *probing* yang efektif, atau memberikan petunjuk (*hint*) seperlunya.

Proses pengkonstruksian pengetahuan ini terjadi rekonstruksi mental yaitu berubahnya struktur kognitif dari skema yang telah ada menjadi skema baru yang lebih lengkap. Proses internalisasi (Tahap III) menurut Vygotsky merupakan aktivitas mental tingkat tinggi jika terjadi karena adanya interaksi sosial. Jika dikaitkan dengan teori perkembangan mental yang dikemukakan Piaget, internalisasi merupakan proses penyeimbangan struktur-struktur internal dengan masukan-masukan eksternal. Proses kognitif seperti ini, pada tingkat perkembangan yang lebih tinggi diakibatkan oleh rekonseptualisasi terhadap masalah atau informasi sedemikian sehingga terjadi keseimbangan (keharmonisan) dari apa yang sebelumnya dipandang sebagai pertentangan atau konflik. Pada level ini, diperlukan intervensi yang dilakukan secara sengaja oleh guru atau yang lainnya sehingga proses asimilasi dan akomodasi berlangsung dan mengakibatkan terjadinya keseimbangan (*equilibrium*).

Aplikasi pemikiran Vygotsky untuk mempelajari matematika menumbuhkan pemahaman matematika dari koneksi pemikiran dengan bahasa matematika yang baru dalam mengkreasi pengetahuan. Mengkonstruksi pengetahuan merupakan fokus yang krusial dari pembelajaran Matematika. Vygotsky percaya bahwa siswa belajar untuk menggunakan bahasa baru dengan internalisasi pengetahuan dari kata yang mereka katakan, pengembangan budaya siswa dari pengetahuan kata dua proses fungsi. Pertama, pada tingkat sosial dan kedua, pada tingkat individual dimana pengetahuan kata digeneralisasikan sebagai pemahaman. Siswa menggunakan dan menginternalisasikan kata-kata baru yang saat itu diperoleh dari

orang lain. Mereka selalu menemukan diri mereka sendiri dalam Zona Pengembangan Proksimal (ZPD) sebagai pelajaran baru. ZPD merupakan tempat pengetahuan seseorang di antara pengetahuan saat itu dengan pengetahuan potensialnya.

D. Aktifitas Pembelajaran

Untuk memantapkan pengetahuan dan keterampilan yang terkait dengan materi teori belajar Vygotsky, peserta pelatihan dapat mengerjakan aktivitas-aktivitas pembelajaran berikut. Hasil pekerjaan peserta pelatihan dapat didiskusikan dengan peserta lain atau ditanyakan kepada fasilitator.

1. Bacalah soal yang diberikan kepada siswa sebagai berikut.

“Sebuah papan kayu berbentuk persegi panjang dengan luas $13x^2 + 12xy - 5y^2$ meter persegi akan dipotong menjadi dua buah bentuk segiempat yang besarnya tidak sama. Satu bagian digunakan untuk membuat meja dan bagian lain untuk membuat pintu almari. Papan kayu yang digunakan untuk membuat meja berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang $(2x + 3y)$ meter dan lebar $6y$ meter kurang dari panjangnya.

Pertanyaan

- 1) Informasi apa yang anda dapatkan dari soal tersebut?
- 2) Berapakah ukuran lebar papan yang digunakan untuk membuat meja?
- 3) Berapakah luas papan kayu yang digunakan untuk membuat meja?
- 4) Berapakah luas papan kayu yang digunakan untuk membuat pintu almari?
- 5) Carilah panjang dan lebar papan yang digunakan untuk membuat pintu almari!
- 6) Setelah menyelesaikan soal tersebut, apakah anda yakin terhadap hasil jawaban anda?
 - a) Jika ya, bagaimana anda melakukan pengecekan bahwa jawaban anda benar?
 - b) Jika tidak, mengapa?
- 7) Berdasarkan hasil yang anda peroleh, apa yang dapat anda simpulkan mengenai bentuk dari papan kayu yang digunakan untuk pembuatan pintu lemari?”

Coba Anda buat kunci jawaban dari soal tersebut!

2. Buatlah prediksi/perkiraan kemungkinan kesalahan jawaban siswa, kemudian tuliskan bantuan (*scaffolding*) yang perlu diberikan guru.

Prediksi Kesalahan Siswa	Scaffolding / Solusi
Siswa tidak mampu menuliskan informasi apa saja yang terdapat dalam soal	Guru memberikan <i>hint</i> /petunjuk seperlunya, misalnya : 1. Baca ulang kembali soal tersebut 2. Tuliskan informasi apa saja yang tersedia dalam soal 3. Konsep / materi apa yang terkait didalam soal tersebut? 4. Kemukakan permasalahan dari soal tersebut! 5. Informasi apa saja yang dibutuhkan untuk menyelesaikan soal?
Seharusnya siswa menjawab bahwa lebarnya $(3x - 2y) - (x - y)$ meter. Namun bisa jadi ia akan menjawab lebarnya $x - y$ meter, atau $x - y - (3x - 2y)$.	1. Guru meminta siswa mengecek kembali jawabannya 2. Guru mengingatkan siswa terkait pengetahuan sebelumnya yaitu pengurangan aljabar sederhana
Siswa mengalami kesalahan melakukan distribusi (<i>invalid or incomplete distribution</i>) dalam menghitung luas kayu yang akan digunakan untuk membuat meja. $L = p.l$ $= (2x + 3y)(2x - 3y)$ $= 2x(2x - 3y) - 3y(2x + 3y)$	
Dst	Dst

E. Latihan/Kasus/Tugas

Selesaikanlah tugas berikut ini!

1. Bagaimana cara siswa mengkonstruksi pemahaman konsep matematika menurut pandangan Vygotsky?
2. Bagaimana implikasi teori konstruktivisme sosial dalam pembelajaran matematika?
3. Jelaskan pentingnya *scaffolding* dalam pembelajaran matematika!
4. Berikan contoh satu permasalahan matematika dan sertakan *scaffolding* yang harus diberikan guru disesuaikan dengan keheterogenan kemampuan awal siap pakai siswa!

5. Bagaimana caranya mengaktifkan kembali kemampuan awal siap pakai siswa dalam setiap pembelajaran matematika?
6. Apa yang sebaiknya guru lakukan untuk mengelola pembelajaran dalam kelas sehingga siswa dengan berbagai level kemampuan (tinggi, sedang, dan rendah) dapat mengkonstruksi pengetahuan dengan sempurna?
7. Buatlah soal beserta jawabannya kemudian lengkapilah dengan menyertakan prediksi dan solusi atas kehetoregenan jawaban siswa!

F. Rangkuman

Berdasarkan uraian tersebut, dapat disusun rangkuman sebagai berikut.

1. Konstruktivisme sosial memandang bahwa belajar merupakan suatu proses pengkonstruksian pengetahuan yang diperoleh secara individu melalui proses interaksi dengan obyek yang dihadapinya serta pengalaman sosial.
2. Dua konsep penting dalam teori Vygotsky, yaitu *Zone of Proximal Development (ZPD)* dan *scaffolding*.
3. *ZPD (Zone Proximal of Development)* adalah zona antara tingkat perkembangan aktual dan tingkat perkembangan potensial. Tingkat perkembangan aktual tampak dari kemampuan anak menyelesaikan tugas-tugas secara mandiri. Sedangkan tingkat perkembangan potensial tampak dari kemampuan anak menyelesaikan tugas atau memecahkan masalah dengan bantuan orang dewasa.
4. *Scaffolding* adalah bantuan yang diberikan oleh individu yang memiliki pengetahuan ataupun struktur kognitif yang tinggi (guru, teman) kepada individu yang memiliki struktur kognitif kurang.
5. Aplikasi pemikiran Vygotsky untuk mempelajari matematika menumbuhkan pemahaman matematika dari koneksi pemikiran dengan bahasa matematika yang baru dalam mengkreasi pengetahuan. Guru dapat mengkreasi ZPD sehingga setiap peserta didik dapat mengembangkan pengetahuan dari konsep budaya mereka dengan cara memberikan pertanyaan penyelidikan dan representasi pemikiran.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Buatlah suatu rancangan pembelajaran dengan mengambil materi tertentu sesuai dengan teori belajar dari Vygotsky!
2. Apa yang bisa Anda ambil atau Anda kembangkan dari kegiatan belajar ini untuk keperluan mengajar Anda di SMP/MTs?

Berdasarkan uraian materi, berikut adalah saran tindak lanjut yang bisa Anda lakukan terkait dengan implementasi teori Vygotsky.

1. Untuk membantu siswa mencapai ZPD maka ada 3 hal yang harus diperhatikan guru dalam pembelajaran, yaitu sajian bahan ajar, pola interaksi, dan model intervensi guru. Pola interaksi yang didasarkan pada teori belajar dari Vygotsky pada prinsipnya menganut pandangan bahwa dalam proses belajar, siswa harus terlibat secara aktif. Dalam pembelajaran matematika, tentu saja aktivitas siswa tersebut lebih bersifat mental. Namun demikian, dalam prosesnya aktivitas mental tersebut dapat diekspresikan dalam bentuk-bentuk yang bisa diamati yakni berupa oral maupun tertulis. Dengan demikian, pola interaksi dalam proses pembelajaran dapat dirancang sedemikian rupa sehingga setiap siswa mampu mengekspresikan aktivitas mentalnya yang memungkinkan terjadinya interaksi di antara anggota komunitas kelas. Bentuk-bentuk interaksi yang terjadi antara lain bisa berbentuk diskusi kelompok, diskusi kelas, tanya-jawab, pengajuanargumentasi, atau eksplanasi. Kegiatan-kegiatan seperti itu dipandang penting untuk dilakukan karena setelah siswa melakukan aktivitas mental tertentu serta mampu mencapai suatu tahapan pemahaman, mereka perlu diberi kesempatan untuk melakukan refleksi atas apa yang telah dicapainya sehingga memungkinkan munculnya konflik kognitif baru yang dapat mendorong terjadinya aktivitas mental lanjutan.
2. Pada saat siswa berinteraksi dengan pihak lain dalam komunitas kelas yang memiliki kemampuan lebih, seperti teman dan guru, atau dengan komunitas lain seperti orangtua. Perkembangan potensial ini akan mencapai tahap maksimal jika pembelajaran dilakukan secara kooperatif (*cooperative learning*) dalam kelompok kecil dua sampai empat orang dan guru melakukan intervensi secara

proporsional dan terarah. Sehingga diperlukan suatu model pembelajaran kooperatif untuk menunjang pencapaian perkembangan ZPD siswa

Untuk mengukur ketercapaian kompetensi dalam mempelajari Kegiatan Pembelajaran ini, lakukan evaluasi diri sebagai berikut. Apabila Anda mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih dalam menjawab soal latihan, Anda dapat meneruskan kegiatan belajar selanjutnya. Bagus! Jika belum, Anda harus mengulangi materi, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kegiatan Pembelajaran (KB) 3

Teori Belajar Van Hiele

A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan teori van Hiele dan mampu memberikan contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mampu mendeskripsikan teori van Hiele
2. Menerapkan teori van Hiele dalam pembelajaran Geometri

C. Uraian Materi

Dalam pembelajaran geometri terdapat teori belajar yang dikemukakan oleh van Hiele (1954) yang menguraikan tahap-tahap perkembangan mental anak dalam geometri. van Hiele adalah seorang guru bangsa Belanda yang mengadakan penelitian dalam pembelajaran geometri. Penelitian yang dilakukan van Hiele melahirkan beberapa kesimpulan mengenai tahap-tahap perkembangan kognitif anak dalam memahami geometri. van Hiele menyatakan bahwa terdapat 5 tahap pemahaman geometri yaitu: pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan akurasi.

a) Tahap Visualisasi (Pengenalan)

Pada tingkat ini, siswa memandang sesuatu bangun geometri sebagai suatu keseluruhan (*holistic*). Pada tingkat ini siswa belum memperhatikan komponen-komponen dari masing-masing bangun. Dengan demikian, meskipun pada tingkat ini siswa sudah mengenal nama sesuatu bangun, siswa belum mengamati ciri-ciri dari bangun itu. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa tahu suatu bangun bernama persegi panjang, tetapi ia belum menyadari ciri-ciri bangun persegi panjang tersebut.

a) Tahap Analisis (Deskriptif)

Pada tingkat ini siswa sudah mengenal bangun-bangun geometri berdasarkan ciri-ciri dari masing-masing bangun. Dengan kata lain, pada tingkat ini siswa sudah terbiasa menganalisis bagian-bagian yang ada pada suatu bangun dan mengamati

sifat-sifat yang dimiliki oleh unsur-unsur tersebut. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa sudah bisa mengatakan bahwa suatu bangun merupakan persegi panjang karena bangun itu “mempunyai empat sisi, sisi-sisi yang berhadapan sejajar, dan semua sudutnya siku-siku.”

b) Tahap Deduksi Formal (Pengurutan atau Relasional)

Pada tingkat ini, siswa sudah bisa memahami hubungan antar ciri yang satu dengan ciri yang lain pada sesuatu bangun. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa sudah bisa mengatakan bahwa jika pada suatu segiempat sisi-sisi yang berhadapan sejajar, maka sisi-sisi yang berhadapan itu sama panjang. Di samping itu pada tingkat ini siswa sudah memahami pelunya definisi untuk tiap-tiap bangun. Pada tahap ini, siswa juga sudah bisa memahami hubungan antara bangun yang satu dengan bangun yang lain. Misalnya pada tingkat ini siswa sudah bisa memahami bahwa setiap persegi adalah juga persegi panjang, karena persegi juga memiliki ciri-ciri persegi panjang.

c) Tahap Deduksi

Pada tingkat ini (1) siswa sudah dapat mengambil kesimpulan secara deduktif, yakni menarik kesimpulan dari hal-hal yang bersifat khusus, (2) siswa mampu memahami pengertian-pengertian pangkal, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan terorema-teorema dalam geometri, dan (3) siswa sudah mulai mampu menyusun bukti-bukti secara formal. Ini berarti bahwa pada tingkat ini siswa sudah memahami proses berpikir yang bersifat deduktif-aksiomatis dan mampu menggunakan proses berpikir tersebut.

Sebagai contoh untuk menunjukkan bahwa jumlah sudut-sudut dalam jajargenjang adalah 360° secara deduktif dibuktikan dengan menggunakan prinsip kesejajaran. Pembuktian secara induktif yaitu dengan memotong-motong sudut-sudut benda jajargenjang, kemudian setelah itu ditunjukkan semua sudutnya membentuk sudut satu putaran penuh atau 360° belum tuntas dan belum tentu tepat. Seperti diketahui bahwa pengukuran itu pada dasarnya mencari nilai yang paling dekat dengan ukuran yang sebenarnya. Jadi, mungkin saja dapat keliru dalam mengukur sudut-sudut jajargenjang tersebut. Untuk itu pembuktian secara deduktif merupakan cara yang tepat dalam pembuktian pada matematika.

Anak pada tahap ini telah mengerti pentingnya peranan unsur-unsur yang tidak didefinisikan, di samping unsur-unsur yang didefinisikan, aksioma atau problem, dan teorema. Anak pada tahap ini belum memahami kegunaan dari suatu sistem deduktif. Oleh karena itu, anak pada tahap ini belum dapat menjawab pertanyaan: “mengapa sesuatu itu perlu disajikan dalam bentuk teorema atau dalil?”

d) Tahap Akurasi (tingkat metamatematis atau keakuratan)

Pada tingkat ini anak sudah memahami betapa pentingnya ketepatan dari prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian. Sudah memahami mengapa sesuatu itu dijadikan postulat atau dalil. Dalam matematika kita tahu bahwa betapa pentingnya suatu sistem deduktif. Tahap keakuratan merupakan tahap tertinggi dalam memahami geometri.

Pada tahap ini memerlukan tahap berpikir yang kompleks dan rumit, siswa mampu melakukan penalaran secara formal tentang sistem-sistem matematika (termasuk sistem-sistem geometri), tanpa membutuhkan model-model yang konkret sebagai acuan. Pada tingkat ini, siswa memahami bahwa dimungkinkan adanya lebih dari satu geometri. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa menyadari bahwa jika salah satu aksioma pada suatu sistem geometri diubah, maka seluruh geometri tersebut juga akan berubah. Sehingga, pada tahap ini siswa sudah memahami adanya geometri-geometri yang lain di samping geometri Euclides.

Selain mengemukakan mengenai tahap-tahap perkembangan kognitif dalam memahami geometri, van Hiele juga mengemukakan bahwa terdapat tiga unsur yang utama pembelajaran geometri yaitu waktu, materi pembelajaran dan metode penyusun yang apabila dikelola secara terpadu dapat mengakibatkan meningkatnya kemampuan berpikir anak kepada tahap yang lebih tinggi dari tahap yang sebelumnya.

Menurut van Hiele, semua anak mempelajari geometri dengan melalui tahap-tahap tersebut, dengan urutan yang sama, dan tidak dimungkinkan adanya tingkat yang diloncati. Akan tetapi, kapan seseorang siswa mulai memasuki suatu tingkat yang baru tidak selalu sama antara siswa yang satu dengan siswa yang lain. Proses perkembangan dari tahap yang satu ke tahap berikutnya terutama tidak ditentukan

oleh umur atau kematangan biologis, tetapi lebih bergantung pada pengajaran dari guru dan proses belajar yang dilalui siswa. Bila dua orang yang mempunyai tahap berpikir berlainan satu sama lain, kemudian saling bertukar pikiran maka kedua orang tersebut tidak akan mengerti.

Menurut van Hiele seorang anak yang berada pada tingkat yang lebih rendah tidak mungkin dapat mengerti atau memahami materi yang berada pada tingkat yang lebih tinggi dari anak tersebut. Kalaupun anak itu dipaksakan untuk memahaminya, anak itu baru bisa memahami melalui hafalan saja bukan melalui pengertian. Adapun fase-fase pembelajaran yang menunjukkan tujuan belajar siswa dan peran guru dalam pembelajaran dalam mencapai tujuan itu. Fase-fase pembelajaran tersebut adalah: 1) fase informasi, 2) fase orientasi, 3) fase eksplisitasi, 4) fase orientasi bebas, dan 5) fase integrasi. Berdasar hasil penelitian di beberapa negara, tingkatan dari van Hiele berguna untuk menggambarkan perkembangan konsep geometrik siswa dari SD sampai Perguruan Tinggi.

1. Fase 1 Informasi (*information*)

Pada awal fase ini, guru dan siswa menggunakan tanya jawab dan kegiatan tentang obyek-obyek yang dipelajari pada tahap berpikir yang bersangkutan. Guru mengajukan pertanyaan kepada siswa sambil melakukan observasi. Tujuan kegiatan ini adalah guru mempelajari pengetahuan awal yang dimiliki siswa mengenai topik yang di bahas dan guru mempelajari petunjuk yang muncul dalam rangka menentukan pembelajaran selanjutnya yang akan diambil.

2. Fase 2 Orientasi Langsung (*Directed Orientation*)

Siswa menggali topik yang dipelajari melalui alat-alat yang dengan cermat disiapkan guru. Aktifitas ini akan berangsur-angsur menampakkan kepada siswa struktur yang memberi ciri-ciri untuk tahap berpikir ini. Jadi, alat ataupun bahan dirancang menjadi tugas pendek sehingga dapat mendatangkan respon khusus.

3. Fase 3 Penjelasan (*Explication*)

Berdasarkan pengalaman sebelumnya, siswa menyatakan pandangan yang muncul mengenai struktur yang diobservasi. Di samping itu untuk membantu siswa menggunakan bahasa yang tepat dan akurat, guru memberi bantuan

seminimal mungkin. Hal tersebut berlangsung sampai sistem hubungan pada tahap berpikir ini mulai tampak nyata.

4. Fase 4 Orientasi Bebas (*Free Orientation*)

Siswa menghadapi tugas-tugas yang lebih kompleks berupa tugas yang memerlukan banyak langkah, tugas-tugas yang dilengkapi dengan banyak cara, dan tugas-tugas open ended. Mereka memperoleh pengalaman dalam menemukan cara mereka sendiri, maupun dalam menyelesaikan tugas-tugas. Melalui orientasi diantara para siswa dalam bidang investigasi, banyak hubungan antara obyek-obyek yang dipelajari menjadi jelas.

5. Fase 5 Integrasi (*Integration*)

Siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari. Guru dapat membantu dalam membuat sintesis ini dengan melengkapi survey secara global terhadap apa-apa yang telah dipelajari siswa. Hal ini penting tetapi, kesimpulan ini tidak menunjukkan sesuatu yang baru.

Van de Walle (1990:270) membuat deskripsi aktivitas yang lebih sederhana dibandingkan dengan deskripsi yang dibuat Crowley. Menurut Van de Walle aktivitas pembelajaran untuk masing-masing tiga tahap pertama adalah:

1. Aktivitas tahap 0 (visualisasi)

Aktivitas siswa pada tahap ini antara lain:

- a. Melibatkan penggunaan model fisik yang dapat digunakan untuk memanipulasi.
- b. Melibatkan berbagai contoh bangun-bangun yang bervariasi dan berbeda sehingga sifat yang tidak relevan dapat diabaikan.
- c. Melibatkan kegiatan memilih, mengidentifikasi dan mendeskripsikan berbagai bangun, dan
- d. Menyediakan kesempatan untuk membentuk, membuat, menggambar, menyusun atau menggunting bangun.

2. Aktivitas tahap 1 (analisis)

Aktivitas siswa pada tahap ini antara lain:

- a. Menggunakan model-model pada tahap 0, terutama model-model yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan berbagai sifat bangun.
- b. Mulai lebih menfokuskan pada sifat-sifat dari pada sekedar identifikasi.

- c. Mengklasifikasi bangun berdasar sifat-sifatnya berdasarkan nama bangun tersebut.
 - d. Menggunakan pemecahan masalah yang melibatkan sifat-sifat bangun.
3. Aktivitas tahap 2 (deduksi informal)
- Aktivitas siswa pada tahap ini antara lain:
- a. Melanjutkan pengklasifikasian model dengan fokus pada pendefinisian sifat, membuat daftar sifat dan mendiskusikan sifat yang perlu dan cukup untuk kondisi suatu bangun atau konsep.
 - b. Memuat penggunaan bahasa yang bersifat deduktif informal, misalnya semua, suatu, dan jika – maka, serta mengamati validitas konversi suatu relasi.
 - c. Menggunakan model dan gambar sebagai sarana untuk berpikir dan mulai mencari generalisasi atau kontra.

D. Aktivitas Pembelajaran

Setelah membaca uraian di atas, gunakan pengetahuan Anda dapatkan untuk mengerjakan aktivitas-aktivitas berikut.

1. *Aktivitas yang dilaksanakan pada fase 1 (Informasi)*

Dengan memakai gambar bermacam-macam bangun segiempat, siswa diinstruksikan untuk memberi nama masing-masing bangun. Guru mengenalkan kosa kata khusus, seperti: simetri lipat, simetri putar, sisi berhadapan, sudut berhadapan, dan sisi sejajar. Dengan metode tanya jawab, guru menggali kemampuan awal siswa.

2. *Aktivitas yang dilaksanakan pada fase 2 (Orientasi)*

- a. Siswa disuruh membuat suatu model bangun segiempat dari kertas.

Dengan menggunakan model bangun tersebut siswa diinstruksikan untuk menyelidiki: 1) banyaknya sisi berhadapan yang sejajar dan 2) sudut suatu bangun siku-siku atau tidak

Dengan menggunakan suatu model bangun, siswa diminta untuk melipat model bangun tersebut. Kegiatan ini dimaksudkan untuk menemukan

sumbu simetri. Selanjutnya siswa diinstruksikan untuk menyelidiki banyaknya sumbu simetri yang dimiliki oleh suatu bangun.

- b. Melipat model tersebut pada diagonalnya, kemudian menempatkan yang satu di atas yang lain. Siswa diminta untuk menyelidiki banyaknya pasangan sudut berhadapan yang besarnya sama.
- c. Memotong pojok yang berdekatan, kemudian menempatkan salah satu sisi potongan pertama berimpit dengan salah satu sisi potongan yang kedua.
- d. Siswa diminta untuk menyelidiki apakah sudut yang berdekatan membentuk sudut lurus.
- e. Memotong semua pojoknya dan menempatkan potongan-potongan tersebut sedemikian sehingga menutup bidang rata.
- f. Selanjutnya siswa diminta untuk menyelidiki apakah keempat sudut itu membentuk sudut putaran.
- g. Siswa diinstruksikan untuk mengukur panjang sisi-sisi suatu segiempat, apakah ada sisi yang sama panjang?
- h. Siswa diinstruksikan untuk mengukur diagonal suatu segi empat, apakah diagonalnya sama panjang?

3. *Aktivitas yang dilaksanakan pada fase 3 (Penjelasan)*

Siswa diberi bermacam-macam potongan segiempat. Mereka diminta untuk mengelompokkan segiempat berdasarkan sifat-sifat tertentu, seperti:

- a) segiempat yang mempunyai sisi sejajar
- b) segiempat yang mempunyai sudut-sudut siku-siku
- c) segiempat yang mempunyai sisi-sisi sama panjang

4. *Aktivitas yang dilaksanakan pada fase 4 (Orientasi Bebas)*

Dengan menggunakan potongan segitiga, siswa diminta untuk membentuk segiempat, dan menyebutkan nama segiempat yang telah terbentuk.

5. *Aktivitas yang dilaksanakan pada fase 5 (Integrasi)*

Siswa dibimbing untuk menyimpulkan sifat-sifat segiempat tertentu, seperti:

- a) sifat persegi adalah:
- b) sifat persegipanjang adalah

- c) sifat belahketupat adalah
- d) sifat jajargenjang adalah
- e) sifat layang-layang adalah
- f) sifat trapesium adalah

E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memantapkan pemahaman Anda terhadap materi di atas, coba kerjakan latihan di bawah ini!

1. Cobalah diskusikan dengan teman-teman Anda mengapa teori belajar van Hiele sangat sesuai untuk diterapkan dalam pembelajaran geometri?
2. Jelaskan lima tahapan pembelajaran berdasarkan van Hiele berikut masing-masing satu contohnya pada pembelajaran luas segiempat!
3. Buatlah satu buah contoh pembelajaran geometri di SMP yang sesuai tahapan van Hiele.
4. Fase-fase pembelajaran van Hiele adalah hirarkis. Setujukah Anda dengan pendapat ini? Jelaskan alasan Anda!
5. Berikan satu kegiatan yang sesuai dengan fase integrasi menurut model pembelajaran van Hiele!

F. Rangkuman

Berdasarkan pada uraian tersebut, dapat dibuat rangkuman sebagai berikut.

1. Teori van Hiele memandang bahwa dalam mempelajari geometri para siswa mengalami perkembangan kemampuan berpikir melalui tahap-tahap tertentu.
2. Terdapat 5 tahap pemahaman geometri yaitu: visualisasi/pengenalan, analisis/tingkat deskriptif,abstraksi/pengurutan/relasional, deduksi formal, dan akurasi (tingkat metamatematis atau keakuratan)
3. Fase-fase pembelajaran Geometri adalah sebagai berikut: 1) fase informasi; 2) fase orientasi; 3) fase eksplisitasi; 4) fase orientasi bebas; dan 5) fase integrasi. Pada Fase Integrasi: Siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari. Guru dapat membantu siswa dalam membuat sintesis ini dengan melengkapi survei secara global terhadap apa yang telah dipelajari. Hal ini

penting, tetapi kesimpulan ini tidak menunjukkan sesuatu yang baru. Pada akhir fase kelima ini siswa mencapai tahap berpikir yang baru. Siswa siap untuk mengulangi fase-fase belajar pada tahap sebelumnya.

4. Menurut van Hiele, terdapat tiga unsur utama dalam pengajaran geometri, yaitu: waktu, materi pengajaran, dan metode pengajaran. Apabila ketiga unsur itu dikelola dengan baik, maka peningkatan kemampuan berpikir anak lebih tinggi.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Buatlah suatu rancangan pembelajaran geometri pada pokok bahasan tertentu sesuai dengan teori belajar dari van Hiele!
2. Apa yang bisa Anda ambil atau Anda kembangkan dari kegiatan belajar ini untuk keperluan mengajar Anda di SMP/MTs?

Untuk mengukur ketercapaian kompetensi dalam mempelajari Kegiatan Pembelajaran ini, lakukan evaluasi diri sebagai berikut. Apabila Anda mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih dalam menjawab soal latihan, Anda dapat meneruskan kegiatan belajar selanjutnya. Bagus! Jika belum, Anda harus mengulangi materi, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kegiatan Belajar 4

Teori Belajar Ausubel

A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan teori belajar Ausubel dan mampu memberikan contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian dan prinsip-prinsip teori belajar Ausubel.
2. Mengaplikasikan teori belajar Ausubel yang sesuai dengan karakteristik mata pelajaran matematika.

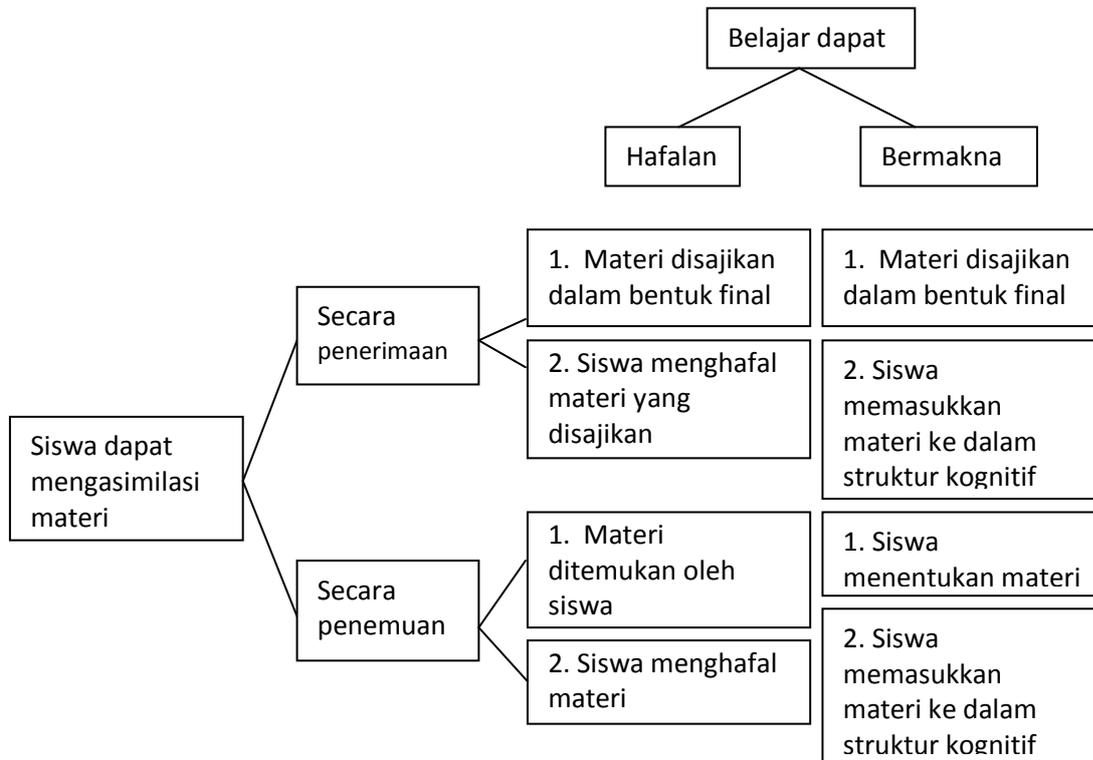
C. Uraian Materi

1. Teori Belajar David Ausubel

David Ausubel adalah seorang ahli psikologi pendidikan. Ausubel memberi penekanan pada proses belajar yang bermakna. Teori belajar Ausubel terkenal dengan belajar bermakna dan pentingnya pengulangan sebelum belajar dimulai. Menurut Ausubel belajar dapat dikalifikasikan ke dalam dua dimensi. Dimensi pertama berhubungan dengan cara informasi atau materi pelajaran yang disajikan pada siswa melalui penerimaan atau penemuan. Dimensi kedua menyangkut cara bagaimana siswa dapat mengaitkan informasi itu pada struktur kognitif yang telah ada, yang meliputi fakta, konsep, dan generalisasi yang telah dipelajari dan diingat oleh siswa.

Pada tingkat pertama dalam belajar, informasi dapat dikomunikasikan pada siswa baik dalam bentuk belajar penerimaan yang menyajikan informasi itu dalam bentuk final, maupun dengan bentuk belajar penemuan yang mengharuskan siswa untuk menemukan sendiri sebagian atau seluruh materi yang akan diajarkan. Pada tingkat kedua, siswa menghubungkan atau mengaitkan informasi itu pada pengetahuan yang telah dimilikinya, dalam hal ini terjadi belajar bermakna. Akan tetapi, siswa itu

dapat juga hanya mencoba-coba menghafalkan informasi baru itu, tanpa menghubungkannya pada konsep-konsep yang telah ada dalam struktur kognitifnya, dalam hal ini terjadi belajar hafalan. Menurut Ausubel & Robinson (dalam Dahar: 1989) kaitan antar kedua dimensi tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3. Bentuk-bentuk belajar (menurut Ausubel & Robinson, 1969)

Belajar bermakna merupakan suatu proses dikaitkannya informasi baru pada konsep-konsep yang relevan yang terdapat dalam struktur kognitif seseorang. Dalam belajar bermakna informasi baru diasimilasikan pada subsume-subsume yang telah ada. Ausubel membedakan antara belajar menerima dengan belajar menemukan. Pada belajar menerima siswa hanya menerima, jadi tinggal menghafalkannya, sedangkan pada belajar menemukan konsep ditemukan oleh siswa, jadi siswa tidak menerima pelajaran begitu saja. Selain itu terdapat perbedaan antara belajar menghafal dengan belajar bermakna, pada belajar menghafal siswa menghafalkan materi yang sudah diperolehnya, sedangkan pada belajar bermakna materi yang telah diperoleh itu dikembangkannya dengan keadaan lain sehingga belajarnya lebih dimengerti.

Belajar menerima maupun menemukan sama-sama dapat berupa belajar menghafal atau bermakna. Misalnya dalam mempelajari konsep *Pythagoras* tentang segitiga siku-siku, mungkin bentuk akhir $c^2 = b^2 + a^2$ sudah disajikan (belajar menerima), tetapi jika siswa dalam memahami rumus itu selalu dikaitkan dengan sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku akan merupakan belajar bermakna. Siswa lain memahami rumus itu dengan cara melalui pencarian, tetapi bila kemudian ia menghafalkannya tanpa dikaitkan dengan sisi sebuah segitiga siku-siku menjadi menghafal.

Menurut Ausubel (dalam Dahar, 1988:116) prasyarat-prasyarat belajar bermakna ada dua sebagai berikut. (1) Materi yang akan dipelajari harus bermakna secara potensial; kebermaknaan materi tergantung dua faktor, yakni materi harus memiliki kebermaknaan logis dan gagasan-gagasan yang relevan harus terdapat dalam struktur kognitif siswa. (2) Siswa yang akan belajar harus bertujuan untuk melaksanakan belajar bermakna. Dengan demikian mempunyai kesiapan dan niat untuk belajar bermakna.

2. Prinsip-prinsip dalam teori belajar Ausubel

Menurut Ausubel faktor yang paling penting yang mempengaruhi belajar adalah apa yang sudah diketahui siswa. Jadi agar terjadi belajar bermakna, konsep baru atau informasi baru harus dikaitkan dengan konsep-konsep yang telah ada dalam struktur kognitif siswa. Dalam menerapkan teori Ausubel dalam mengajar, terdapat konsep-konsep atau prinsip-prinsip yang harus diperhatikan. Prinsip-prinsip tersebut adalah:

- a. Pengaturan Awal (*advance organizer*). Pengaturan Awal mengarahkan para siswa ke materi yang akan dipelajari dan mengingatkan siswa pada materi sebelumnya yang dapat digunakan siswa dalam membantu menanamkan pengetahuan baru.
- b. Diferensiasi Progresif. Pengembangan konsep berlangsung paling baik jika unsur-unsur yang paling umum, paling inklusif dari suatu konsep diperkenalkan terlebih dahulu, dan kemudian baru diberikan hal-hal yang lebih mendetail dan lebih khusus dari konsep itu. Menurut Sulaiman (1988: 203) diferensiasi progresif adalah cara mengembangkan pokok bahasan melalui

penguraian bahan secara heirarkhis sehingga setiap bagian dapat dipelajari secara terpisah dari satu kesatuan yang besar.

- c. Belajar Superordinat. Selama informasi diterima dan diasosiasikan dengan konsep dalam struktur kognitif (subsumsi), konsep itu tumbuh dan mengalami diferensiasi. Belajar superordinat dapat terjadi apabila konsep-konsep yang telah dipelajari sebelumnya dikenal sebagai unsur-unsur dari suatu konsep yang lebih luas, lebih inklusif.
- d. Penyesuaian Integratif (Rekonsiliasi Integratif). Mengajar bukan hanya urutan menurut diferensiasi progresif yang diperhatikan, melainkan juga harus diperlihatkan bagaimana konsep-konsepbaru dihubungkan pada konsep-konsep superordinat. Guru harus memperlihatkan secara eksplisit bagaimana arti-arti baru dibandingkan dan dipertentangkan dengan arti-arti sebelumnya yang lebih sempit, dan bagaimana konsep-konsep yang tingkatannya lebih tinggi sekarang mengambil arti baru.

3. Penerapan Teori Ausubel dalam Pembelajaran

Untuk menerapkan teori Ausubel dalam pembelajaran, Dadang Sulaiman (1988) menyarankan agar menggunakan dua fase, yakni fase perencanaan dan fase pelaksanaan. Fase perencanaan terdiri dari menetapkan tujuan pembelajaran, mendiagnosis latar belakang pengetahuan siswa, membuat struktur materi dan memformulasikan pengaturan awal. Sedangkan fase pelaksanaan dalam pembelajaran terdiri dari pengaturan awal, diferensiasi progresif, dan rekonsiliasi integratif.

a. Fase Perencanaan

- 1) Dalam merencanakan pembelajaran langkah pertama adalah menentukan tujuan pembelajaran. Model Ausubel dapat digunakan untuk mengajarkan hubungan antara konsep dan antar generalisasi.
- 2) Mendiagnosis latar belakang pengetahuan siswa, model Ausubel ini cukup fleksibel untuk dipakai dalam mengajarkan konsep dan generalisasi, dengan syarat guru harus menyadari latar belakang pengetahuan siswa.
- 3) Membuat struktur materi secara hirarkhis, merupakan salah satu pendukung untuk melakukan rekonsiliasi integratif dari teori Ausubel.

-
- 4) Memformulasikan pengaturan awal (*advance organizer*), menurut Eggen (1979:277), pengaturan awal dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu: (a) mengaitkan materi pelajaran dengan struktur pengetahuan siswa, (b) mengorganisasikan materi yang dipelajari siswa.

b. Fase Pelaksanaan

Setelah fase perencanaan, guru menyiapkan pelaksanaan model Ausubel ini. Untuk menjaga agar siswa tidak pasif maka guru harus dapat mempertahankan adanya interaksi dengan siswa melalui tanya jawab, memberi contoh perbandingan dan sebagainya berkaitan dengan ide yang disampaikan saat itu. Guru hendaknya mulai dengan *advance organizer* dan menggunakannya hingga akhir pelajaran sebagai pedoman untuk mengembangkan bahan pengajaran. Langkah selanjutnya adalah menguraikan pokok-pokok bahasan menjadi lebih terperinci melalui diferensiasi progresif. Setelah guru yakin bahwa siswa mengerti akan konsep yang disajikan maka ada dua pilihan langkah berikutnya, yaitu: (1) menghubungkan atau membandingkan konsep-konsep itu melalui rekonsiliasi integratif, (2) melanjutkan dengan diferensiasi progresif sehingga konsep tersebut menjadi lebih luas.

4. Alternatif Penerapan Teori Belajar Ausubel pada Pembelajaran Pokok bahasan Pertidaksamaan Linear satu variabel

a. Fase Perencanaan

- 1) Menetapkan tujuan pembelajaran, yakni siswa memahami dan dapat menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel.
- 2) Indikator: Menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel.
- 3) Mendiagnosis latar belakang pengetahuan siswa dalam memahami pokok bahasan pertidaksamaan linear, yakni:
 - a) Persamaan linear satu variabel (materi SMP kelas-7)
 - b) Penyelesaian persamaan linear satu variabel (materi SMP kelas-7)
 - c) Keekuivalenan pada persamaan linear satu variabel (materi SMP kelas-7)
- 4) Membuat struktur materi
Mementukan struktur materi tentang pertidaksamaan linear satu variabel sebagai berikut:

- a) Mengetahui persamaan linear satu variabel
- b) Pengertian pertidaksamaan linear satu variabel
- c) Menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel

5) Memformulasikan pengaturan awal, untuk mengajarkan pokok bahasan pertidaksamaan linear di kelas-7 SMP adalah sebagai berikut.

- a) Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka yang ruas kiri dan kanan dihubungkan dengan tanda “=” .
- b) Ketidaksamaan adalah pernyataan yang ruas kiri dan kanan dihubungkan dengan tanda \neq , $<$, $>$, \leq , atau \geq
- c) Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang ruas kiri dan kanan dihubungkan dengan tanda \neq , $<$, $>$, \leq , \geq
- d) Pertidaksamaan dalam bentuk $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$, atau $ax + b \geq 0$, dengan $a, b \in R$ dan $a \neq 0$ disebut pertidak-samaan linear satu variabel. Dalam hal ini pertidaksamaan disebut linear karena pangkat dari variabelnya adalah satu.
- e) Sifat-sifat yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan linear satu variabel adalah:
 - (1) Jika kedua ruas dari persamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama, maka penyelesaiannya tidak berubah
 - (2) Jika kedua ruas dari persamaan dikalikan dengan bilangan yang sama, maka penyelesaiannya tidak berubah
 - (3) Jika kedua ruas dari persamaan dibagi dengan bilangan yang sama dan tidak sama dengan nol, maka penyelesaiannya tidak berubah.

b. Fase Pelaksanaan

Kegiatan yang dilakukan pada fase pelaksanaan adalah sebagai berikut:

Uraian Kegiatan	Prinsip yang digunakan
Guru mengingatkan siswa tentang perbedaan antara ketidaksamaan dan pertidaksamaan	Advance organizer
Guru mengingatkan siswa pada persamaan linear satu variabel dan tiga sifat yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan linear satu variabel	Advance organizer

Uraian Kegiatan	Prinsip yang digunakan
Guru memberikan masalah tentang penyelesaian dari persamaan linear satu variabel $5x + 12 = 2x - 3$	Advance organizer
Guru menjelaskan materi pertidaksamaan linear satu variabel. Bentuk umum pertidaksamaan $ax + b < c$, $ax + b \leq c$, $ax + b > c$, $ax + b \geq c$ dengan $a, b, c \in R, a \neq 0$	Diferensiasi progresif
Guru memberikan beberapa contoh pertidaksamaan linear satu variabel, misalnya tentukan penyelesaian pertidaksamaan linear $3x + 10 \geq 8$	Diferensiasi progresif
Siswa menyelesaikan pertidaksamaan linear dan menggambarkan penyelesaian pertidaksamaan pada garis bilangan. Siswa menyimpulkan cara yang digunakan untuk menentukan penyelesaian pada garis bilangan	Rekonsiliasi integratif

D. Aktivitas Pembelajaran

Peserta berkelompok, masing-masing kelompok terdiri dari 4-5 orang.

Buatlah contoh penerapan teori belajar David Ausubel untuk materi pertidaksamaan linear satu variabel. Disusun secara lengkap fase-fasenya, yakni:

- a. Fase perencanaan, terdiri dari: (1) Menetapkan tujuan, (2) Indikator, (3) Mendiagnosis latar belakang, (4) Membuat struktur materi, (5) Memformulasikan pengaturan awal
- b. Fase pelaksanaan.

Uraian Kegiatan	Prinsip yang digunakan
Guru mengingatkan siswa tentang perbedaan antara ketidaksamaan dan pertidaksamaan	Advance organizer

Uraian Kegiatan	Prinsip yang digunakan
Guru mengingatkan siswa pada persamaan linear satu variabel dan tiga sifat yang digunakan dalam menyelesaikan persamaan linear satu variabel	Advance organizer
Dst	Dst

Presentasikan hasil penyusunan penerapan pembelajaran tersebut di depan kelas, peserta lain menanggapi dan memberikan masukan.

E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memperdalam pemahaman mengenai materi teori belajar David Ausubel, kerjakanlah soal latihan berikut.

1. Menurut Ausubel belajar dapat dikalifikasikan ke dalam dua dimensi. Jelaskan kedua dimensi belajar tersebut.
2. Sebutkan dan jelaskan prasyarat-prasyarat dalam belajar bermakna menurut Ausubel.
3. Sebutkan dan jelaskan prinsip-prinsip dalam teori belajar Ausubel.
4. Jelaskan fase-fase dalam penerapan teori belajar Ausubel dalam pembelajaran matematika.
5. Berikan contoh implikasi dari pembelajaran bermakna menurut Ausubel terhadap pembelajaran bermakna.

F. Rangkuman

1. Menurut Ausubel belajar dapat dikalifikasikan ke dalam dua dimensi, yaitu (1) cara informasi atau materi pelajaran yang disajikan pada siswa melalui penerimaan atau penemuan dan (2) cara bagaimana siswa dapat mengaitkan informasi itu pada struktur kognitif yang telah ada, yang meliputi fakta, konsep, dan generalisasi yang telah dipelajari dan diingat oleh siswa.
2. Menurut Ausubel prasyarat-prasyarat belajar bermakna adalah sebagai berikut: (1) Materi yang akan dipelajari harus bermakna secara potensial dan (2) Siswa yang akan belajar harus bertujuan untuk melaksanakan belajar bermakna.

3. Prinsip-prinsip dalam teori belajar Ausubel adalah: (1) Advance Organizer (pengaturan awal), (2) Diferensiasi Progresif, (3) Belajar Superordinat, dan (4) Rekonsiliasi Integratif (Penyesuaian Integratif).
4. Fase-fase dalam Menerapkan Teori Belajar Ausubel adalah terdiri dari (1) Fase Perencanaan dan (2) Fase Pelaksanaan.

G. Umpan balik dan tindak lanjut

Untuk mengukur ketercapaian kompetensi peserta kegiatan dalam mempelajari bahan ajar ini lakukan evaluasi diri sebagai berikut. Apabila Anda mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan kegiatan belajar selanjutnya. Bagus! Jika belum, Anda harus mengulangi materi, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kegiatan Pembelajaran (KB) 5

Teori Belajar Bruner

A. Tujuan

Peserta pelatihan dapat menjelaskan teori belajar Bruner dan mampu memberikan contoh penerapannya dalam pembelajaran matematika

B. Indikator Pencapaian Tujuan Kompetensi

Menjelaskan pengertian, macam, dan aplikasi teori belajar menurut Bruner yang sesuai dengan karakteristik mata pelajaran matematika.

C. Uraian materi

1. Teori Bruner

Jerome Bruner adalah seorang ahli psikologi perkembangan dari Universitas Harvard, Amerika Serikat, yang telah memelopori aliran psikologi belajar kognitif yang memberikan dorongan agar pendidikan memberikan perhatian pada pentingnya pengembangan berpikir. Bruner banyak memberikan pandangan mengenai perkembangan kognitif manusia, bagaimana manusia belajar atau memperoleh pengetahuan, menyimpan pengetahuan dan mentransformasikan pengetahuan. Dalam mempelajari manusia, ia menganggap manusia sebagai pemroses, pemikir, dan pencipta informasi. Bruner dalam teorinya menyatakan bahwa belajar matematika akan lebih berhasil jika proses pengajaran diarahkan kepada konsep-konsep dan struktur-struktur yang termuat dalam pokok bahasan yang diajarkan, disamping hubungan yang terkait antar konsep-konsep dan struktur-struktur. Dengan mengenal konsep dan struktur yang tercakup dalam bahan yang sedang dibicarakan, anak akan memahami materi yang harus dikuasainya itu. Ini menunjukkan bahwa materi yang mempunyai suatu pola atau struktur tertentu akan lebih mudah dipahami dan diingat anak.

Menurut Bruner (dalam Hudoyo, 1990:48) belajar matematika adalah belajar mengenai konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari, serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Siswa harus dapat menemukan keteraturan dengan cara mengotak-atik bahan-bahan yang berhubungan dengan keteraturan intuitif yang sudah dimiliki siswa. Dengan demikian siswa dalam belajar, haruslah terlibat aktif mentalnya agar dapat mengenal konsep dan struktur dalam materi yang sedang dibicarakan. Dengan demikian materi yang mempunyai suatu pola atau struktur tertentu akan lebih mudah dipahami oleh anak.

Dalam bukunya (Bruner, 1960) mengemukakan empat tema pendidikan, yakni: (1) Pentingnya arti struktur pengetahuan. Kurikulum hendaknya mementingkan struktur pengetahuan, karena dalam struktur pengetahuan kita menolong para siswa untuk melihat. (2) Kesiapan (*readiness*) untuk belajar. Menurut Bruner (1966:29), kesiapan terdiri atas penguasaan keterampilan-keterampilan yang lebih sederhana yang memungkinkan seorang untuk mencapai keterampilan-keterampilan yang lebih tinggi. (3) Nilai intuisi dalam proses pendidikan. Intuisi adalah teknik-teknik intelektual untuk sampai pada formulasi-formulasi tentatif tanpa melalui langkah-langkah analitis untuk mengetahui apakah formulasi-formulasi itu merupakan kesimpulan-kesimpulan yang sah atau tidak, serta (4) motivasi atau keinginan untuk belajar beserta cara-cara yang dimiliki para guru untuk merangsang motivasi itu.

2. Belajar sebagai Proses Kognitif

Menurut Bruner dalam belajar melibatkan tiga proses yang berlangsung hampir bersamaan. Ketiga proses tersebut adalah (1) memperoleh informasi baru, (2) transformasi informasi, dan (3) menguji relevan informasi dan ketepatan pengetahuan. Dalam belajar informasi baru merupakan penghalusan dari informasi sebelumnya yang dimiliki seseorang. Dalam transformasi pengetahuan seseorang memperlakukan pengetahuan agar cocok atau sesuai dengan tugas baru. Jadi, transformasi menyangkut cara kita memperlakukan pengetahuan, apakah dengan cara ekstrapolasi atau dengan mengubah menjadi bentuk lain. Kita menguji

relevansi dan ketepatan pengetahuan dengan minilai apakah cara kita memperlakukan pengetahuan itu cocok dengan tugas yang ada.

Bruner menyebut pandangannya tentang belajar atau pertumbuhan kognitif sebagai *konseptualisme instrumental*. Pandangan ini berpusat pada dua prinsip, yaitu: (1) pengetahuan seseorang tentang alam didasarkan pada model-model tentang kenyataan yang dibangunnya dan (2) model-model semacam itu mula-mula diadopsi dari kebudayaan seseorang, kemudian model-model itu diadaptasi pada kegunaan bagi orang yang bersangkutan.

Pendewasaan pertumbuhan intelektual atau pertumbuhan kognitif seseorang menurut Bruner adalah sebagai berikut.

- a. Pertumbuhan intelektual ditunjukkan oleh bertambahnya ketidak-tergantungan respons dari sifat stimulus. Dalam hal ini ada kalanya seorang anak mempertahankan suatu respons dalam lingkungan stimulus yang berubah-ubah, atau belajar mengubah responnya dalam lingkungan stimulus yang tidak berubah. Melalui pertumbuhan, seseorang memperoleh kebebasan dari pengontrolan stimulus melalui proses-proses perantara yang mengubah stimulus sebelum respons.
- b. Pertumbuhan intelektual tergantung pada bagaimana seseorang menginternalisasi peristiwa-peristiwa menjadi suatu sistem simpanan (*storage system*) yang sesuai dengan lingkungan. Sistem inilah yang memungkinkan peningkatan kemampuan anak untuk bertindak di atas informasi yang diperoleh pada suatu kesempatan. Ia melakukan ini dengan membuat ramalan-ramalan, dan ekstrapolasi-ekstrapolasi dari model alam yang disimpannya.
- c. Pertumbuhan intelektual menyangkut peningkatan kemampuan seseorang untuk berkata pada dirinya sendiri atau pada orang lain, dengan pertolongan kata-kata dan simbol-simbol, apa yang telah dilakukan atau apa yang dilakukan.

Bruner (1966) mengemukakan bahwa terdapat tiga sistem keterampilan untuk menyatakan kemampuan-kemampuan secara sempurna. Ketiga sistem keterampilan itu adalah yang disebut tiga cara penyajian (*modes of presents*), yaitu:

a. Cara penyajian enaktif

Cara penyajian enaktif adalah melalui tindakan, anak terlibat secara langsung dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek, sehingga bersifat manipulatif. Anak belajar sesuatu pengetahuan secara aktif, dengan menggunakan benda-benda konkret atau situasi nyata. Dengan cara ini anak mengetahui suatu aspek dari kenyataan tanpa menggunakan pikiran atau kata-kata. Cara ini terdiri atas penyajian kejadian-kejadian yang lampau melalui respon-respon motorik. Dalam cara penyajian ini anak secara langsung terlihat.

b. Cara penyajian ikonik

Cara penyajian ikonik didasarkan pada pikiran internal dimana pengetahuan disajikan melalui serangkaian gambar-gambar atau grafik, yang dilakukan anak berhubungan dengan mental, yang merupakan gambaran dari objek-objek yang dimanipulasinya. Anak tidak langsung memanipulasi objek seperti yang dilakukan siswa dalam tahap enaktif. Bahasa menjadi lebih penting sebagai suatu media berpikir.

c. Cara penyajian simbolik

Cara penyajian simbolik didasarkan pada sistem berpikir abstrak, arbitrer, dan lebih fleksibel. Dalam tahap ini anak memanipulasi simbol-simbol atau lambang-lambang objek tertentu. Anak tidak lagi terikat dengan objek-objek pada tahap sebelumnya. Siswa pada tahap ini sudah mampu menggunakan notasi tanpa ketergantungan terhadap objek lain.

Dari hasil penelitiannya Bruner mengungkapkan dalil-dalil terkait penguasaan konsep-konsep oleh anak. Dalil-dalil tersebut adalah dalil-dalil penyusunan (*construction theorem*), dalil notasi (*notation theorem*), dalil kekontrasan dan dalil variasi (*contrast and variation theorem*), dalil pengaitan (*connectivity theorem*).

Adapun penjelasan dari dalil-dalil tersebut adalah sebagai berikut.

a. Dalil penyusunan (*construction theorem*)

Dalil ini menyatakan bahwa jika anak ingin mempunyai kemampuan dalam hal menguasai konsep, teorema, definisi, dan semacamnya, anak harus dilatih untuk melakukan penyusunan representasinya. Untuk melekatkan ide atau definisi tertentu dalam pikiran, anak-anak harus menguasai konsep dengan mencoba dan melakukannya sendiri. Dengan demikian, jika anak aktif dan terlibat dalam kegiatan

mempelajari konsep yang dilakukan dengan jalan memperlihatkan representasi konsep tersebut, maka anak akan lebih memahaminya.

Apabila dalam proses perumusan dan penyusunan ide-ide tersebut anak disertai dengan bantuan benda-benda konkrit, maka akan lebih muda mengingat ide-ide yang dipelajari itu. Siswa akan lebih mudah menerapkan ide dalam situasi riil secara tepat. Dalam tahap ini anak memperoleh penguatan yang diakibatkan interaksinya dengan benda-benda konkret yang dimanipulasinya. Memori seperti ini bukan sebagai akibat penguatan. Dapat disimpulkan bahwa pada hakikatnya, dalam tahap awal pemahaman konsep diperlukan aktivitas-aktivitas konkret yang mengantar anak kepada pengertian konsep.

Anak yang mempelajari konsep perkalian yang didasarkan pada prinsip penjumlahan berulang, akan lebih memahami konsep tersebut. Jika anak tersebut mencoba sendiri menggunakan garis bilangan untuk memperlihatkan proses perkalian tersebut. Sebagai contoh untuk memperlihatkan perkalian, kita ambil 3×5 , ini berarti pada garis bilangan meloncat 3 kali dengan loncatan sejauh 5 satuan, hasil loncatan tersebut kita periksa, ternyata hasilnya 15. Dengan mengulangi hasil percobaan seperti ini, anak akan benar-benar memahami dengan pengertian yang dalam, bahwa perkalian pada dasarnya merupakan penjumlahan berulang.

b. Dalil Notasi (*Notation Theorem*)

Dalil notasi mengungkapkan bahwa dalam penyajian konsep, notasi memegang peranan penting. Notasi yang digunakan dalam menyatakan sebuah konsep tertentu harus disesuaikan dengan tahap perkembangan mental anak. Ini berarti untuk menyatakan sebuah rumus misalnya, maka notasinya harus dapat dipahami oleh anak, tidak rumit dan mudah dimengerti. Sebagai contoh notasi untuk menyatakan "himpunan bilangan asli real antara 4 dan 10" adalah $\{x | 4 < x < 10, x \in R\}$.

Notasi yang diberikan tahap demi tahap ini sifatnya berurutan dari yang paling sederhana sampai yang paling sulit. Penyajian seperti ini dalam matematika merupakan pendekatan spiral. Dalam pendekatan spiral setiap ide-ide matematika disajikan secara sistematis dengan menggunakan notasi-notasi yang bertingkat.

Pada tahap awal notasi ini sederhana, diikuti dengan notasi berikutnya yang lebih kompleks. Notasi yang terakhir, yang mungkin belum dikenal sebelumnya oleh anak, umumnya merupakan notasi yang akan banyak digunakan dan diperlukan dalam pembangunan konsep matematika lanjutan.

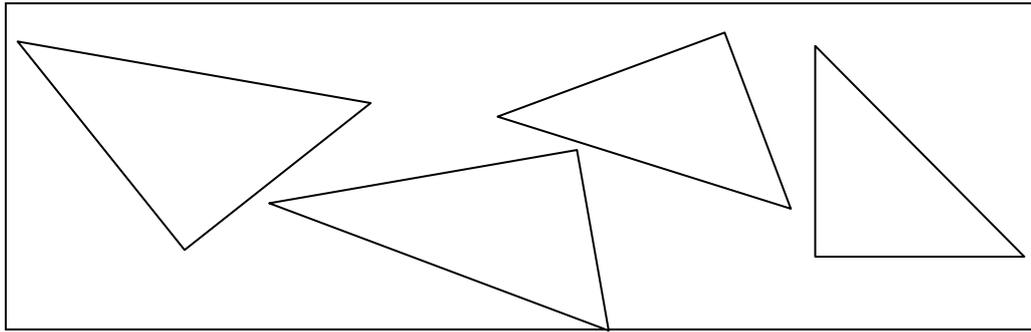
c. Dalil Pengkontrasan dan Variasi (*Contrast and Variation Theorem*)

Dalam dalil ini dinyatakan bahwa pengontrasan dan variasi sangat penting dalam melakukan perubahan konsep dipahami dengan mendalam, diperlukan contoh-contoh yang banyak, sehingga anak mampu mengetahui karakteristik konsep tersebut. Anak perlu diberi contoh yang memenuhi rumusan atau teorema yang diberikan. Selain itu mereka perlu juga diberi contoh-contoh yang tidak memenuhi rumusan, sifat atau teorema, sehingga diharapkan anak tidak mengalami salah pengertian terhadap konsep yang sedang dipelajari.

Konsep yang diterangkan dengan contoh dan bukan contoh adalah salah satu cara pengkontrasan. Melalui cara ini anak akan mudah memahami arti karakteristik konsep yang diberikan tersebut. Sebagai contoh, untuk menjelaskan pengertian persegi panjang, anak harus diberi contoh bujursangkar, belahketupat, jajargenjang, dan segiempat yang diberikan padanya termasuk persegipanjang atau tidak.

Keanekaragaman juga membantu anak dalam memahami konsep yang disajikan karena dapat memberikan belajar bermaknabagi anak. Misalnya, untuk memperjelas pengertian bilangan prima anak perlu diberi contoh yang banyak, yang sifatnya beranekaragam. Perlu diberikan contoh-contoh bilangan ganjil maupun genap yang termasuk bilangan prima dengan yang tidak. Pada anak harus diperlihatkan bahwa tidak semua bilangan ganjil termasuk bilangan prima, sebab bilangan tersebut habis dibagi oleh bilangan lain selain oleh bilangan itu sendiri dan oleh satu.

Untuk menjelaskan segitiga siku-siku, perlu diberi contoh yang gambar-gambarnya tidak selalu tegak dengan sisi miring dalam keadaan mendatar atau membujur. Dengan cara ini anak terlatih dalam memeriksa, apakah segitiga yang diberikan kepadanya tergolong segitiga siku-siku atau tidak. Gambar 4 berikut memuat gambar segitiga-segitiga siku-siku dalam dengan posisi berbeda-beda



Gambar 4. Segitiga- segitiga siku-siku dalam berbagai posisi

d. Dalil Konektivitas atau Pengaitan (*Connectivity theorem*)

Dalil ini menyatakan bahwa dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat, bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan. Materi yang satu mungkin merupakan prasyarat bagi yang lainnya, atau suatu konsep tertentu diperlukan untuk menjelaskan konsep lainnya. Misalnya konsep persamaan linear satu variabel diperlukan untuk menentukan penyelesaian persamaan kuadrat.

Guru perlu menjelaskan bagaimana hubungan antara sesuatu yang sedang dijelaskan dengan objek atau rumus lain. Apakah hubungan itu dalam kesamaan rumus yang digunakan, sama-sama dapat digunakan dalam bidang aplikasi atau dalam hal-hal lainnya. Melalui cara ini anak akan mengetahui pentingnya konsep yang sedang dipelajari dan memahami bagaimana kedudukan rumus atau ide yang sedang dipelajarinya itu dalam matematika. Anak perlu menyadari bagaimana hubungan tersebut, karena antara sebuah bahasan dengan bahasan matematika lainnya saling berkaitan.

5. Menerapkan Metode Penemuan dalam Pembelajaran

Salah satu dari model-model instruksional kognitif yang paling berpengaruh adalah model belajar penemuan Jerome Bruner (1966). Selanjutnya Bruner memberikan arahan bagaimana peran guru dalam menerapkan belajar penemuan pada siswa, sebagai berikut.

- a. Merencanakan materi pelajaran yang diperlukan sebagai dasar bagi para siswa untuk memecahkan masalah. Guru hendaknya menggunakan sesuatu yang sudah dikenal oleh siswa, kemudian guru mengemukakan sesuatu yang berlawanan, sehingga terjadi konflik dengan pengalaman siswa. Akibatnya timbullah masalah, yang akan merangsang siswa untuk menyelidiki masalah itu, menyusun hipotesis-hipotesis, dan mencoba menemukan konsep-konsep atau prinsip-prinsip yang mendasari masalah tersebut.
- b. Urutan pengajaran hendaknya menggunakan cara penyajian enaktif, ikonik, kemudian simbolik karena perkembangan intelektual siswa diasumsikan mengikuti urutan enaktif, ikonik, kemudian simbolik.
- c. Pada saat siswa memecahkan masalah, guru hendaknya berperan sebagai pembimbing atau tutor. Guru hendaknya tidak mengungkap terlebih dahulu prinsip atau aturan yang akan dipelajari, guru hendaknya memberikan saran-saran jika diperlukan. Sebagai tutor, guru sebaiknya memberikan umpan balik pada saat yang tepat untuk perbaikan siswa.
- d. Dalam menilai hasil belajar bentuk tes dapat berupa tes objektif atau tes esay, karena tujuan-tujuan pembelajaran tidak dirumuskan secara mendetail. Tujuan belajar penemuan adalah mempelajari generalisasi-generalisasi dengan menemukan sendiri generalisasi-generalisasi itu.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Buatlah contoh penerapan teori Bruner untuk pembelajaran materi persamaan kuadrat, dengan menggunakan metode penemuan.
2. Presentasikan contoh tersebut di depan kelas, sehingga bisa ditanggapi dan diberi masukan oleh kelompok lain.

E. Latihan/Kasus/Tugas

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, silahkan mengerjakan latihan berikut ini

1. Jelaskan tentang pendewasaan pertumbuhan intelektual atau pertumbuhan kognitif manusia.
2. Sebutkan 4 dalil (teorema) yang berkaitan dengan pengajaran matematika yang dikembangkan oleh Bruner.
3. Jelaskan salah satu cara untuk menyampaikan suatu konsep dengan pengontrasan .
4. Jelaskan secara singkat kelebihan belajar penemuan.
5. Belajar bermakna dapat terjadi melalui belajar penemuan. Jelaskan bagaimana caranya?

F. Rangkuman

1. Menurut Bruner belajar matematika adalah belajar mengenai konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari, serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu.
2. Bruner mengemukakan 4 dalil berkaitan dengan pengajaran matematika, yaitu:
(a) Dalil penyusunan (*Connection Theorem*), (b) Dalil Notasi (*Notation Theorem*), (c) Dalil Pengontrasan dan Variasi (*Contrast and Variation Theorem*), dan (d) Dalil Pengaitan (*Connectivity Theorem*).
3. Tiga macam cara penyajian objek menurut Bruner adalah berupa enaktif, ikonik, dan simbolik.
4. Peran guru dalam menerapkan belajar penemuan pada siswa, sebagai berikut:
(1) Merencanakan materi pelajaran yang diperlukan sebagai dasar bagi para siswa untuk memecahkan masalah, (2) Urutan pengajaran hendaknya menggunakan cara penyajian enaktif, ikonik, kemudian simbolik karena perkembangan intelektual siswa diasumsikan mengikuti urutan enaktif, ikonik, kemudian simbolik, (3) Pada saat siswa memecahkan masalah, guru hendaknya berperan sebagai pembimbing atau tutor, (4) Dalam menilai hasil belajar

bentuk tes dapat berupa tes objektif atau tes esay, karena tujuan-tujuan pembelajaran tidak dirumuskan secara mendetail.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkan jawaban latihan Anda dengan kuncinya. Apabila Anda telah mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan kegiatan belajar selanjutnya. Bagus! Jika belum, pelajari kembali terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Soal Latihan

Kegiatan Pembelajaran 1: Teori Belajar Behavioristik

1. Peserta pelatihan dapat menggunakan aktivitas pembelajaran sebagai contoh untuk menyusun pembelajaran dengan menggunakan teori belajar (Thorndike, Skinner, Pavlov, dan Bandura) pada satu KD.
2. Adapun rangkumannya adalah sebagai berikut
 - a. Teori Belajar Thorndike menyatakan bahwa belajar merupakan peristiwa terbentuknya asosiasi-asosiasi antara peristiwa-peristiwa yang disebut dengan stimulus (S) dan respon (R) yang diberikan atas stimulus tersebut. Selanjutnya, Thorndike mengemukakan bahwa terjadinya asosiasi antara stimulus dan respon ini mengikuti tiga hukum, yaitu a) hukum latihan (*law of exercise*); b) hukum akibat (*law of effect*); dan c) hukum kesiapan (*law of readiness*).
 - b. Teori Belajar Skinner menyatakan bahwa ganjaran atau penguatan mempunyai peranan yang amat penting dalam proses belajar. Terdapat perbedaan antara ganjaran dan penguatan. *Ganjaran* merupakan respon yang sifatnya menggembirakan dan merupakan tingkah laku yang sifatnya subjektif, sedangkan *penguatan* merupakan sesuatu yang mengakibatkan meningkatnya kemungkinan suatu respon dan lebih mengarah kepada hal-hal yang sifatnya dapat diamati dan diukur.
 - c. Teori belajar Bandura mengemukakan bahwa siswa belajar melalui meniru
 - d. Teori belajar Pavlov mengemukakan konsep pembiasaan (*conditioning*). Dalam hubungannya dengan kegiatan belajar mengajar, agar siswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan.
 - e. Kelebihan dan kekurangan masing-masing Teori belajar dari Skinner
Kelebihan: konsep yang diusung Skinner terkait dengan penguatan sangatlah bagus dalam pembelajaran. Hal ini dikarenakan melalui penguatan (positif) yang diberikan oleh seorang guru kepada siswa akan membuat siswa lebih semangat dalam mengkonstruksi pengetahuannya sehingga kemampuan menyimpan pengetahuannya akan bertahan lama (retensi).

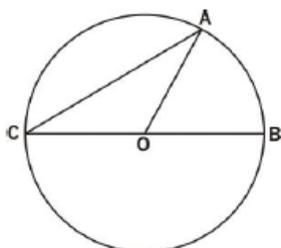
Kelemahan: teori ini cenderung memandang pasif siswa dalam proses pembelajaran, hal ini mengakibatkan siswa akan cenderung mengandalkan rangsangan lingkungan sebagai sumber belajarnya yang berupa penguatan. Ketika penguatan tidak diterima oleh siswa maka tidak akan ada nada pengetahuan yang dapat dikonstruksi oleh siswa. Untuk teori belajar dari Pavlov, dan Bandura dapat peserta pelatihan analisis sendiri.

Kegiatan Belajar 2: Teori Vygotsky

1. Pengetahuan dibangun/dikonstruksikan bersama dan pengetahuan dipengaruhi oleh konteks dan situasi sosial tertentu (*situated cognition*).
2. Penggunaan pembelajaran kooperatif; terlibatnya 3 faktor dalam pembelajaran matematika yaitu sajian bahan ajar, pola interaksi, dan model intervensi guru/*scaffolding*.
3. *Scaffolding* digunakan sebagai intervensi tidak langsung dalam proses pembelajaran baik dalam bentuk interaksi antar komunitas belajar maupun dengan teks yang bermanfaat untuk mendorong pencapaian perkembangan actual siswa menuju ke perkembangan potensial.

4. Contoh

Pembelajaran mengenai hubungan sudut keliling dengan sudut pusat lingkaran. Masalah pertama yang diajukan merupakan kasus khusus, karena salah satu segmen pembentuk sudut kelilingnya merupakan diameter lingkaran seperti terlihat pada gambar di bawah ini.



Dengan menggunakan gambar ini, siswa diminta menentukan hubungan antara sudut ACB dengan sudut AOB. Setelah siswa berhasil mengidentifikasi jenis segitiga AOC sebagai segitiga samakaki dan AOB sebagai sudut luar segitiga tersebut, maka dengan mudah siswa dapat menentukan hubungan antara sudut ACB dengan sudut AOB. Dari ilustrasi ini dapat disimpulkan bahwa obyek-obyek

mental yang telah dimiliki siswa tentang sifat segitiga samakaki dan hubungan antara sudut dalam segitiga dengan sudut luarnya, dapat digunakan untuk membentuk obyek mental baru berupa hubungan antara sudut ACB yang merupakan sudut keliling dengan sudut pusat AOB.

5. Dengan menggunakan pertanyaan-pertanyaan pancingan/teknik *probing*.
6. Guru memberikan intervensi sesuai dengan level kemampuan awal siap pakai siswa.
7. Peserta pelatihan dapat menggunakan aktivitas pembelajaran sebagai contoh.

Kegiatan Pembelajaran 3: Teori van Hiele

1. Anda baca kembali lima tahapan pembelajaran menurut van Hiele untuk melihat keterkaitannya dengan pembelajaran geometri.
2. Gunakan contoh-contoh pada uraian materi sebagai panduan.
3. Untuk memudahkan Anda, terlebih dahulu carilah contoh-contoh dari lima tahapan pembelajaran menurut van Hiele.
4. Sebagai panduan, Anda cermati kembali kelima fase pembelajaran menurut van Hiele.
5. Untuk membuat contoh, baca kembali fase integrasi

Kegiatan Pembelajaran 4: Teori Ausubel

1. Menurut Ausubel belajar dapat dikalifikasikan ke dalam dua dimensi, yaitu (1) cara informasi atau materi pelajaran yang disajikan pada siswa melalui penerimaan atau penemuan, (2) cara bagaimana siswa dapat mengaitkan informasi itu pada struktur kognitif yang telah ada, yang meliputi fakta, konsep, dan generalisasi yang telah dipelajari dan diingat oleh siswa.
2. Menurut Ausubel prasyarat-prasyarat belajar bermakna adalah sebagai berikut: (1) Materi yang akan dipelajari harus bermakna secara potensial, (2) Siswa yang akan belajar harus bertujuan untuk melaksanakan belajar bermakna. Dengan demikian mempunyai kesiapan dan niat untuk belajar bermakna.

3. Prinsip-prinsip dalam teori belajar Ausubel adalah: (1) Advance Organizer (pengaturan awal), (2) Diferensiasi Progresif, (3) Belajar Superordinat, (4) Rekonsiliasi Integratif (Penyesuaian Integratif)
4. Fase-fase dalam Menerapkan Teori Belajar Ausubel adalah fase perencanaan dan fase pelaksanaan.
5. Pembelajaran bermakna menekankan pada keterkaitan antara pengetahuan baru yang dikaitkan dengan pengetahuan lama yang sudah dimiliki siswa. Contohnya adalah pembelajaran luas daerah jajar genjang yang dikaitkan dengan luas daerah persegi panjang.

Kegiatan Pembelajaran 5: Teori Belajar Bruner

1. Pendewasaan pertumbuhan intelektual atau pertumbuhan kognitif menurut Bruner adalah: (1) Pertumbuhan intelektual ditunjukkan oleh bertambahnya ketidak-tergantungan respons dari sifat stimulus, (2) Pertumbuhan Intelektual tergantung pada bagaimana seseorang menginternalisasi peristiwa-peristiwa menjadi suatu sistem simpanan yang sesuai dengan lingkungan, (3) Pertumbuhan intelektual menyangkut peningkatan kemampuan seseorang untuk berkata pada dirinya sendiri atau pada orang lain dengan kata-kata atau simbol, tentang apa yang telah dilakukannya, atau sedang dilakukannya.
2. Bruner mengemukakan 4 dalil berkaitan dengan pengajaran matematika, yaitu: (a) Dalil penyusuna (*Conection Theorem*), (b) Dalil Notasi (*Notation Theorem*), (c) Dalil Pengontrasan dan Variasi (*Contrast and Variation Theorem*), (d) Dalil Pengaitan (*Connectivity Theorem*).
3. Dalam dalil pengontrasan dinyatakan bahwa pengontrasan dan sangat penting dalam melakukan perubahan konsep yang dipahami dengan mendalam, diperlukan contoh-contoh yang banyak, sehingga anak mampu mengetahui karakteristik konsep tersebut. Anak perlu diberi contoh yang memenuhi rumusan atau teorema yang diberikan. Selain itu mereka perlu juga diberi contoh-contoh yang tidak memenuhi rumusan, sifat atau teorema, sehingga diharapkan anak tidak mengalami salah pengertian terhadap konsep yang sedang dipelajari.

4. Kelebihan belajar penemuan sebagai berikut: (a) Pengetahuan yang diperoleh siswa dapat bertahan lebih lama dan mudah diingat, (2) Hasil belajar penemuan mempunyai efek transfer yang lebih baik dari pada hasil belajar lainnya. Konsep-konsep dan prinsip-prinsip yang menjadi milik kognitif seseorang lebih mudah diterapkan pada situasi-situasi baru, (3) Belajar penemuan meningkatkan penalaran siswa dan kemampuan untuk berpikir secara bebas, (4) Belajar penemuan melatih keterampilan-keterampilan kognitif siswa untuk menemukan dan memecahkan masalah tanpa pertolongan orang lain.
5. Peran guru dalam menerapkan belajar penemuan pada siswa, sebagai berikut: (1) Merencanakan materi pelajaran yang diperlukan sebagai dasar bagi para siswa untuk memecahkan masalah, (2) Urutan pengajaran hendaknya menggunakan cara penyajian enaktif, ikonik, kemudian simbolik karena perkembangan intelektual siswa diasumsikan mengikuti urutan enaktif, ikonik, kemudian simbolik, (3) Pada saat siswa memecahkan masalah, guru hendaknya berperan sebagai pembimbing atau tutor, (4) Dalam menilai hasil belajar bentuk tes dapat berupa tes objektif atau tes esay, karena tujuan-tujuan pembelajaran tidak dirumuskan secara mendetail.

Evaluasi

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan memberikan tanda silang pada pilihan jawaban A, B, C, D, atau E yang benar.

1. Suatu aliran teori belajar yang menekankan belajar sebagai suatu sistem respons tingkah laku individu terhadap rangsangan fisik adalah
 - A. Behaviorisme
 - B. Konstruktivisme
 - C. Maturasionisme
 - D. Kognitivisme
2. Tiga konsep penting yang menjadi dasar konsep teori belajar sosial Bandura adalah
 - A. Recinforcement determinism, stimulus reinforcement, Self-regulation/ cognition
 - B. Reciprocal determinism, Beyond reinforcement, Self-efficacy
 - C. Reciprocal determinism, Beyond reinforcement, Self-regulation/ cognition
 - D. Response determinism, Beyond reinforcement, Self-regulation/ cognition
3. Hakikat belajar menurut Skinner adalah
 - A. Belajar adalah suatu proses pembiasaan
 - B. Belajar adalah suatu proses yang membutuhkan penguatan atau ganjaran
 - C. Belajar adalah proses mengaitkan informasi baru dengan konsep-konsep yang relevan dan terdapat dalam struktur kognitif seseorang
 - D. Belajar adalah proses yang bermakna
4. Berikut adalah tahap-tahap belajar anak dalam belajar geometri menurut van Hiele, kecuali
 - A. Tahap pengenalan
 - B. Tahap analisis
 - C. Tahap deduksi
 - D. Tahap eliminasi
5. Suatu tahap belajar geometri berdasarkan teori van Hiele dimana siswa sudah mengenali bahwa persegi adalah jajargenjang dan belah ketupat adalah layang-layang disebut sebagai tahap....
 - A. Pengurutan

- B. Deduksi
 - C. Akurasi
 - D. Analisis
6. Suatu tahap dimana siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari dan guru membantu membuat sintesis dengan melengkapi survey secara global terhadap apa-apa yang telah dipelajari siswa disebut dengan tahap
- A. Integrasi
 - B. Orientasi
 - C. Eksplisitasi
 - D. informasi
7. Konsep penting dalam teori belajar dari Vygotsky adalah
- A. *Scaffolding* dan *conditioning*
 - B. *Scaffolding* dan *Zone of Proximal Development (ZPD)*
 - C. *Zone of Proximal Development (ZPD)*, *law of effect*, dan *scaffolding*
 - D. *Reinforcement* dan *punishment*
8. Suatu proses dimana seorang individu yang lebih banyak pengetahuannya membantu individu yang lebih sedikit pengetahuannya untuk menuntaskan suatu masalah melampaui tingkat kemampuannya disebut
- A. Penguatan
 - B. *Zone of Proximal Development (ZPD)*
 - C. *Scaffolding*
 - D. *Reconciliation*
9. Berikut adalah konsep penting dari teori belajar Bandura adalah
- A. Individu belajar melalui meniru
 - B. Individu belajar melalui pembiasaan (*conditioning*)
 - C. Individu belajar melalui interaksi sosial dengan individu lain
 - D. Individu belajar melalui latihan dan pengulangan
10. Teori belajar dari Thorndike disebut juga dengan istilah koneksionisme. Makna Koneksionisme adalah
- A. Proses pembentukan hubungan antara stimulus dan respon
 - B. Hubungan antara penguatan dan hukuman
 - C. Hubungan antara individu dengan individu lain

-
- D. Proses pembentukan perkembangan potensial individu
11. Suatu tahap perkembangan dimana seorang individu dapat mencapainya bilamana dengan belajar sendiri dengan pemfungsian intelektual individu saat ini dan kemampuan untuk belajar sesuatu yang khusus atas kemampuannya sendiri tanpa bantuan orang lain untuk memecahkan masalah disebut sebagai
- A. Tahap perkembangan aktual
 - B. Tahap internalisasi
 - C. Tahap perkembangan potensial
 - D. Tahap interaksi
12. Suatu tahap perkembangan yang dialami seorang individu ketika berinteraksi dengan individu lain melalui diskusi dalam kelompok kecil berdasarkan teori belajar dari Vygotsky disebut adalah
- A. Tahap perkembangan awal
 - B. Tahap internalisasi
 - C. Tahap perkembangan potensial
 - D. Tahap interaksi
13. Aliran pembelajaran yang menekankan bahwa pengetahuan dikonstruksi individu melalui interaksi sosial dengan individu-individu lain terlebih yang mempunyai pengetahuan dan sistem cultural yang lebih baik disebut
- A. Konstruktivisme
 - B. Konstruktivisme personal
 - C. Konstruktivisme sosial
 - D. Behaviorisme
14. Berikut merupakan implikasi dari teori belajar dari Thorndike dalam pembelajaran, kecuali
- A. Menggunakan contoh dalam kehidupan sehari-hari yaitu memanfaatkan alat peraga dari alam sekitar akan lebih dihayati.
 - B. Metode pemberian tugas, metode latihan (*drill* dan *practice*) akan lebih cocok untuk penguatan dan hafalan
 - C. Materi disusun dari materi yang mudah, sedang, dan sukar sesuai dengan tingkat kelas, dan tingkat sekolah dalam penyusunan kurikulum.
 - D. Penguasaan materi yang lebih mudah sebagai akibat untuk dapat

menguasai materi yang lebih sukar

15. Berdasarkan teori belajar dari Skinner, hal yang seharusnya dilakukan guru dalam pembelajaran di kelas agar siswa mampu memahami proses belajarnya adalah
 - A. Memberikan penguatan
 - B. Memberikan contoh agar ditiru siswa
 - C. Membiasakan siswa berpikir dengan memberikan PR
 - D. Memberikan (*drill*) soal
16. Tiga unsur utama dalam pembelajaran geometri yang apabila ditata secara terpadu akan dapat meningkatkan kemampuan berpikir anak yaitu
 - A. Waktu, metode pembelajaran, dan alat peraga
 - B. Metode pembelajaran, materi ajar, dan evaluasi
 - C. Waktu, metode pembelajaran, dan materi ajar
 - D. Kurikulum, metode pembelajaran, dan evaluasi
17. "Hebat Nak, tingkatkan prestasimu!". Penguatan positif ini guru sampaikan terhadap siswa yang berprestasi. Tindakan guru tersebut sesuai dengan teori belajar yang dikemukakan oleh
 - A. Bandura
 - B. Pavlov
 - C. Skinner
 - D. Thorndike
18. Pembelajaran yang bermakna mendorong siswa untuk lebih...
 - A. memahami
 - B. mandiri
 - C. menghargai
 - D. terampil
19. Peristiwa atau proses mengaitkan objek baru dengan konsep yang telah ada melalui identifikasi perbedaan disebut...
 - A. asimilasi
 - B. interaksi
 - C. ekuilibrasi
 - D. akomodasi

20. Urutan langkah-langkah pembelajaran yang dimulai dari penggunaan objek langsung, diikuti dengan barang tiruan atau gambar, dan diakhiri dengan penggunaan simbol, merupakan pandangan dari teori....
- A. Piaget
 - B. Bruner
 - C. Ausubel
 - D. van Hille

---000---

Kunci Jawaban Evaluasi

1. A	6. A	11. A	16. A
2. D	7. B	12. C	17. D
3. B	8. C	13. C	18. A
4. D	9. A	14. B	19. D
5. A	10. A	15. D	20. B

Penutup

Berdasarkan pada pemaparan materi di atas, memberikan kesimpulan bahwa:

- 1) Teori belajar tingkah laku (*behaviorism*) merupakan suatu keyakinan bahwa pembelajaran terjadi melalui hubungan stimulus (rangsangan) dan respon (*response*). Adapun dalam modul telah dibahas lima teori belajar behaviorism, yaitu: teori belajar dari Thorndike yang menyatakan bahwa dasar terjadinya belajar adalah pembentukan asosiasi antara stimulus dan respon, teori belajar dari Skinner yang menghendaki dalam proses belajar penting adanya penguatan atau ganjaran, teori belajar dari Pavlov yang menekankan pembiasaan (*conditioning*) dalam proses belajar, dan teori belajar dari Bandura yang menegaskan belajar adalah proses meniru dan teori belajar Ausubel yang terkenal dengan belajar bermakna dan pentingnya pengulangan sebelum belajar dimulai.
- 2) Teori belajar dari Vygotsky yang percaya bahwa interaksi sosial akan membangun ide baru dan mempercepat perkembangan intelektual individu. Selain itu, Vygotsky terkenal dengan konsep ZPD (*zona proximal of development*) dan mengembangkan *scaffolding* yang merupakan ide dasar dari Bruner;
- 3) Teori belajar dari van Hiele yang menjelaskan lima tahap belajar geometri yang dialami individu yaitu tahap pengenalan, tahap analisis, tahap pengurutan, tahap deduksi, dan tahap akurasi; dan
- 4) Belajar bermakna merupakan penekakan dalam teori belajar Ausubel. Terdapat prinsip pembelajaran yang dikemukakan Ausubel, yakni: (1) Advance Organizer (pengaturan awal), (2) Diferensiasi Progresif, (3) Belajar Superordinat, dan (4) Rekonsiliasi Integratif (Penyesuaian Integratif)
- 5) Menurut Bruner belajar matematika adalah belajar mengenai konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari, serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Pada akhirnya keseluruhan teori belajar tersebut memberikan sumbang sih masing-masing dengan segala kelebihan dan kekurangannya dalam pengembangan pembelajaran matematika di Indonesia.

Penutup

Daftar Pustaka

- _____, 1966. *Toward a Theory of Instruction*. New York: Norton.
- Ariyanto. 2012. Penerapan Teori Ausubel pada pembelajaran Pokok Bahasan Pertidaksamaan Kuadrat di SMU. [10 Desember 2015].
- Atwel, Bleicher & Cooper. 1988. The Construction of The Social Context of Mathematics classroom : A Sociolinguistic Analysis. Dalam *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 29 No.1 January 1998 hal 63-82.
- Bruner, J.S.1960. *The Process of Education*. Cambridge. Harvard University Press.
- Chandler, P., & Sweller, J. (1992). The split-attention effect as a factor in the design of instruction. *British Journal of Educational Psychology*, 62(2), 233-246.
- Crowly, L. Mary. 1987. The van Hiele Model of The Development of Geometric Thought. *Learning and Teaching Geometry. K-12*. pp. 1 – 16. NCTM, USA.
- Dahar, Ratnawilis. 1996. *Teori-teori Belajar*. Jakarta: Erlangga.
- Erman Suherman, dkk. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. IMSTEP . UPI. Bandung.
- Ernest, P. 1991. *The Philosophy of Mathematics Educations*. London: Falmer Press.
- Flavell, J. H. (1963). *The Developmental Psychology of Jean Piaget*. New York: D. Van Nostrand Company.
- Fuys, D., Geddes, d., and Tischler. 1988. The van Hiele Model Thinking in Geometry among Adolescent. *Journal for research in Mathematics Education*. Number 3. Volume XII.
- Ginsburg, H & opper, S. 1988. *Piaget's Theory of Intellectual Development (3ed)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Gruber, H & Voneche, J (Eds). 1995. *The Essential Piaget- an Interpretive Reference and Guide*. Northvale, NJ: Jason Aronson Inc.
- Hudoyo, H. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Depdikbud P2LPTK
- Jacob, S. 1981. "Piaget and Education: Aspects of Theory", *The Educational Forum*, Fall, Vol. XLVI (1), 265-281.
- Kamii, C. 1979. "Teaching for thinking and crativity: A Piagetian point of view, In Lawson, A.E. 1990 AETS yearbook. *The Psychology of Teaching for Thinking and Creativity*.
- Lefrançois, G. R. (2000). *Psychology for teaching (10th ed.)*. London: Wadsworth.
- Moeharti. 1993. *Pelajaran Geometri yang Pernah Hampir Diabaikan*. (Makalah disampaikan pada Konperensi Matematika VII di Surabaya, tanggal 7 – 11 Juni 1993). Surabaya: ITS, IKIP Surabaya, dan Universitas Airlangga.
- Nursit, I. 2015. Pembelajaran Matematika Menggunakan Metode Discovery berdasarkan Teori Beban Kognitif. *Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. I, No. I, Februari 2015, hal. 42-52.

- Ormrod, J. E., (2003). Educational psychology developing learners (4th ed.). New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Paas, F, Renkl, A. & Sweller, J (2004). Cognitive Load Theory: Instructional Implications of the Interaction between Information Structures and Cognitive Architecture. *Instructional Science*, 32(1 – 2), 1 – 8.
- Piaget, J. 1971. *Psychology and Epistemology*. New York: The Viking Press.
- Referenceto Attitude Development. Dalam *Journal Focus o Learning Mathematics*. Vol. 15 No.2 hal 3-17
- Rooser, R.A. and Nicholson, G.L.1984. *Educational Psychology, Principles and Practice*. Boston: little Brown.
- Schunk, D. H. 2012. *Learning Theories an Educational Perspective sixth edition*. Diterjemahkan oleh : Eva Hamdiah dan Rahmat Fajar. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Steele, Diana F. 2001. *Using Sociocultural Theory to teach mathematics: A Vygotskian*
- Suherman, dkk. 2001. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung: JICA.
- Sulaiman, Dadang. 1988. *Teknologi/Metodologi Pengajaran*. Jakarta:P2LPTK.
- Sweller, J. (2004). Instructional Design Consequences of an Analogy between Evolution by Natural Selection and Human Cognitive Architecture. *Instructional Science*, 32(1-2), 9-31.
- Taylor. 1993. *Vygotskian Influences in Mathematics Education with Particular*
- Winkel, W.S. (1996). *Psikologi Pengajaran*. Jakarta: P.T. Grasindo.
- Woolfolk, A., & McCune-Nicolich, L. (1984). *Educational psychology for teachers (2nd ed.)*. New Jersey: Printice-Hall, Inc.

---000---

Glosarium

Behavioristik theory ; Teori yang memandang bahwa pembelajaran sebagai sebuah perubahan dalam bentuk atau frekuensi perilaku sebagai konsekuensi dari kejadian di lingkungan.

Conditioning; Konsep pembiasaan; agar siswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan.

Constructivism/konstruktivisme ;Doktrin yang menyatakan bahwa pembelajaran berlangsung dalam konteks sehingga siswa membentuk atau menyusun apa yang mereka pelajari dan memahaminya sebagai fungsi dari pengalaman mereka dalam situasi.

Equilibrium; Pengaturan diri secara mekanis untuk mengatur keseimbangan proses asimilasi dan akomodasi, sehingga individu memperoleh objek yang tertemukan.

Ganjaran; Respon yang sifatnya menggembirakan dan merupakan tingkah laku yang sifatnya subjektif.

Koneksionisme; Proses pembentukan hubungan antara stimulus dan respon.

Law of Effect ;Kekuatan hubungan yang dipengaruhi oleh konsekuensi menunjukkan respons dalam situasi; konsekuensi yang memuaskan memperkuat hubungan dan konsekuensi yang menyebalkan akan melemahkan hubungan. Pada akhirnya direvisi oleh Thorndike bahwa konsekuensi yang menyebalkan tidak melemahkan hubungan.

Law of Exercise ;Pembelajaran (bukan pembelajaran) yang terjadi melalui pengulangan (bukan pengulangan) respons. Pada akhirnya digugurkan oleh Thorndike.

Law of Readiness ;Ketika organism disiapkan untuk bertindak, melakukannya akan memuaskan dan tidak melakukannya akan menyebalkan. Ketika satu organism tidak disiapkan untuk bertindak, memaksanya untuk bertindak merupakan hal yang menyebalkan.

Reinforcement (Penguatan) ; sesuatu yang mengakibatkan meningkatnya kemungkinan suatu respon dan lebih mengarah kepada hal-hal yang sifatnya dapat diamati dan diukur.

Punishment/Hukuman ;Penarikan pendesak positif atau presentasi pendesak negatif yang terkait dengan respons yang mengurangi kecenderungan respons yang dibuat dengan hadirnya stimulus di masa mendatang.

Scaffolding ; Proses pengontrolan elemen tugas yang berada di luar kapabilitas siswa sehingga siswa dapat berfokus dan menguasai fitur tugas yang dapat dikuasai dengan cepat.

Skema (Schema); Suatu struktur mental atau kognitif yang dengannya seseorang secara intelektual beradaptasi dan mengkoordinasi lingkungan sekitarnya, konsep atau kategori dalam pikiran seseorang; merupakan elemen dalam struktur kognitif organisme; sebuah struktur pengetahuan yang terorganisasi; Skema dapat muncul dalam perilaku yang jelas ataupun tersamar, dan ikut menentukan bagaimana seseorang merespon lingkungan sekitarnya

Stimulus-Response Theory (SR); Teori pembelajaran yang menekankan kaitan antara rangsangan dan respon.

Trajectory Of Understanding; alur pemahaman

Teknik Probing ;teknik bertanya yang disesuaikan dengan kondisi perkembangan intelektual siswa.

Working Memory (Memori Kerja) ;Tingkat pengolahan informasi yang berhubungan dengan kesadaran atau seseorang yang sadar pada saat tertentu.

Zone of Proximal Development (ZPD)/Zona Perkembangan Terdekat ; Istilah yang diberikan Vygotsky untuk zona antara tingkat perkembangan aktual siswa dan tingkat perkembangan potensialnya

---000---



GURU PEMBELAJAR

MODUL MATEMATIKA SMP

KELOMPOK KOMPETENSI B

PROFESIONAL

HIMPUNAN DAN LOGIKA MATEMATIKA

**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
2016**

Penulis:

1. Idris Harta, M.A.,Ph.D. 081548548277, email: idrisharta@gmail.com
2. Dr. Abdurrahman As'ari, M.Pd, M.A , 081334452615 ,
email: abdur.rahman.fmipa@um.ac.id

Penelaah:

1. Al. Krismanto, 081328011398, email: kristemulawak@yahoo.co.id
2. Dr. Drs. Sugiman, M.Si., 08122786314, email: sugiman@uny.ac.id

Ilustrator:

Cahyo Sasongko

Copyright © 2016

Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengcopy sebagian atau keseluruhan isi buku ini untuk kepentingan komersial tanpa izin tertulis dari Kementerian Pendidikan Kebudayaan.

Kata Pengantar

Peningkatan kualitas pendidikan saat ini menjadi prioritas, baik oleh pemerintah pusat maupun daerah. Salah satu komponen yang menjadi fokus perhatian adalah peningkatan kompetensi guru. Peran guru dalam pembelajaran di kelas merupakan kunci keberhasilan untuk mendukung keberhasilan belajar siswa. Guru yang profesional dituntut mampu membangun proses pembelajaran yang baik sehingga dapat menghasilkan output dan outcome pendidikan yang berkualitas.

Dalam rangka memetakan kompetensi guru, telah dilaksanakan Uji Kompetensi Guru (UKG) Tahun 2015. UKG tersebut dilaksanakan bagi semua guru, baik yang sudah bersertifikat maupun belum bersertifikat untuk memperoleh gambaran objektif kompetensi guru, baik profesional maupun pedagogik. Hasil UKG kemudian ditindaklanjuti melalui Program Guru Pembelajar sehingga diharapkan kompetensi guru yang masih belum optimal dapat ditingkatkan.

PPPPTK Matematika sebagai Unit Pelaksana Teknis Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan di bawah pembinaan Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan mendapat tugas untuk menyusun modul guna mendukung pelaksanaan Guru Pembelajar. Modul ini diharapkan dapat menjadi sumber belajar bagi guru dalam meningkatkan kompetensinya sehingga mampu mengambil tanggung jawab profesi dengan sebaik-baiknya.

Yogyakarta, Maret 2016

Kepala PPPPTK Matematika,

Dr. Dra. Daswatia Astuty, M.Pd.

NIP. 196002231985032001

Daftar Isi

kata Pengantar.....	III
Daftar Isi.....	V
Pendahuluan.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Tujuan.....	2
C. Peta Kompetensi.....	2
D. Ruang Lingkup.....	3
E. Saran Cara Penggunaan Modul.....	3
kegiatan Pembelajaran 1 Himpunan Dan Keanggotaannya.....	5
A. Tujuan.....	5
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	5
C. Uraian Materi.....	5
1. Pengertian dan Lambang Himpunan.....	5
2. Menyatakan Himpunan.....	6
3. Anggota Himpunan.....	7
D. Aktivitas Pembelajaran.....	10
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	11
F. Rangkuman.....	13
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut.....	13
Kegiatan Pembelajaran 2 Operasi Antar Himpunan.....	15
A. Tujuan.....	15
B. Indikator Pencapaian Kompetensi.....	15
C. Uraian Materi.....	15
1. Himpunan Bagian.....	15
2. Himpunan semesta.....	17
3. Diagram Venn.....	18
4. Irisan dua himpunan.....	19
5. Gabungan dua himpunan.....	21
D. Aktivitas Pembelajaran.....	22
E. Latihan/Kasus/Tugas.....	23

Daftar Isi

F. Rangkuman	27
G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut	27
A. Latihan Kegiatan Pembelajaran 1	57
B. Latihan Kegiatan Pembelajaran 2	57
Evaluasi	59
Soal Logika Matematika	64
Penutup	69
Daftar Pustaka	71
Glosarium	73

Pendahuluan

A. Latar Belakang

Bagian ini membahas dua materi utama: Himpunan dan Logika Matematika. Kedua materi utama tersebut kemudian dijabarkan dalam beberapa topik. Untuk Himpunan disajikan dalam dua topik: 1) Himpunan dan Keanggotaannya dan 2) Hubungan Antar Himpunan. Untuk Logika Matematika dijabarkan dalam dua topik: 1) Pernyataan dan nilai kebenarannya dan 2) Penarikan kesimpulan.

Sementara itu, sejak tahun 70an, Himpunan merupakan bagian penting dalam kurikulum sekolah kita, terutama sekolah menengah pertama (SMP). Walaupun himpunan dipelajari di awal kelas 7, materi ini erat kaitannya dengan materi sebelumnya, yaitu konsep bilangan dan konsep-konsep selanjutnya seperti Aljabar. Himpunan seringkali menjadi jembatan penghubung di antara satu konsep dan konsep lainnya.

Logika matematika merupakan komponen penting dalam matematika. Logika matematika merupakan ilmu yang mengkaji tentang nilai kebenaran dari pernyataan, serta kevalidan suatu argumen matematis yang dibangun berdasarkan pernyataan-pernyataan dalam premis dan konklusinya. Dengan logika matematika, Anda akan bisa memahami definisi (konsep) sehingga bisa menilai kebenaran contoh dan bukan contoh dari unsur yang didefinisikan tersebut. Dengan logika matematika, Anda juga akan bisa memahami hubungan antara dua konsep yang ada di dalam suatu teorema/dalil/hukum (prinsip matematika). Anda juga mampu membaca bukti yang ditulis dalam rangka membuktikan kebenaran suatu teorema/dalil/hukum dalam matematika.

Logika matematika juga memungkinkan Anda mampu memahami tahap-tahap dalam menjalankan suatu algoritma, berikut teori yang melatarbelakanginya. Terakhir, dengan logika matematika, Anda juga akan mampu membuat konjektur dan membuktikan kebenarannya.

Dibanding dengan logika yang digunakan dalam ilmu lainnya, logika matematika memiliki ciri khas tertentu. Logika matematika tidak menggunakan logika induktif yang biasanya digunakan pada ilmu-ilmu sosial dan sains. Logika matematika

bersifat deduktif. Kebenaran suatu kesimpulan ditentukan oleh ketaatan/kepatuhan kepada prinsip penarikan kesimpulan yang berlaku, bukan kepada kebenaran substansi. Karena itu, kebenaran dalam matematika biasanya dilihat berdasarkan konsistensi. Sepanjang kesimpulan yang diperoleh itu didasarkan kepada apa yang telah disepakati sebagai suatu kebenaran matematis (fakta, konsep, prinsip, prosedur matematis), dan menggunakan tata cara pengambilan kesimpulan yang valid (modus ponens, modus tolens, dan silogisma), maka kesimpulan tersebut adalah kesimpulan yang bernilai benar secara matematis.

B. Tujuan

Tujuan utama dari modul ini bukan sekedar memahami konsep Himpunan dan Logika Matematika, akan tetapi menggunakan masing-masing konsep untuk menyelesaikan masalah dan atau menarik kesimpulan yang valid dan meningkatkan keterampilan menalar dan komunikasi mereka.

C. Peta Kompetensi

Kompetensi yang terkait dengan bagian ini adalah kompetensi profesional, dengan peta kompetensinya sebagai berikut.

STANDAR KOMPETENSI GURU		
KOMPETENSI INTI GURU	KOMPETENSI GURU MATA PELAJARAN/KELAS/KEAHLIAN/BK	Indikator Esensial/ Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)
20. Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.	20.7 Menggunakan konsep-konsep aljabar.	20.7.10 Menggunakan konsep himpunan dalam menyelesaikan masalah.
	20.3 Menggunakan logika matematika	20.3.1 Menerapkan modus ponens atau modus tolens dalam menarik kesimpulan 20.3.1 Menerapkan prinsip silogisme dalam menarik kesimpulan

D. Ruang Lingkup

Bagian ini meliputi Himpunan dan Logika Matematika. Untuk Himpunan disajikan dua kegiatan pembelajaran. Kegiatan Pembelajaran 1 membahas Himpunan dan Keanggotaannya, terutama cara-cara penyajian anggotanya dan jenis himpunan berdasarkan banyak anggotanya. Kegiatan Pembelajaran 2 membahas Hubungan Antar Himpunan, di antaranya irisan dan gabungan beberapa himpunan serta penyajiannya dalam diagram Venn. Untuk Logika Matematika dijabarkan dalam dua pembelajaran. Kegiatan Pembelajaran 3 membahas Pernyataan dan nilai kebenarannya, terutama pernyataan majemuk dan nilai kebenaran dan ingkarannya. Kegiatan Pembelajaran 4 membahas penarikan kesimpulan yang valid menggunakan modus Ponens dan atau modus tolens serta silogisme.

E. Saran Cara Penggunaan Modul

Di dalam bagian ini akan ada uraian materi, aktivitas belajar, latihan/tugas, dan evaluasi. Uraian materi diharapkan menyegarkan kembali pemahaman Anda tentang hal-hal yang sudah pernah Anda pelajari ketika dulu kuliah di perguruan tinggi. Uraian materi ini diharapkan juga membantu Anda terhindar dari miskonsepsi yang kadang terjadi pula di kalangan siswa, mahasiswa, atau juga guru.

Bacalah materi itu dengan seksama. Bacalah secara perlahan, dan catat poin-poin penting yang berhubungan dengan istilah-istilah pada topik yang sedang dibahas.

Selanjutnya, lakukan pula aktivitas pembelajaran yang disarankan dalam modul ini. Aktivitas pembelajaran ini dimaksudkan untuk membantu Anda memperoleh pemahaman yang lebih utuh terhadap materi matematika yang sedang dipelajari. Sambil melakukan aktivitas, lakukan pemikiran kritis, reflektif, dan juga kreatif agar diperoleh pemahaman yang kuat. Sangat disarankan agar Anda mengomunikasikan pemahaman Anda tersebut dengan teman Anda agar diperoleh sudut pandang lain yang akan memberikan pemahaman yang lebih luas dan lebih mantap.

Sesudah itu, cobalah Anda terapkan pemahaman yang sudah Anda peroleh dengan mengerjakan soal latihan atau tugas yang telah disediakan pula di dalam modul ini. Kerjakan secara individu terlebih dahulu untuk kemudian didiskusikan dengan

teman sejawat, atau lakukan secara berkelompok kalau memang diperintahkan seperti itu.

Terakhir, cobalah kerjakan soal tes yang diberikan. Kerjakan secara mandiri, tanpa membuka materi yang ada di dalam modul. Upayakan untuk menggunakan pemahaman yang telah diperoleh dari mempelajari modul itu untuk menjawab soal tes yang diberikan. Gunakan kunci atau petunjuk menjawab yang digunakan hanya apabila semua soal telah selesai digunakan.

Manakala Anda merasa kesulitan dalam menjawab soal tes tersebut, bacalah ulang modul ini dari awal termasuk catatan-catatan Anda. Jangan pernah ragu untuk membaca dan memahaminya kembali. Bacalah uraian materi sekali lagi, kerjakan aktivitas pembelajaran, selesaikan tugas atau latihan, dan kemudian kerjakan soal tesnya sekali lagi.

Kalau dalam dua kali membaca modul ini Anda masih juga mengalami kesulitan, diskusikan dengan teman maksud dari soal tes yang ada, pahami soal itu dengan baik, identifikasi konsep dalam uraian materi yang bisa digunakan, dan kerjakan lagi soal tes tersebut sekali lagi. Kalau diskusi dengan teman ini pun masih belum mampu membantu pemahaman Anda, cobalah berkomunikasi dengan cara menghubungi penulis. Anda bisa menggunakan alamat email PPPPTK Matematika, sekretariat@p4tkmatematika.org atau email penulis: ar.asari@yahoo.com dan atau idrisharta@gmail.com untuk menghubungi penulis. Langkah lain yang mungkin bisa Anda lakukan, masuklah ke website P4TK Matematika, dan ajukan permasalahan Anda. Semoga kami mampu membantu mengatasi kesulitan Anda.

Kegiatan Pembelajaran 1

Himpunan Dan Keanggotaannya

A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, dengan contoh-contoh yang diberikan, guru dapat menambah wawasan mengenai konsep himpunan.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menjelaskan pengertian himpunan
2. Menyatakan himpunan
3. Menentukan anggota himpunan
4. Menjelaskan pengertian himpunan kosong
5. Membedakan himpunan berhingga dan tak hingga
6. Merumuskan pertanyaan baru.
7. Menggunakan konsep himpunan dalam menyelesaikan masalah.

C. Uraian Materi

1. Pengertian dan Lambang Himpunan

Perhatikan benda-benda di sekitar Anda. Sejumlah kursi, satu atau dua buah papan tulis, beberapa batang kapur tulis atau spidol, sejumlah murid adalah sebagai benda dalam kelas. Dapatkah Anda menuliskan benda-benda lainnya? Apakah ada yang tidak sepakat bahwa itu kursi? Spidol?

Kumpulan benda, seperti kursi, papan tulis, kapur tulis, spidol, dan murid disebut himpunan, dilambangkan dengan $\{.\}$ dan diberi nama dengan huruf besar. Himpunan-himpunan di atas dapat dituliskan secara deskriptif sebagai berikut:

K adalah himpunan kursi yang ada di kelas Anda.

T adalah himpunan kapur tulis yang ada di kelas Anda.

B adalah himpunan bilangan Asli.

C adalah himpunan bilangan Cacah.

Perhatikan kumpulan lukisan Amri Yahya yang indah dan penyanyi Indonesia yang paling cantik. Apakah ada yang tidak sepakat akan keindahan lukisan Amri Yahya? Sebutkan seorang artis sinetron yang paling cantik. Apakah semua orang sependapat? Kumpulan yang tidak jelas sebagai anggota atau anggota seperti ini tidak dapat disebut himpunan.

Himpunan adalah kumpulan benda yang terdefinisi dengan jelas.

2. Menyatakan Himpunan

Benda-benda yang terdapat dalam suatu himpunan disebut **anggota** atau **unsur**. Penulisan himpunan dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu dengan **notasi pembentuk** himpunan dan **mendaftarkan** setiap anggotanya.

Notasi pembentuk himpunan merupakan pengembangan dari cara sebelumnya, yaitu dengan menambahkan variabel, misalnya x di dalamnya.

Contoh:

$A = \{\text{Empat bilangan asli genap yang pertama}\}$

Himpunan A tersebut dapat dinyatakan dengan beberapa cara, yaitu: notasi pembentuk himpunan dan mendaftarkan anggota.

a. Notasi Pembentuk Himpunan

Dengan notasi pembentuk himpunan, himpunan

$A = \{\text{Empat bilangan asli genap yang pertama}\}$

ditulis sebagai:

$A = \{x \mid x \text{ empat bilangan asli genap yang pertama}\}$

(**dibaca:** himpunan A beranggotakan x dengan x merupakan empat bilangan asli genap yang pertama).

b. Mendaftarkan Anggota

Cara ini dilakukan dengan mendaftarkan setiap anggota himpunan, dipisahkan dengan tanda koma. Dengan notasi pembentuk himpunan, himpunan

$A = \{\text{Empat bilangan asli genap yang pertama}\}$

ditulis sebagai:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Dengan demikian himpunan A yang berupa empat bilangan asli genap yang pertama dapat dinyatakan dalam tiga cara:

Deskriptif	$A = \{\text{Empat bilangan asli genap pertama}\}$
Notasi Pembentuk Himpunan	$A = \{x x \text{ empat bilangan asli genap pertama}\}$
Pendaftaran	$A = \{2, 4, 6, 8\}$

3. Anggota Himpunan

Perhatikan gambar berikut. Himpunan gambar apakah ini? Apakah anggotanya?



Dengan cara mendaftar, himpunan B pada gambar di atas ditulis sebagai

$$B = \{\text{kucing, harimau, singa}\}$$

Harimau adalah anggota himpunan B , ditulis: $\text{harimau} \in B$. Sebaliknya, kelinci bukan anggota himpunan B , ditulis $\text{kelinci} \notin B$.

Sekarang kembali ke himpunan A yang dibicarakan sebelumnya, yaitu $A = \{2, 4, 6, 8\}$.

Untuk himpunan ini dikatakan:

	Anggota	Bukan Anggota
2 merupakan anggota himpunan A	$2 \in A$	$3 \notin A$
4 merupakan anggota himpunan A	$4 \in A$	$0 \notin A$
6 merupakan anggota himpunan A	$6 \in A$	$1 \notin A$

	Anggota	Bukan Anggota
8 merupakan anggota himpunan A	$8 \in A$	$a \notin A$

Tanda " \in " dibaca anggota atau unsur, sedangkan " \notin " dibaca bukan anggota.

Contoh:

Selesaikanlah

1. Diberikan benda-benda berikut: gergaji, tempat tidur, pisau, kursi, pahat. Misal P adalah himpunan alat-alat pemotong.
 - a. Lambangkan himpunan P dengan cara mendaftar.
 - b. Tuliskan semua anggota P .
 - c. Tuliskan yang bukan anggota P .

Penyelesaian:

- a. $P = \{\text{gergaji, pisau, pahat}\}$
 - b. $\text{gergaji} \in P, \text{pisau} \in P, \text{pahat} \in P$
 - c. $\text{tempat tidur} \notin P, \text{kursi} \notin P$
2. Tuliskan anggota dan bukan anggota dari $A = \{0, 2, 4, 6\}$.

Penyelesaian:

- a. $0, 2, 4, 6 \in A$
- b. $1, 3, 5, 10 \notin A$ (adakah alternatif lain?)

4. Himpunan Kosong

Di kelas VIIA terdapat 12 orang siswa laki-laki dan 20 orang siswa perempuan. Misalkan S adalah himpunan seluruh siswa, L adalah himpunan siswa laki-laki dan P adalah himpunan siswa perempuan. Banyaknya anggota himpunan L adalah 12 dan banyaknya anggota himpunan P adalah 20. Jadi, banyaknya anggota himpunan S adalah 32 orang.

Dalam konsep himpunan, banyak anggota masing-masing himpunan disebut sebagai **Bilangan Kardinal**:

Banyak anggota himpunan L : $n(L) = 12$

Banyak anggota himpunan P : $n(P) = 20$

Banyak anggota himpunan S : $n(S) = 32$.

Bilangan Kardinal himpunan L , P , dan S berturut-turut yaitu 12, 20, dan 32.

Sekarang kembali ke kegiatan yang sedang Anda ikuti:

- Adakah peserta diklat yang usianya dibawah 15? Jawabnya tentu tidak ada. Apabila himpunan peserta diklat yang usianya dibawah 15 dinamakan R , maka $n(R) = 0$.
- Adakah peserta diklat yang usianya diatas 65 tahun? Tentu saja jawabnya tidak ada. Apabila himpunan peserta diklat yang usianya diatas 65 tahun dinamakan himpunan T , maka $n(T) = 0$.

Himpunan seperti R yang tidak ada anggotanya disebut **Himpunan Kosong** dan ditulis $R = \{ \}$ atau $R = \phi$.

Contoh:

Perhatikan beberapa himpunan berikut. Manakah yang merupakan himpunan kosong? Berikan alasan.

- Himpunan nama hari yang dimulai dengan huruf T .
- Himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi 2.
- Himpunan bilangan genap yang habis dibagi 5.

Penyelesaian:

- Tidak ada nama hari yang diawali dengan huruf T , maka himpunan ini termasuk himpunan kosong atau ϕ .
- Bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, ...

Setiap bilangan ganjil tidak habis dibagi 2, sebab selalu ada sisanya. Jadi, himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi dua tidak ada anggotanya atau ϕ .

3. Himpunan bilangan genap $G = \{ \dots, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots \}$. 10 adalah anggota G . Karena 10 habis dibagi 5 maka G adalah himpunan tidak kosong.

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota, dilambangkan \emptyset atau $\{ \}$.

D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan kegiatan berikut secara individual atau kelompok.

AKTIVITAS 1

Gunakan sumber lain seperti internet untuk mencari pengertian himpunan. Bandingkan beberapa pengertian-pengertian tersebut untuk disimpulkan persamaan dan perbedaannya.

AKTIVITAS 2

Catat semua atau sebagian benda sekitar Anda. Kemudian ciptakan satu himpunan yang kurang memungkinkan untuk menyatakannya dengan notasi pembentuk himpunan.

AKTIVITAS 3

Catat semua atau sebagian benda yang berada di sekitar Anda. Kemudian ciptakan satu himpunan:

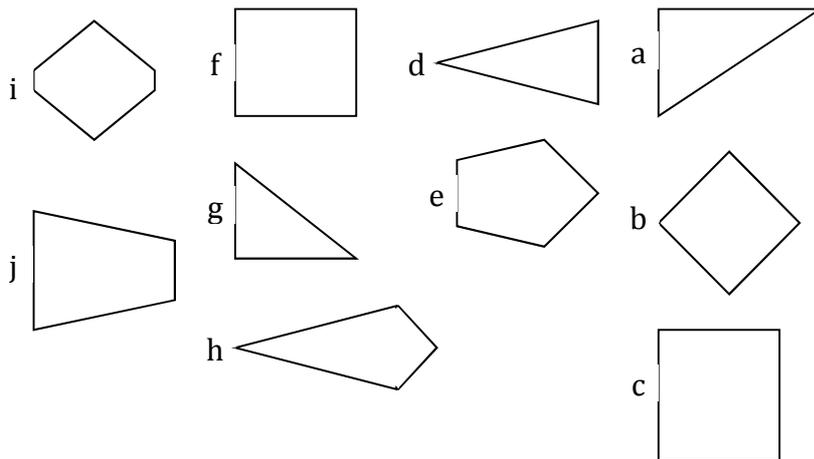
1. Berhingga
2. Kosong
3. Kardinalnya ganjil
4. Kardinalnya genap

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Tulis himpunan berikut dengan cara deskripsi, notasi pembentuk himpunan, dan mendaftarkan semua anggota:
 - a. Himpunan enam huruf pertama dalam abjad Latin.
 - b. Himpunan warna pada lampu lalu lintas.
 - c. Himpunan tahun kabisat antara tahun 1970 dan 2020.
 - d. Himpunan bilangan pada jam dinding.

2. Buatlah empat himpunan dari objek-objek berikut: Senin, 4 sore, Kamis, 20 halaman, 3 pagi, malam, April, 50 halaman, Agustus.
 - a. Nyatakan setiap himpunan dengan kata-kata.
 - b. Rumuskan pertanyaan baru berdasar situasi di atas.

3. Salin bangun-bangun berikut ini. Susunlah bangun-bangun berikut dalam suatu himpunan berdasar banyak sisinya, kemudian deskripsikan masing-masing himpunan dengan kata-kata.



4. Tentukan apakah pernyataan-pernyataan berikut benar atau salah. Berikan alasannya.
 - a. sutra \in {kain yang dibuat dengan alat tenun bukan mesin}

- b. $19 \notin \{\text{bilangan cacah tidak lebih besar dari } 20\}$
 - c. $4 \notin \{\text{bilangan ganjil}\}$
 - d. $2008 \notin \{\text{tahun kabisat}\}$
 - e. $2 \notin \{\text{bilangan prima}\}$
5. Tulislah dalam notasi keanggotaan suatu himpunan.
- a. x ada di dalam A
 - b. d anggota dari E
 - c. c di luar P
 - d. r bukan anggota T
6. Tentukan apakah himpunan-himpunan berikut ini berhingga atau tidak.
- a. Himpunan planet dalam tata surya
 - b. $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
 - c. $D = \{\text{Januari, Februari, Maret, } \dots, \text{Desember}\}$
 - d. $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 10, x \text{ bilangan bulat}\}$
 - e. $Y = \{y \mid 0 \leq y \leq 10, y \text{ bilangan rasional}\}$
7. Perhatikan himpunan-himpunan berikut. Tulis ϕ atau $\{ \}$ apabila himpunan tersebut termasuk himpunan kosong. Tentukan bilangan kardinal masing-masing himpunan.
- a. Himpunan waktu yang jarum jamnya membentuk garis lurus.
 - b. Himpunan bilangan prima antara 13 dan 17.
 - c. Himpunan kubus yang memiliki 10 rusuk.
 - d. Himpunan bilangan bulat antara $\frac{1}{4}$ dan $\frac{7}{4}$.

-
- e. Himpunan halaman dalam modul ini yang bernomor 250 atau lebih.

F. Rangkuman

1. Himpunan adalah kumpulan benda yang terdefinisi dengan jelas
2. Himpunan dapat dinyatakan dengan beberapa cara, yaitu: notasi pembentuk himpunan, dan mendaftar anggota
3. Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota, dilambangkan dengan \emptyset atau $\{ \}$

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari himpunan dan keanggotaannya. Mengapa?
2. Bagian manakah dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari himpunan dan keanggotaannya. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam pembelajaran ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan hubungan yang diperoleh setelah Anda mempelajari topik ini dihubungkan dengan:
 - a. materi selanjutnya
 - b. konsep lain dalam bidang matematika,
 - c. disiplin di luar matematika,
 - d. kehidupan sehari-hari.

Kegiatan Pembelajaran 2

Operasi Antar Himpunan

A. Tujuan

Setelah mengikuti kegiatan pembelajaran ini, dengan contoh-contoh yang diberikan, guru diharapkan dapat menambah wawasan mengenai operasi antar himpunan dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menentukan himpunan bagian.
2. Menentukan himpunan semesta.
3. Menyatakan himpunan dalam diagram Venn.
4. Menentukan irisan dua himpunan.
5. Menentukan gabungan dua himpunan.
6. Menulis langkah irisan dan gabungan beberapa himpunan.
7. Menggunakan konsep himpunan dalam menyelesaikan masalah.

C. Uraian Materi

1. Himpunan Bagian

Perhatikan kembali himpunan siswa kelas VIIA pada pembelajaran sebelumnya:

$$S = \{\text{semua siswa kelas VIIA}\}$$

$$L = \{\text{siswa laki-laki kelas VIIA}\}$$

$$P = \{\text{siswa perempuan kelas VIIA}\}$$

Karena siswa laki-laki merupakan bagian dari siswa kelas VIIA, himpunan L disebut himpunan bagian dari himpunan S dan ditulis:

$$L \subset S \text{ (baca: } L \text{ himpunan bagian } S).$$

Demikian juga dengan siswa perempuan; mereka juga bagian dari siswa kelas VIIA. Karena itu himpunan P merupakan himpunan bagian dari himpunan S dan ditulis:

$P \subset S$ (baca: P himpunan bagian S).

Karena siswa perempuan bukan bagian dari siswa laki-laki, maka himpunan P bukan himpunan bagian dari himpunan L ; ditulis:

$P \not\subset L$ (baca: P bukan himpunan bagian dari L).

Sebaliknya, siswa laki-laki bukan bagian dari siswa perempuan, maka himpunan L bukan himpunan bagian dari himpunan P ; ditulis:

$L \not\subset P$ (baca: L bukan himpunan bagian dari P).

Himpunan B disebut himpunan bagian dari A , ditulis $B \subset A$ apabila untuk setiap $x \in B$, maka $x \in A$.

Contoh:

1. Diketahui $H = \{2, 3\}$. Tentukan apakah pernyataan berikut benar atau salah. Berikan alasan.
 - a. $\{2\} \subset H$
 - b. $\{3\} \subset H$
 - c. $\{2,3\} \subset H$

Penyelesaian:

- a. Benar, karena $2 \in \{2\}$ dan $2 \in H$
 - b. Benar, karena $3 \in \{3\}$ dan $3 \in H$
 - c. Benar, karena $2,3 \in \{2,3\}$ dan $2,3 \in H$
2. Perhatikan himpunan H di atas. Apakah H juga himpunan bagian dari H itu sendiri?

Penyelesaian:

$$H = \{2, 3\}$$

Karena $\{2, 3\} \subset H$, maka $H \subset H$.

2. Himpunan semesta

Kata semesta sering kita dengar bahkan digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh: Dinyatakan bahwa tata surya kita terdiri atas matahari dan objek-objek yang mengelilinginya, yakni 8 planet, 50 satelit, lebih dari 1.000 komet, dan ribuan *asteroid* dan *meteoroid*.

Matahari bersama dengan paling sedikit 100 miliar bintang lainnya, membentuk galaksi yang dinamakan galaksi Bimasakti. Semua benda di atas merupakan bagian dari alam semesta.



Planet, termasuk bumi, komet, dan bulan adalah himpunan benda di tata surya kita. Himpunan-himpunan ini merupakan bagian dari himpunan yang lebih luas, yaitu himpunan tata surya.

Sekarang kita kembali ke himpunan yang telah dibicarakan sebelumnya:

$$S = \{\text{semua siswa kelas VIIA}\}$$

$$L = \{\text{siswa laki-laki kelas VIIA}\}$$

$$P = \{\text{siswa perempuan kelas VIIA}\}$$

Karena $L \subset S$ dan $P \subset S$, himpunan S dapat disebut himpunan semesta dari himpunan P dan himpunan L . Adakah himpunan semesta lainnya untuk himpunan L ?

Himpunan semesta dari suatu himpunan adalah himpunan yang memuat semua objek atau semua anggota dari himpunan tersebut. Himpunan semesta dilambangkan S .

Contoh:

1. Tentukan himpunan semesta S dari $P = \{\text{Matematika, IPA, Bahasa Inggris}\}$

Penyelesaian:

Matematika, IPA, dan Bahasa Inggris adalah mata pelajaran di SMP, maka $S = \{\text{mata pelajaran di SMP}\}$

2. Apakah himpunan semesta dari $B = \{2, 4, 6, 8\}$?

Penyelesaian:

Karena semua anggota B adalah genap, maka semesta pembicaraan dari B dapat:

$$S = \{\text{bilangan asli kurang dari } 10\}$$

atau

$$S = \{x \mid x \text{ bilangan asli dan } x < 10\}$$

atau

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Adakah himpunan semesta lainnya untuk himpunan B ?

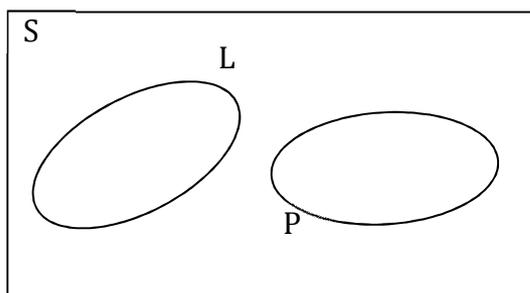
3. Diagram Venn

Kita telah mengetahui bahwa setiap himpunan mempunyai himpunan semesta, bahkan dapat lebih dari satu himpunan semesta. Hubungan antara suatu himpunan dengan himpunan semestanya dapat diperagakan dengan suatu diagram yang disebut dengan diagram Venn. Di samping ini merupakan diagram Venn untuk siswa kelas VIIA yang dibahas di bagian awal pembelajaran ini.

$$S = \{\text{semua siswa kelas VIIA}\}$$

$$L = \{\text{siswa laki-laki kelas VIIA}\}$$

$$P = \{\text{siswa perempuan kelas VIIA}\}$$



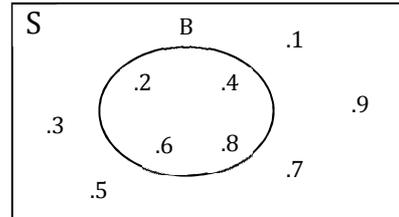
Pada umumnya, himpunan semesta dilambangkan dengan persegi panjang, sedangkan setiap himpunan bagiannya biasanya dilambangkan dengan lingkaran atau elips. Apabila anggotanya tidak banyak, maka setiap anggota himpunan dilambangkan dengan noktah di dalam lingkaran/elips tersebut. Sedangkan yang bukan anggota berada di luar tetapi masih di dalam persegi panjang (himpunan semesta).

Contoh:

1. Diketahui $B = \{2, 4, 6, 8\}$ dan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Buatlah diagram Venn hubungan kedua himpunan tersebut.

Penyelesaian:

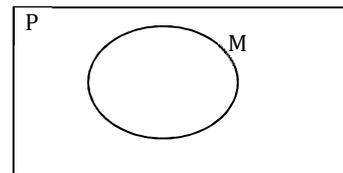
Karena semua anggota B adalah anggota S , maka S adalah himpunan semesta. Karena $1, 3, 5, 7, 9 \notin B$, maka kelima bilangan ini tidak diletakkan di dalam B tetapi masih dalam S .



2. Diketahui $M = \{\text{Mars, Merkurius}\}$ dan $P = \{\text{Bumi, Jupiter, Mars, Merkurius, Saturnus, Neptunus, Uranus, Venus}\}$. Tentukan diagram Venn kedua himpunan tersebut.

Penyelesaian:

Semua anggota himpunan M adalah anggota himpunan P , maka $M \subset P$. Maka semesta pembicaraannya adalah himpunan P . Diagram Vennnya di samping.



4. Irisan dua himpunan

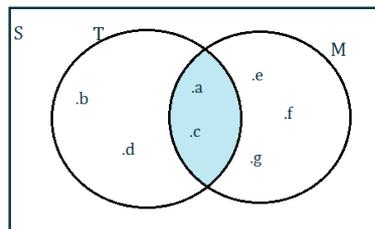
Kegiatan ekstra yang banyak diminati siswa-siswa SMP Garuda yaitu peleton inti atau tonti dan musik tradisional. Dari suatu kelas tercatat sebagai peserta tonti adalah Ahmad, Badrun, Cindi, dan Dina, sedangkan peserta kegiatan musik tradisional adalah Ahmad, Cindi, Edu, Fahrul, dan Gito.

- a. Berapa orang siswa yang mengikuti dua kegiatan?
- b. Berapa orang siswa yang mengikuti kegiatan-kegiatan di atas?

Pertanyaan-pertanyaan di atas berhubungan dengan operasi himpunan, yang dinamakan operasi irisan dan gabungan.

Perhatikan himpunan-himpunan siswa peserta tontol $T = \{a, b, c, d\}$ dan musik tradisional $M = \{a, c, e, f, g\}$.

Berapa orang siswa yang mengikuti kegiatan tontol dan musik tradisional?



Pada himpunan T dan M ternyata hanya ada 2 orang siswa yang mengikuti kedua kegiatan, yaitu Ahmad dan Cindi.

Pada kasus di atas, himpunan $\{a, c\}$ disebut irisan dari himpunan T dan M , dan ditulis $T \cap M$.

Irisan himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A dan juga anggota himpunan B .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$$

Contoh:

1. Kelas VIIA mempunyai 40 orang siswa, 17 di antaranya gemar matematika, 15 orang gemar bahasa Inggris, dan 10 orang gemar keduanya.
 - a. Berapa orang siswa yang gemar matematika saja?
 - b. Berapa orang siswa yang gemar bahasa Inggris saja?
 - c. Berapa orang siswa yang tidak gemar matematika atau bahasa Inggris?
 - d. Buatlah diagram Venn yang menyatakan situasi siswa di kelas ini.

Penyelesaian:

- a. Banyaknya siswa yang gemar matematika saja adalah banyaknya siswa yang gemar matematika dikurangi banyaknya siswa yang gemar keduanya atau ditulis

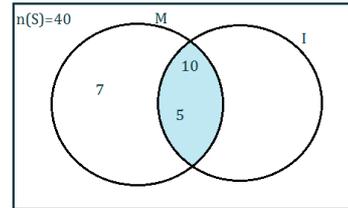
$$n(M) - n(M \cap I) = 17 - 10 = 7.$$

- b. Banyak siswa yang gemar bahasa Inggris saja adalah banyak siswa yang gemar bahasa Inggris dikurangi banyak siswa yang gemar keduanya, atau ditulis:

$$n(I) - n(M \cap I) = 15 - 10 = 5.$$

c. Banyak siswa yang tidak gemar matematika atau bahasa Inggris adalah banyaknya seluruh siswa dikurangi banyaknya siswa yang gemar matematika, bahasa Inggris, dan keduanya, atau $40 - (7 + 5 + 10) = 40 - 22 = 18$.

d. Diagram Venn hubungan kedua himpunan tersebut sebagai berikut.



2. Tentukan irisan dari $A = \{p, q, r, s\}$ dan $B = \{r, s, t\}$.

Penyelesaian:

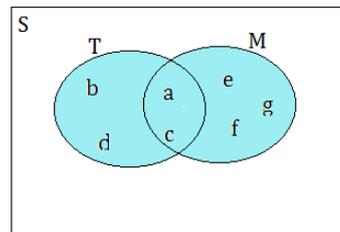
Karena r, s anggota A dan juga anggota B , maka r, s anggota $A \cap B$. Dengan kata lain, $A \cap B = \{r, s\}$.

5. Gabungan dua himpunan

Perhatikan kembali himpunan T dan M .

$$\begin{aligned} T &= \{\text{Ahmad, Badrun, Cindi, Dimas}\} \\ &= \{a, b, c, d\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \{\text{Ahmad, Cindi, Edu, Fahmi, Gito}\} \\ &= \{a, c, e, f, g\} \end{aligned}$$



Seandainya semua peserta kegiatan-kegiatan di atas kita kumpulkan dalam satu kelompok, berapa orang siswa seluruhnya?

Ahmad (a), walaupun anggota tontu dan musik tradisional, tidak dihitung sebagai dua orang. Demikian juga dengan Cindi (c). Dengan demikian peserta kegiatan-kegiatan di atas adalah a, b, c, d, e, f, dan g. Himpunan $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ disebut gabungan himpunan T dan M . Daerah yang diarsir pada diagram Venn di atas merupakan gabungan kedua himpunan.

Dengan kata lain:

$$T \cup M = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

Gabungan himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B .

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$$

D. Aktivitas Pembelajaran

Lakukan kegiatan-kegiatan berikut secara individual atau kelompok.

AKTIVITAS 1

1. Sediakan tiga potong tali dengan panjang sekitar 1 meter dengan warna berbeda.
2. Ikatkan ujung untuk masing-masing tali.
3. Keluarkan semua atau sebagian isi tas Anda atau kelompok Anda dan letakkan di atas meja.
4. Letakkan satu tali sedemikian hingga berbentuk menyerupai lingkaran.
5. Letakkan sebagian atau semua benda yang tersedia dalam lingkaran tali tersebut. Deskripsikan himpunan yang terbentuk.
6. Selanjutnya letakkan satu tali lagi di atas himpunan yang terbentuk sehingga bangun dua himpunan yang beririsan. Susun benda-benda yang ada sehingga membentuk dua himpunan yang beririsan. Deskripsikan kedua himpunan yang terbentuk.

AKTIVITAS 2

Lakukan kegiatan-kegiatan seperti pada Aktivitas 1 tetapi dengan menggunakan sebagian atau semua **blok logika**.

AKTIVITAS 3

Berilah contoh dua himpunan A dan B , sehingga $A \subset B$ dan $B \subset A$. Apa kesimpulan Anda tentang hubungan kedua himpunan tersebut di atas?

AKTIVITAS 4

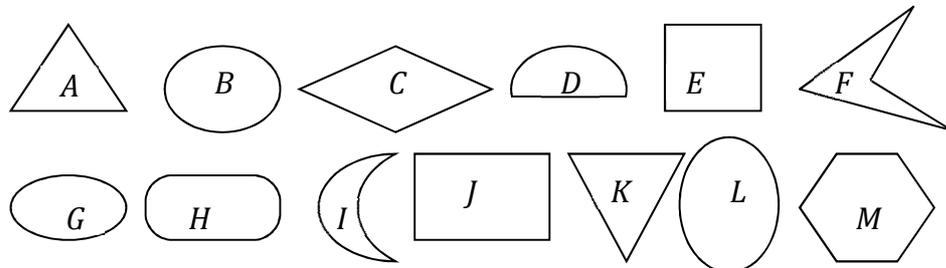
Adakah kaitan antara irisan dan himpunan bagian? Lengkapi penjelasan Anda dengan gambar dan contoh.

AKTIVITAS 5

Diberikan bangun geometri: Belah ketupat, jajar genjang, layang-layang, persegi, persegi panjang, segi empat, dan trapesium. Berdasarkan definisi masing-masing bangun, buatlah diagram Vennnya.

E. Latihan/Kasus/Tugas

- Bangun di bawah ini menunjukkan himpunan S yang beranggotakan bangun-bangun geometri yang bersisi lurus dan lengkung. Tentukan himpunan yang ketentuannya masing-masing seperti di bawah ini:



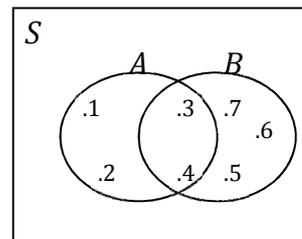
- Himpunan bagian dari S yang terdiri atas bangun bersisi lurus saja.
 - Himpunan bagian dari S yang tepat mempunyai tiga sisi lurus.
 - Himpunan bagian dari S yang tepat mempunyai empat sisi lurus.
 - Himpunan bagian dari S yang mempunyai lebih dari lima sisi lurus.
 - Himpunan bagian dari S yang memiliki sisi lengkung saja.
 - Himpunan bagian dari S yang memiliki hanya satu sisi lengkung.
- Salin dan lengkapilah tabel berikut.

Himpunan	Banyak Anggota	Banyak Himpunan Bagian
{p}
{p, q}
{p, q, r}
{p, q, r, s}
{p, q, r, s, t}

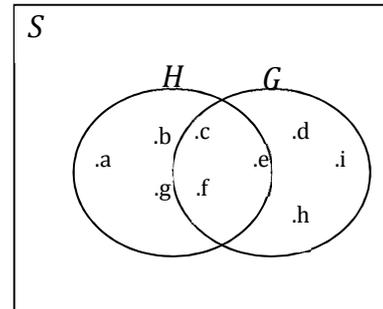
3. Gambar diagram Venn untuk himpunan S yang anggotanya siswa di sekolah Anda dan himpunan A yang terdiri atas siswa di kelas Anda. Lalu tambahkan himpunan B yang beranggotakan siswa yang memakai jam tangan.
4. Gambar masing-masing himpunan berikut dengan diagram Venn.
 - a. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}; P = \{1, 2, 3\}; Q = \{4, 5\}$
 - b. $S = \{a, b, c, d, e, f\}; F = \{a, b, c, d\}; G = \{c, d, e\}$
 - c. $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}; M = \{1, 2, 3\}; N = \{2\}$

5. Perhatikan diagram Venn di bawah ini. Daftarkan semua anggota dari:

- a. himpunan A .
- b. himpunan B .
- c. himpunan unsur yang menjadi anggota A dan B
- d. himpunan unsur yang menjadi anggota A atau B (atau keduanya)
- e. himpunan unsur yang tidak menjadi anggota A atau B .



6. Diagram Venn $S = \{\text{siswa kelas VIIA}\}$; $H = \{\text{siswa kelas VIIA yang gemar IPA}\}$; $G = \{\text{siswa kelas VIIA yang gemar IPS}\}$. Tiap titik mewakili seorang siswa.



- Berapa orang siswa yang gemar IPA?
- Berapa orang siswa yang gemar IPS?
- Berapa orang siswa yang gemar keduanya (IPA dan IPS)?
- Berapa orang siswa yang gemar IPA tetapi tidak gemar IPS?
- Berapa orang siswa yang gemar IPS tetapi tidak gemar IPA?
- Berapa orang siswa yang tidak gemar IPA atau IPS? Berapa orang siswa dalam himpunan S semuanya?

7. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $B = \{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

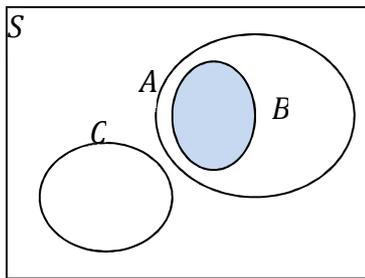
$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $C = \{4, 5, 6, 9, 10\}$

- Tentukan $A \cap B$, $B \cap C$, $C \cap A$, dan $A \cap B \cap C$.
 - Tentukan $A \cup B$, $B \cup C$, $C \cup A$, dan $A \cup B \cup C$.
 - Buatlah diagram Vennnya.
8. Diberikan tabel sebagai berikut:

A	B	$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cap B)$	$n(A \cup B)$
$\{1, 2, 3\}$	$\{2, 3, 4\}$
$\{2, 3, 5, 7\}$	$\{1, 3, 5\}$
$\{a, l, i\}$	$\{a, r, d, i, l, a\}$
$\{2, 4, 6, 8\}$	ϕ
$\{0\}$	$\{10\}$

- a. Salin dan lengkapi tabel tersebut.
- b. Jelaskan hubungan antara $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$.

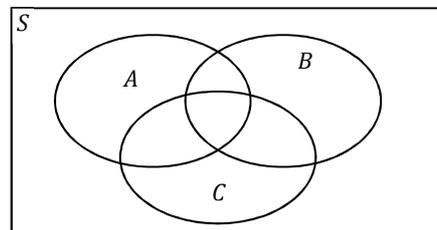
9. Diberikan diagram Venn di bawah. Buatlah soal cerita dalam bahasa Indonesia yang baik dan benar berdasarkan diagram Venn tersebut.



10. Misal $A = \{x|x \text{ belah ketupat}\}$, dan $B = \{x|x \text{ jajar genjang}\}$
- a. Tentukan himpunan semesta kedua himpunan tersebut.
 - b. Gambar diagram Vennnya.
 - c. Dengan memperhatikan diagram Venn tersebut, periksa kebenaran kalimat berikut. Berikan alasan.
 - 1) Semua jajar genjang adalah belah ketupat.
 - 2) Semua belah ketupat adalah jajar genjang.
 - 3) Ada jajar genjang yang bukan belah ketupat.

11. Salin dan arsir diagram Venn berikut untuk menunjukkan:

- a. $A \cup B \cup C$
- b. $A \cup (B \cap C)$



12. **Berpikir Kritis** Tulis sifat-sifat operasi himpunan berdasarkan berbagai hasil aktivitas Anda, contoh-contoh yang diberikan, dan soal-soal latihan yang Anda selesaikan.

F. Rangkuman

1. Himpunan B disebut himpunan bagian dari A , ditulis $B \subset A$ apabila untuk setiap $x \in B$, maka $x \in A$.
2. Himpunan semesta dari suatu himpunan adalah himpunan yang memuat semua objek atau semua anggota dari himpunan tersebut. Himpunan semesta dilambangkan S .
3. Irisan himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A dan juga anggota himpunan B .
4. Gabungan himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B .

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tuliskan konsep apa saja yang penting ketika mempelajari himpunan dan hubungannya dengan himpunan lain. Mengapa?
2. Pengertian mana dari topik ini yang masih dirasakan sulit untuk dipahami? Mengapa?
3. Tuliskan kesan-kesan setelah mempelajari hubungan antar himpunan. Mengapa hal itu berkesan?
4. Apakah tugas-tugas yang diberikan dalam buku ini mendorong Anda untuk aktif di kelas? Mengapa?
5. Tuliskan hubungan yang diperoleh setelah Anda mempelajari hubungan antar himpunan dihubungkan dengan:
 - a. konsep lain dalam bidang matematika,
 - b. bidang di luar matematika,
 - c. kehidupan sehari-hari.

Kegiatan Pembelajaran 3

Pernyataan Dan Nilai Kebenarannya

A. Tujuan

Setelah membaca, mencatat, berdiskusi, dan kegiatan lainnya guru dapat menggunakan logika matematika untuk menarik kesimpulan yang valid.

B. Indikator Pencapaian Materi

1. Menjelaskan perbedaan berbagai jenis pernyataan majemuk.
2. Memberi contoh berbagai jenis pernyataan majemuk.
3. Menentukan nilai kebenaran berbagai jenis pernyataan.
4. Mengidentifikasi pernyataan yang ada di dalam suatu argumen.

C. Uraian Materi

Logika berasal dari kata *logic* yang artinya adalah ilmu tentang penarikan kesimpulan. Yang menjadi perhatian utama adalah tentang kebenaran logis bukan kebenaran pernyataannya. Dalam logika, yang menjadi perhatian utama adalah kevalidan argumen. Jadi, logika adalah ilmu yang dengannya seseorang bisa memastikan apakah suatu penarikan kesimpulan bisa dipertanggungjawabkan kevalidannya atau tidak.

Argumen adalah kumpulan pernyataan yang saling berhubungan, di mana sebagian bertindak sebagai premis (alasan) dan yang lainnya bertindak sebagai konklusi (kesimpulan). Masing-masing premis dan konklusi itu adalah berbentuk pernyataan.

1. Pernyataan

Untuk berkomunikasi dengan orang lain, seseorang biasanya mengemukakan beberapa kalimat. Kalimat-kalimat itu ada bermacam-macam, antara lain:

- a. Pertanyaan
- b. Perintah
- c. Permintaan
- d. Pernyataan

Pertanyaan adalah kalimat yang meminta orang lain memberikan penjelasan. Orang sangat diharapkan untuk menjawabnya. Sebagai contoh: *“Berapa orang siswa yang tidak masuk sekolah dalam satu minggu jika rata-rata setiap hari terdapat 2 orang siswa yang tidak masuk?”* Orang yang ditanyai dengan pertanyaan ini dituntut untuk menjawab.

Perintah adalah kalimat yang meminta orang lain melakukan sesuatu yang dikehendaki oleh orang yang memerintah. Sebagai contoh: *“Hapuskan tulisan itu!”* Kalimat ini meminta orang yang diajak bicara untuk menghapus tulisan.

Permintaan adalah kalimat yang mengharapkan orang lain mau melayani orang yang mengajukan permintaan itu. Sebagai contoh: *“Maukah Nanda meminjamkan pena Nanda ke teman di sebelah Nanda.”* Kalimat ini sebenarnya mirip dengan perintah, hanya saja cara menyajikannya tidak dengan memaksa. Kalau perintah itu menuntut orang lain harus mematuhi, setidaknya-tidaknya dari dalam diri si pemberi perintah. Kalau permintaan, dalam diri yang meminta tidak menuntut harus dipenuhi.

Suatu kalimat dapat tidak memiliki nilai kebenaran. Kalimat yang menegaskan tentang kebenaran atau kesalahan sesuatu disebut pernyataan. Karena itu, pernyataan adalah kalimat yang mempunyai nilai benar saja atau salah saja, tidak boleh keduanya.

Berikut disajikan beberapa contoh pernyataan yang tegas sekali nilai kebenarannya.

Misalkan semesta pembicaraan dari semua hal yang ada dalam kalimat-kalimat matematis berikut adalah Himpunan semua bilangan Real \mathbb{R} . Artinya, jika ada

lambang bilangan yang dituliskan pada kalimat-kalimat berikut, nilai kebenarannya harus dipandang sebagai bagian dari sistem bilangan real.

Perhatikan kalimat-kalimat berikut.

1. $2 + 3 > 2 + 1$
2. $2 > 1 \rightarrow 4 > 1$
3. $3 > 2$ atau $3 = 2$
4. $1 = 2 - 1$ dan $2 = 1 + 1$
5. $4 < 5 \leftrightarrow 5 > 4$
6. $2 > 3$
7. $4 > 1 \rightarrow 3 < 2$
8. $2 > 3$ atau $5 = 4$
9. $3 = 2$ dan $2 = 2$
10. $3 < 4 \leftrightarrow 9 < 4$

Sepuluh kalimat di atas dikategorikan sebagai pernyataan. Kalimat-kalimat mana yang bernilai benar? Kalimat-kalimat mana yang bernilai salah?

Bagaimana dengan kalimat-kalimat berikutnya

1. Jakarta merupakan ibukota Republik Indonesia.
2. Penduduk Indonesia lebih dari 200 juta orang.
3. Nama Dewi sering disematkan pada wanita.
4. Indonesia dan Malaysia merupakan sesama negara ASEAN.
5. Makanan khas orang Jawa adalah beras.

Di dalam banyak buku dan atau kesempatan, lima kalimat terakhir tersebut sering dianggap sebagai pernyataan. Kalimat "*Jakarta adalah ibukota Republik Indonesia*", misalnya, biasanya dikatakan sebagai kalimat yang bernilai benar, karena saat ini Jakarta memang ibukota Republik Indonesia. Tetapi, siapa yang bisa menjamin bahwa Jakarta akan selamanya menjadi ibukota Republik Indonesia. Tidak ada kepastian benar salahnya. Kalimat ini hanya akan menjadi pernyataan yang bernilai benar selama ibukota Republik Indonesia belum berganti. Karena itu, dalam modul ini, kalimat semacam ini tidak dianggap sebagai pernyataan.

Demikian juga dengan jumlah penduduk Indonesia. Saat ini memang penduduk Indonesia lebih dari 200 juta orang. Tapi siapa yang bisa menjamin bahwa jumlah itu akan terus bertahan selamanya. Bencana, perang atau beberapa faktor lain memiliki peluang menjadikan penduduk Indonesia bisa kurang dari 200 juta orang. Kebenaran dari kalimat ini bergantung pada dimensi waktu.

Begitu pula dengan kalimat nomor 3, 4 dan 5. Semua sangat bergantung kepada waktu. Penulis cenderung untuk mengatakan bahwa kalimat-kalimat itu bukan pernyataan. Kebenaran dari kalimat-kalimat seperti itu tidak mutlak.

Mungkin Anda bertanya. Di beberapa buku kalimat-kalimat seperti itu dianggap sebagai pernyataan?

Menurut hemat penulis, ada semacam perjanjian tidak tertulis yang dipegang oleh penulis itu bahwa kalimat itu berlaku hari itu dan saat itu juga. Bukan untuk masa yang panjang.

Karena itu, penulis lebih cenderung menggunakan contoh kalimat matematika yang bisa dipastikan benar atau salahnya sebagai contoh dari pernyataan.

a. Kalimat Terbuka

Terkadang kita menemukan kalimat yang mirip dengan pernyataan tetapi kebenarannya masih belum bisa dipastikan. Sebagai contoh:

1. $x^2 > 0$
2. $2x + 100 = 1000$
3. $x + y = 5$
4. $2^x > 1$
5. $x^2 + y^2 = 25$

Lima kalimat di atas tidak bisa ditentukan nilai benar salahnya. Kalimat ini masih mengandung variabel, dan biasa disebut sebagai kalimat terbuka.

b. Pernyataan Tunggal dan Majemuk

Kesamaan $1 = 2 - 1$ adalah pernyataan tunggal. Demikian pula dan $2 = 1 + 1$. Ia juga merupakan pernyataan tunggal.

Akan tetapi, kalau dua pernyataan tunggal ini digabung menggunakan kata penghubung tertentu, gabungan dari pernyataan tunggal ini berubah menjadi pernyataan majemuk. Karena itu, " $1 = 2 - 1$ dan $2 = 1 + 1$ " adalah contoh dari pernyataan majemuk.

Pernyataan majemuk " $1 = 2 - 1$ dan $2 = 1 + 1$ " ini terdiri dari dua pernyataan yaitu pernyataan benar $1 = 2 - 1$ dan pernyataan benar lainnya yaitu $2 = 1 + 1$. Dua pernyataan benar ini dihubungkan dengan kata penghubung "**dan**" yang disimbolkan secara matematis dengan lambang " \wedge ".

Demikian pula dengan pernyataan "Jika $4 > 1$ maka $3 < 2$ ". Pernyataan ini terdiri dari dua pernyataan, yaitu pernyataan benar " $4 > 1$ " dan pernyataan salah " $3 < 2$ ". Dua pernyataan benar dan salah ini dihubungkan dengan kata penghubung Jika... maka.... yang disimbolkan secara matematis hanya dengan simbol " \rightarrow ".

c. Macam Pernyataan Majemuk

Di dalam logika, pernyataan majemuk memiliki beberapa bentuk. Dari dua pernyataan, misal kita simbolkan p dan q , kita bisa membentuk beberapa pernyataan majemuk, yaitu konjungsi, disjungsi, implikasi, dan biimplikasi.

Konjungsi adalah pernyataan majemuk yang dihubungkan oleh kata penghubung “**dan**”. Contoh $2 < 3$ **dan** $4 < 5$. Konjungsi dari pernyataan p dan pernyataan q dilambangkan dengan $p \wedge q$.

Disjungsi adalah pernyataan majemuk yang dihubungkan oleh kata penghubung “**atau**”. Contoh “ $31 < 2^5$ **atau** $4 < 2^2$ ”. Disjungsi dari pernyataan p dan q dilambangkan dengan $p \vee q$.

Implikasi adalah pernyataan majemuk yang berbentuk Jika.... maka..... Contoh “**Jika** $2 = 1$ **maka** $4 = 2$ ”. Implikasi dari p terhadap q dilambangkan dengan $p \rightarrow q$. Jadi, kalimat “jika $3 + 5 = 6$, maka $4 \times 3 = 12$ ” adalah pernyataan implikatif. Di tempat lain disebut sebagai pernyataan kondisional.

Biimplikasi adalah pernyataan majemuk berbentuk “..... jika dan hanya jika” Contoh “ $(2 + 3)^2 > 24$ **jika dan hanya jika** $3 > 2$ ”. Biimplikasi dari pernyataan p dan q dilambangkan dengan $p \leftrightarrow q$.

2. Nilai Kebenaran Pernyataan

Setiap pernyataan memiliki nilai kebenaran. Selanjutnya akan dibahas nilai kebenaran masing-masing jenis pernyataan.

a. Nilai Kebenaran Pernyataan Tunggal

Nilai kebenaran pernyataan tunggal ditentukan berdasarkan kebenaran objek matematis. Untuk selanjutnya, kebenaran suatu pernyataan di seluruh buku/modul ini ditentukan berdasarkan kebenaran matematis di dalam sistem bilangan real. Artinya, setiap pernyataan itu harus dilihat apakah pernyataan itu memang didukung oleh kebenaran di dalam sistem bilangan real atau tidak. Kalau didukung oleh kebenaran dalam sistem bilangan real, maka suatu pernyataan dikatakan

bernilai benar. Sebaliknya, kalau salah berdasarkan kebenaran di dalam sistem bilangan real, maka pernyataan itu dinilai salah.

Contoh 1:

Ketidaksamaan $3 > 2$ merupakan sesuatu fakta yang benar dalam sistem bilangan real. Karena itu, pernyataan " $3 > 2$ " adalah pernyataan yang bernilai benar (B). Pernyataan " $2^4 = 1$ " adalah tidak benar di dalam sistem bilangan real. Karenanya pernyataan " $2^4 = 1$ " adalah pernyataan yang bernilai salah (S).

Contoh 2:

Sudut siku-siku adalah sudut yang ukurannya 90° . Kalimat ini menggunakan definisi bernilai benar (B).

b. Nilai Kebenaran Pernyataan Majemuk

Nilai kebenaran suatu pernyataan majemuk tergantung kepada nilai kebenaran masing-masing pernyataan tunggalnya, dan aturan yang berlaku untuk kebenaran konjungtif, disjungtif, implikatif, dan biimplikatif.

1) Nilai Kebenaran Pernyataan Konjungtif

Misalkan p dan q adalah pernyataan-pernyataan tunggal. Suatu pernyataan konjungtif, yang disimbolkan dengan $p \wedge q$ memiliki tabel kebenaran sebagai berikut.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Tampak bahwa suatu pernyataan majemuk " p dan q " hanya akan bernilai benar jika kedua pernyataan pendukungnya bernilai benar juga. Satu saja bernilai salah, maka salahlah pernyataan majemuk itu.

Contoh 1:

Misalkan

$p = "2 \text{ adalah salah satu akar dari persamaan kuadrat } x^2 = 4"$, dan

$$q = "2 + 7 = 4 + 5"$$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \wedge q$.

Jawab:

2 memang salah satu akar dari persamaan kuadrat dari $x^2 = 4$ dalam sistem bilangan real. Karena itu, pernyataan p adalah pernyataan yang bernilai benar. Begitu pula dengan q .

Karena itu, $p \wedge q$ adalah pernyataan yang bernilai benar.

Contoh 2:

Misalkan

$p = "3+7=8+2"$, dan $q = "nilai x \text{ dari } 2x+1=7 \text{ adalah } 4"$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \wedge q$.

Jawab:

Pernyataan p bernilai benar, tetapi pernyataan q bernilai salah. Karena itu, sesuai dengan prinsip konjungsi pada tabel kebenaran di atas, nilai kebenaran dari $p \wedge q$ adalah salah.

2) Nilai Kebenaran Pernyataan Disjungtif

Untuk pernyataan disjungtif, dimana kata “**atau**” disimbolkan dengan lambang “ \vee ”. Nilai kebenarannya ditentukan berdasarkan tabel nilai kebenaran disjungtif sebagai berikut

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Tampak bahwa, pernyataan majemuk disjungtif hanya akan salah kalau dua pernyataan pendukungnya semua salah. Pernyataan majemuk disjungtif akan benar sepanjang ada sedikitnya satu pernyataan pendukungnya yang bernilai benar.

Contoh 3:

Misalkan

p = "2 adalah salah satu akar dari persamaan kuadrat $x^2 = 4$ ", dan

$$q = "2 + 2 = 4 + 5"$$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \vee q$.

Jawab:

2 memang salah satu akar dari persamaan kuadrat dari $x^2 = 4$ dalam sistem bilangan real. Karena itu, pernyataan p adalah pernyataan yang bernilai benar. Namun q bernilai salah.

Meskipun salah satu dari pernyataan pendukungnya salah, nilai kebenaran dari $p \vee q$ adalah benar.

Contoh 4:

Misalkan

$$p = "3+7=10+2", \quad \text{dan}$$

$$q = "3 \text{ adalah penyelesaian dari persamaan } 2x - 3 = 4$$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \vee q$.

Jawab:

Pernyataan p bernilai salah, demikian juga dengan pernyataan q . Karena itu, sesuai dengan prinsip disjungsi pada tabel kebenaran di atas, nilai kebenaran dari $p \vee q$ adalah salah.

3) Nilai Kebenaran Pernyataan Implikatif (kondisional)

Untuk pernyataan implikatif (kondisional), kata Jika ... maka ... disimbolkan dengan lambang \rightarrow nilai kebenarannya ditentukan berdasarkan tabel nilai kebenaran implikatif sebagai berikut.

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Tampak bahwa pernyataan implikatif ini hanya akan bernilai salah jika premis yang benar diikuti dengan kesimpulan yang salah. Pernyataan implikatif dengan premis yang bernilai salah, selalu dinilai benar apapun nilai kebenaran dari kesimpulannya.

Kalau dilihat dari segi norma sosial dan keagamaan, orang akan mengakui sebagai sesuatu yang benar jika orang yang baik melakukan kebaikan. Akan tetapi, orang akan mengecam manakala orang baik melakukan keburukan.

Orang pun akan maklum terhadap orang yang buruk. Orang akan menganggap benar saja perbuatan orang yang buruk itu.

Contoh 5:

Misalkan

$p = "2 \text{ adalah salah satu akar dari persamaan kuadrat } x^2 = 4"$, dan

$$q = "2 + 7 = 4 + 5"$$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \rightarrow q$.

Jawab:

2 memang salah satu akar dari persamaan kuadrat dari $x^2 = 4$ dalam sistem bilangan real. Karena itu, pernyataan p adalah pernyataan yang bernilai benar. Begitu pula dengan q .

Karena itu, $p \rightarrow q$ adalah pernyataan yang bernilai benar.

Contoh 6:

Misalkan

$p = "3+7=10+2"$, dan

$q = "3 \text{ adalah penyelesaian dari persamaan } 2x+1=7"$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \rightarrow q$.

Jawab:

Pernyataan p bernilai salah, tetapi pernyataan q bernilai benar. Karena itu, sesuai dengan prinsip implikasi pada tabel kebenaran di atas, nilai kebenaran dari $p \rightarrow q$ adalah benar.

4) Nilai Kebenaran Pernyataan Biimplikatif (Bikondisional)

Untuk pernyataan biimplikatif, kata ... jika dan hanya jika ... disimbolkan dengan lambang" \leftrightarrow " nilai kebenarannya ditentukan berdasarkan tabel nilai kebenaran biimplikatif sebagai berikut

p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Tampak bahwa pernyataan biimplikatif menuntut adanya kesamaan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggal pendukungnya. Asal ada ketidaksamaan nilai kebenaran dari masing-masing pernyataan tunggal pendukungnya, nilai pernyataan biimplikatif ini akan salah.

Contoh 7:

Misalkan

$$p = "2 \times 3 - 6 = -6"$$

$$q = "2 \times 3 = 3 + 3"$$

Tentukan nilai kebenaran dari $p \leftrightarrow q$

Jawab:

Nilai kebenaran pernyataan p adalah salah, sedang q adalah benar. Karena itu, nilai kebenaran dari pernyataan biimplikatif $p \leftrightarrow q$ adalah salah.

3. Ingkaran

Telah dibahas bahwa setiap pernyataan memiliki nilai kebenaran: Benar atau Salah tetapi tidak keduanya. Selanjutnya akan dibahas ingkaran dari nilai kebenaran suatu pernyataan.

a. Ingkaran Pernyataan Tunggal

Seperti lazim dilihat dalam keadaan sehari-hari, pernyataan itu sering berupa suatu klaim. Orang yang tidak setuju akan mengingkari klaim tersebut. Karena itu, selain ada pernyataan, maka ada pula ingkaran dari suatu pernyataan.

Ingkaran dari p biasanya dinyatakan dengan $\neg p$, dan ingkaran dari q biasanya ditulis dengan $\neg q$.

Contoh 1:

Misalkan pernyataan p menyatakan $23 > 17 + 5$. Maka ingkaran dari p adalah

"tidak benar bahwa $23 > 17 + 5$ ".

Artinya 23 tidak lebih dari $17 + 5$.

Bentuk ini biasanya dilambangkan dengan

$$23 \not> 17 + 5$$

Perhatikan nilai kebenarannya.

Nilai kebenaran dari p adalah Benar, dan nilai kebenaran dari ingkaran p adalah Salah.

Contoh 2:

Misalkan pernyataan q adalah

$$3 \in \{2,5,7\}.$$

Ingkaran dari q akan berbunyi

“tidak benar bahwa $3 \in \{2,5,7\}$ ”.

Artinya 3 bukan anggota dari $\{2,5,7\}$

Bentuk ini biasanya disimbolkan dengan

$$3 \notin \{2,5,7\}$$

Coba perhatikan nilai kebenarannya

Nilai kebenaran dari q adalah Salah, dan nilai kebenaran dari ingkaran q adalah Benar.

b. Ingkaran Pernyataan Majemuk

Seperti dibahas sebelumnya, pernyataan majemuk, antara lain pernyataan konjungtif, disjungtif, implikatif, dan biimplikatif. Berikut ini ingkaran dari masing-masing pernyataan.

1) Ingkaran Pernyataan konjungtif

Perhatikan tabel nilai kebenaran pernyataan majemuk konjungtif berikut.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$
B	B	S	S	B	S
B	S	S	B	S	B
S	B	B	S	S	B
S	S	B	B	S	B

Tampak bahwa nilai kebenaran dari $p \wedge q$ selalu bertolak belakang dengan nilai kebenaran dari $\neg p \vee \neg q$. Ini menunjukkan bahwa ingkaran dari pernyataan majemuk $p \wedge q$ adalah $\neg p \vee \neg q$.

Karena itu, jika kita memiliki pernyataan majemuk konjungtif " $2 < 3$ dan $4 = 2^2$ ", maka ingkarannya adalah " $2 \nless 3$ atau $4 \neq 2^2$ ".

Bagaimana dengan ingkaran pernyataan disjungtif? Menggunakan tabel kebenaran, tentukan ingkaran pernyataan disjungtif.

2) Ingkaran Pernyataan Implikatif

Ingkaran dari pernyataan implikatif $p \rightarrow q$ adalah $p \wedge \neg q$. Artinya, ingkaran dari pernyataan implikatif $p \rightarrow q$ adalah " p tetapi tidak q ." Sehingga jika kita mempunyai pernyataan implikatif, "jika $x^2 > 1$, maka $x > 1$ ", maka ingkarannya adalah " $x^2 > 1$, tapi $x \nless 1$." Artinya ada bilangan yang kuadratnya lebih dari 1 tapi bilangan itu tidak lebih dari 1. Itu benar untuk kasus -2, -3, -4, ... Bilangan ini tidak lebih dari 1 tapi kuadratnya lebih dari 1.

Terkait dengan pernyataan implikatif ini dan ingkarannya, ada beberapa konsep yang perlu dikenal, yaitu: konvers, invers, dan kontraposisi.

Konvers dari pernyataan $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$. Jadi dalam kasus "jika $3 + 5 = 6$ maka $4 \times 3 = 12$ " di atas, konversnya adalah "jika $4 \times 3 = 12$, maka $3 + 5 = 6$ ".

Invers dari pernyataan $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$. Jadi dalam kasus "jika $3 + 5 = 6$ maka $4 \times 3 = 12$ " di atas, inversnya adalah "jika $3 + 5 \neq 6$, maka $4 \times 3 \neq 12$ ".

Kontraposisi dari pernyataan $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$. Jadi dalam kasus "jika $3 + 5 = 6$ maka $4 \times 3 = 12$ " di atas, inversnya adalah "jika $4 \times 3 \neq 12$ ", maka $3 + 5 \neq 6$.

Kalau kita memperhatikan nilai kebenaran dari pernyataan implikatif, dengan konvers, invers, dan kontraposisinya, kita akan memperoleh tabel kebenaran sebagai berikut:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	B	S
S	B	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B

Tampak bahwa nilai kebenaran dari suatu pernyataan implikatif sama dengan nilai kebenaran dari kontraposisinya. Nilai kebenaran konvers dari suatu pernyataan implikatif sama dengan nilai kebenaran invers dari pernyataan implikatif.

c. Pernyataan Berkuantor dan Ingkarannya

Nilai kebenaran suatu pernyataan ada yang hanya berlaku untuk satu atau beberapa kasus tertentu, dan ada pula yang berlaku secara umum.

1) Pernyataan Berkuantor

Perhatikan contoh-contoh berikut.

Contoh 1:

Ada bilangan bulat x demikian sehingga $2x + 3 = 9$.

Kalimat ini adalah sebuah pernyataan yang bernilai benar. Klaim yang dibuat oleh pernyataan ini adalah adanya bilangan bulat yang memenuhi persamaan $2x + 3 = 9$. Bilangan yang dimaksud adalah 3.

Contoh 2:

Ada bilangan bulat x demikian sehingga $7 < 2x - 3 < 21$

Klaim dari pernyataan ini adalah adanya bilangan bulat (bisa sebanyak satu atau beberapa) yang memenuhi aturan $7 < 2x - 3 < 21$

Kalimat terbuka $7 < 2x - 3 < 21$ ini ekuivalen dengan $10 < 2x < 24$ sehingga diperoleh $5 < x < 12$. Bilangan bulat yang dimaksud adalah 6, 7, 8, 9, 10, atau 11. Jadi memang ada beberapa bilangan bulat yang memenuhi $7 < 2x - 3 < 21$. Jadi kalimat ini adalah pernyataan yang bernilai benar.

Contoh 3:

Ada bilangan real x demikian sehingga $x^2 < 0$.

Klaim dari pernyataan ini adalah ada bilangan real yang kalau dikuadratkan bernilai kurang dari nol, atau bernilai negatif. Hal ini tidak didukung oleh fakta. Fakta mengatakan bahwa semua bilangan real kalau dikuadratkan, hasilnya tidak pernah negatif.

Akan tetapi, ia tetap merupakan pernyataan. Tetapi ia merupakan pernyataan yang bernilai salah.

Contoh 4:

Untuk setiap bilangan real x berlaku $x^2 - 2x \geq -2$.

Kalimat ini merupakan pernyataan yang bernilai benar. Alasannya adalah $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ untuk setiap bilangan real x . (Mengapa?)

Akibatnya $x^2 - 2x + 1 \geq -1$ (Mengapa?)

Sehingga $x^2 - 2x \geq -2$ (masing-masing ruas tambah -1 kan?)

Contoh 5:

Untuk setiap bilangan prima x dan y , jika $x + y$ bilangan ganjil, maka salah satu dari x atau y pasti sama dengan 2.

Kalimat ini juga merupakan pernyataan yang bernilai benar. Hanya ada satu bilangan prima yang genap, yaitu 2 saja. Andai ada bilangan prima yang lain yang juga bernilai genap, maka pastilah itu mustahil. Ia akan habis dibagi 2. Syarat suatu bilangan disebut bilangan prima manakala bilangan itu hanya memiliki tepat dua faktor yaitu 1 dan dirinya sendiri. Karena ia juga habis dibagi 2, ia bertentangan dengan syarat untuk menjadi bilangan prima.

Contoh 6:

Untuk setiap bilangan real x , maka $2x > 0$.

Kalimat ini adalah pernyataan yang bernilai salah. Klaim bahwa $2x > 0$ hanya berlaku untuk bilangan-bilangan tertentu. Untuk bilangan tertentu lainnya ia tidak benar. Jika x diganti dengan bilangan negatif, misalnya -1 , maka hasilnya adalah $-2 > 0$. Sesuatu yang salah.

Begitu ada satu saja contoh yang menyangkal kebenaran pernyataan untuk setiap itu, maka salahlah pernyataan itu. Jadi ia merupakan pernyataan bernilai salah.

Contoh 1, 2, dan 3 merupakan contoh dari kuantor eksistensial, dan contoh 4, 5, 6, merupakan contoh dari kuantor universal.

2) Ingkaran Pernyataan Berkuantor

Misalkan kita mengatakan suatu pernyataan “ada bilangan real yang kuadratnya sama dengan 1”, maka ingkarannya adalah “tidak benar bahwa ada bilangan real yang kuadratnya sama dengan 1”. Kalimat terakhir ini sama artinya dengan “tidak ada bilangan real yang kuadratnya sama dengan satu”. Artinya, semua bilangan real, kalau dikuadratkan maka kuadratnya tidak sama dengan satu”.

Jadi, ingkaran dari “ada x yang $p(x)$ ” adalah “semua x tidak $p(x)$ ”.

Misalkan kita punya pernyataan

$$p(x) = \text{semua bilangan asli adalah bilangan bulat}$$

Maka ingkaran dari pernyataan $p(x)$ ini adalah “tidak semua bilangan asli adalah bilangan bulat”.

Kalimat “tidak semua bilangan asli adalah bilangan bulat” ini menunjukkan “adanya bilangan asli yang bukan bilangan bulat”.

Jadi, ingkaran dari

untuk semua x berlaku $p(x)$

yaitu

ada x yang tidak berlaku $p(x)$.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Selidikilah ingkaran-ingkaran dari pernyataan majemuk disjungtif, implikatif, dan biimplikatif dengan menggunakan tabel kebenaran.
2. Carilah di internet makna dari pernyataan majemuk yang bersifat tautologi (*tautology*) dan kontradiksi (*contradiction*). Apa kaitan tautologi dengan jenis argumen valid di atas.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Buatlah 10 pernyataan dengan komposisi 5 pernyataan benar dan 5 pernyataan salah
2. Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut “Jika 3 adalah bilangan prima ganjil terkecil, maka 2 adalah bilangan prima genap satu-satunya”.
3. Ingkaran dari kalimat:

*“Untuk setiap bilangan prima x dan y , jika $x + y$ ganjil,
maka sedikitnya satu dari x atau y adalah bernilai 2”*

F. Rangkuman

Logika matematika merupakan cabang ilmu yang mengkaji kevalidan pengambilan kesimpulan dalam matematika yang didasarkan atas model argumen modus ponens,

modus tolen, dan silogisma. Tiga jenis argumen ini dikembangkan atas dasar tautologi, yaitu pernyataan yang selalu bernilai benar.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Tolong gunakan pernyataan matematis yang sudah pasti nilai kebenarannya.
2. Ingkaran dari $p \rightarrow q$ adalah p tapi tidak q . Karena itu, ingkarannya adalah “3 adalah bilangan prima ganjil terkecil tetapi 2 bukan bilangan prima genap satu-satunya” atau “3 adalah bilangan prima ganjil, tetapi ada bilangan genap selain 2 yang merupakan bilangan prima”.
3. Ingkaran setiap x bersifat $p(x)$ adalah *ada* x yang *tidak* bersifat $p(x)$. Karena itu, ingkarannya adalah “ada bilangan prima x dan y demikian sehingga $x + y$ ganjil tapi tak satupun dari x maupun y yang genap”.

Kegiatan Pembelajaran 4

Penarikan Kesimpulan

A. Tujuan

Setelah membaca, mencatat, berdiskusi, dan kegiatan lainnya guru dapat menarik kesimpulan yang valid.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi pernyataan yang ada di dalam suatu argumen.
2. Menentukan kesimpulan yang mungkin berdasarkan prinsip modus ponens.
3. Menentukan kesimpulan yang mungkin berdasarkan prinsip modus tolens.
4. Menentukan kesimpulan yang mungkin berdasarkan prinsip silogisma.

C. Uraian Materi

Seperti dikemukakan pada kegiatan sebelumnya, logika erat kaitannya dengan penarikan kesimpulan.

Perhatikan contoh-contoh di bawah ini:

Contoh 1:

Perhatikan dua pernyataan berikut

1. Premis (diketahui) : $x > 1$
2. Konklusi (kesimpulan) : $x^2 > 1$

Dua pernyataan yang masing-masing disebut premis dan konklusi ini membentuk suatu argumen. Baik tidaknya suatu argumen didasarkan kepada hasil analisis apakah konklusi memang dapat diturunkan secara logis dari premisnya.

Perhatikan proses pemerolehan konklusi dari premis berikut.

Diketahui: $x > 1$

Maka: $x > 0$

Akibatnya, pertaksamaan $x > 1$ tidak akan berubah tandanya kalau masing-masing ruang dikalikan dengan x ,

sehingga $x^2 > x$

Karena $x^2 > x$ dan $x > 1$, dengan menggunakan hukum transitif dari relasi ketaksamaan, diperoleh $x^2 > 1$.

Dengan demikian, konklusi memang diperoleh secara logis dari premis (dan tentu saja menggunakan dalil-dalil atau fakta-fakta lain dalam matematika).

Contoh 2:

1. Premis : n^2 adalah bilangan ganjil.
2. Konklusi : n adalah bilangan ganjil

Baik tidaknya argumen ini tidak bisa dilakukan persis seperti Contoh 1. Pemrosesannya tidak dimulai dari dari premis ke konklusi, tetapi dari ingkaran konklusi menuju ke ingkaran seperti berikut:

Karena n tidak ganjil.

Artinya n adalah bilangan genap.

Karena itu $n = 2k$ untuk suatu bilangan bulat k .

Akibatnya, $n^2 = (2k)^2 = 2(2k^2)$

Jadi n^2 adalah bilangan genap.

Dua contoh di atas menunjukkan dua di antara beberapa jenis argumen yang dianggap valid oleh para pakar logika dan matematika. Contoh 1 menggunakan kombinasi model argumen modus ponens dan model silogisma. Contoh dua menggunakan kombinasi model argumen modus tollens dan model silogisma.

Dengan demikian, ada beberapa model argumen yang diakui sebagai argumen yang valid, yaitu:

1. Modus ponens
2. Modus tollens
3. Silogisme

1. Modus Ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Contoh 1:

Premis 1: Jika x bilangan real, maka x^2 pasti tidak pernah negatif

Premis 2: 10 adalah bilangan real

Konklusi: 10^2 tidak pernah negatif

Contoh 2:

Premis 1: jika $x = 3$, maka $2x^2 - 1 = 17$

Premis 2: $x = 3$

Konklusi: $2x^2 - 1 = 17$

2. Modus Tolens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

Contoh1:

Premis 1: Jika $x^2 = 9$ maka $x = \pm 3$

Premis 2: $x \neq \pm 3$

Konklusi: $x^2 \neq 9$

Contoh 2:

Premis 1: jika $x = 3$, maka $2x^2 - 1 = 17$

Premis 2: $2x^2 - 1 \neq 17$

Konklusi: $x \neq 3$

3. Silogisme

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\hline p \rightarrow r$$

Contoh1:

Premis 1: Jika $x > 2$ maka $x > 0$

Premis 2: Jika $x > 0$ maka $x^2 > 0$

Konklusi: Jika $x > 2$ maka $x^2 > 0$

Contoh2:

Premis 1: jika $x = 3$, maka $2x^2 - 1 = 17$

Premis 2: Jika $2x^2 - 1 = 17$, maka $3x + 2 = 11$

Konklusi: jika $x = 3$ maka $3x + 2 = 11$

Di dalam prakteknya, modus ponens, modus tolen, dan silogisme ini digunakan tidak sesederhana yang dibayangkan. Modus ponens, modus tolen, dan silogisme ini sering kali digunakan secara kombinatif.

Berikut ada orang yang mengklaim bahwa jika $a = b$, maka $2 = 1$ dengan bukti sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 a &= b \\
 \rightarrow a^2 &= ab \\
 \rightarrow a^2 - b^2 &= ab - b^2 \\
 \rightarrow (a - b)(a + b) &= (a - b)b \\
 \rightarrow a + b &= b \\
 \rightarrow 2b &= b \\
 \rightarrow 2 &= 1
 \end{aligned}$$

Pertama dia menuliskan fakta yang diberikan yaitu $a = b$.

Dari fakta tersebut, bersama prinsip $x = y \rightarrow ax = ay$ dia gunakan modulus ponen sehingga menghasilkan pernyataan kedua, yakni $a^2 = ab$.

Dengan demikian sekarang dia memperoleh pernyataan:

$$a = b \rightarrow a^2 = ab$$

Dari persamaan $a^2 = ab$, bersama-sama dengan prinsip $x = y \rightarrow x - c = y - c$, dia kembali menggunakan modulus ponen untuk menghasilkan pernyataan $a^2 - b^2 = ab - b^2$.

Dengan begitu, dia sekarang memiliki dua pernyataan, yakni:

1. $a = b \rightarrow a^2 = ab$
2. $a^2 = ab \rightarrow a^2 - b^2 = ab - b^2$

Dengan prinsip silogisma, sekarang dia memperoleh pernyataan $a = b \rightarrow a^2 - b^2 = ab - b^2$

Demikian seterusnya. Orang ini menggunakan argumen jenis modus ponens dan silogisme secara sambung menyambung. Sayangnya, hasil yang diperoleh tidak sesuai dengan kebenaran dalam matematika. Mengapa demikian?

Kesalahan itu terjadi ketika dia mencoba menggunakan prinsip matematika yang berbunyi: $ac = bc \rightarrow a = b$. Dia memang benar menerapkan prinsip ini. Akan tetapi, ada syarat di dalam prinsip ini yang tidak boleh dilupakan kalau mau menggunakannya. Prinsip ini berbunyi sebagai berikut:

$$ac = bc, c \neq 0 \rightarrow a = b$$

Prinsip ini menyatakan bahwa syarat dilakukan pencoretan adalah yang dicoret harus tidak nol. Sayangnya, prinsip ini tidak diindahkan oleh si penulis bukti. Karena $a = b$, maka $a - b = 0$. Karena itu, $a - b$ dalam persamaan $(a - b)(a + b) = (a - b)b$ tidak boleh dicoret.

Itulah sebabnya mengapa kesimpulan yang dihasilkan salah. Ketidakpatuhan terhadap prinsip, dapat mengakibatkan kekacauan.

D. Aktivitas Pembelajaran

1. Modus ponens itu adalah jenis argumen yang menggunakan pernyataan majemuk $((p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q)$. Buatlah tabel kebenaran dari pernyataan majemuk tersebut.
2. Modus tolen adalah jenis argumen yang menggunakan pernyataan majemuk $(((-q) \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow -p)$. Buatlah tabel kebenaran dari pernyataan majemuk tersebut.
3. Silogisme adalah jenis argumen yang menggunakan pernyataan majemuk $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$. Buatlah tabel kebenaran dari pernyataan majemuk di atas.

E. Latihan/Kasus/Tugas

1. Perhatikan pengerjaan yang dilakukan oleh seseorang berikut:

$$1 - 3 = 4 - 6$$

$$1 - 3 + \frac{9}{4} = 4 - 6 + \frac{9}{4}$$

$$\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Coba identifikasi, di bagian mana saja orang itu menggunakan modus ponens, dan silogisma. Jelaskan prinsip matematika yang digunakan!

2. Apakah modus tolen digunakan pada pembuktian pernyataan:

ka n^2 bilangan ganjil, maka n bilangan ganjil ? Kalau ya di bagian mana modus tolen itu digunakan?

F. Rangkuman

Logika matematika merupakan cabang ilmu yang mengkaji kevalidan pengambilan kesimpulan dalam matematika yang didasarkan atas model argumen modus ponens, modus tolen, dan silogisma. Tiga jenis argumen ini dikembangkan atas dasar tautologi, yaitu pernyataan yang selalu bernilai benar. Karena itu, argumen yang dilandaskan pada penggunaan modus ponens, modus tolen, dan silogisma diterima sebagai argumen yang valid.

G. Umpan Balik dan Tindak Lanjut

1. Dari langkah 1 ke langkah dua sebenarnya dia sudah menggunakan modulus penerapan dengan mendasarkan pada prinsip “jika $a = b$, maka $a + c = b + c$ ”. Kesalahannya adalah dalam penggunaan prinsip akar dari bentuk kuadrat. Mestinya, akar dari bentuk kuadrat adalah nilai mutlak sehingga kesimpulan yang harusnya diperoleh adalah $\left| -\frac{1}{2} \right| = \left| \frac{1}{2} \right|$ daripada $-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
2. Perhatikan hal berikut.

Misalkan $p = n^2$ bilangan ganjil; $q = n$ bilangan ganjil

Dia memisalkan $-q$ yaitu n tidak ganjil, yaitu n adalah bilangan genap.

Kemudian dia menggabungkan pemisalan itu dengan prinsip, “jika n adalah bilangan genap, maka n bisa dinyatakan dalam bentuk $n = 2k$ untuk suatu bilangan bulat k ”.

Apakah dia menggunakan modulus tolens secara langsung? Coba kaji secara seksama.

Kunci Jawaban latihan/Kasus/Tugas

A. Latihan Kegiatan Pembelajaran 1

1. a.

{enam huruf pertama dalam abjad Latin}

{ x | x adalah enam huruf latin pertama}

{a, b, c, d, e, f}

(Petunjuk: Gunakan cara yang sama untuk soal b dan c.)

2. (Petunjuk: Gunakan definisi himpunan dan cara menyatakannya.)

3. {bangun yang memiliki enam sisi yaitu i}

{bangun yang memiliki lima sisi yaitu e}

{bangun yang memiliki empat sisi yaitu b, c, f, h, j}

{bangun yang memiliki tiga sisi yaitu a, d, g}

4. (Petunjuk: Gunakan definisi anggota himpunan.)

5. a. $x \in A$ b. $d \in E$ c. $c \notin P$ d. $r \notin P$

6. (Petunjuk: Gunakan definisi bilangan kardinal.)

7. a. $n(A) = 2$, b. $\{ \} n(B) = 0$, c. $\{ \} n(C) = 0$, d. $n(D) = 1$, e. $\{ \} n(E) = 0$

B. Latihan Kegiatan Pembelajaran 2

1. Gunakan pengertian himpunan bagian dan segibanyak.

2. Gunakan pengertian himpunan bagian.

3. Gunakan mekanisme pembuatan diagram Venn

4. Gunakan mekanisme pembuatan diagram Venn

5. Gunakan cara menyatakan anggota himpunan dengan mendaftarkan dan hubungan antar dua himpunan.

6. Gunakan pengertian bilangan kardinal dan operasi antar dua himpunan.

7. Gunakan pengertian hubungan (irisan dan gabungan) antar dua himpunan dan diagram Venn.
8. Gunakan pengertian irisan dan bilangan kardinal.
9. Gunakan pengertian diagram Venn dan daya imajinasi Anda.
10. Gunakan pengertian beberapa bangun datar terutama segi empat dan diagram Venn.
11. Gunakan sifat-sifat hubungan antar himpunan dan diagram Venn.
12. Cermati setiap operasi dan hubungan satu operasi dengan operasi lainnya.

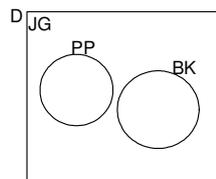
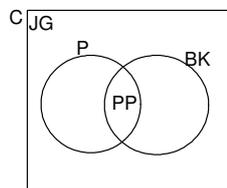
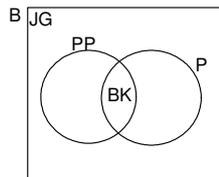
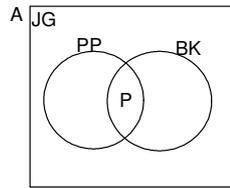
Evaluasi

PETUNJUK:

1. Soal ini berbentuk pilhan ganda
2. Kerjakan semua soal dengan cara memberi tanda silang pada pilihan Anda.
3. Setiap soal hanya ada satu jawaban benar.

Himpunan

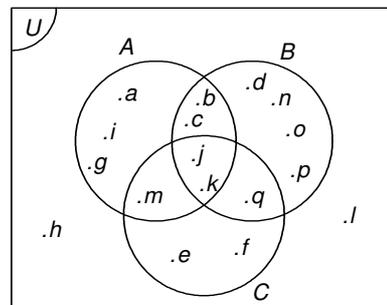
1. Dari 40 orang anggota karang taruna, 21 orang gemar tenis meja, 27 orang gemar bulutangkis, dan 15 orang gemar tenis meja dan bulutangkis. Banyak anggota karang taruna yang **tidak** gemar tenis meja maupun bulutangkis adalah
 - A. 15
 - B. 12
 - C. 7
 - D. 6
2. Diketahui $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P = \{2, 3, 5, 7\}$, dan $Q = \{0, 2, 4, 6\}$. Pernyataan bernilai benar adalah
 - A. $N \cup P \cap Q = P$
 - B. $N \cap P \cup Q = \{x \mid x \geq 2\}$
 - C. $N \cap P \cap Q = \{\emptyset\}$
 - D. $P \cap Q = \{x \mid x \leq 2, x \in \text{Prima}\}$
3. Jika JG = Jajargenjang, BK = Belah Ketupat, PP = Persegi panjang, dan P = Persegi, maka hubungan yang benar adalah



4. Perhatikan Diagram Venn di samping.

Maka $n((A \cup B) \cap C)$ adalah

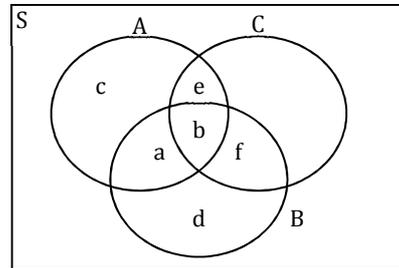
- A. {2}
- B. {4}
- C. 2
- D. 4



5. Dalam suatu kelas terdapat 45 siswa. Jika terdapat 25 siswa gemar membaca dan 30 siswa gemar mengarang, maka banyak siswa yang gemar membaca dan mengarang apabila hanya ada 2 siswa yang tidak gemar keduanya adalah

- A. 12 orang
- B. 18 orang
- C. 37 orang
- D. 40 orang

6. Perhatikan gambar di samping ini.
Pernyataan yang benar adalah



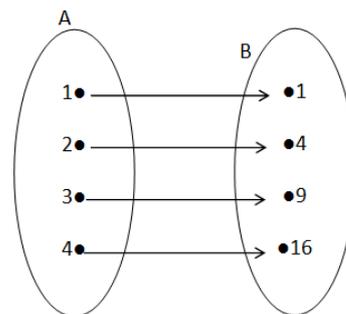
- A. $A \cap B \cap C = \{a, b, f\}$
- B. $A \cap B \cup C = \{b, e, f\}$
- C. $A \cap B \cup C = \{a, b, d, e, f\}$
- D. $A \cup B \cap C = \{a, b, e, f\}$

7. Diketahui himpunan $Q = \{a, b, c, d, e\}$ dan $P = \{1, 2\}$, banyak pemetaan yang dapat dibuat dari himpunan Q ke P adalah

- A. 10
- B. 14
- C. 25
- D. 32

8. Perhatikan diagram panah di bawah ini.

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah



- A. Kurang dari
- B. Setengah dari
- C. Akar kuadrat dari
- D. Kuadrat dari

9. Diketahui:

$$A = \{x \mid x < 10, x \in \text{bilangan prima}\}$$

$$B = \{x \mid 1 < x < 10, x \in \text{bilangan ganjil}\}$$

Maka $A \cap B$ adalah

- A. $\{3, 4, 5\}$

- B. { 3, 5, 7 }
- C. { 2, 3, 5 }
- D. { 1, 3, 5, 7 }

10. Diketahui:

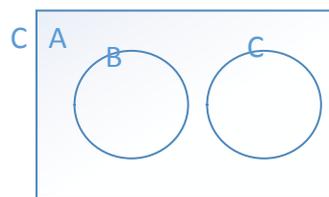
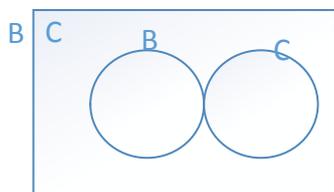
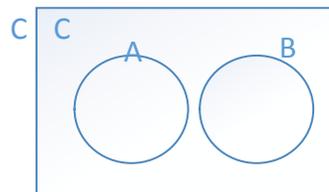
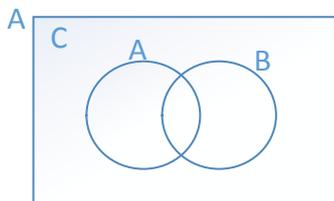
$$A = \{x \mid 11 \leq x \leq 20, x \in \text{bilangan asli}\}$$

$$B = \{x \mid x \in \text{bilangan komposit} \leq 20\}$$

$A \cup B = \dots$

- A. {11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}
- B. {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20}
- C. {4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}
- D. {2, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

11. Apabila $C = \{\text{bilangan asli}\}$, $A = \{\text{bilangan ganjil}\}$, $B = \{\text{bilangan genap}\}$. Diagram Vennnya adalah



12. Sebanyak 25 siswa diajukan pertanyaan tentang kegemaran bermain sepak bola dan bulu tangkis. Ternyata 13 siswa gemar sepak bola, 11 siswa gemar bulu tangkis dan 4 siswa gemar keduanya. Banyaknya siswa yang tidak gemar keduanya adalah

- A. 5 orang

-
- B. 10 orang
C. 16 orang
D. 21 orang
13. Diketahui $A = \{\text{bilangan ganjil kurang dari } 10\}$;
 $B = \{\text{bilangan prima kurang dari } 10\}$; dan
 $C = \{\text{faktor dari } 10\}$.
 $A \cap B \cap C = \dots$
- A. $\{1\}$
B. $\{5\}$
C. $\{1,2,5\}$
D. $\{1,2,3,5\}$
14. Diketahui $S = \{\text{segitiga}\}$; $A = \{\text{segitiga siku-siku}\}$; $B = \{\text{segitiga samakaki}\}$. $A \cap B$ adalah ...
- A. \emptyset
B. $\{\text{segitiga samakaki}\}$
C. $\{\text{segitiga siku-siku sama sisi}\}$
D. $\{\text{segitiga siku-siku samakaki}\}$
15. Diberikan: $n(A \cup B) = 34$; $n(A) = 26$; $n(B) = 18$. Maka $n(A \cap B)$ adalah
- A. 14
B. 12
C. 10
D. 8

SOAL LOGIKA MATEMATIKA

1. Perhatikan pernyataan berikut: "Kuadrat semua bilangan real x lebih besar atau sama dengan nol". Dari pilihan jawaban berikut, yang paling bernilai benar adalah:

- A. Untuk setiap $x, x \in R \rightarrow x^2 \geq 0$
- B. Untuk semua $x, x^2 \geq 0$
- C. Semua x berlaku $x^2 \geq 0$
- D. Untuk setiap x , berlaku $x^2 \geq 0$

2. Pernyataan tautologi $((\neg a) \wedge (b \rightarrow a) \rightarrow \neg b)$ dijadikan landasan untuk kevalidan argumen jenis:

- A. Modus ponens
- B. Modus tolen
- C. Silogisme
- D. Kontradiksi

3. Jika diberikan pernyataan-pernyataan berikut:

$$p = "2 + 7 \div 3 = 3",$$

$$q = "Himpunan penyelesaian dari $x^2 - 2x - 3 = 0$ adalah $\{1, -3\}$ ", dan$$

$$r = "2^5 > 5^2 + 6"$$

Maka, pernyataan majemuk berikut yang bernilai benar adalah

- A. $p \wedge q$
- B. $p \rightarrow q$
- C. $r \rightarrow q$
- D. $p \wedge r$

-
4. Manakah dari pernyataan berikut yang ingkarannya berbunyi "Ada bilangan prima yang tidak ganjil"
- A. Ada bilangan bilangan prima yang bernilai genap
 - B. Untuk setiap x , x bilangan prima $\rightarrow x$ bilangan ganjil
 - C. Jika jumlah dua bilangan prima ganjil, salah satu bilangannya pasti 2
 - D. Untuk setiap bilangan prima, selain 2, bilangannya pasti ganjil
5. Dari pernyataan-pernyataan berikut, yang bernilai benar adalah:
- A. Konvers dari " $2 < 3$ atau $3 > 2$ " adalah " $3 > 2$ atau $2 < 3$ "
 - B. Invers dari " $2 + 3 = 4 + 1$ " dan " 2 adalah akar dari $x + 1 = 3$ " adalah " $2 + 3 \neq 4 + 1$ dan 2 bukan akar dari $x + 1 = 3$ "
 - C. Kontraposisi dari " $2 = 3 - 1 \rightarrow 4 > 5$ " adalah " $4 \leq 5 \rightarrow 2 \neq 3 - 1$ "
 - D. Tak satu pun dari pilihan A, B, dan C
6. Ingkaran dari pernyataan "Beberapa bilangan prima adalah bilangan genap" adalah....
- A. Semua bilangan prima adalah bilangan genap.
 - B. Semua bilangan prima bukan bilangan genap.
 - C. Beberapa bilangan prima bukan bilangan genap.
 - D. Beberapa bilangan genap bukan bilangan prima.
7. Negasi dari pernyataan "Matematika tidak mengasyikkan atau membosankan" adalah...
- A. Matematika mengasyikkan atau tidak membosankan
 - B. Matematika mengasyikkan tetapi tidak membosankan
 - C. Matematika tidak mengasyikkan dan tidak membosankan
 - D. Matematika tidak mengasyikkan dan membosankan

8. Dari defenisi di bawah ini manakah yang merupakan defenisi dari ingkaran.
- A. Implikasi $p \rightarrow q$ bernilai benar jika anteseden salah atau konsekuen benar.
 - B. Pernyataan yang bernilai benar hanya jika komponen-komponennya bernilai sama.
 - C. Pernyataan yang bernilai benar, jika pernyataan semula salah, dan sebaliknya.
 - D. Suatu pernyataan bernilai benar apabila paling sedikit satu komponennya bernilai benar.
9. Perhatikan premis-premis berikut:
- Premis 1 : Jika Andi rajin belajar, maka Andi menjadi pandai
Premis 2 : Jika Andi menjadi pandai, maka ia lulus ujian
Penarikan kesimpulan yang sah berdasar premis di atas adalah ...
- A. Jika Andi rajin belajar, maka ia lulus ujian
 - B. Jika Andi tidak rajin belajar, maka ia tidak lulus ujian
 - C. Andi lulus ujian
 - D. Andi rajin belajar
10. Perhatikan premis-premis berikut:
- Premis 1 : Jika hari ini hujan, maka Budi tinggal di rumah
Premis 2 : Jika Budi tinggal di rumah, maka Budi belajar
Penarikan kesimpulan yang sah berdasar premis di atas adalah ...
- A. Jika hari ini hujan, maka Budi tinggal di rumah
 - B. Budi tinggal di rumah dan Budi belajar
 - C. Jika Budi tidak belajar, maka hari ini hujan
 - D. Jika hari ini hujan, maka Budi belajar

KUNCI HIMPUNAN

1.	C
2.	D
3.	C
4.	D
5.	A
6.	C
7.	D
8.	C
9.	B
10.	C
11.	C
12.	A
13.	B
14.	D
15.	C

KUNCI LOGIKA MATEMATIKA

1	A
2	B
3	B
4	B
5	C
6	B
7	B
8	C
9	A
10	D

Penutup

Modul ini disusun untuk mencapai level berpikir tingkat tinggi: berpikir kritis dan kreatif. Untuk itu dalam modul ini disediakan berbagai kegiatan yang cukup menantang. Mudah-mudahan apa yang disajikan dapat memfasilitasi peserta didik mencapai level berpikir tingkat tinggi tersebut.

Penulis menyadari isi modul dan mekanisme penyajiannya masih jauh dari sempurna. Penulis berharap modul edisi selanjutnya akan jauh lebih baik, dilihat dari isi maupun dari mekanisme penyajiannya. Untuk itu, penulis memohon sumbang saran dari semua pihak untuk menyempurnakan modul ini. Terima kasih.

Yogyakarta, Desember 2015

Penulis

Penutup

Daftar Pustaka

- Bailey, Day, McClain. (2006). *Mathematics: Concepts and Applications*. Course 1-3. Mc Graw Hill Glencoe. New York.
- Breuer, J. (2006). *Introduction to the Theory of Sets*. Dover Publications, Inc. Mineola. CT. USA.
- Harta, I. (2006). *Matematika Bermakna. Buku Pelajaran untuk SMP*. Mediatama. Surakarta.
- Hurley, P.J. (2015). *A Concise Introduction to Logic 12th Edition*. Cengage Learning. Stamford. USA.
- Rosen, K.H. (2012). *Mathematics Discrete and its Applications*. Mc Graw Hill. New York.

Glosarium

B	<p>Bilangan Kardinal Banyak anggota dari himpunan A adalah m, dan ditulis $n(A) = m$. Jadi bilangan kardinal dari himpunan A adalah m. Contoh: $A = \{2, 4, 6, 8\}$ Bilangan kardinal A yaitu $n(A) = 4$</p>
D	<p>Derajat Suku Banyak adalah derajat tertinggi di antara suku-suku pada suku banyak. Contoh: Derajat suku banyak $5z^4 - 4a^2b^3 + 3z$ adalah 5 karena jumlah pangkat tertinggi yaitu 5.</p>
	<p>Derajat Suku Tunggal adalah jumlah dari pangkat g-masing variabelnya. Contoh: Derajat suku tunggal $5z^4$ yaitu 4 karena pangkat tertinggi variabelnya adalah 4.</p>
G	<p>Gabungan dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$ Contoh: $T = \{a, b, c, d\}$ dan $M = \{a, c, e, f, g\}$ $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$</p>
H	<p>Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang terdefinisi dengan tepat. Terdefinisi dengan tepat artinya, jika suatu benda/objek disebutkan, maka benda/objek tersebut termasuk atau tidak termasuk dalam kumpulan tersebut. Contoh: $A = \{2, 4, 6, 8\}$</p>
	<p>Himpunan Bagian Jika A dan B adalah dua buah himpunan di mana setiap anggota himpunan A juga anggota himpunan B, maka himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B dan dinotasikan dengan $A \subset B$.</p>
	<p>Himpunan Kosong adalah suatu himpunan yang tidak mempunyai anggota dan dinotasikan dengan $\{ \}$ atau ϕ.</p>
I	<p>Irisan dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota himpunan A dan anggota himpunan B. $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$ Contoh: $T = \{a, b, c, d\}$ dan $M = \{a, c, e, f, g\}$ $A \cap B = \{a, c\}$</p>
	<p>Himpunan Semesta adalah suatu himpunan yang memuat semua anggota dari himpunan lainnya dan dinotasikan dengan S</p>
sK	<p>Keanggotaan suatu Himpunan Anggota dari suatu himpunan dinotasikan dengan \in (dibaca anggota) dan bukan anggota himpunan dinotasikan dengan \notin (dibaca bukan anggota).</p>

	<p>Contoh: $T = \{a, b, c, d\}$ $a \in T$ $f \notin T$.</p>	
M	<p>Menyatakan Himpunan Penulisan suatu himpunan dapat dilakukan dengan notasi pembentuk himpunan dan mendaftarkan setiap anggotanya. Sebagai contoh dapat dilihat pada bagan berikut:</p>	
N	Notasi Pembentuk Himpunan	Notasi Mendaftar
	$A = \{x \mid x \text{ bilangan cacah kurang dari } 4\}$	$A = \{0, 1, 2, 3\}$
	$B = \{x \mid x \text{ huruf pembentuk kata melati}\}$	$B = \{m, e, l, a, t, i\}$
	$C = \{x \mid x \text{ alat tulis di kelas Anda}\}$	$C = \{\text{pensil, pena}\}$
	$D = \{x \mid x \text{ bilangan ganjil}\}$	$D = \{1, 3, 5, \dots\}$

